

Fundamentos de Comunicaciones Inalámbricas - TP N°2

Matías Roqueta - Instituto Balseiro, Centro Atómico Bariloche

1 Introducción

En este trabajo práctico vamos a simular y estudiar los modelos estadísticos de un canal inalámbrico, un ejemplo de tal canal ilustrado en la Figura 1.

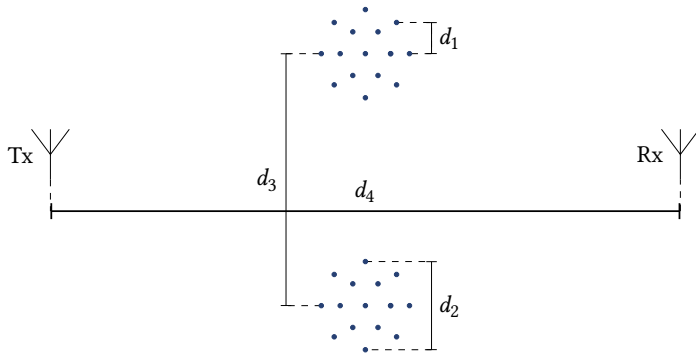


Figura 1: Canal inalámbrico de múltiples caminos entre un transmisor y un receptor en presencia de un número arbitrario de reflectores distribuidos en *clusters*.

Las distancias características del canal, d_1 , d_2 , d_3 , y d_4 , son de los siguientes órdenes de magnitud

- Distancia media entre reflectores en un cluster: $d_1 \sim 1$ m
- Diámetro medio de los clusters: $d_2 \sim 10$ m
- Distancia media entre los clusters: $d_3 \sim 100$ m
- Distancia entre transmisor y receptor: $d_4 \sim 1$ km

Para la simulación se cuenta con una librería de funciones relevantes a la tarea, detalladas en el Apéndice 1 (Sección 7).

2 Especificación del Canal

Se definen primero las posiciones del emisor Tx y el receptor Rx, fijas y del orden de 1 km.

```
posTx = (0, 0)
posRx = (1000, 0)
```

A continuación se definen aleatoriamente las posiciones de 5 clusters dentro de un círculo de radio de 250 m centrado en el punto medio entre Tx y Rx.

```
R = 200
```

```
Cs = [posRx.+R.*p for p in [( 0.5, 1.0),
                           ( 1.0,-0.5),
                           (-0.5,-1.0),
                           (-1.0, 0.5)]]
```

Cada cluster tendrá 20 reflectores distribuidos uniformemente en un radio de 25 m.

```
Ns = 20 .+ zeros(size(Cs)) .|> Int
Rs = 10 .+ zeros(size(Cs))
```

```
S, Ss = Lib.genScatt(Ns, Rs, Cs)
```

Graficamos el canal resultante, obteniendo la Figura 2.

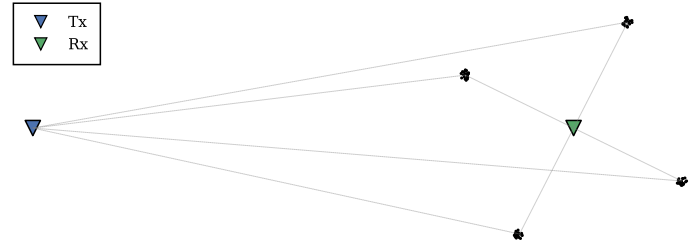


Figura 2: Realización del canal inalámbrico aleatorio

En la figura se grafican en línea punteada los posibles caminos $Tx \rightarrow \text{reflector} \rightarrow Rx$. Se calculan las longitudes de los caminos y se presenta su histograma en la Figura 3.

