

TP1 Propagación de ruido en sistemas LTI

Elementos de matemática aplicada para aplicaciones tecnológicas
Septiembre 2024

Las ruedas de inercia se utilizan como sistema de control de orientación de un satélite. En la figura 1 se muestra una simplificación de estos sistemas que controlan la orientación en un solo eje.

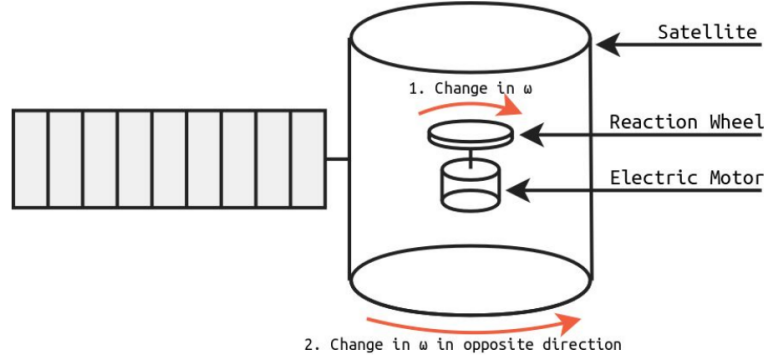


Figura 1: Esquema del sistema.

El diagrama de bloques de este sistema es el siguiente:

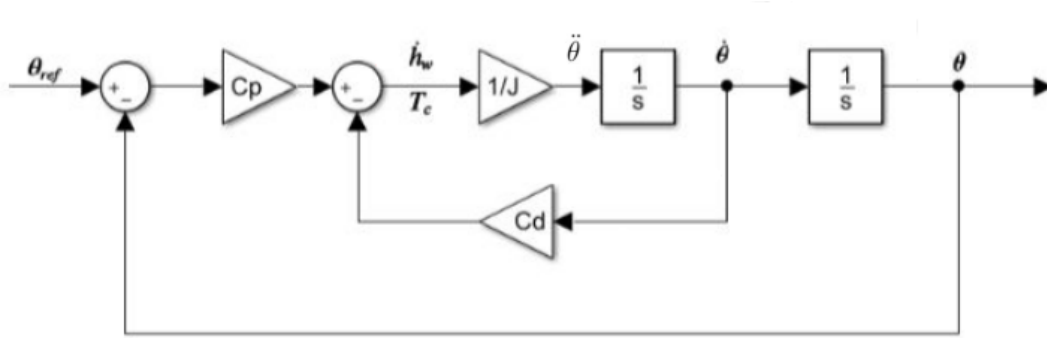


Figura 2: Modelo ideal sin ruido.

Del mismo se puede obtener la función de transferencia del sistema de actitud:

$$\frac{\theta}{\theta_{ref}} = \frac{C_p}{Js^2 + C_d s + C_p}, \quad (1)$$

donde J es el momento de inercia del satélite.

La función de transferencia puede ser escrita de la forma típica de un sistema de segundo orden, en función de la frecuencia natural ω_n y el factor de amortiguamiento ξ :

$$\frac{\theta}{\theta_{ref}} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}. \quad (2)$$

En realidad, este sistema se ve afectado por distintos ruidos que alejan su comportamiento del diagrama de bloques anterior. Incluyendo distintos ruidos presentes en la velocidad, posición y torque en el diagrama de bloques se obtiene:

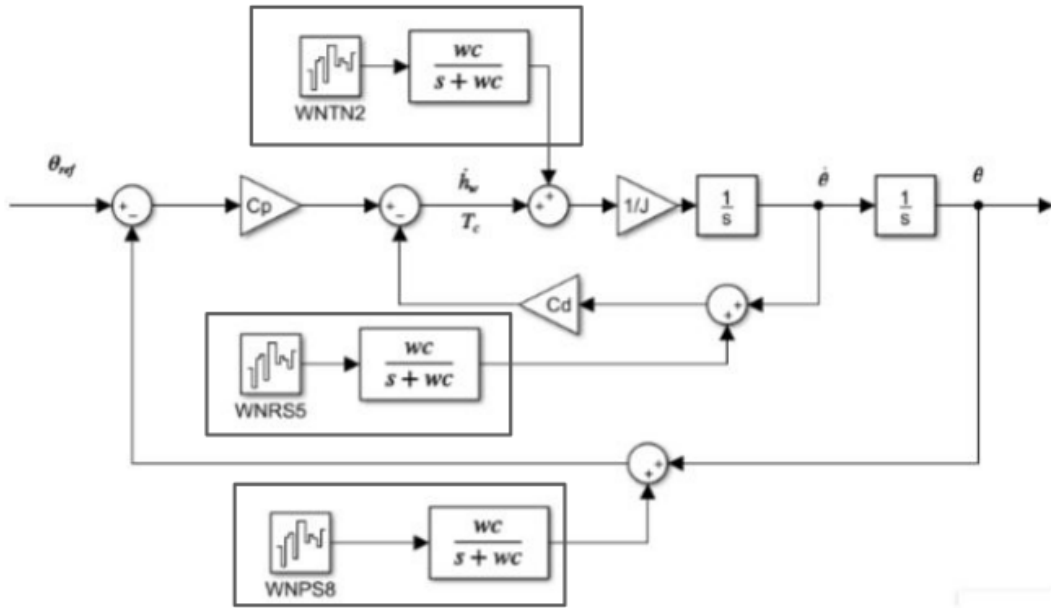


Figura 3: Modelo con ruido.

donde los ruidos se modelan como ruidos coloreados con frecuencia de corte ω_c .

A partir del sistema con ruido, para las constantes de la tabla 1, se pide:

- Hallar analíticamente las funciones de transferencia de cada uno de los ruidos a la posición y velocidad angular (θ/R_i y $\dot{\theta}/R_i$).
- Simular el sistema y hallar la densidad espectral de potencia del ruido en la posición y velocidad.
- Calcular el valor cuadrático medio teóricamente y comprar con los resultados de la simulación.
- ¿Cómo se relacionan ω_n y ξ con J , C_p , C_d ?

Utilizando las constantes:

Parámetro	Valor
J	$1000 [kg \cdot m^2]$
ω_n	$0,1 [rad/s]$
ξ	$0,7$

Tabla 1: Datos del problema.

Ayuda:

- Un ruido blanco gaussiano de amplitud A_ω tiene una varianza $\sigma^2 = \frac{A_\omega}{2T_s}$, donde T_s es el período de muestreo.
- La PSD de una señal se puede calcular con la función `scipy.signal.welch(x, fs)`, donde x es la señal y fs la frecuencia de muestreo.
- A un sistema lineal se lo puede simular con la función `scipy.signal.lsim(system, U, T)`, en donde `system` es la función de transferencia, `U` la entrada (ruidos) y `T` los tiempos en que se desea la salida.
- La función de transferencia se puede definir con la función `scipy.signal.TransferFunction(num, den)`, en donde `num` y `den` son los coeficientes de los polinomios del numerador y denominador de la TF.