FACULTAD DE INGENIERÍA-UBA
ÁLGEBRA II. Primer cuatrimestre del 2022
28 de mayo de 2022

Apellido y nombres:…………………… Número de padrón: ………. Curso:…..

Los razonamientos que utilice para resolver cada ejercicio deben constar en el escrito.

1. Sean S_1 y S_2 los subespacios de $\mathbb{R}^4$ definidos por

$$S_1 = gen\{(1 \quad 0 \quad 2 \quad 1)^T, (1 \quad 1 \quad 1 \quad 1)^T\}$$
$$S_2 = gen\{(2 \quad 1 \quad 1 \quad 0)^T, (1 \quad 0 \quad 1 \quad 0)^T\}$$

Construir un subespacio $\mathbb{T}$ de $\mathbb{R}^4$ tal que $S_1 \oplus \mathbb{T} = S_2 \oplus \mathbb{T} = S_1 + S_2$. ¿Es único? Si la respuesta es negativa, construir otro.

---

2. Sea $T : \mathbb{R}_2[x] \to \mathbb{R}^3$ la transformación lineal definida por

$$[T]_{\mathcal{B}}^{\mathcal{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

donde $\mathcal{B}$ y $\mathcal{C}$ son las bases de $\mathbb{R}_2[x]$ y $\mathbb{R}^3$, respectivamente, definidas por

$$\mathcal{B} = \{1 + x, 1 - x, 1 - x + x^2\},$$
$$\mathcal{C} = \{(1 \quad 0 \quad 2)^T, (0 \quad 1 \quad -1)^T, (1 \quad 0 \quad 1)^T\}$$

Hallar el conjunto solución de la ecuación $T(p) = (6 \quad 6 \quad 6)^T$.

---

3. Sea Σ la simetría de $\mathbb{R}^3$ con respecto al plano $\{x \in \mathbb{R}^3: 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 0\}$ en la dirección de la recta generada por $(0 \quad 1 \quad -1)^T$. Hallar la imagen por Σ del subespacio $\{x \in \mathbb{R}^3: x_3 = 0\}$.

---

4. Se considera el espacio euclídeo $(\mathbb{R}^3, \langle\cdot,\cdot\rangle)$ con el producto interno definido por

$$\langle x, y\rangle = y^T \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} x,$$

Calcular la distancia del vector $(3 \quad 3 \quad 1)^T$ al subespacio $\mathbb{S} = \{x \in \mathbb{R}^3: x_1 + x_2 - x_3 = 0\}$.

---

5. Usando la técnica de mínimos cuadrados, ajustar los siguientes datos

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-1	2	4	5

Mediante una recta $y = mx + b$.