

# Capítulo 3

## Métodos de sincronismo

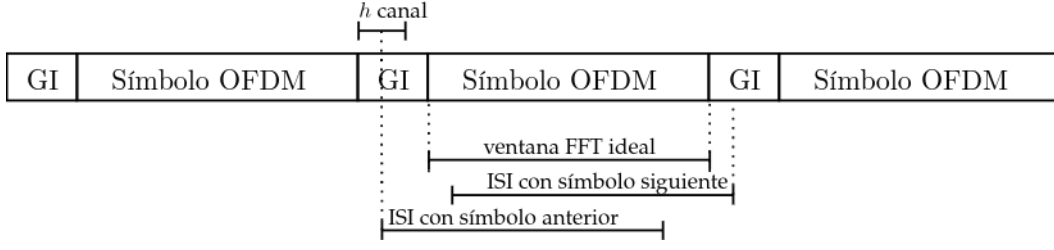
Este capítulo se centra en el problema de sincronismo. En la primera sección se describe el término sincronismo en sistemas que emplean OFDM, definiendo dos tipos de error de sincronismo que afectan el desempeño de los sistemas, estos siendo el desvío de temporización de símbolo y el desvío de frecuencia de portadora.

En la segunda sección se describen dos métodos para estimar los errores de sincronismo en cuestión, estos siendo el banco de correladores y el algoritmo *delay and correlate*. Finalmente en la tercera sección se detalla como se implementaron estos métodos en LabVIEW, incluyendo diagramas en bloques de los algoritmos descritos en la sección anterior.

### 3.1. Sincronismo en sistemas OFDM

En todo medio de transmisión, resolver el problema de sincronismo es fundamental para permitir la correcta recepción de la señal. Se dice que el receptor no está sincronizado cuando este desconoce los parámetros que son necesarios para recuperar una señal en banda base a partir de la recepción de esta señal en radiofrecuencia. Una desviación entre un parámetro supuesto por el receptor y el ideal que permitirá la recepción óptima recibe el nombre de error de sincronismo, y sincronizar el receptor consiste en minimizar estos errores o estimarlos para poder aplicar correcciones.

Existen cuatro tipos de error de sincronismo principales que afectan la recepción de señales OFDM, estos son: desvío de temporización de símbolo, desvío de reloj de muestreo, desvío de frecuencia de portadora, y error de fase de portadora.[2] En el proyecto se implementarán algoritmos para sincronizar el desvío de de temporización de símbolo y el desvío de frecuencia de portadora, los efectos de los cuales se describen a continuación.



**Figura 3.1:** Diagrama temporal de aplicación de ventana FFT a una secuencia de símbolos OFDM recibidos, describiendo la ventana ideal y los casos en los que una desviación temporal resulta a interferencia entre símbolos.

### 3.1.1. Desvío de temporización de símbolo

Se ha visto que la transmisión empleando OFDM consiste en el envío consecutivo de símbolos, los contruídos por una operación IFFT y la aplicación de un intervalo de guarda. Para recuperar los valores asignados a las subportadoras, el receptor debe aplicar una operación FFT al intervalo correspondiente al resultado de la IFFT realizado por el transmisor.

En un canal real, puede existir una respuesta al impulso finita que contamine las muestras pertenecientes a símbolos siguientes con las muestras pertenecientes al símbolo actual. El intervalo de guarda cumple la función de permitir que la respuesta al impulso del canal se extinga antes de la ventana FFT que aplicará el receptor.

La interferencia entre símbolos (ISI por sus siglas en inglés) existe cuando la ventana FFT aplicada por el receptor se desvía respecto a la ideal, ya sea si esta se adelanta y toma muestras pertenecientes al símbolo siguiente, o si se atrasa y toma muestras afectadas por el símbolo anterior. Visualizaciones de este efecto se presentan en la Figura 3.1.

