

# LABORATORIO II

## Implementación de Amplificador Lock-In Dígital

HORST, RAÚL TOMÁS

ROQUETA, MATÍAS DANIEL

Instituto Balseiro, Centro Atómico Bariloche, Comisión Nacional de Energía Atómica

### Resumen

Se diseñó y desarrolló un amplificador lock in mediante software en lenguaje python. Se utilizaron dos generadores de onda, uno para originar la señal de referencia y otro para agregar ruido. El funcionamiento del mismo se evaluó mediante mediciones de impedancias conocidas, en donde el ruido fue ordenes de magnitud mayor a la magnitud de la señal de interés. Se analizaron los resultados obtenidos para distintas relaciones señal-ruido, resultando los valores  $RL = (460 \pm 20)\Omega$  con incerteza relativa de 4,3% y  $C = (0.67 \pm 0.07)\mu F$  con incerteza relativa de 10.4%, valores dentro de la cota del error tabulado para SNR menores a '-6dB (VER)'.

### Introducción

Un amplificador lock in es un dispositivo electrónico capaz de extraer la fase y amplitud de una señal de banda angosta medida en un ambiente ruidoso.

El funcionamiento del lock in requiere información de la dependencia temporal de la señal de interés, que es aportada por una señal de referencia. Según la implementación, la señal de referencia puede ser inyectada al lock in de una fuente externa o generada internamente.

El lock in recupera la señal de interés multiplicando a esta por la referencia en fase y cuadratura, y aplicando un filtro pasa bajo al producto de señales. Este proceso es llamado *demodulación coherente*. [4]

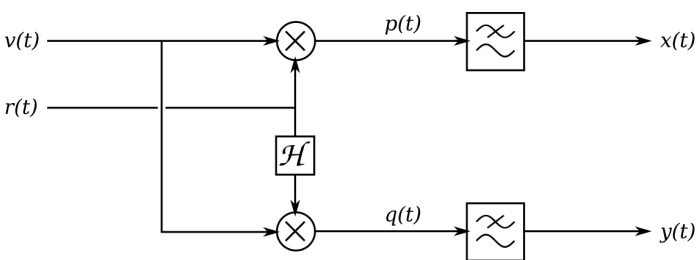


Figura 1: Una señal de entrada  $v(t)$  es inyectada al lock in. Posterior a la demodulación coherente, se extrae la señal de interés  $z(t) = x(t) + jy(t)$

La figura 1 presenta un circuito lock in típico. El bloque transformada de Hilbert para una referencia senoidal corresponde a un desfase de  $90^\circ$ . La señal de salida se obtiene en forma de parte real e imaginaria, pero típicamente se expresa en forma amplitud y fase

$$z(t) = x(t) + jy(t) = R(t)e^{j\Phi(t)}$$

Donde la amplitud y fase se obtienen de las ecuaciones

$$R(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} \quad (1)$$

$$\Phi(t) = \arctan2[x(t), y(t)]$$

Para comprender el comportamiento esperado del demodulador coherente resulta útil visualizar las señales involucradas en el dominio de la frecuencia, análisis que se realiza en la figura 2.

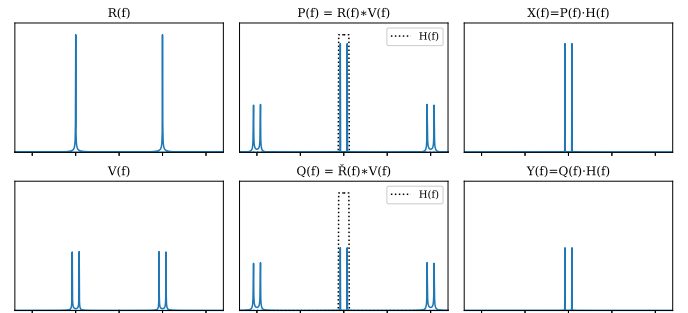


Figura 2: Realización en ausencia de ruido de las señales presentes en la figura 1 representadas en el dominio de la frecuencia, incluida la respuesta en frecuencia del filtro.

La salida  $z(t)$  del demodulador coherente se puede interpretar como la entrada  $v(t)$  transportada a banda base. Por este motivo la frecuencia de corte del filtro pasa bajos se debe elegir tal que acepte el ancho de banda de la señal a medir.

### Implementación

La aplicación del amplificador lock in correspondiente a la práctica realizada es de medición de impedancias.

Esto se realiza midiendo la transferencia de un circuito divisor de tensión con una impedancia incógnita.

