FIUBA 2022 Matemática Discreta 61.07 Parcial 1, 09.05.2022 Curso 1, 1c2022

Alumno:	Legajo:

Duración: dos horas. Una condición suficiente de aprobación es la resolución ***completa*** y ***justificada*** de dos ejercicios cualesquiera. No se consideran cálculos dispersos o sin comentarios, ni diagramas sin la identificación completa de sus elementos.

1. (a) En $\mathbb{Z}$ se define la relación $\sim$ tal que $x \sim y$ sii $x^2 = y^2 (mod\ 5)$. Determinar el conjunto cociente $\mathbb{Z}/\sim$ y hallar $X \subset \mathbb{Z}$ de cardinal 6 tal que satisfaga la ecuación $[0]X = [7]X$, donde $[0]$ y $[7]$ son las clases de equivalencia del 0 y del 7 respectivamente. Si X no es único, dar al menos dos.

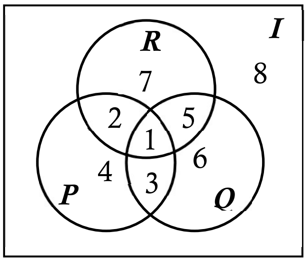
   (b) Proponer una ecuación de recurrencia $x_{n+2} = ax_{n+1} + bx_n$ con semillas $x_0,\ x_1$ tal que la solución converja al valor 1 y determinar para la ecuación propuesta $sup(x_n)$ y $inf(x_n)$.

2. (a) Detallar el planteo de la ecuación de recurrencia que permite determinar cuántas palabras de longitud $n \in \mathbb{N}$ con una cantidad impar de letras a se pueden construir con un alfabeto $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ y resolverla.

   (b) Sean a, b átomos del álgebra de Boole $(B, +, \cdot, ', \mathbf{0_B}, \mathbf{1_B})$. Analizar el valor de verdad de la siguiente proposición y de su recíproca: una condición necesaria para que la ecuación $aX = (a + b)X$ tenga solución es que $a + b'$ sea una solución.

3. (a) Dado el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$ definir un autómata $M = \{\Sigma, Q, q_0, \Upsilon, F\}$ tal que reconozca el lenguaje $L = \{x \in \Sigma^* \ / \ x = aubb, u \in \Sigma^*\}$ y probar que el autómata definido cumple lo pedido.

   (b) Se muestran los conjuntos de veracidad correspondientes a las proposiciones p, q y r como las 8 regiones definidas en I. Utilizando exclusivamente al condicional $(\rightarrow)$ y la conjunción. Escribir una proposición cuyo conjunto de veracidad sea la región compuesta por 4, 6 y 7.

4. (a) En el conjunto D_{24} de divisores positivos se estructura el *poset* con $x \leq y$ sii $x|y$. Sean $A = \{X \subset D_{24} \ / \ sup\ (X) = 8\}$ y $B = \{X \subset D_{24} \ / \ inf\ (X) = 6\}$. Calcular $|A - B|$, $|A + B|$ y $máx\{|X| \ / \ X \subset B\}$.

   (b) Sean a y b átomos distintos del álgebra de Boole $(B, +, \cdot, ', \mathbf{0_B}, \mathbf{1_B})$ cuyo cardinal de $|B| = 128$. Determinar la cantidad de soluciones de la ecuación en la incógnita $x \in B$ dada por $ax = bx$.