

TESIS CARRERA DE DOCTORADO EN FÍSICA

CRITERIOS BÁSICOS PARA LA PRESENTACIÓN DE LA TESIS EN EL INSTITUTO BALSEIRO TANTO DE DOCTORADO COMO DE MAESTRÍA

J. Autor
Doctorando

Dr. J. Director
Director

Dr. J. Otro más
Co-director

Miembros del Jurado

Dr. J. J. Jurado (Instituto Balseiro)
Dr. Segundo Jurado (Universidad Nacional de Cuyo)
Dr. J. Otro Jurado (Univ. Nac. de LaCalle)
Dr. J. López Jurado (Univ. Nac. de Mar del Plata)
Dr. U. Amigo (Instituto Balseiro, Centro Atómico Bariloche)

6 de Marzo de 2024

Colisiones Atómicas – Centro Atómico Bariloche

Instituto Balseiro
Universidad Nacional de Cuyo
Comisión Nacional de Energía Atómica
Argentina

A mi familia

A mis amigos

A todos los que me conocen

A toda esa otra gente que no

Índice de símbolos

Índice de contenidos

Índice de símbolos	v
Índice de contenidos	vii
Índice de figuras	ix
Índice de tablas	xi
Resumen	xiii
Abstract	xv
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Objetivos	1
1.3. Organización de la Tesis	1
2. Transmisión OFDM en Estándar IEEE 802.11a	3
2.1. Símbolo OFDM	3
2.1.1. Duración Temporal del Símbolo	4
2.1.2. Definición de Subportadoras	5
2.1.3. IFFT	5
2.1.4. Prefijo Cíclico	6
2.2. Estructura de la PPDU	7
2.3. PHY Preamble	7
2.3.1. Símbolo Corto de Entrenamiento	8
2.3.2. Símbolo Largo de Entrenamiento	9
2.4. Resumen del Capítulo	10
3. Métodos de Sincronismo	11
3.1. Sincronismo en OFDM	11
3.1.1. Sincronismo en Tiempo	11
3.1.2. Sincronismo en Frecuencia	12

3.2. Banco de Correladores	13
3.2.1. Estimación con una única referencia	13
3.2.2. Estimación de error en frecuencia	14
3.2.3. Implementación en LabVIEW	16
3.3. Método <i>Delay and Correlate</i>	16
3.3.1. Principio del Método	16
3.3.2. Implementación en LabVIEW	16
4. Problema de Detección	17
4.1. Formulación del problema	17
4.2. Definición de Hipótesis	17
4.2.1. Definición de Relación Señal a Ruido	18
4.3. Selección del Estadístico	18
4.3.1. Regla de Decisión	19
4.4. En caso de Hipótesis 0 cierta	19
4.5. En caso de Hipótesis 1 cierta	20
4.6. Estimación del Varianza del Ruido	21
A. Ejemplo de apéndice: El problema de la medida	25
Bibliografía	27
Publicaciones asociadas	29
Agradecimientos	31

Índice de figuras

2.1. Asignación de números según sus índices a subportadoras que constituyen un símbolo OFDM.	5
2.2. Esquema de aplicación de IFFT de 64 puntos a una descripción en subportadoras de un símbolo OFDM.	5
2.3. Esquema de aplicación de IFFT de 128 puntos a una descripción en subportadoras de un símbolo OFDM.	6
2.4. Diagrama de aplicación de intervalo de guarda (prefijo cíclico) a un símbolo OFDM.	6
2.5. Estructura de alto nivel de una PPDU según es definida en el estándar IEEE 802.11.[1]	7
2.6. Diagrama de aplicación de intervalo de guarda (prefijo cíclico) a una secuencia de entrenamiento del preámbulo.	8
2.7. Asignación de subportadoras para la construcción del símbolo corto de entrenamiento.	8
2.8. Secuencia de entrenamiento de símbolos cortos en el dominio temporal.	9
2.9. Asignación de subportadoras para la construcción del símbolo largo de entrenamiento.	9
2.10. Secuencia de entrenamiento de símbolos largos en el dominio temporal.	10
3.1. Secuencia de entrenamiento de símbolos cortos en el dominio temporal.	11
3.2. Secuencia de entrenamiento de símbolos cortos en el dominio temporal.	12
3.3. Secuencia de entrenamiento de símbolos cortos en el dominio temporal.	13
3.4. Secuencia de entrenamiento de símbolos cortos en el dominio temporal.	14
3.5. Secuencia de entrenamiento de símbolos cortos en el dominio temporal.	15
3.6. Secuencia de entrenamiento de símbolos cortos en el dominio temporal.	15
A.1. Una figura con algunos puntos experimentales y curva de datos teóricos	26

Índice de tablas

2.1. Tabla de parámetros temporales y sus fórmulas en función del parámetro Δ_F , el espaciamiento entre subportadoras.	4
2.2. Tabla de valores temporales según el espaciamiento entre canales admitidos por el estándar IEEE 802.11.	4

Resumen

Este es el resumen en castellano.

La tesis debe reflejar el trabajo desarrollado, mostrando la metodología utilizada, los resultados obtenidos y las conclusiones que pueden inferirse de dichos resultados.

Palabras clave: FORMATO DE TESIS, LINEAMIENTOS DE ESCRITURA, INSTITUTO BALSEIRO

Abstract

This is the title in English:

The thesis must reflect the work of the student, including the chosen methodology, the results and the conclusions that those results allow us to draw.

Keywords: THESIS FORMAT, TEMPLATES, INSTITUTO BALSEIRO

Capítulo 1

Introducción

“Hablaban siempre de dinero y planeaban asaltar un banco”

— Domingo Cavallo, 2001

1.1. Antecedentes

1.2. Objetivos

1.3. Organización de la Tesis

Capítulo 2

Transmisión OFDM en Estándar IEEE 802.11a

En la sección 17.3 del estándar IEEE 802.11[1] se definen las especificaciones a nivel físico de la transmisión por señales OFDM. El estándar define las técnicas utilizadas para traducir los datos provenientes de capas superiores a formas de ondas que se transmitirán por el medio inalámbrico utilizando OFDM, así como los métodos utilizados para asegurar que el receptor sea capaz de reconocer e interpretar las señales transmitidas.

En este capítulo se resumen los aspectos del estándar IEEE 802.11 relevantes para el desarrollo del proyecto, partiendo de la descripción de la unidad fundamental de la señal, el símbolo OFDM.

Una vez definido el símbolo OFDM, se procede a describir la estructura del mensaje que se transmitirá por el medio inalámbrico, que recibe el nombre de PPDU por sus siglas en inglés.

Finalmente se detalla la primer parte de la PPDU, llamada preámbulo. El preámbulo cumple la función de facilitar la detección y el sincronismo de la señal en el receptor, por lo que es de especial importancia para este proyecto.

2.1. Símbolo OFDM

El símbolo OFDM es la unidad fundamental transmitida en OFDM. La construcción del mismo se basa en especificaciones tanto en el dominio de la frecuencia como en el dominio del tiempo.

Un símbolo OFDM es una descripción de 48 números complejos resultantes de determinada constelación de modulación (el estándar admite BPSK, QPSK, 16-QAM, o 64-QAM) que describen las componentes en frecuencia de una forma de onda.

Las componentes en frecuencia se transforman al dominio del tiempo en una ventana

temporal de duración definida por el estándar.

2.1.1. Duración Temporal del Símbolo

El estándar define, en función del espacio entre subportadoras, varios tiempos de interés. En particular, los parámetros de interés se describen en la tabla 2.1, así como las fórmulas usadas para calcularlos en función de los demás parámetros.

