

Lista 1 – PAA
30/09/2022

1) Com base nas funções representadas no gráfico abaixo, assinale a alternativa **falsa**.

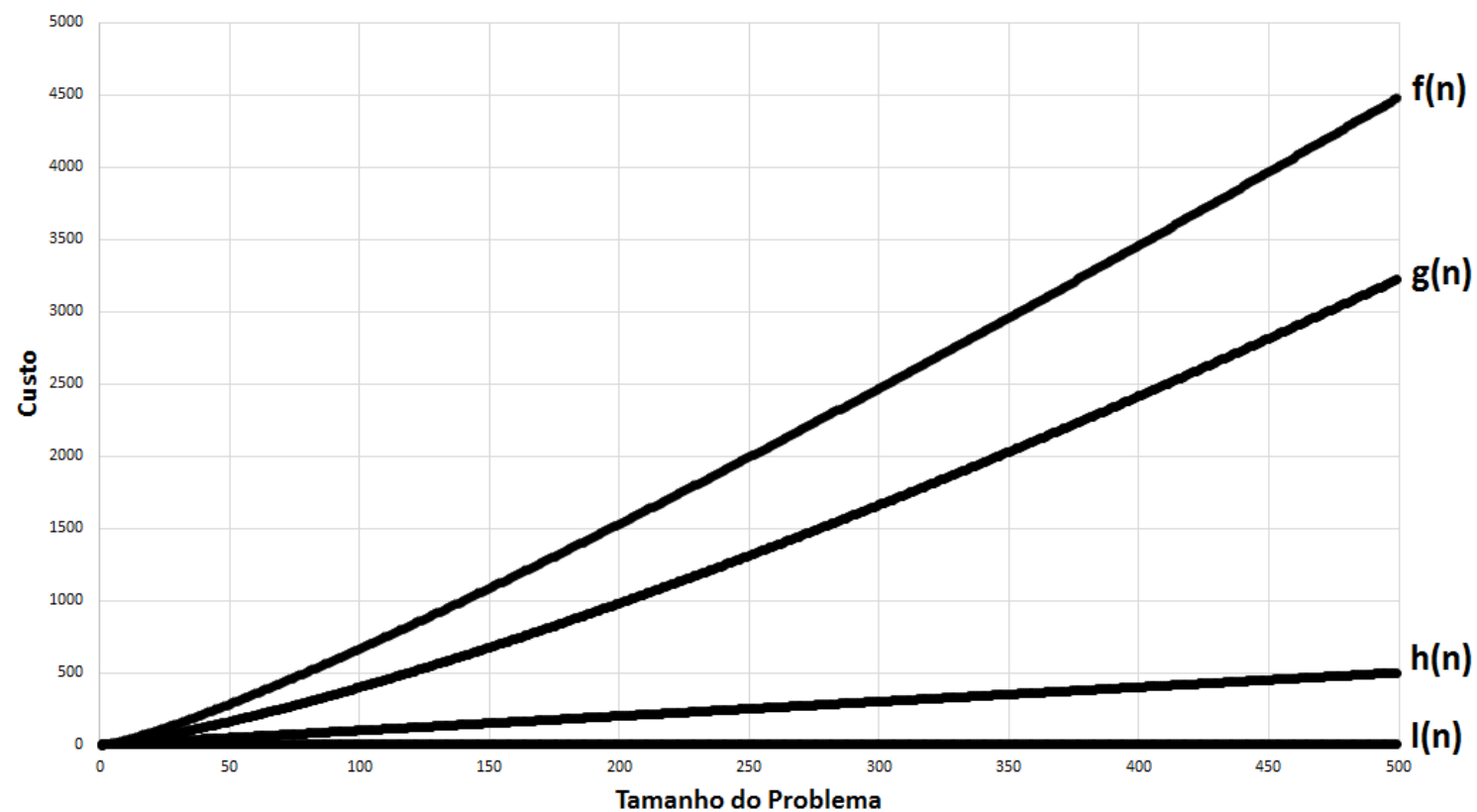
a) $h(n) = \Omega(l(n))$ and $l(n) = O(h(n))$

b) $f(n) = \Omega(h(n))$ and $h(n) = O(l(n))$

c) $g(n) = O(l(n))$ or $l(n) = O(f(n))$

d) $h(n) = O(f(n))$ and $l(n) = O(g(n))$

e) $l(n) = O(f(n))$ and $f(n) = \Omega(g(n))$



2) Quanto vale K no fim da execução do seguinte trecho de código?

```
K = 0;
```

```
for (i=1; i<=n; i++)
```

```
    for (j=i; j<=n: j++)
```

```
        K = K + 1;
```

a) $n-1$

b) n

c) $n(n+1)/2$

d) $(n^2-n)/2$

e) n^3

3) Dadas as funções $f(x) = 38x + 17$ e $g(x) = 3x^2 - 10x + 12$, determine:

a) A relação assintótica existente entre elas.