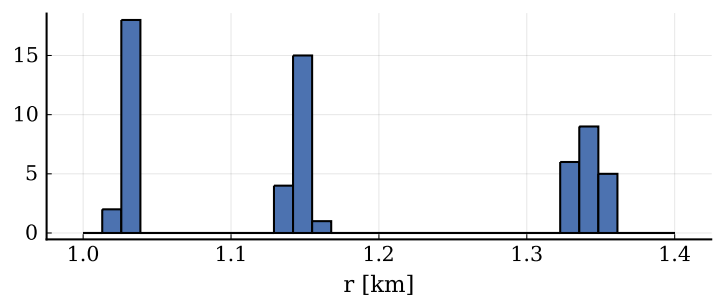


Figura 3: Distribución de longitud de caminos presentes en la realización del canal vista en la Figura 2

3 Anchos de banda $W_1 < W_2 < W_3$

Proponga $W_1 < W_2 < W_3$ tal que:

1. Toda la información del canal esté concentrada en un único tap
2. El sistema pueda resolver los clusters pero no los caminos que los conforman
3. El sistema pueda resolver buena parte de los caminos en cada cluster

Para encontrar tales anchos de banda, hacemos uso del ancho de banda de coherencia, relacionado con el *delay spread* T_s del canal según

$$W_C \sim \frac{1}{T_s}$$

En donde T_s es proporcional a la diferencia entre el camino más largo y el más corto del canal. En base a esto encontramos los delay spread en función de las distancias de los caminos, usando las siguientes distancias

- Vector de todas las distancias que constituyen el canal, graficadas en la Figura 3.
- Vector de distancias que constituyen al canal considerando cada cluster como un reflector puntual.
- Vector de todas las distancias que constituyen el canal, agrupadas según el cluster a que pertenecen.

```
dst = Lib.genDists(S, posTx, posRx)
dstC = Lib.genDists(Cs, posTx, posRx)
dstS = [Lib.genDists(s, posTx, posRx)
        for s in Ss]
```

En función de las distancias, calculamos dos anchos de banda de coherencia característicos, W_{C1} y W_{C2} .

- W_{C1} : AB de coherencia considerando cada cluster como un reflector puntual
- W_{C2} : AB de coherencia medio de un único cluster, ignorando los demás clusters

```
Wc1 = 1 / Lib.delaySpread(dstC)
Wc2 = mean(1. / Lib.delaySpread.(dstS))
```

Se obtienen así los siguientes anchos de banda de coherencia: $W_{c1} = 0.75$ MHz, $W_{c2} = 3.91$ MHz

En base a esto, la consigna se cumple eligiendo

- $W_1 < W_{C1} < W_2 < W_{C2} < W_3$

Para cumplir esos requisitos se eligen los siguientes anchos de banda: $W_1 = 0.08$ MHz, $W_2 = 3.52$ MHz, $W_3 = 39.11$ MHz.

Se considera una frecuencia central de 1 GHz, y en esta primera instancia se consideran atenuaciones $a_i = 1$ para todos los caminos.

```
a_i = 1 .+ zeros(size(dst))
```

Y se procede a analizar la respuesta al impulso del canal para los tres anchos de banda elegidos.

3.1 Ancho de Banda W_1

Se genera la respuesta al impulso del canal a un ancho de banda W_{c1} en su versión analógica y digital, obteniendo la Figura 4. Asimismo se calcula la respuesta en frecuencia correspondiente, obteniendo la Figura 5.

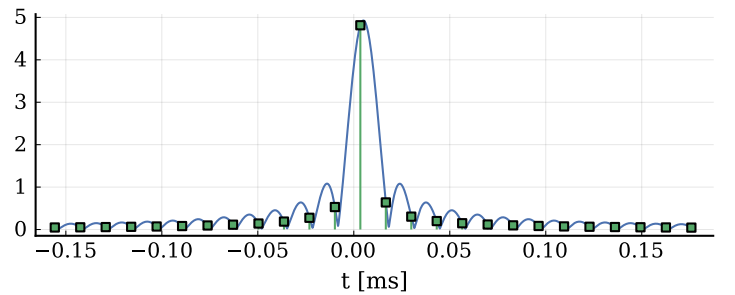


Figura 4: Respuesta al impulso del canal para el ancho de banda W_1 en su versión analógica y digital