Parámetro	Significado	Fórmula
T_{FFT}	Duración de los intervalos de IFFT y FFT.	$1/\Delta_F$
T_{GI}	Intervalo de guarda para los símbolos OFDM.	$T_{FFT}/4$
T_{SYM}	Duración de un símbolo OFDM.	$T_{GI} + T_{FFT}$
T_{GI2}	Intervalo de guarda para los campos del preámbulo.	$T_{FFT}/2$
T_{SHORT}	Duración de la primera secuencia de entrenamiento.	$10 \times T_{FFT}/4$
T_{LONG}	Duración de la segunda secuencia de entrenamiento.	$T_{GI2} + 2 \times T_{FFT}$

Tabla 2.1: Tabla de parámetros temporales y sus fórmulas en función del parámetro Δ_F , el espaciado entre subportadoras.

El parámetro del cual surgen los otros, el espacio entre subportadoras Δ_F , depende del espaciado entre los canales en el dominio de la frecuencia. El espaciado entre subportadoras es una 64-ava parte del espaciado entre canales.

En el funcionamiento típico, los canales están espaciados 20 MHz, pero el sistema admite operación en modo *half-clocked*, con espaciado de 10 MHz, y *quarter-clocked*, con espaciado de 5 MHz. Los valores de los parámetros temporales en función del espaciado entre canales se resumen en la tabla 2.2.

Parámetro	Valor con canales espaciados 20 MHz	Valor con canales espaciados 10 MHz	Valor con canales espaciados 5 MHz
T_{FFT}	3,2 μ s	6,4 μ s	12,8 μ s
T_{GI}	0,8 μ s	1,6 μ s	3,2 μ s
T_{GI2}	1,6 μ s	3,2 μ s	6,4 μ s
T_{SYM}	4 μ s	8 μ s	16 μ s
T_{SHORT}	8 μ s	16 μ s	32 μ s
T_{LONG}	8 μ s	16 μ s	32 μ s

Tabla 2.2: Tabla de valores temporales según el espaciado entre canales admitidos por el estándar IEEE 802.11.

La importancia del parámetro T_{FFT} se describe en mayor detalle en la sección 2.1.3, y su relación con los parámetros T_{GI} y T_{SYM} se detalla en la sección 2.1.4. A su vez, los parámetros T_{GI2} , T_{SHORT} y T_{LONG} hacen referencia al preámbulo y se detallan en la sección 2.3.

2.1.2. Definición de Subportadoras

Este símbolo está compuesto por un total de 52 subportadoras, de las cuales 48 transportan datos y las 4 restantes transportan ondas piloto. Para la asignación de portadoras, se toman 48 números resultantes de la etapa de modulación, enumerados de 0 a 47, las subportadoras se enumeran de -26 a 26 y se asignan de la siguiente forma.

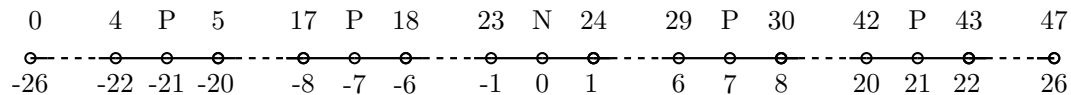


Figura 2.1: Asignación de números según sus índices a subportadoras que constituyen un símbolo OFDM.

Las ondas piloto, representadas con la letra P en la figura 2.1, son asignadas a las subportadoras en índices -21, -7, 7, y 21. Tienen el propósito de preservar el sincronismo durante la transmisión, con métodos que exceden el alcance de este proyecto. La subportadora de índice 0, a su vez, siempre mantiene un valor nulo.

2.1.3. IFFT

Las subportadoras con sus correspondientes valores asignados son una representación en el dominio de la frecuencia del símbolo OFDM. Esta representación se transforma al dominio del tiempo con un módulo IFFT. Típicamente se utilizan módulos IFFT con un número de puntos potencia de 2 (mínimamente 64) y para obtener una correcta transformación del dominio se aplica una operación de desplazamiento, transportando las subportadoras de índice negativo al final del vector a transformar.

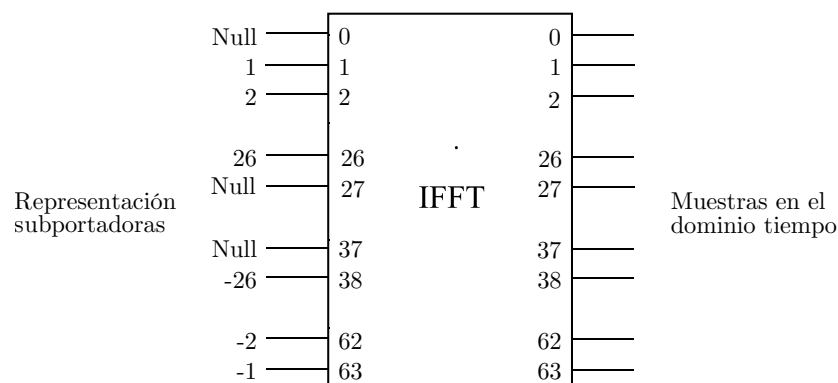


Figura 2.2: Esquema de aplicación de IFFT de 64 puntos a una descripción en subportadoras de un símbolo OFDM.

En el estándar se define la transformación con una IFFT de 64 puntos, sin embargo, aplicando el mismo desplazamiento sobre una IFFT de un número mayor de puntos es

posible y se obtiene la misma señal con mayor resolución temporal.

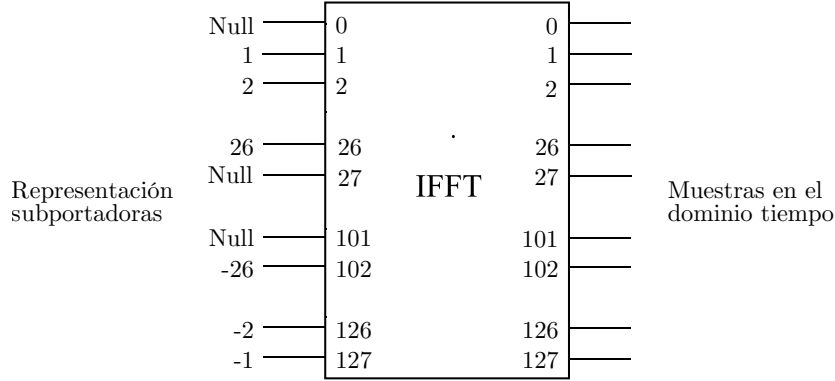


Figura 2.3: Esquema de aplicación de IFFT de 128 puntos a una descripción en subportadoras de un símbolo OFDM.

Independientemente del número de puntos utilizados en la IFFT, la duración de la representación en el dominio temporal resultante ocupa el tiempo T_{FFT} definido en la tabla 2.2.

2.1.4. Prefijo Cíclico

Aplicada la IFFT, al vector resultante se le agrega un intervalo de guarda, GI , el cual tiene la función de mitigar efectos de interferencia inter-símbolos (ISI por sus siglas en inglés), este fenómeno se detalla en el capítulo 3. El GI consiste en un prefijo cíclico de la señal temporal, y se construye de la siguiente forma.

1. De las N_{FFT} muestras salientes de la operación IFFT, se toman las últimas $N_{FFT}/4$ muestras.
2. Las últimas $N_{FFT}/4$ muestras se copian y se concatenan al inicio de las muestras existentes, y reciben el nombre de prefijo cíclico.
3. La concatenación del prefijo cíclico con las muestras existentes es el símbolo OFDM que se transmitirá.