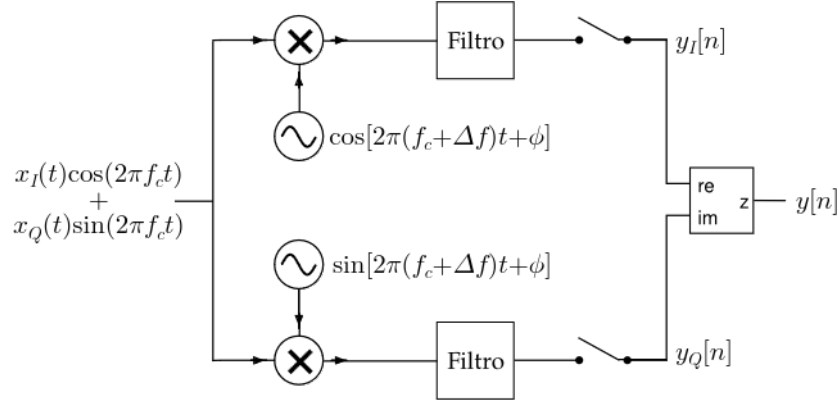
Sabiendo la duración cada símbolo OFDM y suponiendo que el reloj del receptor está suficientemente sincronizado con el reloj del transmisor, se espera que la ventana FFT esté correctamente sincronizada si se determina precisamente la muestra en la inicia la recepción de una trama, por lo que identificar esta muestra es el paso inicial para evitar desvíos en temporización de símbolo.

### 3.1.2. Desvío de frecuencia de portadora

En un sistema de comunicación digital, una señal digital generada en banda base en el transmisor, luego esta es elevada a radiofrecuencia y es transmitida a través del canal. La señal digital en banda base recibe el nombre de  $x[n]$  y cuenta con componentes en fase y cuadratura

$$x[n] = x_I[n] + jx_Q[n], \quad (3.1)$$

mientras que la señal elevada a una frecuencia de portadora  $f_C$  recibe el nombre de



**Figura 3.2:** Esquema de demodulador coherente, considerando un error de frecuencia entre la señal entrante y el oscilador local del demodulador.

$x_R(t)$ , y tiene las siguientes componentes

$$x_R(t) = x_I(t) \cos(2\pi f_c t) + x_Q(t) \sin(2\pi f_c t). \quad (3.2)$$

El receptor demodula  $x_R(t)$  con un demodulador coherente tal como el que se observa en la figura 3.2, el cual utiliza osciladores locales. En una transmisión ideal el oscilador local conoce  $f_C$ , de esta forma pudiendo recuperar exactamente  $x[n]$ . Sin embargo, oscilador local que tiene una frecuencia propia la cual se puede expresar como  $f_c + \Delta f$  en donde  $\Delta f$  es el error de frecuencia. Al demodular la señal en estas condiciones, la señal recibida se verá afectada por este error

$$y[n] = x[n] e^{j2\pi \Delta f T_s n}. \quad (3.3)$$

Si uno además contempla que la fase inicial de la señal es desconocida, este error en fase también se transporta a la señal en banda base

$$y[n] = x[n] e^{j(2\pi \Delta f T_s n + \phi)}. \quad (3.4)$$

Sin embargo, los algoritmos de sincronismo utilizados en este proyecto son capaces de estimar el desvío en frecuencia de portadora sin ser afectados por el error en fase.

## 3.2. Algoritmos de sincronismo

En esta sección se describirán dos algoritmos de sincronismo capaces de identificar la muestra inicial de la trama y el desvío de frecuencia de portadora en base al conocimiento de la secuencia de entrenamiento de símbolos cortos.

Sus principios de funcionamiento son similares, en su aplicación la secuencia de entrenamiento de símbolos cortos recibe el nombre de  $\mathbf{s}$ , y su longitud en muestras es

conocida y recibe el nombre de  $N$ .

Los métodos definen un estadístico  $\Phi$  a partir de las  $N$  muestras más recientes de una señal recibida  $\mathbf{y}$ . Teniendo  $\Phi$  se estimarán un instante de muestreo  $\hat{n}$ , que corresponde la muestra en la que se terminó de recibir la secuencia de entrenamiento de símbolos cortos y determina el inicio de la trama, y asociado a esa muestra se obtiene una estimación del desvío de frecuencia de portadora,  $\widehat{\Delta f}$ .