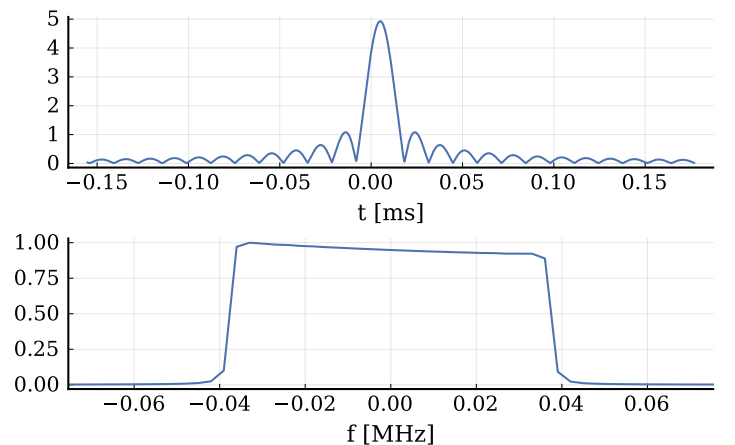


Figura 5: Respuesta al impulso del canal analógico y su correspondiente respuesta en frecuencia para el ancho de banda W_1

Se observa a partir de la Figura 5 que el canal tiene una respuesta en frecuencia plana, correspondiente al comportamiento esperado de un canal con *flat fading*.

3.2 Ancho de Banda W_2

Se repite el análisis para la misma realización del canal ahora usando un ancho de banda W_2 , obteniendo la Figura 6 y Figura 7.

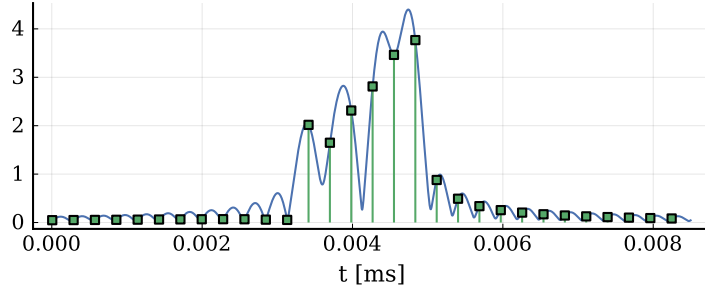


Figura 6: Respuesta al impulso del canal para el ancho de banda W_2 en su versión analógica y digital

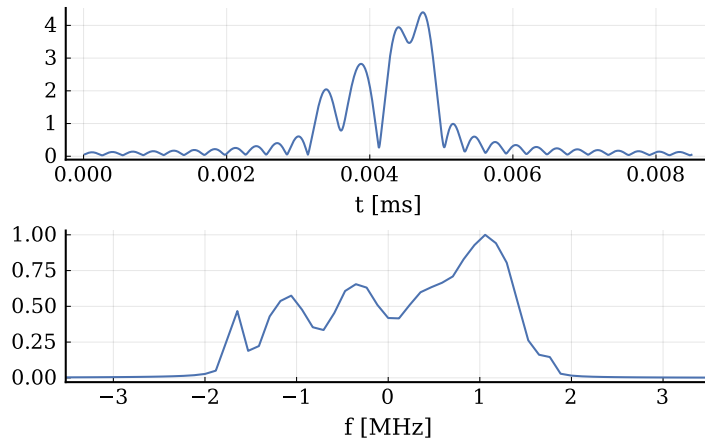


Figura 7: Respuesta al impulso del canal analógico y su correspondiente respuesta en frecuencia para el ancho de banda W_2

Se observa en la Figura 7 que a este ancho de banda el canal deja de tener una respuesta en frecuencia plana. Es decir, el canal deja de tener *flat fading* y pasa a ser un canal selectivo en frecuencia.

3.3 Ancho de Banda W_3

Finalmente se repite el ensayo para el ancho de banda W_3 , obteniendo la Figura 8 y Figura 9.