El procedimiento se representa gráficamente en la figura 2.4.

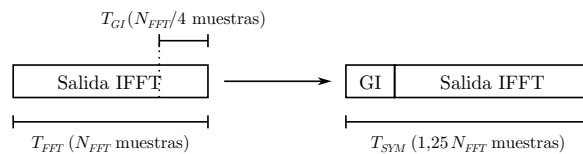


Figura 2.4: Diagrama de aplicación de intervalo de guarda (prefijo cíclico) a un símbolo OFDM.

2.2. Estructura de la PPDU

La PPDU consiste en una secuencia de símbolos OFDM que transmiten un mensaje a través de la capa física, descrita en la Figura 2.5. Incorpora al mensaje la información requerida para detección, sincronismo, demodulación, y decodificación del mismo.

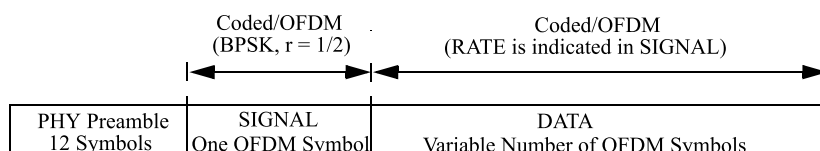


Figura 2.5: Estructura de alto nivel de una PPDU según es definida en el estándar IEEE 802.11.^[1]

Los campos que la constituyen son los siguientes

1. PHY Preamble: Secuencia de símbolos predeterminados utilizados para detección, sincronismo, y estimación del canal.
2. SIGNAL: Símbolo OFDM que transmite la información necesaria para la recepción de DATA a través de los campos LENGTH y RATE. Siempre es modulado en BPSK y codificado a tasa $1/2$.
3. DATA: Número variable de símbolos que transmiten el *payload* del mensaje, el número de símbolos es informado por LENGTH, y la modulación y tasa de código utilizadas son determinadas únivocamente por RATE.

Los campos SIGNAL y DATA exceden el alcance del proyecto, por lo que no se estudiarán en mayor detalle, pero el campo PHY Preamble es fundamental al proyecto. La forma en la que se construye se detalla en la sección siguiente.

2.3. PHY Preamble

El preámbulo, la forma de onda predeterminada transmitida al inicio de cada PPDU, se construye de forma similar a otros símbolos, partiendo de definiciones predefinidas de las 52 subportadoras. Se definen dos símbolos en particular, el símbolo corto de entrenamiento y el símbolo largo de entrenamiento.

En la construcción de los símbolos de entrenamiento no existen ondas piloto, se fijan valores directamente a las 52 subportadoras previo a la etapa IFFT, con valores definidos por S en el caso del símbolo corto y L en el caso del símbolo largo.

Otra diferencia con la construcción de los símbolos normales reside en que estos símbolos de entrenamiento tienen el doble de duración, usando los valores T_{SHORT} y T_{LONG} registrados en la tabla 2.2. La aplicación del prefijo cíclico es similar a la descrita

en la sección 2.1.4, con la diferencia de que el prefijo cíclico es el doble de longitud, y se transmiten 2 períodos de la señal resultante de la IFFT. El procedimiento se describe en la figura 2.6.

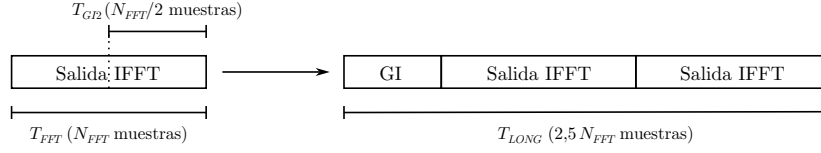


Figura 2.6: Diagrama de aplicación de intervalo de guarda (prefijo cíclico) a una secuencia de entrenamiento del preámbulo.

2.3.1. Símbolo Corto de Entrenamiento

El símbolo corto de entrenamiento se usa para construir la primera secuencia transmitida. La asignación de valores a subportadoras es definida por la ecuación 2.1.

$$S_{-26,26} = \sqrt{13/6} [0, 0, 1+j, 0, 0, 0, -1-j, 0, 0, 0, 1+j, 0, 0, 0, -1-j, 0, 0, 0, -1-j, 0, 0, 0, 1+j, 0, 0, 0, 0, 0, 0, -1-j, 0, 0, 0, -1-j, 0, 0, 0, 1+j, 0, 0, 0, 1+j, 0, 0, 0, 1+j, 0, 0, 0, 1+j, 0, 0] \quad (2.1)$$

En particular, S asigna valores complejos únicamente a subportadoras de índice múltiplo de 4. Esta asignación se representa gráficamente en la figura 2.7.

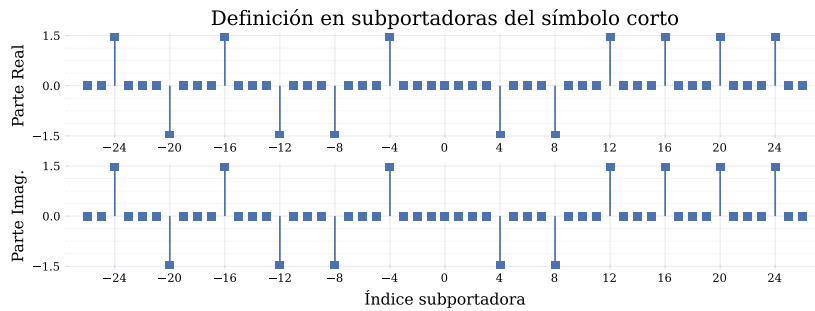


Figura 2.7: Asignación de subportadoras para la construcción del símbolo corto de entrenamiento.

Una aplicación de la IFFT a S resulta en una señal periódica, de la cual 4 períodos entran en T_{FFT} . Aplicar el procedimiento descrito en la figura 2.6 se obtienen 10 períodos de la señal, la cual se grafica en la figura 2.8.

La señal vista en la figura 2.8 recibe nombre de *secuencia de entrenamiento de símbolos cortos*. Esta secuencia cumple la función de facilitar la detección de la señal

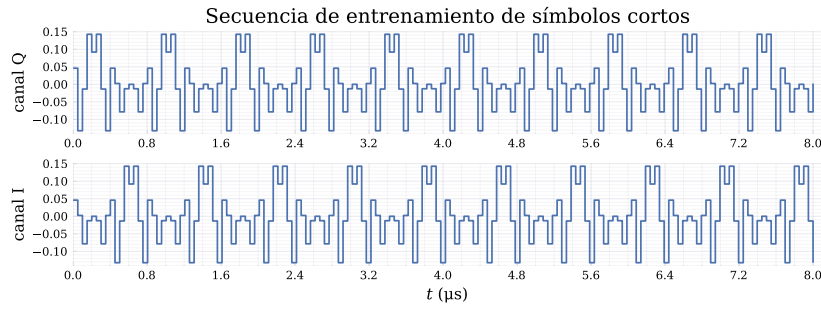


Figura 2.8: Secuencia de entrenamiento de símbolos cortos en el dominio temporal.

entrante en el receptor, así como permitir algoritmos preliminares de sincronismo, y es de vital importancia para este proyecto.