### 3.2.1. Banco de correladores

Este método se basa en en buscar la forma conocida de la secuencia de entrenamiento de símbolos cortos en la señal recibida, calculando la correlación de  $\mathbf{y}$  con señales construídas a partir de  $\mathbf{s}$ , llamadas referencias.

#### Estimación de inicio de trama con una única referencia

Suponemos que se desea identificar el instante de inicio de trama, y que no existe desvío en frecuencia de portadoras. En estas conciciones la función que cumple el objetivo de ser máxima en el instante de interés es simplemente el módulo de la correlación con la secuencia de entrenamiento de símbolos cortos

$$\Phi_{BC}[n] = \left| \sum_{k=0}^{N-1} y^*[n-k]s[N-1-k] \right| \quad (3.5)$$

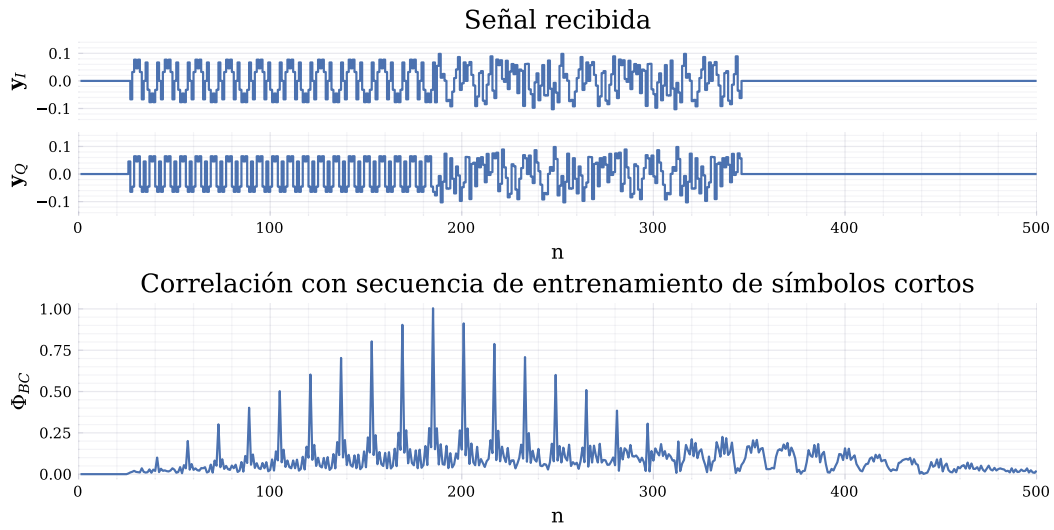
La aplicación del módulo causa que el error en fase no afecte al estadístic. Para validar este desempeño se grafica en la figura 3.3 el resultado de calcular  $\Phi_{BC}$  sobre una señal que consiste en únicamente un preámbulo al cual se le ha aplicado un error en fase

Se puede observar en la Figura 3.3 que  $\Phi_{BC}$  alcanza su valor máximo en la muestra final de la secuencia de entrenamiento de símbolos cortos, por lo tanto  $\hat{n}$  es simplemente la muestra que lo maximiza

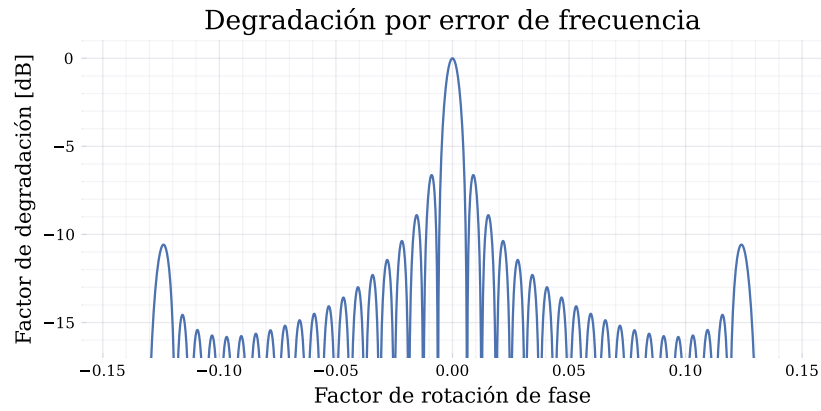
$$\hat{n}_{BC} = \underset{n}{\operatorname{argmax}} \Phi_{BC}[n] \quad (3.6)$$