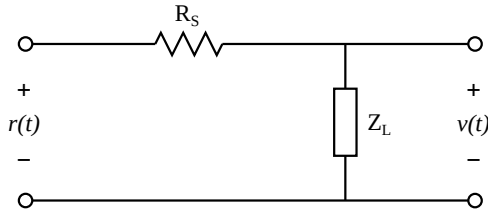


Figura 3: Circuito a medir,  $R_S$  es una resistencia de valor conocido, y  $Z_L$  una impedancia supuesta incógnita.

$$H = \frac{v(t)}{r(t)} = \frac{Z_L}{R_S + Z_L} \rightarrow Z_L = \frac{H}{1-H} R_S \quad (2)$$

La relación  $v(t) = Hr(t)$  con  $H \in \mathbb{C}$  implica que el ancho de banda de la señal a medir puede considerarse arbitrariamente chico.

El filtro elegido fue un FIR por sus ventajas en implementación y diseño respecto al IIR.[2]

- Al no tener polos en su función de transferencia, un FIR es siempre estable.
- La respuesta es de fase constante lo, cual permite conocer su retardo de grupo  $\tau$  según la ecuación

$$\tau = \frac{N-1}{2f_s} \quad (3)$$

- La aplicación de un FIR de respuesta al impulso  $h$  a una señal  $x$  se realiza en una única operación

$$y_i = \sum_{j=0}^N h_j x_{i-j} = [x_i \quad \cdots \quad x_{i-N}] \begin{bmatrix} h_0 \\ \vdots \\ h_N \end{bmatrix}$$

En función de  $\tau$  se decide a partir de que instante registrar valores, tal de medir únicamente en régimen estacionario. Se elije la convención de que el régimen estacionario empieza a  $t \geq 5\tau$ .

Ya que lo que interesa medir en nuestro circuito es transferencia, resulta útil normalizar los valores medidos respecto al valor pico de la referencia, implementando el lock in correspondiente a la figura 4.

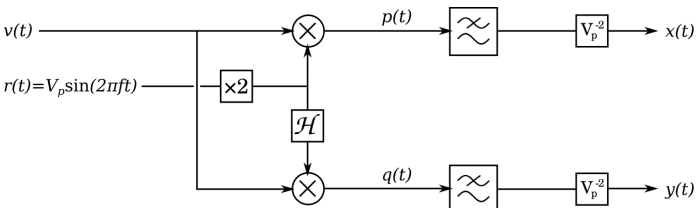


Figura 4: Lock In implmentado para medición de impedancias, usando señales normalizadas.

De esta forma, se independiza la medición de la tensión de alimentación, midiendo directamente la transferencia del circuito. Esta se presenta en el formato módulo y fase dado por la ecuación 1.

## Método Experimental

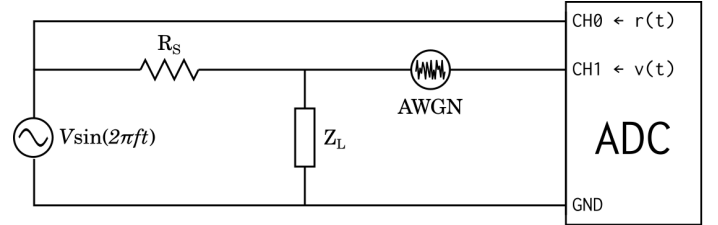


Figura 5: Circuito usado en el experimento. Los generadores de señal son RIGOL DG4102. El conversor analógico digital es Measurement Computing USB-1408FS.

Se ensambla el circuito de la figura 5, eligiendo  $R_S = 470 \Omega$ . Se utilizan dos generadores de señal RIGOL DG4102 para poder generar la señal de referencia y el ruido. Para sumar el ruido a la entrada es necesario flotar la tierra del generador de señal, de lo contrario usará la tierra de la red eléctrica.

Para la adquisición de datos del conversor analógico digital USB-1408FS de Measurement Computing se importa la librería `mcculw`[1], y el lock in digital se implementa en Python.

Armado el circuito se mide la máxima tasa de muestreo  $f_s$ , la cual está condicionada por la comunicación serie entre Python y los canales del ADC. Se mide temporizando y promediando el período de muestreo a máxima frecuencia.

La tasa de muestreo se usa para diseñar los FIR digitales usando `scipy.signal.firwin`, para calcular  $\tau$  a partir de la ecuación 3, y para conocer la máxima frecuencia de señal que se puede medir según el teorema del muestreo Nyquist[3].

Conocido  $\tau$  se registran unicamente los valores estacionarios de la salida, usando la convención de régimen estacionario en  $t \geq 5\tau$ .

