

中原城市群轨道交通干线选择研究 ——基于图论最小生成树 Kruskal 算法

李晓莉^{1,2}, 王发曾², 罗 军³

(1 河南工业大学 信息科学与工程学院, 郑州 450052 2 河南大学

环境规划学院, 河南 开封 475004 3 河南大学 经济学院, 河南 开封 475001)

摘要: 中原城市群的发展是中部崛起的关键所在。中原城市群交通网络中轨道交通干线的构建, 必将对其建设与发展起到巨大的推进作用。从计算机学科图论的角度入手, 利用 Kruskal 求解最小生成树算法, 对构建最小投资中原城市群快速干线进行了理论性研究。首先用无向图的概念对中原城市群九城市及其间距离进行图的抽象, 然后给出算法过程以及实质求解意义并获得结论, 最后论述了该算法的不足并对算法的结论进行了现实修正。该算法在油气干线、超高压电力干线等大型基础设施建设中亦存在一定应用前景。

关键词: 轨道交通; 最小投资; 图论 Kruskal 算法; 算法修正; 中原城市群

中图分类号: F572

文献标识码: A

文章编号: 1003-2363(2008)05-0050-04

1 问题的提出

目前, 在中部崛起经济发展战略指导下, 建设和发展中原城市群, 已成为河南省经济发展战略的重要组成部分。发达的交通网络, 对于河南省经济发展和中原城市群迅速崛起将起到积极、巨大的推动作用。大力发展轨道交通已经成为解决城市内和城际间人员流动量大与交通设施运载力不足之间矛盾的主要途径, 规划建设城际间快速轨道交通已经成为城市群城镇体系和经济发展的迫切需要^[1]。作者应用计算机学科的图论中用于求解无向图中的最小生成树的 Kruskal 算法, 从最小投资角度出发, 求解中原城市群九城市间快速轨道交通干线的构建问题, 提供干线运输服务^[2], 即新建一条客运专用轨道交通快速通道, 其建成目标: ①连接中原城市群九城市; ②投资最少、造价最低、总道路长度最短; ③与省内原有航空、铁路、公路交通网络相辅相成, 实现轨道交通客货分离。这是将计算机学科算法应用于解决现实问题的尝试, 对于解决现实生活中类似问题有着深远的指导意义。

2 问题的抽象和说明

从计算机学科图论的角度来看, 在现实世界的若干事物(有限或无限)或社会上的若干现象之间均存在着

某种联系。对于中原城市群快速轨道交通干线问题, 可以用小圆圈表示城市, 用边表示城市之间联通道路, 边上的权是用以表示两地间距离的公里数。网络的构成可采用点一点邻接关系来描述^[3]。由于边的权决定了路线选择的结果和最终轨道干线的投资, 因此, 必须认真探讨中原城市群九城市之间的距离问题, 综合考虑理想状态和现实情况的影响。中原城市群包括郑州、洛阳、开封、新乡、焦作、许昌、平顶山、漯河、济源九城市(图 1)。



图 1 中原城市群九城市的地理位置

Fig 1 Geographical location of the nine cities of Zhongyuan Urban Cluster

2.1 理想状态下九城市间距离

首先从理想状态下、无向完全图角度来看中原城市群九城市间距离。无向完全图是指: ①图中顶点和顶点间的边没有方向性; ②图中任意 2 个顶点之间均有边相连。如果考虑一种比较理想状态下的城市连通网络, 在

收稿日期: 2008-01-20 修回日期: 2008-05-23

作者简介: 李晓莉(1976-), 女, 河南鄆城人, 讲师, 在读博士, 主要从事城市与区域综合发展研究。(E-mail) lixiaoli@haut.edu.cn

具有 9 个顶点（也即 9 个城市）的情况下，应该有 $9 \times (9-1) / 2 = 36$ 个边（也即交通连线）将任意顶点连接。在理想状况下，中原城市群九城市间距离为不考虑河流、山川等因素影响的直线距离（表 1）。

表 1 中原城市群九城市间理想（直线）距离
Tab 1 Direct distance among the nine cities of Zhongyuan Urban Cluster