#### Estimación de desvío de frecuencia de portadora

El método tal como fue definido es capaz de estimar el inicio de trama, pero aún no es capaz de estimar el desvío de frecuencia de portadora. Si uno contempla que  $y[n]$  pueden tener desvío en frecuencia de portadora al calcular la ecuación 3.5, uno observará una degradación en el máximo de  $\Phi_{BC}$ . Esta degradación dependerá del



**Figura 3.3:** Resultado de aplicación del estadístico  $\Phi_{BC}$  a una señal recibida que consiste en un preámbulo con error en fase.



**Figura 3.4:** Resultado del cálculo numérico del factor de degradación del estadístico  $\Phi_{BC}$  en función del factor de rotación de fase.

producto  $T_s \Delta f$ , que llamaremos factor de rotación de fase

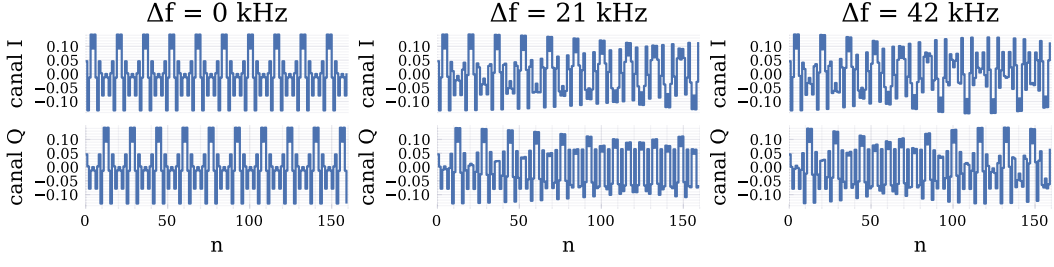
$$\text{Factor de rotación de fase} = \Delta f T_s \quad (3.7)$$

Y se cuantificará definiendo el factor de degradación

$$\text{Factor de degradación} = \frac{\Phi_{Max}(\Delta f)}{\Phi_{Max}|_{\Delta f=0}} \quad (3.8)$$

El factor de degradación en función del factor de rotación de fase se calcula numéricamente y se grafica en la figura 3.4. Se elige la convención de encontrar el valor de factor de rotación de fase para el cual el factor de degradación alcanza -3 dB, y esto sucede para  $\Delta f T_s = \pm 0,0037$ .

Al tomar en cuenta que un desvío de frecuencia de portadora provoca rotación lineal en fase predecible sobre  $y[n]$ , el principio utilizado para la estimación con un único



**Figura 3.5:** Ejemplos de referencias generadas considerando rotación lineal en fase, provenientes de diferentes errores de frecuencia.

correlador se puede extender para estimar  $\Delta f$ . Suponemos que se eligen  $M$  frecuencias equiespaciadas dentro de un rango de frecuencias  $W$  que puede llegar a tomar  $\Delta f$ .  $M$  se elige impar, y las frecuencias equiespaciadas reciben el nombre de  $\Delta f_m$

$$\Delta f_m = \frac{mW}{M} \quad m \in \left[ -\frac{M-1}{2}, \frac{M-1}{2} \right] \quad (3.9)$$

Para cada  $\Delta f_m$ , se genera una referencia del preámbulo con la rotación lineal en fase correspondiente a ese error en frecuencia.