En cada ensayo se mantiene un nivel de ruido constante  $N_0$  a 4 V, y se varía la intensidad de la señal de alimentación  $V_p$  a 4 V, 1 V, 0.8 V, 0.6 V, 0.4 V, 0.2 V, disminuyendo de esta forma la relación señal ruido.

En el primer ensayo se elige  $Z_L$  puramente resistiva, optando por  $Z_L = R_L$ , de esta forma se estudia el funcionamiento del lock in ante impedancias reales.

Se estudia el efecto del orden  $N$  del filtro en la efectividad del lock in, repitiendo el experimento para órdenes  $N = 4000$ ,  $N = 2000$ ,  $N = 1000$ .

En el segundo ensayo se fija el orden del filtro en 4000 y se cambia  $Z_L$  por una impedancia capacitiva de capacitancia conocida, estudiando el comportamiento del lock in ante impedancias complejas.

En todos los casos se calcula la impedancia  $Z_L$  con la ecuación 2, obteniendo a partir de ella la resistencia y capacitancia.

## Resultados

Falta analizar que puntos usar de las gráficas y reportar el valor  $RL = (460 \pm 20) \Omega$ ,  $C = (0.67 \pm 0.07) \mu F$

Se determinó una frecuencia de muestreo de 500 Hz, lo cual permitiría trabajar con señales de referencia de hasta 250 Hz según el teorema de muestreo de Nyquist.

Luego se procede al primer ensayo, usando una resistencia supuesta de  $R_L = (470 \pm 24) \Omega$ . Se espera medir una transferencia de  $H = 0,5$ , y se grafica el resultado de las realizaciones en tiempo y frecuencia para validar que el resultado se asemeja al esperado.

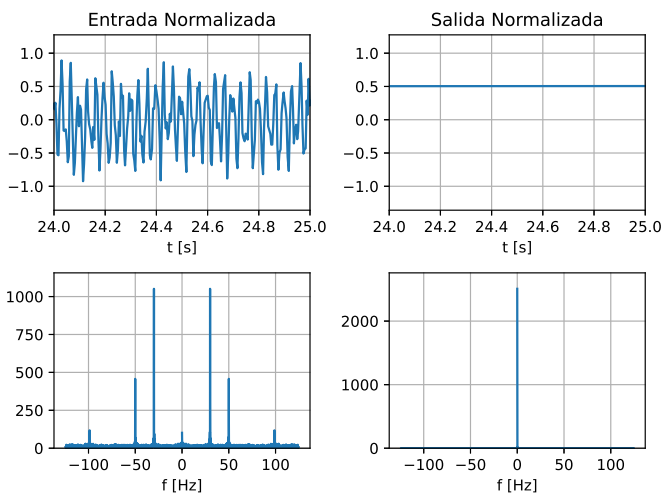


Figura 6: Entrada al lock in normalizada  $v(t)/V_P$  y salida normalizada  $z(t)/V_P$ , que equivale a transferencia del circuito. Esta realización corresponde a orden del filtro  $N = 4000$  y tensión de referencia a  $V_P = 1$  V.

En cada ensayo se midió la SNR usando el método de-

tallado en el apéndice 1, y la resistencia  $R_L = \Re\{Z_L\}$ . Se grafica  $R_L$  en función de la relación señal a ruido en la entrada para tres filtros FIR de distinto orden. Se puede apreciar que el filtro óptimo es el de mayor orden, dado que se utilizan mayor cantidad de mediciones para generar las señales medidas.

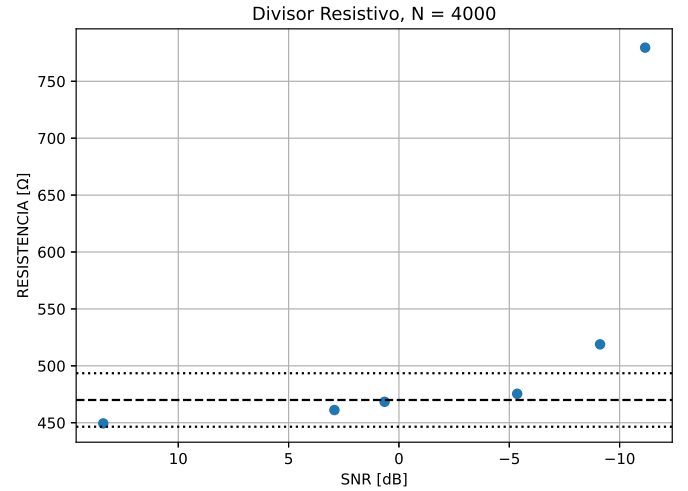


Figura 7: Resistencia de carga  $RL$  obtenida con el lock in en función de la relación señal ruido. Se obtuvo  $RL = (460 \pm 20) \Omega$ .