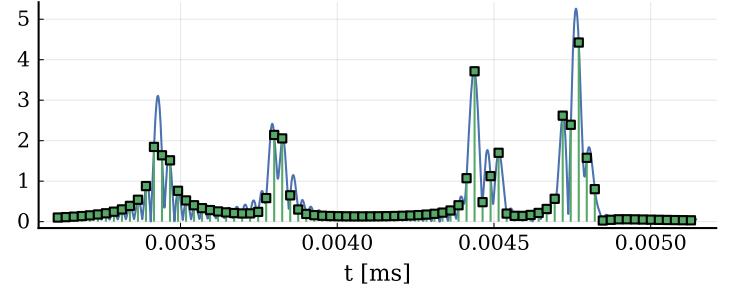


Figura 8: Respuesta al impulso del canal para el ancho de banda W_3 en su versión analógica y digital

Se aprecian en la Figura 8 múltiples picos correspondiendo a los varios reflectores, agrupados según el cluster al que pertenecen.

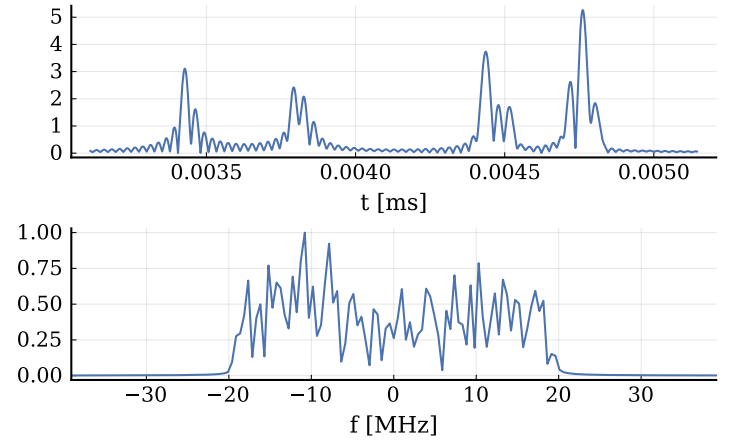


Figura 9: Respuesta al impulso del canal analógico y su correspondiente respuesta en frecuencia para el ancho de banda W_3

Esto se refleja en un comportamiento de selectividad en frecuencia más pronunciado, apreciable en la Figura 9.

4 Canal Rayleigh

A continuación se verificará empíricamente que el canal con *flat fading* correspondiente a la Figura 4, tiene comportamiento de canal Rayleigh. Este tipo de canal se caracteriza por la distribución de su tap central h_0

$$h_0 \sim \mathcal{CN}(0, \sigma) \implies \begin{aligned} |h_0| &\sim \text{Rayleigh}(\sigma) \\ \phi_{h_0} &\sim \mathcal{U}(0, 2\pi) \end{aligned} \quad (1)$$

La verificación se consigue haciendo múltiples realizaciones del canal y registrando el valor del tap central.

```
hs = Lib.simulateFlatFade(4000; params...)
abs_hs, arg_hs = abs.(hs), angle.(hs)
```

Los datos se ajustarán a una distribución Rayleigh para validar la propiedad de canal. Para estimar el valor del parámetro característico de la distribución σ se usará el estimador de máxima verosimilitud

$$\hat{\sigma}_{ML} = \sqrt{\frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N x_i^2} \quad (2)$$

Se obtiene el valor del estimador $\sigma = 6.25$ y se utiliza para instanciar una distribución Rayleigh con ese parámetro.

```
est = sqrt(sum(abs_hs.^2)./(2*length(abs_hs)))
ray = Rayleigh(est)
```

Por otra parte la distribución esperada de la fase ya es conocida a priori, es la distribución uniforme de $-\pi$ a π . No hace falta estimar ningún parámetro y la distribución se instancia directamente.

```
uni = Uniform(-pi, pi)
```

La pdf obtenida se compara con el histograma normalizado obtenido obteniendo la Figura 10, se observa que la distribución estimada se ajusta muy bien a los datos empíricos.

