

Лабораторная работа №4

Тема. Изучение алгоритмов метода Ньютона и его модификаций, в том числе квазиньютоновских методов.

Цель. Разработать программы для безусловной минимизации функций многих переменных.

Реализовать алгоритмы

1. Метод Ньютона: **а)** классический, **б)** с одномерным поиском (одномерный метод на выбор студентов), **в)** с направлением спуска.

1.1. Продемонстрируйте работу методов на 2-3 функциях, в том числе на не квадратичных.

- Для поиска ньютоновского направления спуска необходимо использовать прямой или итерационный метод решения СЛАУ (даже, если она размерности 2).
- Результаты иллюстрируйте траекториями спуска.
- Укажите количество итераций, необходимых для достижения заданной точности.
- В случае одномерного поиска указывайте найденные значения параметра.
- Проведите исследование влияние выбора начального приближения на результат (не менее трех).

1.2. Исследуйте работу методов на двух функциях с заданным начальным приближением:

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 1.2x_1x_2, x^0 = (4, 1)^T;$$

$$f(x) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2, x^0 = (-1.2, 1)^T.$$

- Для поиска ньютоновского направления спуска необходимо использовать прямой или итерационный метод решения СЛАУ (даже, если она размерности 2).
- Сравните результаты с минимизацией методом наискорейшего спуска (из лаб. работы 2).
- Постройте таблицу или график зависимости «метод : количество итераций».

- Для каждого метода приведите иллюстрации траекторий сходимости.

2. Квазиньютоновский метод (вариант выдает преподаватель):

вариант 1: метод Давидона-Флетчера-Пауэлла и метод Пауэлла;

вариант 2: метод Бройдена-Флетчера-Шено и метод Пауэлла.

Работу квазиньютоновских методов сравните с наилучшим методом Ньютона (по результатам 1.2) на функциях:

$$f(x) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2,$$

$$f(x) = (x_1^2 + x_2 - 11)^2 + (x_1 + x_2^2 - 7)^2,$$

$$f(x) = (x_1 + 10x_2)^2 + 5(x_3 - x_4)^2 + (x_2 - 2x_3)^4 + 10(x_1 - x_4)^4,$$

$$f(x) = 100 - \frac{2}{1 + \left(\frac{x_1-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_2-1}{3}\right)^2} - \frac{1}{1 + \left(\frac{x_1-2}{2}\right)^2 + \left(\frac{x_2-1}{3}\right)^2}.$$

- Для каждого метода приведите иллюстрации траекторий сходимости.
- Проведите исследование влияние выбора начального приближения на результат (не менее трех), оцените скорость сходимости.
- Постройте таблицу или график зависимости «метод : количество итераций».

Для отображения траектории поиска точки используйте ранее реализованную графическую систему или сторонние программы.

Бонусное задание. Реализовать метод Марквардта двумя вариантами.

Результаты работы продемонстрировать на минимизации многомерной функции Розенброка ($n = 100$) в сравнении с наилучшим методом Ньютона (по результатам 1.2):

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n-1} 100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2.$$

Для обоих методов построить график зависимости «итерация – параметр τ ». В случае с разложением Холецкого дополнительно построить график зависимости «итерация – число разложений Холецкого».

Отчет. По результатам выполнения лабораторной работы необходимо подготовить отчет: титульный лист с указанием организации, названия учебной

дисциплины, темы работы, номера варианта, исполнителя и принимающего, города, года.

Отчет должен содержать все исследования, проведенные в п.п. 1-2, а также соответствующие выводы. Для разработанного программного кода в отчете привести код основных модулей, диаграмму классов, сделать текстовое описание.

Требования к программному коду (вычислительные алгоритмы)

1. Рекомендуется использовать языки программирования: C++, C#, Java.
2. Рекомендуется придерживаться основных положений ООП при разработке.
3. Рекомендуется выполнять документирование программного кода.

Оценка результатов

<i>Задание</i>	<i>Результат (в виде коэффициента)</i>
Сдача в срок	0.15
Основные численные результаты, выводы, защита	0.0 – 0.55
Программная реализация и индивидуальный код	0.0 – 0.25
Грамотность изложения и общее качество отчета	0.0 – 0.05
Бонусное задание	0.0 – 0.3

Срок сдачи четвертой лабораторной работы – до 3.06.2021 (включительно).

После указанного срока лабораторные приниматься не будут!