2.3.2. Símbolo Largo de Entrenamiento

El símbolo corto de entrenamiento se usa para construir la segunda secuencia transmitida. La asignación de valores a subportadoras es definida en la ecuación 2.2.

$$\begin{aligned}
 L = [& 1, 1, -1, -1, 1, 1, -1, 1, -1, 1, 1, 1, 1, 1, -1, -1, \\
 & 1, 1, -1, 1, -1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, -1, -1, 1, 1, -1, 1, -1, 1, \\
 & -1, -1, -1, -1, -1, 1, 1, -1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, 1, 1, 1]
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

A diferencia del caso del símbolo corto, L asigna valores a todas las subportadoras disponibles. Esta asignación se representa gráficamente en la figura 2.9.

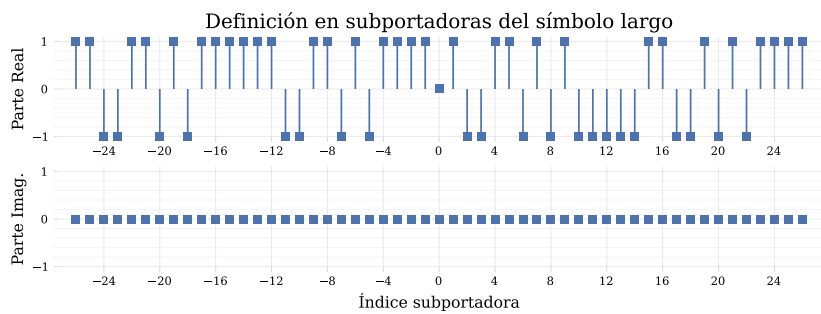


Figura 2.9: Asignación de subportadoras para la construcción del símbolo largo de entrenamiento.

Aplicar el procedimiento descrito en la figura 2.6 a L resulta en la señal graficada en la figura 2.8.

Esta señal recibe el nombre de *secuencia de entrenamiento de símbolos largos*. Sus funciones incluyen permitir algoritmos de sincronismo fino en el receptor, así como funciones de estimación del canal.

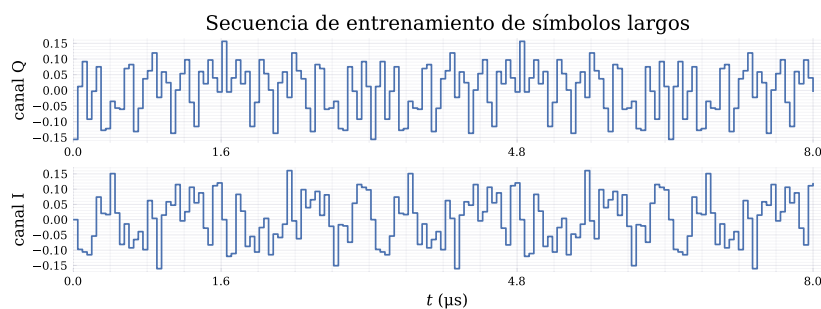


Figura 2.10: Secuencia de entrenamiento de símbolos largos en el dominio temporal.

2.4. Resumen del Capítulo

En el capítulo se resumieron los aspectos de transmisión OFDM en el estándar IEEE 802.11 necesarios para poder llevar adelante el proyecto. Se entiende el procedimiento para construir un símbolo OFDM a partir de una secuencia de números resultantes de una constelación de modulación y como estos símbolos se organizan para formar una PPDU.

Se presta particular atención al campo PHY Preamble, específicamente a su primer mitad, la secuencia de de entrenamiento de símbolos cortos. Conociendo la forma y las propiedades de esta secuencia de entrenamiento se puede proceder a implementar algoritmos de detección y sincronismo en los capítulos siguientes.

Capítulo 3

Métodos de Sincronismo

3.1. Sincronismo en OFDM

3.1.1. Sincronismo en Tiempo

La transmisión OFDM, tal como fue vista en el capítulo 2, consiste en el envío consecutivo de símbolos OFDM, contruídos por una operación IFFT y la aplicación de un intervalo de guarda. Para recuperar los valores asignados a las subportadoras, el receptor debe aplicar una operación FFT al intervalo correcto. Por este motivo este tiene que ser capaz de identificar el instante en el que cada símbolo OFDM inicia.

En un canal real, puede existir una respuesta al impulso finita que contamine las muestras pertenecientes a símbolos siguientes con las muestras pertenecientes al símbolo actual. El intervalo de guarda cumple la función de permitir que la respuesta al impulso del canal se extinga antes de la ventana FFT que aplicará el receptor.

La interferencia inter-símbolos (ISI por sus siglas en inglés) en OFDM existe cuando la ventana FFT aplicada por el receptor se desvía respecto a la ideal. Si esta se adelanta se produce ISI con el símbolo siguiente, mientras que si se atrasa se produce ISI con el símbolo anterior.

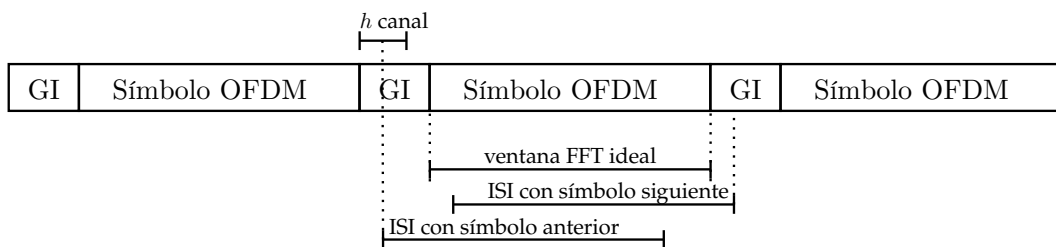


Figura 3.1: Secuencia de entrenamiento de símbolos cortos en el dominio temporal.

El sincronismo en tiempo requiere entonces identificar precisamente el instante en el que inició la recepción de una PPDU, así como conocer la longitud de los símbolos

OFDM. En este capítulo se definen métodos para identificar la muestra precisa en la que la transmisión inicia utilizando la secuencia de entrenamiento de símbolos cortos definida en el capítulo 2.

3.1.2. Sincronismo en Frecuencia

Se supone que una señal $x[n]$ generada en un transmisor en banda base y transmitida a través de un canal. La señal $x(t)$ llega a un receptor. La señal contiene un componente en fase y en cuadratura.

$$x(t) = x_I(t) \cos(2\pi f_c t) + x_Q(t) \sin(2\pi f_c t) \quad (3.1)$$

La frecuencia de portadora, f_c , es aquella tal que al demodular y muestrear $x(t)$ con un demodulador coherente tal como el que se observa en la figura 3.2 se obtendría exactamente $x[n]$.

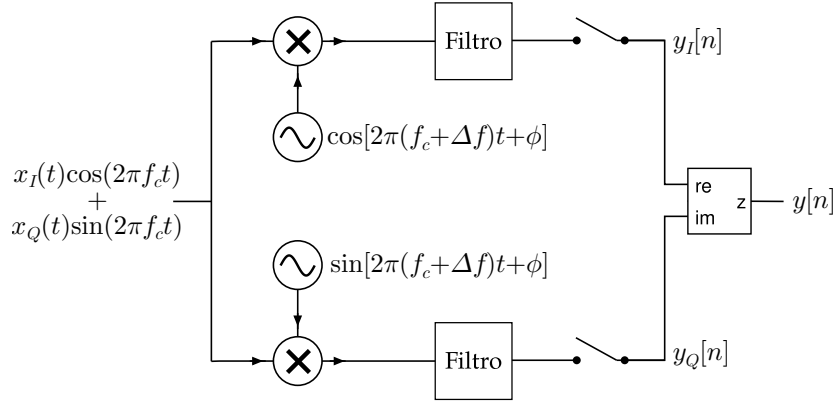


Figura 3.2: Secuencia de entrenamiento de símbolos cortos en el dominio temporal.