城市	郑州 A	开封 B	洛阳 C	平顶山 D	新乡 G	焦作 H	许昌 K	漯河 L	济源 U
郑州 A	—	—	—	—	—	—	—	—	—
开封 B	60	—	—	—	—	—	—	—	—
洛阳 C	130	170	—	—	—	—	—	—	—
平顶山 D	120	155	135	—	—	—	—	—	—
新乡 G	65	70	150	185	—	—	—	—	—
焦作 H	70	115	100	175	55	—	—	—	—
许昌 K	85	100	150	55	145	150	—	—	—
漯河 L	140	145	200	65	195	180	55	—	—
济源 U	105	165	60	170	120	60	170	215	—

说明：表中城市后边的 A、B、…、U 分别为该城市的汽车牌照代码。以下同。

理想状态下，两两城市之间均存在直线连接的交通道路，根据表 1 中的中原城市群两两城市之间的直线距离，可以得到城市群的交通道路抽象图（图 2）。

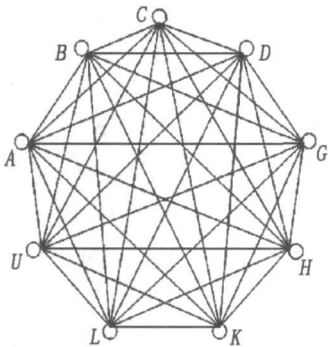


图 2 中原城市群九城市间交通道路理想状态抽象图

Figure 2 Abstract traffic line graph of the nine cities of Zhongyuan Urban Cluster in ideal condition

2.2 现实情况下九城市间距离

在实际生活中，不是任意两城市间都有直线连通的交通线路。如郑州—济源就不存在直达道路，可以通过中转城市到达目的地。可以选择济源—焦作—郑州或济源—洛阳—郑州 2 条线路。同样地，郑州—平顶山可考虑郑州—许昌—平顶山、郑州—漯河则必须选择郑州—许昌—漯河线路。基于这种现实情况，中原城市群九城市间现实距离如表 2。

结合现实道路连通情况，对中原九城市间交通道路图进行图论抽象，获得了现实距离无向图（图 3）。在图 3 中，不仅可以看到中原城市群所处的大致地理方位，亦可知其间道路连通及其间距离的大致情况。

2.3 关于轨道交通干线的修正

现实生活中，由于交通道路的建设不仅要考虑投资

表 2 中原城市群九城市间现实距离
Tab 2 Real distance among the nine cities of Zhongyuan Urban Cluster

城市	郑州 A	开封 B	洛阳 C	平顶山 D	新乡 G	焦作 H	许昌 K	漯河 L	济源 U
郑州 A	—	—	—	—	—	—	—	—	—
开封 B	60	—	—	—	—	—	—	—	—
洛阳 C	130	170	—	—	—	—	—	—	—
平顶山 D	120	180	130	—	—	—	—	—	—
新乡 G	65	70	175	185	—	—	—	—	—
焦作 H	70	130	95	190	55	—	—	—	—
许昌 K	80	100	140	55	145	150	—	—	—
漯河 L	135	140	195	65	200	205	55	—	—
济源 U	130	190	60	190	115	60	200	255	—

最小和客流最大等问题，而且还必须要考虑经过沿线不同规模的城镇以及自然条件的影响。如在京九铁路的建设中，为了带动一些贫困地区的发展而适当的取弯避直，虽然在铁路修建时的投资加大，但是对铁路沿线地区的经济带动作用却是不可估量的。另外，出于中原城

市群九城市的中心城市及副中心城市的政治、经济、文化、交通等方面的考虑，也应该对应用该算法后的最终结果进行现实修正。

2.4 关于算法所使用数据的选择

在对中原城市群九城市之间道路连通情况进行图

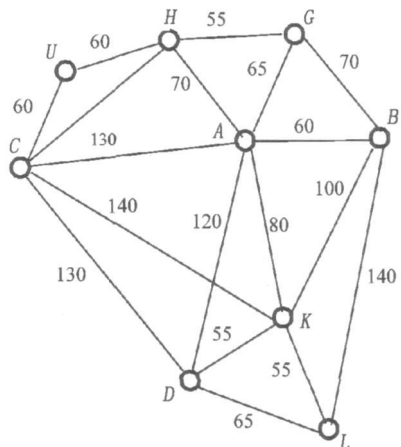


图 3 中原城市群九城市间现实距离抽象图

Figure 3 Abstract traffic line graph of the

nine cities of Zhongyuan Urban Cluster in real condition

论的交通道路抽象时,虽然表 1 和表 2 中数据的值不尽相同,但由于 2 个表中的数据差异不足以引起最终结论的不同,也即:无论采用表 1 数据还是表 2 数据,应用 Kruska 算法所得结论是一致的。所以,在这里我们采用表 1 中的数据作为抽象图中边的权值进行求解。

