

# LABORATORIO II

## Adaptación de Impedancia en Guía de Onda Rectangular

BERCIC, JERÓNIMO

ROQUETA, MATÍAS DANIEL

Instituto Balseiro, Centro Atómico Bariloche, Comisión Nacional de Energía Atómica

### Resumen

### Introducción

Una guía de ondas electromagnéticas es un dispositivo que se utiliza para restringir la energía de una onda, y que ésta sea propagada en una dirección deseada. De esta manera se puede aprovechar dicha energía de manera más eficiente. Su utilidad es evidente, por ejemplo, en la fabricación de antenas, donde se busca que la propagación sea en una dirección específica y que las pérdidas de información sean mínimas. En la Figura ?? se muestra una guía de ondas electromagnéticas rectangular.



Figura 1: Guía de ondas electromagnéticas rectangular.

Dentro del contexto de éste tipo de guía de ondas, se encuentran los que se conocen como modos  $TE_{mn}$  (Transverse Electric Field) y  $TM_{mn}$  (Transverse Magnetic Field), que se refieren a si la onda transversal a la dirección de propagación es la eléctrica o la magnética, respectivamente,  $m$  es el número de medias-ondas a lo largo de la guía, y  $n$  es el número de medias-ondas a lo alto de la guía. En la Figura ?? se presenta un esquema de una guía de ondas cuyo modo es el  $TE_{10}$ .

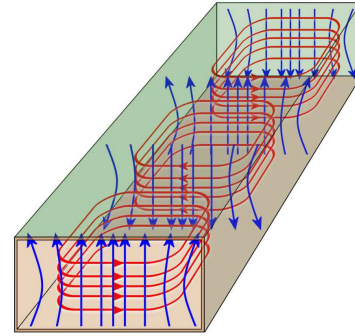


Figura 2: Guía de ondas electromagnéticas con modo  $TE_{10}$ .

El modo de propagación dependerá tanto de las dimensiones de la guía, así como de la frecuencia de la onda propagada.

Para poder caracterizar la guía de ondas, se puede pensar en ella como una línea de transmisión, o sea, una cascada de cuadripolos (Figura ??) distribuidos a lo largo de la línea.

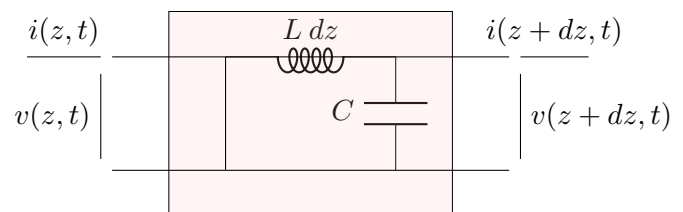


Figura 3: Cuadripolo a disponer en cascada, que caracteriza a una línea de transmisión.

Al igual que una línea de transmisión, las guías de ondas cuentan con una impedancia característica  $Z_0$ , la cual se puede calcular sabiendo la frecuencia  $f$  a la que se propaga la onda, de la siguiente forma

$$Z_0 = \frac{Z_{\text{vacío}}}{\lambda_{\text{vacío}}} = Z_{\text{vacío}} \frac{f}{c} \quad (1)$$

Donde  $Z_{\text{vacío}}$  es la impedancia característica del vacío, igual a  $376,6 \, \Omega$ ,  $\lambda_{\text{vacío}}$  es la longitud de la onda propagada si ésta se propagase en el vacío, y  $c$  es la velocidad

de la luz.

Sabiendo la impedancia característica de la guía de ondas, se puede adaptar a la impedancia del plano de carga  $Z_L$ , y así poder aprovechar de manera más eficiente la energía transmitida. Éste será el caso si  $Z_0$  es igual a  $Z_L$ . Para saber si la guía está adaptada se utiliza el **coeficiente de reflexión**  $\Gamma$ ,

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (2)$$

el cual vale  $\Gamma = -1$  para un corto circuito,  $\Gamma = 1$  para un circuito abierto, y  $\Gamma = 0$  para la guía adaptada.

Otra forma de verificar si la guía está adaptada, es analizando la onda estacionaria que se forma debido a la reflexión de la onda en el plano de carga (Figura 4).