$$r_m[k] = s[k]e^{j2\pi\Delta f_m T_s k} \quad (3.10)$$

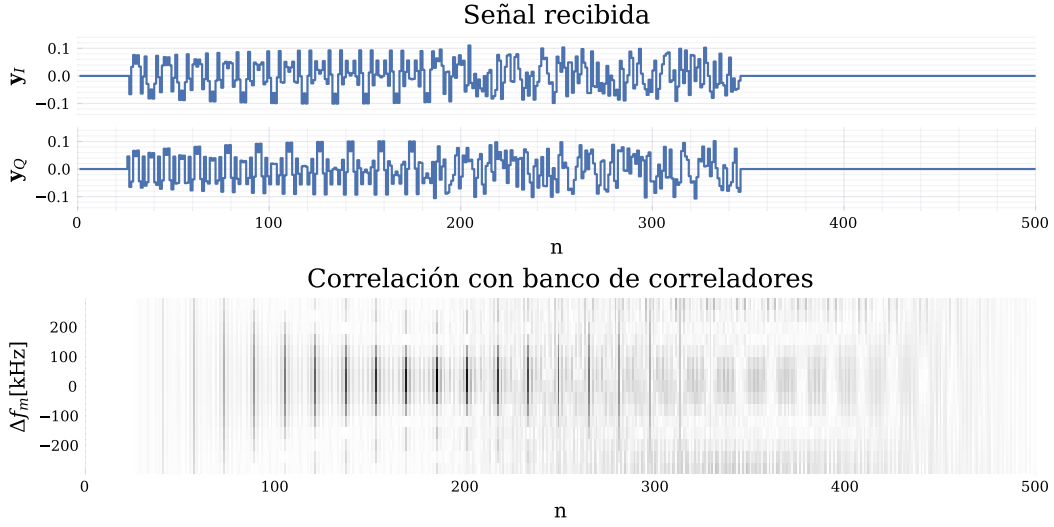
El criterio de degradación de -3 dB se puede utilizar para elegir el espaciamiento entre frecuencias para las múltiples referencias, eligiendo  $W$  y  $M$  tal que el factor de rotación en fase entre frecuencias adyacentes sea menor que 0,0037. Aplicar este criterio considerando  $T_{SHORT} = 8\mu s$  y FFT de 64 puntos se obtiene que el espaciamiento en frecuencias debe ser de 21 kHz como máximo. Referencias generadas usando este criterio se visualizan en la figura 3.5.

Teniendo las múltiples referencias uno extiende vectorialmente el estadístico  $\Phi_{BC}$  calculado

$$\overline{\Phi}_{BC}[n, m] = \left| \sum_{k=1}^N y^*[n-k]r_m[N-k] \right| \quad (3.11)$$

El resultado de aplicar  $\overline{\Phi}_{BC}$  a una señal con rotación lineal en fase visualiza en la figura 3.6. Se observa que los índices  $n$  y  $m$  que maximizan el estadístico son, respectivamente, la muestra final de la secuencia de entrenamiento de símbolos cortos y el índice de la referencia con  $\Delta f_m$  más cercano a  $\Delta f$ . Estos índices serán  $\hat{n}_{BC}$  y  $\hat{m}_{BC}$ , y este último se usará para calcular  $\widehat{\Delta f}_{BC}$

$$\hat{n}_{BC}, \hat{m}_{BC} = \underset{n, m}{\operatorname{argmax}} \overline{\Phi}_{BC}[n, m] \quad \widehat{\Delta f}_{BC} = \frac{W}{M} \hat{m}_{BC} \quad (3.12)$$



**Figura 3.6:** Resultado de aplicación del estadístico  $\bar{\Phi}_{BC}$  a una señal recibida que consiste en un preámbulo con error de frecuencia.

### 3.2.2. Método Delay and Correlate

El método *Delay and Correlate*, a diferencia del banco de correladores, no usa la forma de onda explícita de la secuencia de entrenamiento de símbolos cortos para sincronizar, sino que utiliza el conocimiento de su periodicidad. La estrategia se centra en tomar las últimas  $N$  muestras de la señal recibida y evaluar si cumplen con la periodicidad esperada de la secuencia de entrenamiento de símbolos cortos.