3 图论 Kruska 算法及求解

3.1 算法描述和实质意义

图论中 Kruska 算法用来求无向连通带权图的最小生成树^[4]。设 $G=(n, m)$ 是无向连通非负权图。其中, G 为图; n 为顶点的个数; m 为边的个数。下面给出在 G 中求最小生成树的 Kruska 算法。主要步骤如下。

(1) 选择一条边 e_1 使得 $w(e_1)$ 尽可能小。

(2) 若边 e_1, e_2, \dots, e_i 已经选好, 则从 $E - \{e_1, e_2, \dots, e_i\}$ 中依照下列原则选取 e_{i+1} 。① $G_i = \{e_1, e_2, \dots, e_i\}$ 无回路; ② 满足 ① 的条件下使 $w(e_{i+1})$ 尽可能小。其中, e_i 为边; $w(e_i)$ 为边 e_i 的相应权值; E 为边的集合。

(3) 当 (2) 不能进行时, 过程停止。

可以用反证法证明利用上述 Kruska 算法, 可以得到图论中的最小生成树。利用此算法可以对图 3 进行推算, 最终可获得一条连通各城市、总路程最短 (即投资最小) 的交通干线, 符合节约费用的原则^[5]。该算法的实质推论过程是: 在无向图中, 按照边的权值从小到大依次进行排序, 从而获得边的权值递增序列, 进而在图中依次递增序列选择边的集合。如果新选择的边与已经确认的边构成了回路 (即首尾相连的环形边序列), 则放弃该边, 继续选择权递增的边序列中的下一条边, 直到序列中的最后一条边。

3.2 算法描述语言角度的求解过程

(1) 首先选择权最小的边。从图 3 中知, $DK, KL,$

GH 的权均为 55 从中任选一条均可。此处我们选择 KL 作为第一条边。

(2) 接着再从除去边 KL 的其余边中选择权最小且不构成回路的第二条边。 DK, GH 权均为 55 从中任选一条。此处我们选择 DK 作为第二条边。

(3) 选择 HG 作为第三条边。

(4) 除去 KL, DK, GH 3 条边后, 再根据选择算法的第二步以及其必须满足的 2 个条件, 可以继续选择权为 60 的边 CU, UH 和 AB , 它们均可满足权最小且不构成回路的条件。

(5) 继续选择下一条边时遇到构成回路的情况。边 HA 和 GB 的权为 70 但如果选择它们必将产生回路, 即: HG, GA, AH 三角环回路或 AG, AB, GB 三角环回路。因此, 不能选择此两边, 必须选择不构成回路, 但权稍大的其他边继续该算法。此处选择权为 80 的边 AK 。

(6) 此时继续算法将会全部产生回路, 算法结束, 得到最小生成树 (图 4), 图 4 中粗线所示即为根据算法求得的最小生成树。

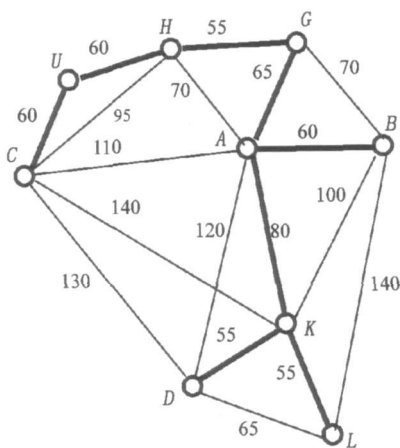


图 4 应用 Kruska

算法所得最小生成树 (图中粗线所示)