**Figura 4:** Onda estacionaria formada en la guía debido a la reflexión en el plano de carga.

Para ello se define el ROE (razón de onda estacionaria) como

$$\text{ROE} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad (3)$$

Este número también se puede calcular haciendo el cociente entre las amplitudes máxima y mínima de la onda estacionaria, y tiene un rango de

$$1 < \text{ROE} < \infty$$

Cuanto se quiere adaptar la guía, el ROE debe tender a 1.

En este laboratorio, se busca medir las propiedades de la onda estacionaria que se forma bajo distintas condiciones del plano de carga. Además, se busca adaptar la impedancia para ciertas condiciones.

### Adaptación de Impedancia

Suponer que se cuenta con una línea de transmisión semi-infinita terminada con una impedancia de carga normalizada  $z_L$ . De la ecuación ?? se valida que la impedancia está adaptada en  $Z_L = Z_0 \rightarrow z_L = 1$ .

La impedancia de carga varía en función de la distancia  $x$  al plano de carga según la expresión.

$$z(x) = \frac{Z_L + jZ_0 \tan(kx)}{Z_0 + jZ_L \tan(kx)}$$

O bien su expresión equivalente

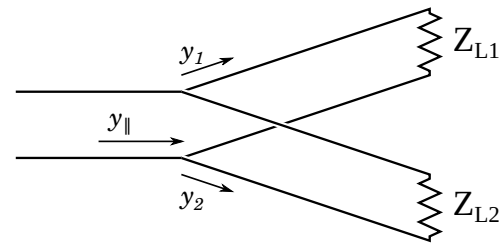
$$z(x) = \frac{1 + \Gamma e^{-j2kx}}{1 - \Gamma e^{-j2kx}}$$

donde  $k = \frac{2\pi}{\lambda_g}$  es el número de onda, y  $j = \sqrt{-1}$ .

Es equivalente trabajar con la admitancia normalizada

$$y(x) = \frac{1}{z(x)} = \frac{1 - \Gamma e^{-j2kx}}{1 + \Gamma e^{-j2kx}}$$

La expresión de la admitancia normalizada permite calcular la admitancia de carga de dos guías en paralelo



**Figura 4:** Paralelo de dos guías de onda, la admitancia de entrada del paralelo cumple  $y_{||} = y_1 + y_2$ .

El método de adaptación de impedancia con stub en paralelo consiste en.

1. Encontrar en la guía un punto  $x = \ell$  tal que la resistencia en  $\ell$  esté normalizada:  $y_1(\ell) = 1 + jb$ .
2. Colocar en  $x = \ell$  una admitancia en paralelo puramente reactiva, de valor  $y_a = -jb$ .

De esta forma se genera a la entrada del paralelo un nuevo plano de carga con admitancia adaptada

$$y'_L = y(\ell) + y_a = 1$$

Métodos para encontrar los valores de  $\ell$  y  $y_a$  se pueden hacer de forma analítica, numérica, o usando el diagrama de Smith.

### Método Experimental

Primero se determina la frecuencia de emisión del diodo emisor  $f$ , se construye una línea de transmisión con guía de onda rectangular conectando en cascada los siguientes elementos, ilustrada en la figura ??

- |                     |                        |
|---------------------|------------------------|
| I Emisor Diodo Gunn | IV Cavity Resonante    |
| II Aislador         | V Antena Detectora     |
| III Atenuador 3 dB  | VI Cortocircuito Móvil |

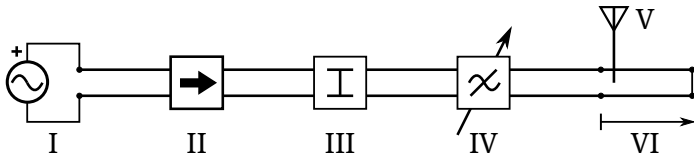


Figura 5: Línea de transmisión para medir frecuencia de emisión. La cavidad resonante actúa como filtro, absorbiendo su frecuencia de resonancia y dejando pasar otras frecuencias.

Se ajusta el cortocircuito móvil hasta detectar un máximo de onda estacionaria con la antena detectora, y se procede a ajustar la frecuencia de resonancia de la cavidad hasta que esta coincida con la frecuencia de emisión del diodo Gunn.

Conociendo la frecuencia de operación del emisor, se procede a caracterizar la longitud de onda  $\lambda_g$  dentro de la guía y su impedancia característica.