#### Sincronización en tiempo y frecuencia

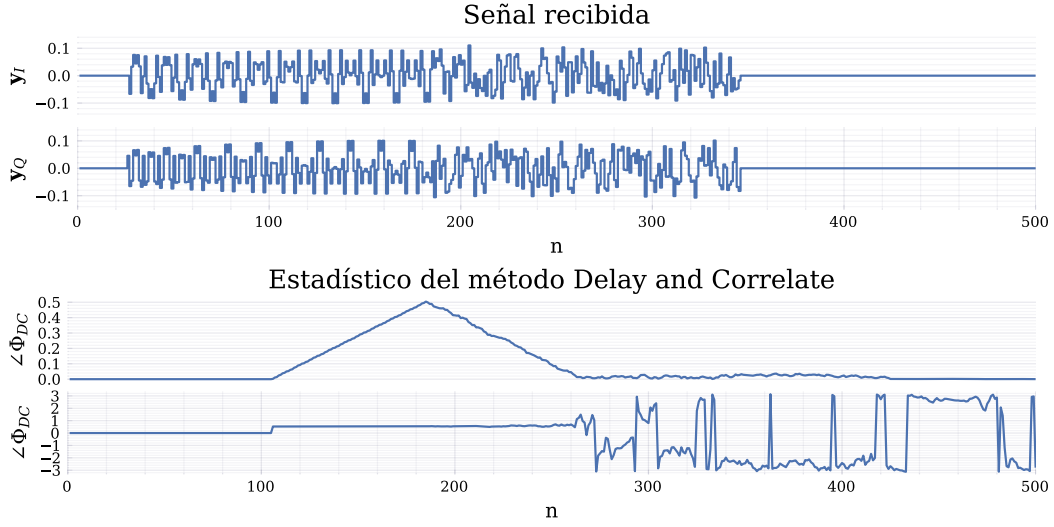
En su versión más simple, este método detecta la periodicidad de la señal comparando la primer mitad de las intervalos de las últimas  $N$  muestras recibidas con la segunda mitad del mismo, usando el factor de correlación.

$$\Phi_{DC}[n] = \sum_{k=0}^L y^*[n-k]y[n-k-L] \quad (3.13)$$

El parámetro  $L$  usado en la ecuación 3.13 es exactamente  $N/2$  donde  $N$  es la longitud del preámbulo. Se puede verificar que el módulo de  $\Phi_{DC}$  es máximo cuando los dos sub intervalos evaluados sean idénticos salvo por una rotación en fase. De esta forma  $\hat{n}_{DC}$  nuevamente será la muestra que maximice el estadístico.

$$\hat{n}_{DC} = \underset{n}{\operatorname{argmax}} |\Phi_{DC}[n]| \quad (3.14)$$

A su vez, la fase  $\Phi_{DC}$  contiene información de la diferencia relativa en fase de cada mitad del intervalo, permitiendo así estimar el error en frecuencia que provocó esa



**Figura 3.7:** Resultado de aplicación del estadístico  $\Phi_{DC}$  a una señal recibida que consiste en un preámbulo con error de frecuencia.

rotación. La fórmula para estimar el error en frecuencia de esta forma es la siguiente

$$\widehat{\Delta f}_{DC} = \frac{1}{2\pi LT_S} \angle \Phi_{DC}[\widehat{n}_{DC}] \quad (3.15)$$

Los resultados de la aplicación de  $\Phi_{DC}$  sobre una señal recibida con rotación lineal en fase se visualizan en la figura 3.7.

### 3.2.3. Implementaciones en LabVIEW

La implementación en LabVIEW de los métodos consisten en implementar los algoritmos para calcular los algoritmos en determinado instante de muestreo  $n$ . En estos casos se considera una ventana de evaluación que recibe el nombre de  $\mathbf{v}$ , y son las últimas  $N$  muestras recibidas.