Para comprobar que el límite de funcionamiento del lock in no está limitado por el orden del filtro elegido sino por la SNR a la entrada se realizaron distintas mediciones sobre el valor  $RL$  (dada la simpleza del circuito) para un valor de SNR a la entrada de -22.5dB para distintos filtros como se explyaya en la figura 8. Se aprecia un valor mas acercado al tabulado cuando se aumenta el orden del filtro, sin embargo está lejos de entrar en la cota del error tabulado, y ésto asegura que el limitante en éste lock in es el ruido a la entrada.

Cabe aclarar que los valores de resistencia que estamos midiendo están dos ordenes de magnitud por de bajo de la impedancias de entrada del adc, y al estar en una conexión en paralelo predomina el valor de la resistencia que deseamos obtener.

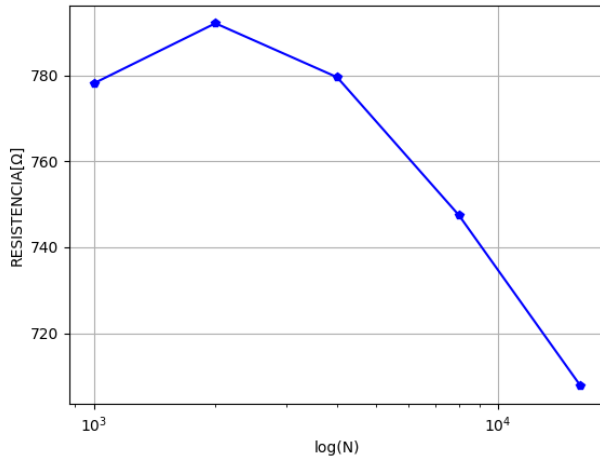


Figura 8: Resistencia de carga  $RL$  obtenida con el lock in en función del orden del filtro empleado para una relación señal ruido de  $-22.5\text{dB}$

Por último se armó el circuito de la figura 9. Con esto se midió el valor de la capacidad  $CL$  para poder comprobar el funcionamiento del lock in en impedancias complejas.

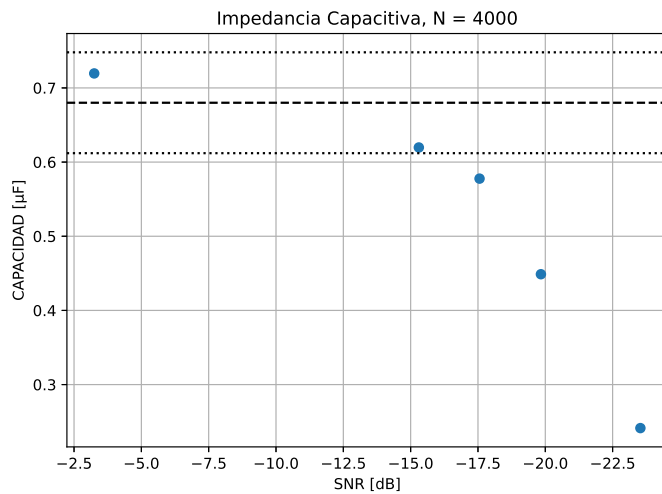


Figura 9: Capacidad de carga  $C$  obtenida con el lock in en función de la relación señal ruido. Se obtuvo  $C = (0.67 \pm 0.07)\mu\text{F}$ .

## Discusión

A la hora de implementar el lock in diseñado se tuvo la limitancia de un valor bajo en la frecuencia de muestreo máxima que permitía el adc utilizado, por lo que se sugiere renovar éste dispositivo para poder tener un mayor rango de funcionamiento.

Se recomienda no realizar mediciones en la que la frecuencia de referencia sea similar a la frecuencia de la red dado que esto introduce un mayor nivel de ruido.

## Conclusiones

Si bien los amplificadores lock in comerciales resuelven mediciones con SNR de 1:1000, es decir  $60\text{dB}$ , se encuentra satisfactorio el rendimiento del lock in digital desarrollado, con una implementación relativamente sencilla.

Se concluye que la mínima SNR de entrada para el correcto funcionamiento del lock in implementado es de aproximadamente unos  $-6\text{dB}$  por ejemplo.