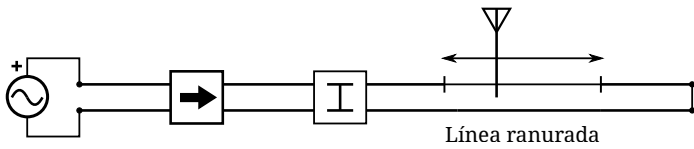


Figura 6: Línea de transmisión para medir longitud de onda. La terminación en cortocircuito provoca una onda estacionaria en la guía, la onda estacionaria se mide con una antena detectora en una línea ranurada.

Una vez conocidas  $\lambda_g$  y  $Z_0$ , se puede proceder a adaptar impedancias. Se construye la línea de transmisión correspondiente a la Figura ??.

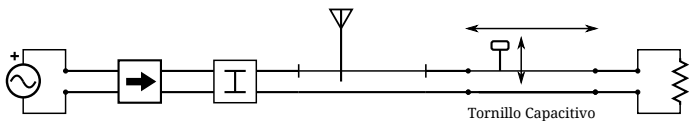


Figura 7: Sistema de adaptación de impedancias para una impedancia de carga  $Z_L$ , un tornillo capacitivo actúa como stub en paralelo.

Se sigue el siguiente procedimiento para la adaptación de impedancia

1. Se mide la onda estacionaria con  $Z_L$  en cortocircuito, referenciando el plano de carga a un mínimo de onda estacionaria.
2. Se cambia  $Z_L$  por una impedancia arbitraria y se mide la onda estacionaria. Se calculan la ROE y el desplazamiento  $\delta$  del plano de carga.
3. Usando la ROE y el desplazamiento del plano de carga para calcular la posición del adaptado  $\ell$

y su admitancia  $y_a$ . Estos cálculos se hacen con el diagrama de Smith<sup>1</sup> y numéricamente con un script Python<sup>2</sup>.

4. Se ajusta la posición y admitancia del adaptador, se mide la onda estacionaria validando la disminución de la ROE ante impedancia adaptada.

Este método de adaptación de impedancia se usa para adaptar un sistema de comunicaciones transmisor-receptor, representado en la figura ??

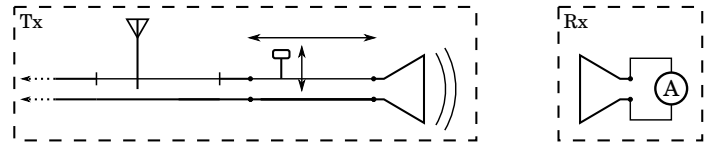


Figura 8: Sistema transmisor-receptor. Tx: línea de la figura ?? con antena de bocina en  $Z_L$ . Rx: detector de señal adaptado con una antena de bocina.

El sistema se adapta con el siguiente procedimiento

1. Se retira el módulo Rx y se mide la ROE, validando que la antena de bocina adapta la impedancia de la guía a la impedancia del espacio libre.
2. Se ubica el módulo Rx a 10 cm del módulo Tx. Se mide la ROE, observando el incremento de la misma respecto a la medición anterior.
3. Se realiza el procedimiento de adaptación de impedancia en presencia del módulo Rx.

Se registra la intensidad de señal medida por Rx antes

## Resultados

Para la frecuencia de trabajo de la fuente, se obtuvo un valor de

$$f = (10,53 \pm 0,05) \text{ GHz}$$

que es indistinguible con el valor provisto por el fabricante  $f_f$ , que corresponde a  $f_f = 10,5 \text{ GHz}$ .

La longitud de onda resultó en

$$\lambda_g = (3,97 \pm ?) \text{ cm}$$

Y la impedancia característica, de la ecuación (1),

$$Z_0 = (525,6 \pm ?) \Omega$$

Para la placa de cobre en el plano de carga, se muestra el perfil de la onda en la Figura ??,

<sup>1</sup>Apéndice 1

<sup>2</sup>Apéndice 2

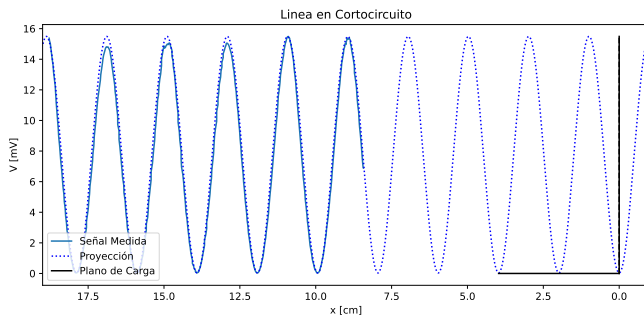


Figura 9: Perfil de la onda para el caso en que el plano de carga es una placa de cobre. En azul continuo se muestra la curva de los datos obtenidos, en azul punteada, la continuación analítica de la función. La línea negra vertical representa la posición del plano de carga.