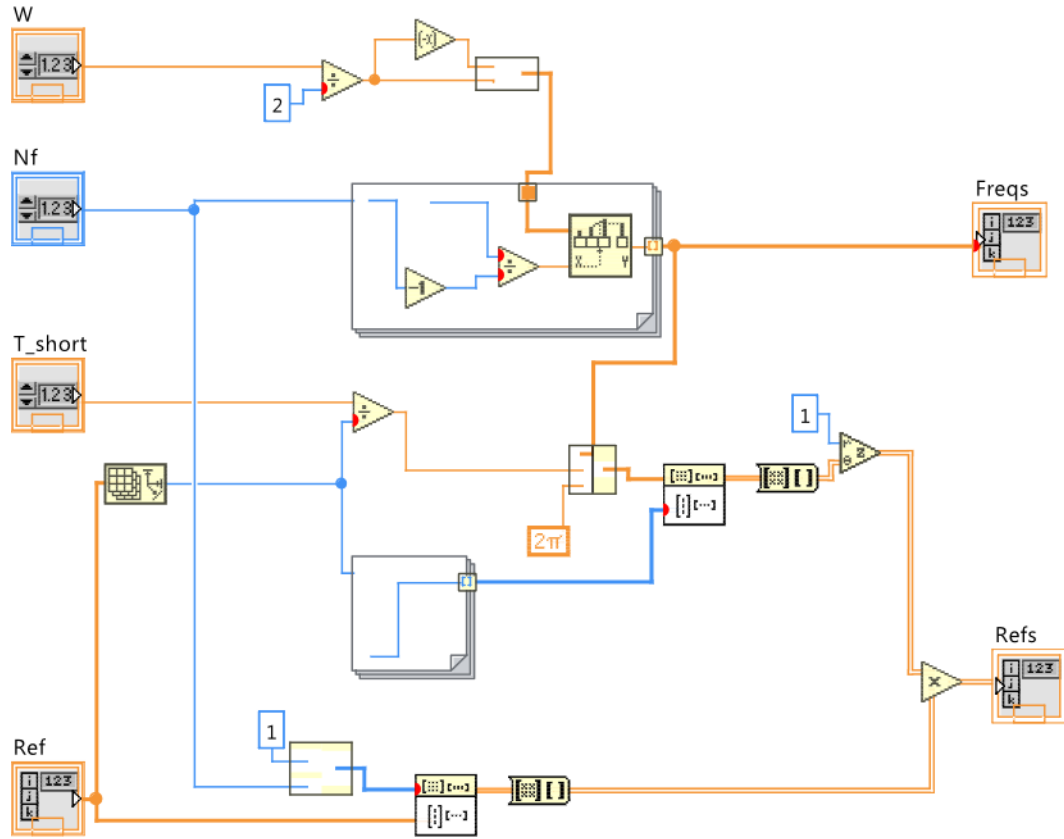
$$\mathbf{v}[n] = \begin{bmatrix} y[N - n + 1] & \cdots & y[n] \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

En las expresiones para calcular los estadísticos usados en cada método,  $\overline{\Phi}_{BC}$  y  $\Phi_{DC}$  respectivamente, se omite el índice  $n$  ya que este es implícitamente el instante de muestreo en el que se ejecutan las operaciones.

#### Implementación banco de correladores

El cálculo del estadístico  $\overline{\Phi}_{BC}$  implementado en LabVIEW se ve en el diagrama de bloques presentado en la Figura 3.9. Requiere de matriz de referencias, llamada  $R$ , la cual es una matriz de  $M \times N$  en donde la fila  $m$  son las  $N$  muestras de la secuencia de





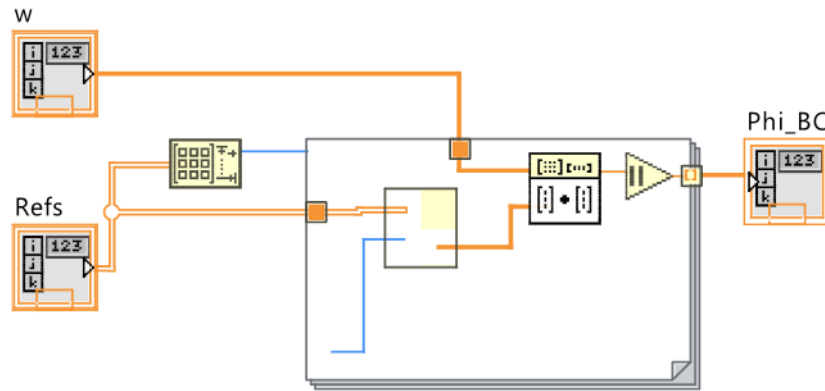
**Figura 3.8:** Diagrama en bloques de las referencias necesarias para calcular el estadístico  $\bar{\Phi}_{BC}$  en LabVIEW.

entrenamiento de símbolos cortos con el correspondiente error de frecuencia aplicado.