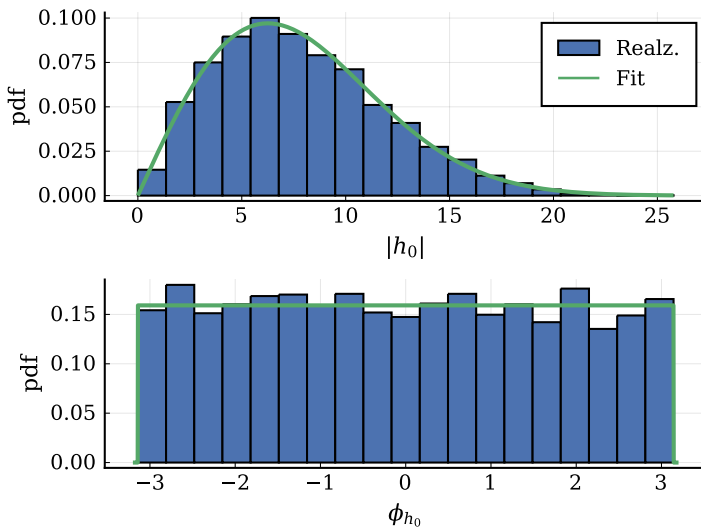


Figura 10: Histogramas normalizados de módulo y fase del tap central sobre varias realizaciones del canal con *flat fading*, comparados con las correspondientes distribuciones esperadas.

5 Canal Rician

A continuación se estudia el caso en el que existe un camino principal que contiene κ veces la energía de la sumatoria de todos los demás caminos (factor K). En este caso se espera que el canal sea canal Rician, cumpliendo la siguiente distribución de h_0

$$h_0 \sim \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}} \sigma e^{k\theta} + \sqrt{\frac{1}{\kappa+1}} \mathcal{CN}(0, \sigma) \Rightarrow \begin{aligned} |h_0| &\sim \text{Rice}(\nu, \sigma) \\ \phi_{h_0} &\sim \mathcal{U}(0, 2\pi) \end{aligned} \quad (3)$$

Para esto se cuenta con una función que modifica las atenuaciones a_i para generar un camino especular según algún parámetro K

```
k = 1
a2_i = Lib.toRician(a_i, k)
```

Y con el nuevo vector de atenuaciones se simula el canal *flat fading* de la misma forma que en caso Rayleigh

```
params = (params..., a_i = a2_i)
hs = Lib.simulateFlatFade(4000; params...)
abs_hs, arg_hs = abs.(hs), angle.(hs)
```

La distribución Rician se caracteriza por sus parámetros ν y σ , pero también se puede caracterizar por el parámetro de forma K y el parámetro de escala Ω . Si se cuenta con esos parámetros, se pueden obtener ν y σ según las expresiones

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\frac{\Omega}{2(K+1)}} \\ \nu &= \sigma\sqrt{2K} \end{aligned} \quad (4)$$

Trabajar con estos parámetros es muy fácil en nuestro caso ya que el parámetro K es el mismo parámetro K de nuestro canal Rician, y Ω es el segundo momento de la distribución.

$$\Omega = \nu^2 + 2\sigma^2 = E[|h_0|^2] \quad (5)$$

Utilizando estas ecuaciones es que se instancia la distribución Rician que espera que se ajuste a los resultados de la simulación.

```
omega = mean(abs_hs.^2)
sigma = sqrt(omega/(2*(k+1)))
nu = sigma*sqrt(2*k)
ric = Rician(nu, sigma)
```

Tal como en el caso Rayleigh, se grafican los histogramas de $|h_0|$ y se comparan con las distribuciones esperadas, obteniendo la Figura 11. Se omiten los gráficos de la fase, pero estos también resultan consistentes con la distribución uniforme