Se obtuvo, para este caso, un ROE de

$$\text{ROE} = 455 \pm ?$$

Para el caso de una antena de bocina en el plano de carga, se presenta el perfil de la onda en la Figura ??.

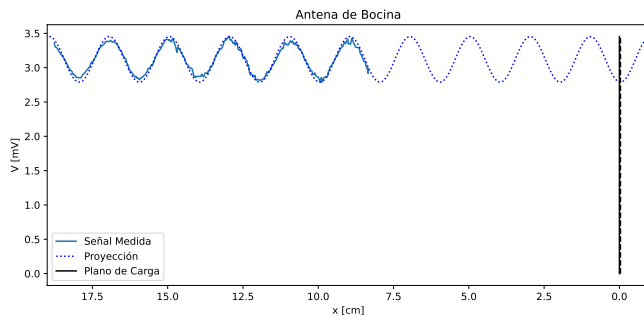


Figura 10: Perfil de la onda para el caso en que el plano de carga es una antena de bocina. En azul continuo se muestra la curva de los datos obtenidos, en azul punteada, la continuación analítica de la función. La línea negra vertical representa la posición del plano de carga.

Se midió un valor para el ROE de

$$\text{ROE} = 1,24 \pm ?$$

Y un valor de  $\delta$  de

$$\delta = -0,008\lambda_g$$

### Adaptación de Impedancia con la antena detectora

Con la antena detectora colocada a 10 cm de la antena de bocina, se obtuvo un valor para el ROE de

$$\text{ROE} = 13,3 \pm ?$$

y un  $\delta$  es de

$$\delta = 0,6\lambda_g$$

Con estos datos, utilizando el diagrama de Smith se pudo ver que la admitancia del adaptador es de

$$y_a = 3,4j$$

y que la distancia del plano de carga al adaptador es

$$l = 7,8 \text{ cm}$$

Por último, se tuvo que fijar con qué profundidad había que insertar el adaptador en la guía de onda,

$$s = ?$$

Se presenta en la figura x, el perfil de la onda desadaptada en contraste con el perfil de la onda adaptada,

fig

Y, en la Figura x, se grafica el voltaje medido por la antena con la guía desadaptada, y el voltaje medido por la guía adaptada.

fig

## Discusión

Se ve que el ROE para el caso de la placa de cobre en el plano de carga es tres ordenes de magnitud mayor que el ROE para el caso del aire. Esto se debe a que el caso de la placa de metal, asemeja un corto circuito, por lo tanto hay mayor reflexión para el caso del aire, que asemeja un circuito abierto.

También se ve que, el ROE de valor más bajo fue para el caso de la corneta. Esto se debe a que, por la forma que tiene ésta, la onda se ve disipada al salir de la guía, similar a una placa acústica, y por eso la corneta es el caso mejor adaptado de los tres.

Se observa además, que el ROE de la onda cuando la antena receptora se encuentra a continuación del plano de carga, es mayor que el ROE de la onda cuando ésta no se encuentra colocada. Esto quiere decir, que el hecho de colocar la antena produce una reflexión de la señal, y esta se ve reflejada dentro de la guía.

Se puede notar que, luego de la adaptación de la guía con la antena detectora colocada, una disminución en el ROE, indicando que la adaptación fue exitosa. Además, el voltaje medido por la antena, se ve incrementado luego de la adaptación, o sea que mayor señal está siendo transmitida, como era de esperar.

## Conclusiones

# Apéndices

## Apéndice 1 - Resolución Numérica con Python

Se registra un vector de mediciones experimentales de la onda estacionaria  $[x, v]$ , de estos datos se extraen

$$v_{\max} = \max(v) \quad v_{\min} = \min(v)$$

Los datos se ajustan a la función ?? que aproxima el perfil de la onda estacionaria, de carácter  $\frac{\lambda_g}{2}$ -periódico.

$$v = A_0 - A \cos(2kx - \phi) \quad (4)$$

Donde  $A$  y  $A_0$  se calculan a partir de  $v_{\max}$  y  $v_{\min}$ , y  $k = \frac{2\pi}{\lambda_g}$ , dejando a  $\phi$  como parámetro de ajuste.