Sin embargo, el receptor desconoce f_c , sino que demodula la señal con un oscilador local que tiene una frecuencia propia, expresada como $f_c + \Delta f$ en donde Δf es el error de frecuencia, y contempla imprecisiones en los osciladores locales del receptor y transmisor, así como efectos Doppler que pueden estar presentes en el canal.

Además, se desconoce la fase con la que llega la señal, ϕ , provocada por el camino óptico entre transmisor y receptor.

Al demodular y muestrear la señal, se obtiene la señal $y[n]$, la cual una vez afectada por los errores en fase y en frecuencia será.

$$y[n] = x[n]e^{j(2\pi\Delta f T_s n + \phi)} \quad (3.2)$$

3.2. Banco de Correladores

Definiciones principales: la señal recibida lleva el nombre de \mathbf{y} , la secuencia de entrenamiento de símbolos cortos es conocida y lleva el nombre de \mathbf{s} , y tiene una longitud de N muestras.

3.2.1. Estimación con una única referencia

Suponemos que se desea sincronizar en tiempo y no existe error en frecuencia. Únicamente se desea una función que sea máxima al inicio del preámbulo. Una forma intuitiva de diseñar esa función es calculando la correlación de las últimas N muestras de la señal recibida con el preámbulo, el cual es conocido por el receptor.

$$\Phi[n] = \left| \sum_{k=1}^N y^*[n-k]s[N-k] \right| \quad (3.3)$$

Considerando la ecuación 3.3, es fácil ver que Φ es máxima en el caso que las últimas N muestras recibidas son exáctamente las muestras de \mathbf{s} , eventualmente modificadas por un factor de escala complejo, y que su valor es

$$y[n-k] = As[N-k] \quad \rightarrow \quad \Phi = A\|\mathbf{s}\| \quad (3.4)$$

Se observa que el error en fase no afecta la estimación del instante inicial de recepción.

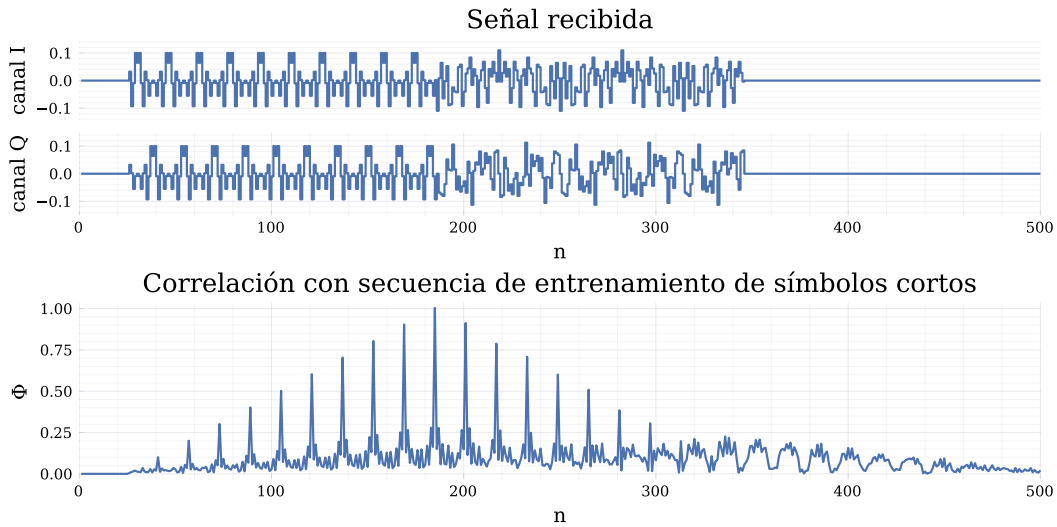


Figura 3.3: Secuencia de entrenamiento de símbolos cortos en el dominio temporal.

3.2.2. Estimación de error en frecuencia

El método de correlación con la secuencia de entrenamiento de símbolos cortos tal como fue definido es capaz de iniciar el sincronismo en tiempo, pero aún no es capaz de inicializar sincronismo en frecuencia. Efectivamente se demostró que un error en fase no afecta, pero si existe un error de frecuencia se degrada el valor del estimador.

Esta degradación se puede calcular definiendo el factor de rotación de fase

$$\text{Factor de rotación de fase} = \Delta f T_s \quad (3.5)$$

Asimismo se define el factor de degradación

$$\text{Factor de degradación} = \frac{\Phi_{Max}(\Delta f)}{\Phi_{Max}|\Delta f=0} \quad (3.6)$$

El factor de degradación en función del factor de rotación de fase se calcula numéricamente y se grafica en la figura 3.4.

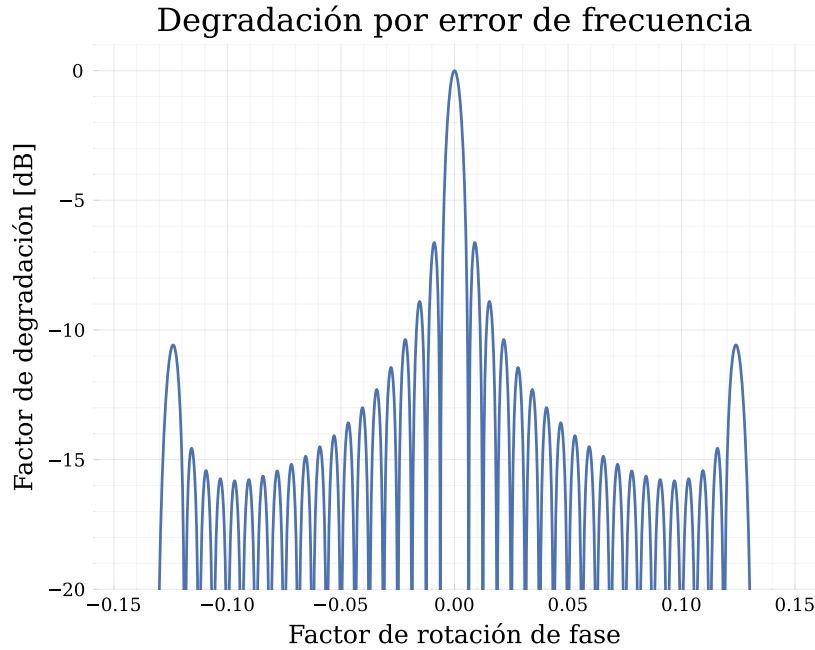


Figura 3.4: Secuencia de entrenamiento de símbolos cortos en el dominio temporal.

En particular, el factor de degradación alcanza -3 dB para factores de rotación de fase de $\Delta f T_s = \pm 0,0037$.

El principio utilizado para la estimación con un único correlador se puede utilizar para extender el método. Suponemos que se elige un rango de M valores que puede tomar Δf . Es posible, para cada valor, generar una referencia del preámbulo con la rotación lineal en fase correspondiente a ese error en frecuencia.

$$s_m[k] = s[k]e^{j2\pi \frac{m\Delta f}{M} T_s k} \quad (3.7)$$

El criterio de factor de rotación en fase se puede utilizar para elegir el espaciamiento entre frecuencias para las múltiples referencias. Algunas de las referencias creados usando este criterio se visualizan en la figura 3.5.

