FIUBA 2022 Matemática Discreta Integrador 2, 18.07.2022

Alumno:	L:

Duración: dos horas y media. Una condición suficiente de aprobación es la resolución ***completa*** y ***justificada*** de ***dos*** ejercicios cualesquiera. No se consideran cálculos dispersos o sin comentarios, ni diagramas sin la identificación completa de sus elementos (por ejemplo vértices, aristas…). En todos los casos deben definirse las nociones que intervienen en la resolución (por ejemplo, dual, puente, diámetro…).

1. Sea $G = (V(G), E(G))$ el grafo con $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6, v_7, v_8\}$ y cuya matriz de adyacencia A se indica.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) Determinar $\chi(G)$, $C(G)$, $\phi(G)$, $\lambda(G)$ y todos sus conjuntos maximales independientes.

(b) Analizar si G' es semieuleriano (si lo es, indicar un camino que lo pruebe) y determinar el tamaño de $L(G)$.

2. (a) Dado $G = (V(G), E(G))$, con $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ y cuya matriz de adyacencia es A. Sea $\Gamma(x) = \{y \in V(G) : xy \in E(G)\}$. Se define $S = \{X \subset V(G) : \Gamma(v_6) + X = \Gamma(v_5) + \Gamma(v_2)\}$. Determinar el cardinal de S.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(b) Sean A y B dos subconjuntos disjuntos del universal I, con $|A| = 2$, $|B| = 3$, $|I| = 8$ y sea $M = \{X \subset I : (A + B')(A + X') = A\}$. Determinar $mín\{|X| : X \in M\}$ y el cardinal de M.

3. (a) Sea $M = \{\Sigma, Q, q_0, \Upsilon, F\}$ con $\Sigma = \{a, b\}$, $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$, $F = \{q_2\}$, con la función de transición Υ indicada, y el lenguaje aceptado L. Determinar una expresión regular para L y el cardinal de $S = \{x \in L : |x| = 10\}$.

$\Upsilon : Q \times \Sigma \to Q$

	q_0	q_1	q_2	q_3
a	q_1	q_2	q_2	q_3
b	q_2	q_1	q_1	q_3

(b) Proponer siempre que exista, un grafo simple bipartito $G = (V(G), E(G))$ de orden $n = |V(G)| = 6$ tal que $\sum_{k=1}^{6} d(v_k) = 20$.

4. Sea H simple y no isomorfo a G tal que $d(H) = d(G)$, siendo $G = (V(G), E(G))$, con $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ cuya matriz de incidencia M se indica. Analizar el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(a) El grafo $(L(H))'$ es planar, euleriano, hamiltoniano, su número cromático coincide con su índice cromático y su centro coincide con su periferia.

(b) Los grafos $L(G)$ y $L(H)$ son planares y tienen la misma arista-conectividad, el mismo número cromático y el mismo radio.