## Referencias

- [1] Measurement Computing. Universal library help, Aug 2020.
- [2] Simon Haykin. *Signals and Systems*, chapter 8.9. John Wiley, 2 edition, 2003.
- [3] Simon Haykin. *Signals and Systems*, chapter 4.6. John Wiley, 2 edition, 2003.
- [4] Zurich Instruments. Principles of lock-in detection and the state of the art, Nov 2016.

# Apéndices

## Apéndice 1 - Medición de SNR de Entrada

A la entrada del lock in se mide  $v(t) = s(t) + n(t)$ . Es de interés para la práctica conocer la relación señal ruido, definida por la relación entre medias cuadráticas

$$SNR = \frac{E[s^2(t)]}{E[n^2(t)]} \quad (4)$$

Sin embargo, se desconocen las componentes individuales  $s(t)$ ,  $n(t)$  únicamente se conoce su suma y la frecuencia de  $s(t)$ .

Esto permite aproximar  $s(t)$  y  $n(t)$  usando filtros muy selectivos a frecuencia central  $f_0$ . Un filtro pasa banda para aproximar  $s(t)$  y uno rechaza banda para aproximar  $n(t)$ , tal como indica la figura 10.

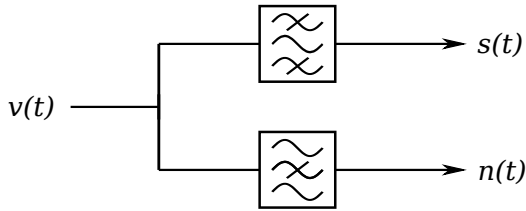


Figura 10: Diagrama lógico de aproximación  $s(t)$  y  $n(t)$

Una realización de este proceso en el dominio de la frecuencia ante una medición de  $v(t)$  se presenta en la figura 11

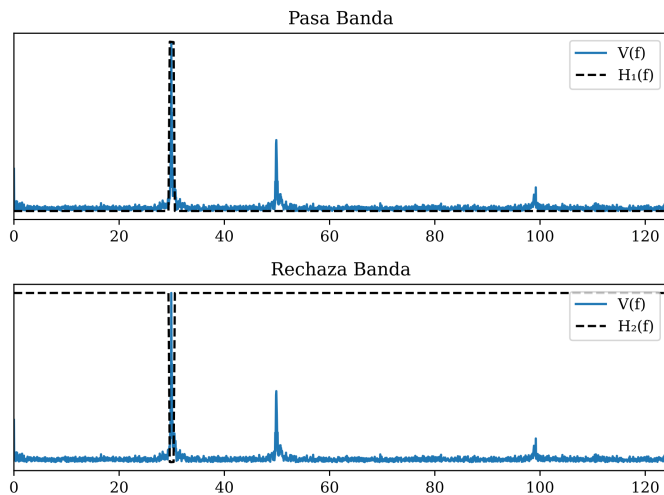


Figura 11: Realización del circuito 10 en el dominio de la frecuencia.

Resulta útil visualizar las señales en el dominio del tiempo para confirmar que el comportamiento del filtro es el esperado, la figura 12 es una realización del proceso con datos medidos experimentalmente.

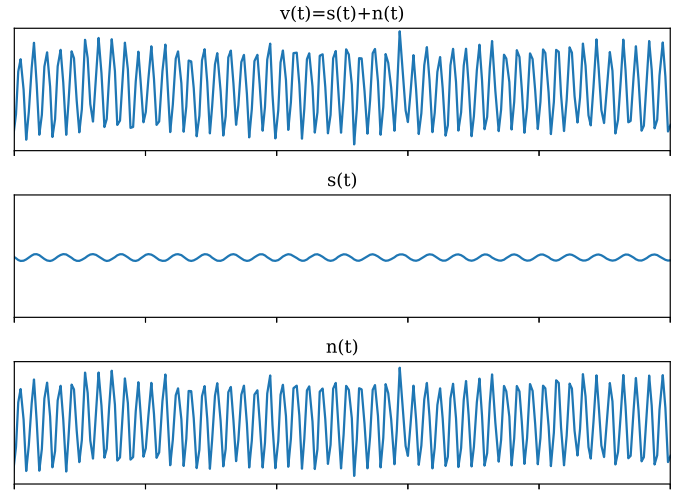


Figura 12: Efecto de la aplicación del circuito 10 a una señal ruidosa.

Las señales resultantes son usadas en la ecuación 4, y el resultado se informa en dB según la expresión

$$SNR_{dB} = 20 \log_{10} \frac{E[s^2(t)]}{E[n^2(t)]} \quad (5)$$