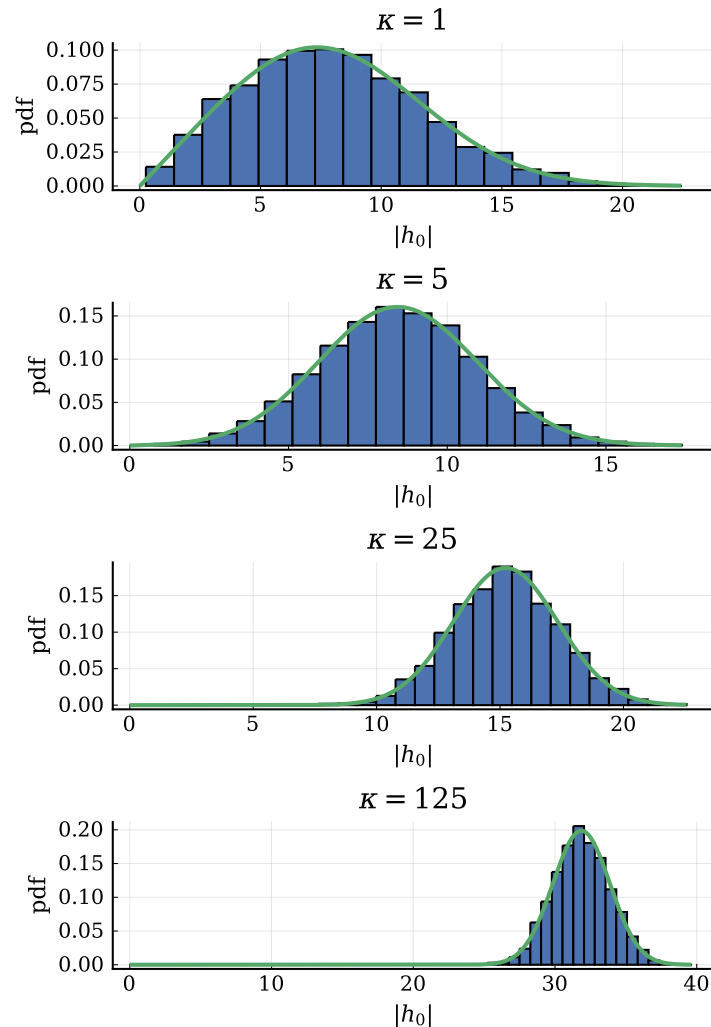


Figura 11: Distribuciones del módulo del tap central sobre varias realizaciones del canal Rician para diversos valores del factor K.

6 Fuerza del Canal

```
xmin, xmax = posRx[1].+(-1,1).*0.8.*R
ymin, ymax = posRx[2].+(-1,1).*0.8.*R
```

(-160.0, 160.0)

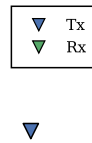


Figura 12: Realización del canal inalámbrico aleatorio

7 Apéndice 1 - Documentación

clust = genClust(N; minR, minDist)

Genera un cluster de N posiciones uniformemente distribuidas en un círculo de diámetro unitario. Retorna un vector de tuplas (x,y).

El parámetro opcional minR indica una distancia mínima al centro del cluster que deben tener los elementos.

El parámetro opcional minDist indica una distancia mínima a otros elementos que deben tener los elementos.

S, Ss = genScatt(Ns, Rs, Cs)

Genera una distribución de reflectores organizados en clusters definidos por los vectores Ns, Rs, Cs de la siguiente forma

Ns[i] número de reflectores en el cluster i-ésimo

Rs[i] radio del cluster i-ésimo

Cs[i] coordenadas del centro del cluster i-ésimo

Retorna S un vector de tuplas (x, y) representando las posiciones de los reflectores, y un vector de vectores Ss representando las posiciones de los reflectores agrupados en sus respectivos clusters.

dists = genDists(S, posTx, posRx)

Recibe un vector de tuplas S representando las posiciones (x, y) de reflectores, y dos tuplas posTx y posRx representando las posiciones de un emisor y receptor.

Retorna un vector con las distancias de todos los posibles caminos entre el emisor y el receptor.

Ds = delaySpread(Dsts)

Recibe como parametro un vector dists de distancias (en metros) y retorna el delay spread Td (en segundos) entre esas distancias.

hl, tt = genhl(Dsts, fc, W, a_i, oversample, margin)

Esta funcion produce la respuesta impulsiva discreta equivalente banda base del canal correspondiente a todos los caminos con distancias dadas por el vector Dsts con atenuaciones a_i, a una frecuencia central fc y un ancho de banda W. Recibe los siguientes parámetros opcionales:

oversample: Un parametro que debe ser un número entero mayor o igual a 1 y que sirve para generar puntos intermedios entre las muestras (para simular el comportamiento “analogico” del canal)

margin: la respuesta se calcula para floor(margin)/2 muestras anteriores al primer eco (o camino) recibido del canal e idem para el ultimo recibido.