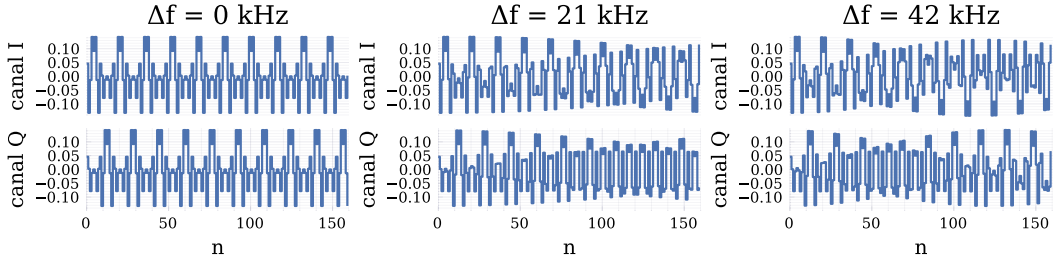


Figura 3.5: Secuencia de entrenamiento de símbolos cortos en el dominio temporal.

Esto permite una extensión vectorial del estimador Φ , asignándole un nombre oficial de Φ_{BC} de la siguiente forma.

$$\Phi_{BC}[n, m] = \left| \sum_{k=1}^N y^*[n - k] s_m[N - k] \right| \quad (3.8)$$

El resultado de aplicar el estimador a la señal entrante se representa en la figura 3.6.

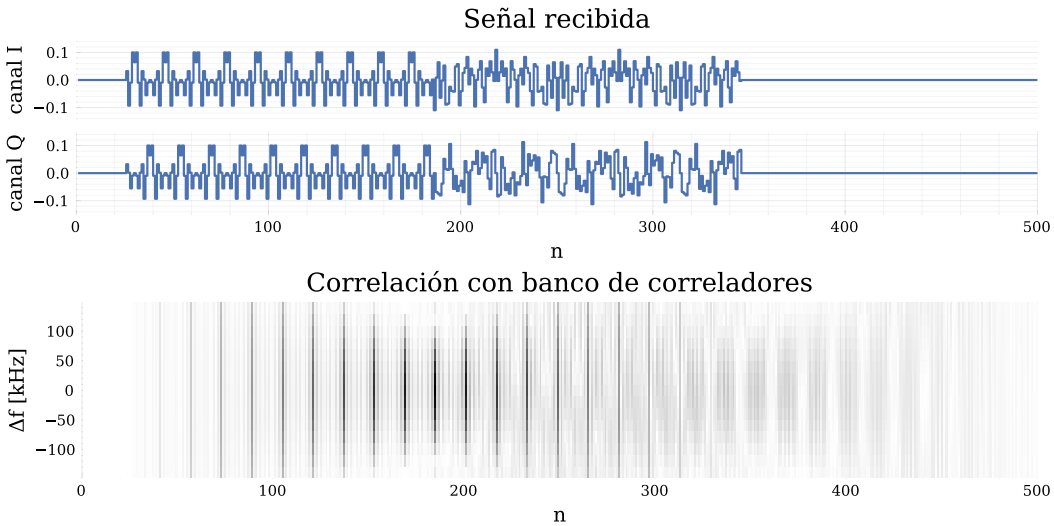


Figura 3.6: Secuencia de entrenamiento de símbolos cortos en el dominio temporal.

Se observa que Φ_{BC} definido en la ecuación 3.8 será máximo cuando n corresponda al instante en el que termina la secuencia de entrenamiento de símbolos cortos, y m corresponda al índice de referencia con error en frecuencia más cercano al error de frecuencia en recepción, permitiendo así sincronizar tanto en tiempo como en frecuencia.

3.2.3. Implementación en LabVIEW

3.3. Método *Delay and Correlate*

3.3.1. Principio del Método

El método *Delay and Correlate*, a diferencia del banco de correladores, no usa la forma de onda de la secuencia de entrenamiento de símbolos cortos para sincronizar, pero si utiliza el conocimiento de su periodicidad. En su versión más simple este método se basa en identificar una señal periódica de la longitud de la secuencia de entrenamiento en la señal entrante a través del estimador Φ_{DC} .

$$\Phi_{DC}[n] = \sum_{k=0}^L y^*[n-k]y[n-k-L] \quad (3.9)$$

3.3.2. Implementación en LabVIEW

Capítulo 4

Problema de Detección

“Quantum Mechanics is God’s version of ‘Trust me.’ ”
— Jorge Corona, 1982

4.1. Formulación del problema

El problema de detección se resolverá por medio de un test de hipótesis sobre una ventana de evaluación \mathbf{y} , de N muestras en donde N es la longitud de la *Short Training Sequence*. La ventana representa las últimas N muestras recibidas por el receptor.

$$\mathbf{y} = [y[0] \quad y[1] \quad \cdots \quad y[N-1]] \quad (4.1)$$

Los pasos para realizar el test consisten en

1. Definición de hipótesis acerca del origen de las muestras de \mathbf{y}
2. Definición de un estadístico $\phi[\mathbf{y}]$ en función de las muestras.
3. Definición de una regla de decisión sobre ϕ para discriminar entre las hipótesis
4. Estimación de los parámetros necesarios para aplicar la regla de decisión

4.2. Definición de Hipótesis

Se definen dos hipótesis, ausencia de *Short Training Sequence* en la ventana de evaluación (H_0), o presencia de la misma (H_1). Formalmente definidas en la Ecuación [4.2](#)

$$\begin{aligned} H_0 : \quad & \mathbf{y} = \mathbf{w} \\ H_1 : \quad & \mathbf{y} = A\mathbf{s} + \mathbf{w} \end{aligned} \quad (4.2)$$

En donde \mathbf{w} se suponen muestras de ruido normal complejo independientes idénticamente distribuídas.

$$\mathbf{w} \sim \mathcal{CN}[\mathbf{0}, \sigma^2 I_N] \quad (4.3)$$

Y \mathbf{s} es una la referencia conocida de la *Short Training Sequence*, de N muestras de longitud. Estas muestras se ven afectadas en fase y magnitud por un factor complejo A .

4.2.1. Definición de Relación Señal a Ruido

En el caso de hipótesis 1 verdadera, resulta conveniente definir una medida de la relación señal a ruido. La definición utilizada es el cociente entre la potencia media de una muestra de señal y la potencia media de una muestra de ruido.

$$\text{SNR} = \frac{\text{Potencia media señal}}{\text{Potencia media ruido}} \quad (4.4)$$

La potencia media de la señal se calcula facilmente conociendo la forma del preámbulo.

$$\bar{P}_s = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |As[k]|^2 = \frac{1}{N} |A|^2 \|\mathbf{s}\|^2 \quad (4.5)$$

La potencia media del ruido surge de las propiedades estadísticas de su distribución.

$$w[k] \sim \mathcal{CN}[0, \sigma^2] \implies |w[k]| \sim \mathcal{Ray}[2\sigma^2] \quad (4.6)$$

La media de la distribución Rayleigh es conocida así como lo es su varianza

$$E[|w[k]|] = \sigma \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad V[|w[k]|] = \frac{4-\pi}{2} \sigma^2 \quad (4.7)$$

$$E[|w[k]|^2] = V[|w[k]|] + E[|w[k]|]^2 = \frac{4-\pi}{2} \sigma^2 + \frac{\pi}{2} \sigma^2 = 2\sigma^2 \quad (4.8)$$

$$\text{SNR} = \frac{\frac{1}{N} A^2 \|\mathbf{s}\|^2}{2\sigma^2} \quad (4.9)$$

4.3. Selección del Estadístico

El estadístico utilizado será el mismo que se calcula en el algoritmo de sincronismo correlación con *Short Training Sequence*

$$\phi[\mathbf{y}] = \left| \sum_{k=0}^N s^*[k]y[k] \right| = |\mathbf{s}^* \mathbf{y}| \quad (4.10)$$