Figure 4 The least result tree with the Kruska Algorithm

3.3 算法实质意义角度的求解过程

首先根据边的权的大小, 按权值从小到大排列出边序列, 即: GH, DK, KL (权为 55), CU, UH, AB (权为 60), DL, AG (权为 65), BG (权为 70), AK (权为 80), CH (权为 95), BK (权为 100), AD (权为 120), AC, CD (权为 130), CK, BL (权为 140)。然后我们根据 kruska 算法步骤, 依次选择 GH, DK, KL, CU, UH, AB 在选择边 DL 时发现: DK, KL 和 DL 将构成封闭的三角形首尾相连的环形边序列, 也即“回路”, 故必须舍弃边 DL 而继续选择边序列中的下一条边 AG 接着在选择边 BG 时, 又产生了回路, 所以舍弃 BG 边, 继续序列中的下一条。仍然可以选择满足条件的边 AK 此后所有的边都将构成回路。

最后得到具有9个定点的无向图, 总共获得8条将它们相互连通的边序列, 即 GH DK KL CJ HU AB AG AK 。这就是我们最终获得的最小生成树。

4 求解结论和修正

4.1 求解的结论

应用 Kruskal 算法所得最小生成树, 也就是连通中原城市群九城市最小投资、总路程最短的快速轨道的建成干线, 总里程约 490 km (图 4)。郑汴、郑许、许漯、许平、新焦、焦济之间, 直线距离最短; 郑新之间过老黄河桥, 也是黄河南北重要交通道路; 济洛之间关乎济源与黄河以南的联系。这恰恰体现在图中, 是算法的结论。从所得的最小生成树 (图 4), 可以看到从省会郑州出发, 具有连通其他城市的快速干线共有 3 条, 从而也从图论的角度证明了郑州作为河南省中心城市的重要作用。同时, 也可看到许昌也是连接郑州和平顶山、漯河的重要城市, 在中原城市群中占据地理区位上的发展优势, 这也印证了部分专家学者所提出的将许昌纳入郑州市区的构想。

4.2 存在的不足和修正办法

虽然应用上述最小生成树算法求得了连接中原城市群九城市的最小投资、总路程最短的快速轨道干线 (共计 8 段, 连接九城), 但这只是建立在纯数学和图论基础上所获得的结论。其结论与现实差距最大之处在于: 从郑州到洛阳, 须北渡黄河到新乡, 再西进到焦作和济源, 再南渡黄河才能到达洛阳, 全程 $65 + 55 + 60 + 60 = 240$ (km), 比郑州直接到洛阳远了 118.2% (130 km)。而郑州—洛阳段是中原城市群交通量最稠密的路段之一, 且是郑洛工业走廊的交通命脉。同时郑洛之间关乎首位、次首位城市的联系和中心、副中心城市的发展问题。因此, 必须在郑州、洛阳之间加修一条快速轨道线路 (图 5), 图 5 中粗线所示即为修正增加的快速轨道线路。此条线路的建立, 虽然违背了 Kruskal 算法求得最小生成树算法的“不能产生回路”的要求同时增加了投资 (郑洛之间距离约 130 km), 但更具备了重要的现实意义。实际上, 我国许多城市的地铁或轻轨不但有 1 线、2 线等干线, 也考虑了现实的种种因素, 存在环线形式。

5 结语

图论中的 Kruskal 算法本来是用于求解无向图的最小生成树的算法, 作者将现实生活中中原城市群的城市和道路抽象为图, 并从加强中原九城市经济发展、交通联系的角度出发, 基于现实中不可能构建两两城市间交通线路的“完全图”交通网络和“最小投资”的角度考虑, 提出了构建中原城市群快速轨道交通干线的方法。

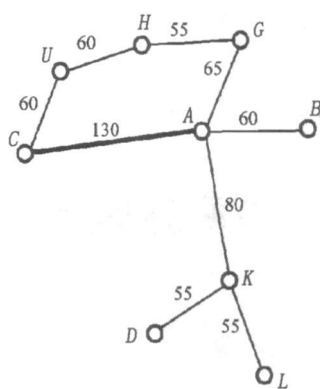


图 5 修正后的快速轨道干线 (图中粗线所示)

Figure 5 The fast roadway main line after modification

并对洛阳这个重要的中原城市群次首位城市、副中心城市在算法应用中重要性体现不足的问题, 进行了修正。当然, 在我们的实际生活中真正实施快速轨道交通干线的建设时, 还将有更多需要修正线路的问题出现并有待于我们一一去解决。