A partir de estos datos se calculan la razón de onda estacionaria y el desplazamiento del plano de carga

$$\text{ROE} = \frac{v_{\max}}{v_{\min}} \quad \delta = \frac{\phi}{2\pi} \frac{\lambda_g}{2}$$

Notar que el valor de  $x = \delta$  es el que minimiza la función de ajuste ?. A continuación el procedimiento es equivalente al procedimiento gráfico realizado con el diagrama de Smith, presentado en el Apéndice 2.

A partir de la ROE y  $\delta$ , se calcula el coeficiente de reflexión  $\Gamma = |\Gamma| e^{j\phi_r}$  a partir de su módulo y fase

$$|\Gamma| = \frac{\text{ROE} - 1}{\text{ROE} + 1} \quad \phi_r = \pi - 2k\delta$$

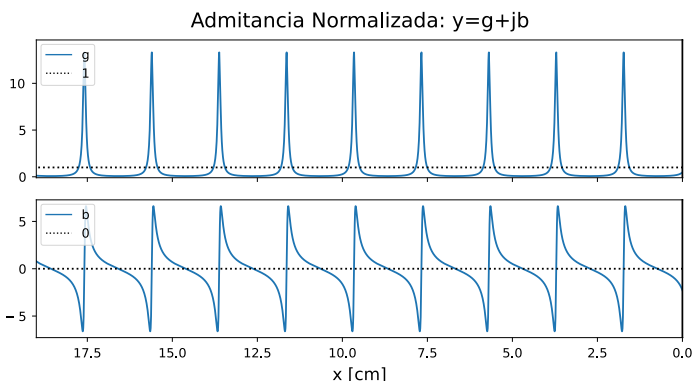


Figura 11: Gráfico superior: Conductancia normalizada y recta  $g = 1$ , intersecciones con la recta  $g = 1$  son candidatos a adaptación de impedancia. Gráfico inferior: Suseptancia normalizada y recta  $b = 0$ , suseptancias negativas son inductivas y suseptancias positivas son capacitivas.

Teniendo el valor de  $\Gamma$  se expresa la admitancia normalizada en función de la distancia al plano de carga a partir de la ecuación ?. La admitancia se grafica en su parte real e imaginaria y se presenta en la figura ??

Se define un margen de tolerancia  $\epsilon = 0,01^3$ , y se itera sobre los índices  $i$  de  $y$ , seleccionando aquellos que cumplen las siguientes condiciones

- La conductancia normalizada es igual a 1 dentro del margen de tolerancia

$$1 - \epsilon \leq \text{np.real}(y[i]) \leq 1 + \epsilon$$

- Debido a que el stub en paralelo es capacitivo, la suseptancia en la guía necesita ser inductiva

$$\text{np.imag}(y[i]) < 0$$

A partir de los índices  $i$  que cumplen estas dos condiciones simultaneamente se obtienen la posición  $\ell$  del adaptador capacitivo y la admitancia de este  $y_a$

$$\ell = x[i] \quad y_a = -\text{np.imag}(y[i])$$

Se informan el valor de  $y_a$  y los posibles valores que puede tomar  $\ell$ , estos además se grafican junto a la admitancia normalizada en la figura ??

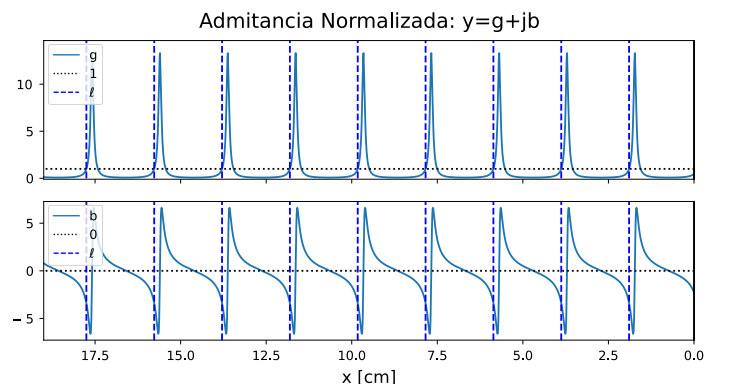


Figura 12: Gráfico ?? arregando en línea punteada vertical las posibles ubicaciones en la guía que puede tomar un adaptador de impedancias capacitivo.

<sup>3</sup>Se define un margen de tolerancia debido al error de discretización