Por motivos del estudio de las propiedades del estadístico, ϕ se puede expresar de la siguiente forma

$$\phi[\mathbf{y}] = |\psi[\mathbf{y}]| \quad (4.11)$$

En donde ψ es el factor de correlación complejo entre la *Short Training Sequence* y las muestras registradas

$$\psi[\mathbf{y}] = \sum_{k=0}^N s^*[k]y[k] = \mathbf{s}^* \mathbf{y} \quad (4.12)$$

4.3.1. Regla de Decisión

Teniendo el estadístico, la regla de decisión elegida es en función de un umbral T .

$$\phi[\mathbf{y}] \underset{H_1}{\overset{H_0}{\leq}} T \quad (4.13)$$

En función del estadístico se definen la probabilidad de Falsa Alarma P_{FA} , la probabilidad de decidir por H_1 cuando H_0 es verdadera

$$P_{FA} = \int_T^\infty f_\phi(\phi|H_0)d\phi = 1 - F_\phi(T|H_0) \quad (4.14)$$

Asimismo se define la probabilidad de Detección P_D , la probabilidad de decidir por H_1 cuando H_1 es verdadera

$$P_D = \int_T^\infty f_\phi(\phi|H_1)d\phi = 1 - F_\phi(T|H_1) \quad (4.15)$$

4.4. En caso de Hipótesis 0 cierta

Se estudia la distribución del estadístico ψ en el caso que \mathbf{y} es únicamente ruido

$$\mathbf{y}|H_0 = \mathbf{w} \implies \psi[\mathbf{y}]|H_0 = \sum_{k=0}^{N-1} s^*[k]w[k] \quad (4.16)$$

La distribución de $\psi|H_0$ se puede encontrar con propiedades de suma y escalamiento de la distribución normal compleja. En particular, la muestra i de la sumatoria se encuentra escalada por la muestra $s[i]$ de la *Short Training Sequence*. Esto se reduce a un caso particular de la propiedad

$$\mathbf{w} \sim \mathcal{CN}[\cdot, C] \implies \mathbf{w}' = M\mathbf{w} \sim \mathcal{CN}[M\cdot, MCM^*] \quad (4.17)$$

En donde la matriz M es diagonal definida de la siguiente forma

$$\begin{aligned} M_{i,i} &= s[i] \\ M_{i,j \neq i} &= 0 \end{aligned} \quad (4.18)$$

Resulta

$$\mathbf{w}' \sim \mathcal{CN}[\mathbf{0}, C'] \quad C' = MCM^* \quad (4.19)$$

En donde

$$\begin{aligned} C'_{i,i} &= |s[i]|^2 \sigma^2 \\ C'_{i,j \neq i} &= 0 \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$\psi|H_0 = \sum_{k=0}^{N-1} w'[k] \quad (4.21)$$

De esta forma aplicando las propiedades de suma de variables aleatorias

$$\psi|H_0 \sim \mathcal{CN}[0, \|\mathbf{s}\|^2 \sigma^2] \quad (4.22)$$

A partir de la distribución de ψ se conoce la distribución de ϕ

$$\phi|H_0 \sim \mathcal{Ray}[\|\mathbf{s}\|\sigma] \quad (4.23)$$

$$f_\phi(\phi|H_0) = \frac{\phi}{\|\mathbf{s}\|\sigma} \exp\left[-\frac{\phi^2}{2\|\mathbf{s}\|^2 \sigma^2}\right] \quad (4.24)$$

$$F_\phi(\phi|H_0) = 1 - \exp\left[-\frac{\phi^2}{2\|\mathbf{s}\|^2 \sigma^2}\right] \quad (4.25)$$

4.5. En caso de Hipótesis 1 cierta

$$\psi|H_1 = \mathbf{s}^* (A\mathbf{s} + \mathbf{w}) = A\|\mathbf{s}\|^2 + \mathbf{s}^* \mathbf{w} \quad (4.26)$$

El caso es similar al anterior, con la diferencia de un desplazamiento de la media al factor determinista $A\|\mathbf{s}\|^2$

De esta forma la distribución de ψ es similar

$$\psi|H_0 \sim \mathcal{CN}[A\|\mathbf{s}\|^2, \|\mathbf{s}\|^2 \sigma^2] \quad (4.27)$$

Para encontrar la distribución de ϕ se pueden aplicar propiedades si se normaliza la variable aleatoria ψ respecto a su desvío estándar. Siguiendo la definición de la distribución χ no central, la variable aleatoria.

$$Z = \sqrt{\sum_{i=1}^k \frac{X_i^2}{\sigma_i^2}} \quad (4.28)$$

Seguirá la distribución χ no central con k grados de libertad y parámetro λ dado por

$$\lambda = \sqrt{\sum_{i=1}^k \frac{\mu_i^2}{\sigma_i^2}} \quad (4.29)$$

De esta forma se calcula Z con

- $X_1 = \mathcal{Re}[\psi]$
- $X_2 = \mathcal{Im}[\psi]$
- $\sigma_1 = \sigma_2 = \|\mathbf{s}\|\sigma$
- $\mu_1 = A\|\mathbf{s}\|^2$
- $\mu_2 = 0$

Resulta la distribución

$$\frac{\phi}{\|\mathbf{s}\|\sigma} \Big| H_1 \sim \mathcal{NC}_{\succ 2} \left[\lambda = \frac{A\|\mathbf{s}\|}{\sigma} \right] \quad (4.30)$$

Aplicando cambios de variables

$$F_{\phi}(\phi|H_1) = 1 - \int_{\frac{\phi}{\|\mathbf{s}\|\sigma}}^{\infty} x \exp \left[-\frac{x^2 + \frac{A^2\|\mathbf{s}\|^2}{\sigma^2}}{2} \right] I_0 \left[\frac{A\|\mathbf{s}\|}{\sigma} x \right] dx \quad (4.31)$$

Y derivando

$$f_{\phi}(\phi|H_1) = \frac{\phi}{\|\mathbf{s}\|^2\sigma^2} \exp \left[-\frac{\phi^2 + A^2\|\mathbf{s}\|^4}{2\|\mathbf{s}\|^2\sigma^2} \right] I_0 \left[\frac{A}{\sigma^2}\phi \right] dx \quad (4.32)$$

4.6. Estimación del Varianza del Ruido

Distribución de \mathbf{w}

$$f(\mathbf{w}) = \frac{1}{\pi^N \det C} \exp \left[-\mathbf{w}^* C^{-1} \mathbf{w} \right] \quad (4.33)$$

Al ser $C = \sigma^2 I_N$

$$f(\mathbf{w}) = \frac{1}{\pi^N \sigma^{2N}} \exp \left[-\frac{\mathbf{w}^* \mathbf{w}}{\sigma^2} \right] \quad (4.34)$$

se calcula el logaritmo

$$\ln f(\mathbf{w}) = -\ln [\pi^N \nu^N] - \frac{\mathbf{w}^* \mathbf{w}}{\nu} \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln f(\mathbf{w})}{\partial \nu} &= -\frac{N \pi^N \nu^{N-1}}{\pi^N \nu^N} + \frac{\mathbf{w}^* \mathbf{w}}{\nu^2} \\ &= -\frac{N}{\nu} + \frac{\mathbf{w}^* \mathbf{w}}{\nu^2} \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial^2 \ln f(\mathbf{w})}{\partial \nu^2} = \frac{N}{\nu^2} - 2 \frac{\mathbf{w}^* \mathbf{w}}{\nu^3} \quad (4.37)$$