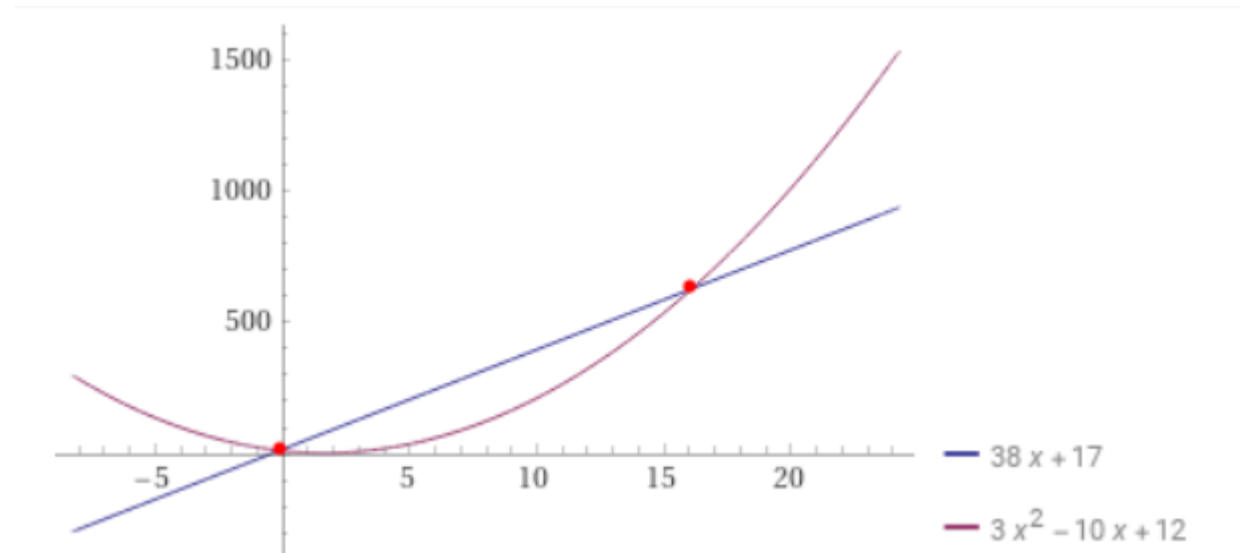
$g(x) = \Omega(f(x))$ e $f(x) = O(g(x))$

b) A relação de dominância, caso exista, é efetiva e permanente a partir de que valor de n_0 ?

A função $g(x)$ torna-se dominante a partir de um n_0 igual 17.

c) Há valores de n em que a adotar o algoritmo da função $g(x)$ é mais interessante?

A função $g(x)$ é mais barata de ser executada desde o início do intervalo ($n=0$) até um problema de tamanho 16 ($n=16$).



4) Considere um algoritmo de busca sequencial de um elemento qualquer em um conjunto composto por n elementos. Qual das expressões a seguir representa o tempo médio de execução desse algoritmo para uma busca realizada com sucesso?

a) n^2

b) $n \frac{(n+1)}{2}$

c) $\log_2 n$

d) $\frac{(n+1)}{2}$

e) $n \log_2 n$

5) Sejam $T_1(n)=100n + 15$, $T_2(n)=10n^2 + 2n$ e $T_3(n)=0,5n^3 + n^2 + 3$ as equações que descrevem a complexidade de tempo dos algoritmos Alg1, Alg2 e Alg3, respectivamente, para problemas de tamanho n . A respeito da ordem de complexidade desses algoritmos, pode-se concluir que:

- a) as complexidades assintóticas de Alg1, Alg2 e Alg3 estão, respectivamente, em $O(n)$, $O(n^2)$ e $O(n^3)$.
- b) as complexidades assintóticas de Alg1, Alg2 e Alg3 estão, respectivamente, em $O(n)$, $O(n^2)$ e $O(n^2)$.
- c) as complexidades assintóticas de Alg1, Alg2 e Alg3 estão, respectivamente, em $O(100)$, $O(10)$ e $O(0,5)$.
- d) Alg2 e Alg3 pertencem às mesmas classes de complexidade assintótica.
- e) Alg1 e Alg2 pertencem às mesmas classes de complexidade assintótica.

6) Encontre a equação de custo e a complexidade do pior caso, em função de O , dos códigos em linguagem C apresentados abaixo.