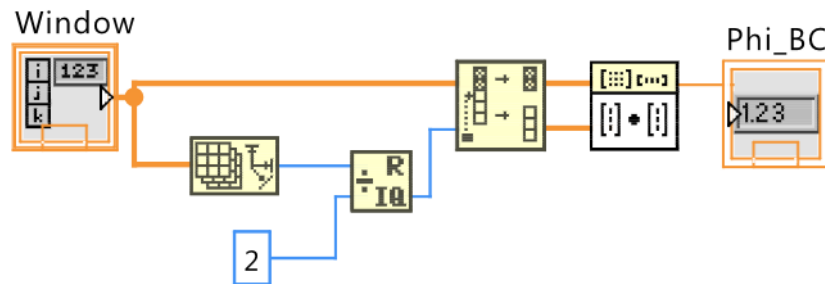
$$R_{M \times N} = \begin{bmatrix} \cdots & \mathbf{r}_0 & \cdots \\ \cdots & \mathbf{r}_1 & \cdots \\ & \vdots & \\ \cdots & \mathbf{r}_{M-1} & \cdots \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

La construcción de las referencias se consigue con el diagrama de bloques presentado en la Figura 3.8. El cual toma un rango de errores de frecuencia  $W$  y un número de frecuencias  $M$ , la secuencia de entrenamiento de símbolos cortos  $s$  y su duración  $T_{SHORT}$ . Este diagrama en bloques retorna la matriz de referencias y un vector de errores de frecuencia correspondiente a cada fila de la matriz.

El diagrama de bloques presentado en la Figura 3.9 calcula  $\bar{\Phi}_{BC}$  a partir de  $R$  y  $\mathbf{v}$ . Para hacerlo itera sobre las filas de  $R$ , en cada iteración calculando el factor de correlación de la ventana con la referencia. Esto se consigue con la operación producto



**Figura 3.9:** Diagrama de bloques del cálculo del estadístico  $\bar{\Phi}_{BC}$  en LabVIEW.



**Figura 3.10:** Diagrama de bloques del cálculo del estadístico  $\Phi_{DC}$  en LabVIEW.

interno, el resultado es un vector de  $M$  elementos

$$\bar{\Phi}_{BC} = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \cdot \mathbf{r}_0 \\ \mathbf{v} \cdot \mathbf{r}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{v} \cdot \mathbf{r}_{M-1} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

### Implementación método delay and correlate

La implementación del método delay and correlate en LabVIEW resulta mucho más simple, el diagrama en bloques se presenta en la Figura 3.10. El método calcula  $L = N/2$  y usa ese valor para particionar  $\mathbf{v}$ , luego calcula el factor de correlación entre las dos partes por medio del producto interno

$$\Phi_{DC} = \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2 \quad (3.19)$$

En donde  $\mathbf{v}_1$  y  $\mathbf{v}_2$  son la primer y segunda mitad de  $\mathbf{v}$  respectivamente.

### 3.3. Resumen del capítulo

En este capítulo se definieron los tipos de error de sincronismo que se deben estimar para la correcta recepción de tramas OFDM, estos siendo el desvío de temporización de símbolo y el desvío de frecuencia de portadora.

Se definieron dos métodos que son capaces de realizar un sincronismo inicial tanto en tiempo como en frecuencia, haciendo uso del conocimiento del preámbulo definido en el estándar IEEE 802.11, estos métodos son el banco de correladores y el método de retardo y correlación. Una vez descritos los métodos se ilustró como fueron implementados en LabVIEW, por medio de diagramas en bloques.