Además sabemos que $E[\mathbf{w}^* \mathbf{w}] = 2\nu$

$$E \left[\frac{\partial^2 \ln f(\mathbf{w})}{\partial \nu^2} \right] = \frac{N}{\nu^2} - 2 \frac{E[\mathbf{w}^* \mathbf{w}]}{\nu^3} \quad (4.38)$$

$$E \left[\frac{\partial^2 \ln f(\mathbf{w})}{\partial \nu^2} \right] = \frac{N}{\nu^2} - \frac{4}{\nu^2} \quad (4.39)$$

Aplicando el teorema de la cota de Cramer-Rao

$$\frac{\partial \ln f(\mathbf{w})}{\partial \nu} = I(\nu) (g(\nu) - \nu) \quad (4.40)$$

$$-\frac{N}{\nu} + \frac{\mathbf{w}^* \mathbf{w}}{\nu^2} = \frac{1}{\nu^2} (\mathbf{w}^* \mathbf{w} - N\nu) \quad (4.41)$$

Hacemos algo distinto y diferente pero genial

$$f(\mathbf{w}, \sigma^2) = \frac{1}{\pi^N \det C} \exp \left[-\mathbf{w}^* C^{-1} \mathbf{w} \right] \quad (4.42)$$

Al ser $C = \sigma^2 I_N$

$$f(\mathbf{w}, \sigma^2) = \frac{1}{(\pi \sigma^2)^N} \exp \left[-\frac{\mathbf{w}^* \mathbf{w}}{\sigma^2} \right] \quad (4.43)$$

Ahora, si

$$f(\mathbf{x}, \sigma^2) = g(T(\mathbf{w}), \sigma^2) h(\mathbf{w}) \quad (4.44)$$

se pueden hacer cosas, y efectivamente

$$g(T(\mathbf{w}), \sigma^2) = \frac{1}{(\pi \sigma^2)^N} \exp \left[-\frac{\mathbf{w}^* \mathbf{w}}{\sigma^2} \right] \quad (4.45)$$

con $T(\mathbf{w}) = \mathbf{w}^* \mathbf{w}$

Es completo? Si, ponle

Entonces necesitamos encontrar $g(T(\mathbf{w}))$ insesgado

Cual es el sesgo de $T(\mathbf{w})$

$$E[\mathbf{w}^* \mathbf{w}] = E \left[\sum_{i=0}^{N-1} |w[i]|^2 \right] \quad (4.46)$$

Sabemos que las $w[i]$ son iid, así que

$$E[\mathbf{w}^* \mathbf{w}] = \sum_{i=0}^{N-1} E[|w[i]|^2] \quad (4.47)$$

Y ese valor esperado es conocido, así que

$$E[\mathbf{w}^* \mathbf{w}] = 2N\sigma^2 \quad (4.48)$$

Aplicamos la corrección para conseguir el estimador MVUE

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\mathbf{w}^* \mathbf{w}}{2N} \quad (4.49)$$

Apéndice A

Ejemplo de apéndice: El problema de la medida

“Negociemos Don Inodoro”

— Fernando de la Rúa, 2001

“Smartness runs in my family. When I went to school I was so smart my teacher was in my class for five years”

— George Burns

El gran problema lo constituye el proceso de medición. En la física clásica, medir significa revelar o poner de manifiesto propiedades que estaban en el sistema desde antes de que midamos [?].

En mecánica cuántica el proceso de medición altera de forma incontrolada la evolución del sistema. Constituye un error pensar dentro del marco de la física cuántica que medir es revelar propiedades que estaban en el sistema con anterioridad. La información que nos proporciona la función de onda es la distribución de probabilidades, con la cual se podrá medir tal valor de tal cantidad. Cuando medimos ponemos en marcha un proceso que es indeterminable a priori, lo que algunos denominan azar, ya que habrá distintas probabilidades de medir distintos resultados. Esta idea fue y es aún objeto de controversias y disputas entre los físicos, filósofos y epistemólogos. Uno de los grandes objetores de esta interpretación fue Albert Einstein, quien a propósito de esta idea dijo su famosa frase “Dios no juega a los dados”.

Independientemente de los problemas de interpretación, la mecánica cuántica ha podido explicar esencialmente todo el mundo microscópico y ha hecho predicciones que han sido probadas experimentalmente de forma exitosa, por lo que es una teoría unánimemente aceptada.

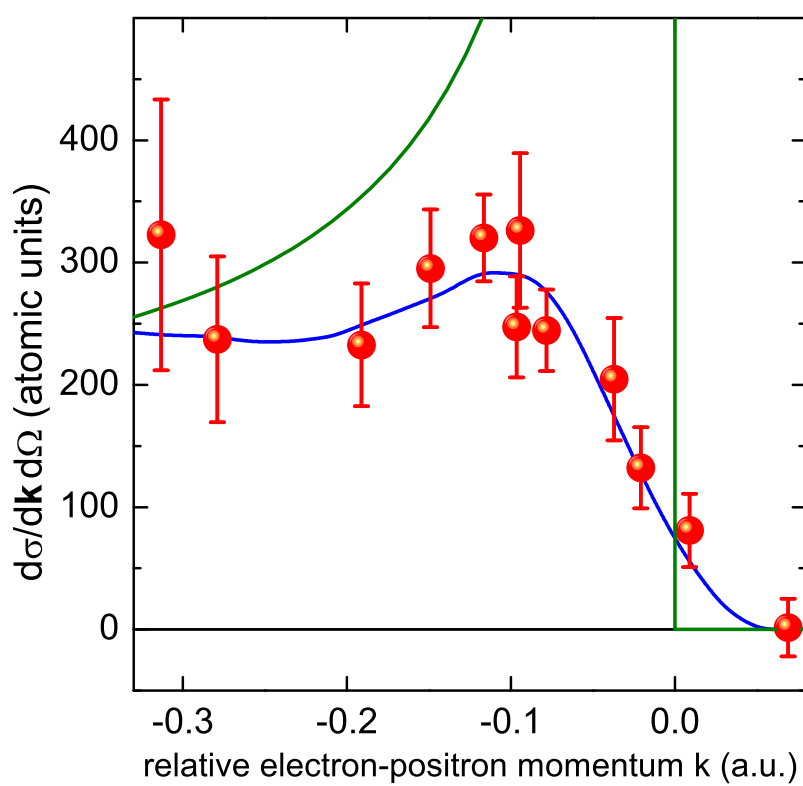


Figura A.1: Una figura con algunos puntos experimentales y curva de datos teóricos

Bibliografía

- [1] IEEE Std 802.11-2016 (Revision of IEEE Std 802.11-2012). IEEE Standard for Information technology— Telecommunications and information exchange between systems Local and metropolitan area networks— Specific requirements. 3 Park Avenue New York, NY 10016-5997 USA: IEEE Computer Society, 2016. [ix](#), [3](#), [7](#)

Publicaciones asociadas

1. Mi primer aviso en la revista **ABC**, 1996
2. Mi segunda publicación en la revista **ABC**, 1997

Agradecimientos

A todos los que se lo merecen, por merecerlo