该算法的出发点是基于“最小投资”, 应用前景比较广泛, 因此, 在许多大型投资基础设施建设项目中均可以应用该算法进行干线线路的初步选择。例如: 不发达、地广人稀地区的铁路、公路交通干线的建设, 城市、城市群内的轨道交通干线建设, 较大地域范围的石油天然气管道干线以及超高电压电力“高速公路”干线的构架等等。作者也用此方法验证了郑州市轨道交通线路的选择和专家们选定线路存在着很大程度的重合^[6]。

Kruskal 算法的本身可进一步改进, 用于求解预先制定的连接问题: 用最小费用建造一个连接若干个城市的干线, 且要求某些指定的城市之间是直接连接的。如我们上述讨论的关于洛阳城市的问题, 可以修改该算法, 要求是构建中原九城市轨道交通干线其中必须包括郑—洛区间。当然, 如果郑—洛区间轨道是必需的, 根据“无回路”原则, 就会出现其他线路被舍弃的情况。总之, 城市轨道交通建设将对中原城市群城市布局和规划产生积极的影响^[7]。

参考文献:

- [1] 姬霖. 城际轨道交通广佛线线路方案研究 [J]. 都市轨道交通, 2004 (2): 27—29
- [2] 郑爱龙, 王秋平. 城市公交快速线路选线研究 [J]. 城市公共交通, 2004 (1): 24—25
- [3] 王忠强, 高世廉. 城市轨道交通路网形态分析方法 [J]. 城市轨道交通研究, 1999 (1): 33—36
- [4] 陈国勋, 刘书芳. 离散数学 [M]. 开封: 河南大学出版社, 1993: 208—212

(下转第 63 页)

Researches on Science and Technology Tourism of Science Zone of Chinese Academy of Sciences

LIU Jun^{1, 2, 3}, CHEN Yuan-sheng,
CHENG Sheng-ku¹, JIANG Yi-yi¹, LI Ji²

(1. Institute of Geographical Sciences and Natural Resources Research, CAS
Beijing 100101, China; 2. Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing
100049, China; 3. College of Tourism, Chongqing Normal University, Chongqing 400047, China)

Abstract After a short review of the development of the science and technology tourism in both China and foreign countries especially the tourism science zone of Chinese Academy of Sciences, the authors conclude that the science zone sightseeing, convention tourism, training tourism, famous scientist tour, science and technology center tour, scientific research place tour and event tour are the main contents of science and technology tourism of science zone of Chinese Academy of Sciences. Finally, the authors put forward some countermeasures to resolve the five problems which constrain the development of the science and technology tourism of science zone of Chinese Academy of Sciences.

Key words science zone, science and technology tourism, Chinese Academy of Sciences

(上接第 53 页)

- [5] 唐力帆. 图论在旅游线路及游览线路设计中的应用 [J]. 水运管理, 1998(1): 19—21.
- [7] 叶霞飞, 王治. 厦门城市轨道交通 1 号线线路走向与既有铁路利用方案研究 [J]. 城市轨道交通研究, 2005(2): 58—61.
- [6] 佚名. 郑州发改委再次把修建轻轨呈报上级部门 [N]. 郑州日报, 2005—08—25.

Research of the Least Investment of Fast Railway main line for Zhongyuan Urban Cluster——Based on the Kruskal Algorithm of Graph-Theory

LIXiao-li², WANG Fa-zeng, LUO Jun

(1. College of Information Science & Engineering, Henan University of Technology, Zhengzhou 450052, China; 2. College of Environment & Planning, Henan University, Kaifeng 475001, China; 3. College of Economics, Henan University, Kaifeng 475001, China)

Abstract The development of Zhongyuan Urban Cluster is the key point of Mid China's Rising. The construction of its fast railway main line in the traffic network will bring great promotion. This article uses the Kruskal Algorithm of Graph-Theory in Computer Science to analyze theoretically how to construct the least investment of fast railway main line for Zhongyuan Urban Cluster. First, the article makes abstract graphs based on the conception of non-direction graph. Then, it gives the steps of the Kruskal Algorithm and real meaning of its process, and then obtains the result. It also describes the shortage of the algorithm and makes some modification related with reality. This method also has certain applications in the constructions of our society's substructures such as oil gas main line or extra high voltage electricity main line.

Key words the least investment, the main line of fast roadway, the Kruskal Algorithm of Graph-Theory, modification of algorithm, Zhongyuan Urban Cluster