<pre> k=0; for(i=0;i<n;i++) for(j=0;j<n;j++) k=i+1; </pre> <p> 1 $2n+2$ $(2n+2)(n)$ $2(n)(n)$ $2n^2$ </p> <p>$4n^2 + 4n + 3 \rightarrow O(n^2)$</p>	<pre> k=0; for(i=0;i<n;i++) for(j=i;j<n;j++) k=i+1; </pre> <p> 1 $2n+2$ $2n+2$ $2(n^2+n)$ $2(n^2+n)$ </p> <p>$2n^2 + 6n + 3$ $O(n^2)$</p>
<pre> k=0; for(i=0;i<n;i++) k=i+(k/2); for(j=5;j<n;j++) k=i+1; </pre> <p> 1 $2n+2$ $3n$ $2(n-5)+2$ $2(n-5)$ $2n-8$ $2n-10$ </p> <p>$9n - 15 \rightarrow O(n)$</p>	<pre> k=0; for(i=0;i<n;i++) if (V[i]%2==0) k=i+(k/2)+i*k; else k=i+1; </pre> <p> 1 $2n+2$ $3n$ $5n$ $2n$ $10n+3$ </p> <p>$O(n)$</p>
<pre> k=0; m=n/2; for(i=0;i<m;i++) k=i+V[i]; for(j=m;j<n;j++) k=i+V[j]; </pre> <p> 1 2 $2m+2$ $3m$ $2m+2$ $3m$ $3m$ </p> <p>$10m + 7 \rightarrow 5n + 7 \quad O(n)$</p>	<pre> if (k=2) for(i=14;i<n;i++) k=i+i; k=(k/2); </pre> <p> 1 $2(n-14)+2$ $2(n-14)$ 2 $O(n)$ </p> <p> 1 $+ 2n - 26$ $+ 2n - 28$ $+ 2$ $4n - 51$ </p>

7) Digamos que você trabalhe em uma empresa de ponta, onde todos os algoritmos implementados são os mais eficientes possível. Foram implementados os dois algoritmos abaixo em linguagem C, onde ambos possuem a mesma complexidade assintótica $O(n)$. Você deve escolher o mais eficiente, onde não foi definido um critério específico de análise. Qual é mais eficiente, o algoritmo InverteVetorA ou InverteVetorB, por quê?

<pre> void InverteVetorA(int *V, int n) { int i, aux; for(i=0; i<n/2; i++) { aux = V[n-1-i]; V[n-1-i] = V[i]; V[i] = aux; } printf("Vetor: "); for(i=0; i<n; i++) printf("%d ", V[i]); } </pre> <p><i>Handwritten notes for InverteVetorA:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> $n/2$ is circled in red, with a note "apenas no início do loop" (only at the beginning of the loop). $2(n/2) + 2$ is written in red next to the for loop. A bracket groups the three lines inside the loop: $\left. \begin{array}{l} \text{aux} = V[n-1-i]; \\ V[n-1-i] = V[i]; \\ V[i] = \text{aux}; \end{array} \right\} 11 \frac{n}{2}$. The numbers 4, 5, and 2 are written next to each line respectively. 1 is written in red next to the first printf statement. $2n + 2$ is written in red next to the second for loop. $2n$ is written in red next to the second printf statement. 	<pre> void InverteVetorB(int *V, int n) { int i, aux; int Ve[n]; for(i=0; i<n; i++) Ve[i] = V[n-1-i]; printf("Vetor: "); for(i=0; i<n; i++) printf("%d ", V[i]); } </pre> <p><i>Handwritten notes for InverteVetorB:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> $2n + 2$ is written in red next to the first for loop. $4n$ is written in red next to the assignment $\text{Ve}[i] = V[n-1-i]$. 1 is written in red next to the first printf statement. $2n + 2$ is written in red next to the second for loop. $2n$ is written in red next to the second printf statement. $10n + 4 + 1$ is written in red at the bottom of the column.
---	--

$$n + 2 + 11 \frac{n}{2} + 2n + 2 + 2n$$

$$10,5n + 4 + 1 + 1$$

8) Dado o código abaixo, em que cenários ocorrerão seu melhor e pior casos? Determine a função de custo assintótico de ambas as situações.

```

int Media (int *V, int n)
{
1   int i=0, Acm=0, Cnt=0; 3
2   while(i<n) 1
3   {
4       if (V[i]%2==0) 3
5       {
6           Acm = Acm + V[i]; 3
7           ++Cnt; 1
8       }
9       ++i; 1
10  }
11  return (Acm/Cnt); 1
}

```

Handwritten notes:

- Red circles around `i=0`, `Acm=0`, `Cnt=0`, `i<n`, `V[i]`, `%2==0`, `Acm`, `V[i]`, `Cnt`, and `Acm/Cnt`.
- Red numbers 3, 1, 3, 3, 1, 1, 1, 1 next to the corresponding lines.
- A red bracket on the left side of the loop (lines 3-10) is labeled $n \times$.
- A red arrow points from the `++Cnt` line to the `++i` line.

Pior

$$\begin{array}{r}
 + 3 \\
 + n + 1 \\
 + 3n \\
 + 3n \\
 + 3n \\
 + n \\
 + n \\
 + 1 \\
 \hline
 9n + 5
 \end{array}$$

Melhor

$$\begin{array}{r}
 3 \\
 + n + 1 \\
 + 3n \\
 - \\
 - \\
 + n \\
 + 1 \\
 \hline
 5n + 5
 \end{array}$$