

基于剪枝的最小生成树算法在供水管网的应用

毛 华 谢利伟 张智星

(河北大学数学与计算机学院 河北 保定 071002)

(河北省数学研究中心 河北 石家庄 050016)

(河北省机器学习与计算智能重点实验室 河北 保定 071002)

摘 要 在进行供水管网网络设计时,如何使铺设的供水管网线路最短,构建的供水管网造价最低是设计者需要重点考虑的问题之一。文章就此问题提出了一种基于剪枝的最小生成树算法。算法首先将交叉点(街道的交汇处)和节点(用户)都视为图的顶点,然后求出最小生成树,最后再将最小生成树中以交叉点为末梢的“枝叶”剪掉。该算法简洁、快速、易于实现。对铺设公路,架设网线等一类网络问题也有实际的参考意义。

关键词 供水管网 交叉点 节点 度

APPLYING PRUNING-BASED MINIMUM SPANNING TREE ALGORITHM IN WATER SUPPLY NETWORKS

Mao Hua Xie Liwei Zhang Zhixing

College of Mathematics and Computer Science, Hebei University, Baoding 071002, Hebei, China)

(Mathematics Research Center of Hebei Province, Shijiazhuang 050016, Hebei, China)

(Key Lab in Machine Learning and Intelligence Computational of Hebei Province, Baoding 071002, Hebei, China)

Abstract When designing water supply networks, it is the problem to be emphatically considered by the designer that how to pave shortest lines of water supply networks with lowest cost. This paper presents a pruning-based minimum spanning tree algorithm for this problem. In this algorithm, the cross-points (road intersections) and nodes (users) are pointed out as vertices of a graph, and then the minimum spanning tree of this graph is to be solved. The final step is to prune the top vertices which are also the cross-points in the minimum spanning tree. This algorithm is simple and fast, easy to be realized. It also has practical significance to other similar networks such as paving roads and setting up cables.

Keywords Water supply network Cross-point Node Degree

0 引 言

供水管网是城市的基础设施之一,建立健全一套完整有效的供水管网系统,是保证城市供水的必要措施和基本条件^[1]。对供水管网系统进行科学的规划、设计和运行管理,不仅可以为国家节约大量的资金投入,还可以提高水资源的利用率,提高整个供水系统的运行可靠性,减少维修量^[2]。供水管网优化系统是一个复杂的系统,系统中任何一部分的改进与完善都有利于整体优化效果的提高^[3]。供水管网系统完整的优化过程包括规划、设计、运行管理三个阶段^[4]。其中,供水管网优化设计是优化过程的主要内容,优化设计的效果将直接影响供水管网的运行及管理方式。国内外许多学者在管网优化设计方面开展了研究,主要方法有非线性规划法^[5]、线性规划法^[6]以及人工神经网络法^[7,8]等。但是,以上方法主要研究的是如何确定管网流量分配和选择各级管道尺寸、水塔高度和水泵扬程等优化设计问题,且以理论研究为主,而对实际的一些具体问题如管网如何铺设研究较少。因为管网的铺设涉及到资金的投入,故是一个不能忽略的问题。本文着重从管网在城市内如何铺设考

虑,为管网优化方法的进一步发展提供参考。

在城市管网铺设时,由于管道只能沿着街道铺设,所以街道的交汇处就必须加以考虑。如何处理和选择这些交汇处使得供水管网连接所有的用户并保证其造价最低是管网铺设中重要而又较难解决的问题。本文就此问题提出了一种基于剪枝的最小生成树算法,在最后举例加以说明。

1 供水管网优化设计模型

由图论知识^[9]知,每个管网可视为一个图。本文首先将管网的内容转化为图论语言,以达到实现用数学的方法解决管网设计的目的。由管网到图的语言描述如下:

- 将规划区域内的供水中心和用户称作节点,街道的交汇处称作交叉点,将节点和交叉点都视为图的顶点。
- 将各个节点和交叉点间可能铺设的路径视为图的边。
- 将各条线路的建设费用和运行费用之和视为边的权。

收稿日期:2009-10-11。河北省自然科学基金数学专项基金(08M005)。毛华,副教授,主研领域:代数组合数学及其应用研究。

这样,供水管网就转化为一个加权图 $G(V, E, W)$, 其中 V, E 和 W 分别表示图中顶点的集合, 边的集合和边的权的集合。

设 T' 是 G 的一个生成树, v_i, v_j 是边 $e_{ij} = v_i v_j \in E$ 的两个端点, W_{ij} 表示 e_{ij} 的权, T' 的权定义为:

$$W(T') = \sum_{e_{ij} \in T'} W_{ij}$$

令 $W(T) = \min W(T')$, 则 T 即是 G 的一个最小生成树。

删去 T 中以交叉点为末梢的“枝叶”后即是最优解。

以下说明模型中最后所求解为最优解。

显然,在保证造价最低的情况下求供水管网网络优化问题,实质是求最小生成树问题。由实际问题知,最小生成树一定存在,因为供水管道是在保证连接所有用户的前提下铺设的。求最小生成树可以采用 Prim 算法^[10], Kruskal 算法^[11], 改进 Kruskal 算法^[12]等。但将交叉点和节点都视为图的顶点后所求的最小生成树不是最优解,因为 T 中以交叉点为末梢的顶点并不是用户,所以必须将以交叉点为末梢的“枝叶”去掉,此时 T 才是所求最优解。

2 算法的设计与实现

2.1 算法设计

为叙述方便,首先作以下说明。

$G(V, E, W)$ 是一个网络, $|V| = n, |E| = m$ 。 $V = V_1 \cup V_2$, 其中 $V_1 = \{v_1, v_2, \dots, v_r\}$ 表示节点全体, $V_2 = \{v_{r+1}, v_{r+2}, \dots, v_n\}$ 表示交叉点集合。 $d_G(v)$ 表示图 G 中顶点 v 的度数。

算法1 剪枝的最小生成树算法

step0 把 G 的边按权的大小顺序排好, 排好后的边集合记为 $E' = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$, 其中 $W(e_1) \leq W(e_2) \leq \dots \leq W(e_m)$, 令 $T_0 = \{V, \phi\}, i = 1, j = 0$ 。

step1 若 $T_j + e_i$ 含圈, 转 step2; 否则转 step3。

step2 置 $i = i + 1$, 转 step1。

step3 令 $T_{j+1} = T_j + e_i$, 置 $j = j + 1$ 。

step4 若 $j = n - 1$, 令 $D = \{v_{r+1}, v_{r+2}, \dots, v_n\}$, 转 step5; 否则转 step1。

step5 令 $P_j = \{v_i | d(v_i) = 1, v_i \in D\}; S_j = \{e_k | v_{k_1} \in P_j, v_{k_2} \in V \setminus \{v_{k_1}\} \text{ 或 } v_{k_2} \in P_j, v_{k_1} \in V \setminus \{v_{k_2}\}\}$, 其中 v_{k_1}, v_{k_2} 表示 e_k 两端点。

step6 若 $P_j = \phi$, 结束, T_j 即是所求解; 否则转 step7。

step7 $T_j = T_j - S_j; D = D \setminus P_j$, 转 step5。

算法分析

step0 - step4 是将节点和交叉点都视为图的顶点后最小生成树的生成过程。step0 是对权排序过程, 其计算量为 $O(m^2)$ 。step1 - step4 最多进行 m 次循环, 其计算量 $O(m)$ 。

step5 - step7 是对最小生成树进行“剪枝”过程。最多进行 $n - 1$ 次循环, 其计算量为 $O(n - 1)$ 。

故算法的总计算量为 $O(m^2) + O(m) + O(n - 1) = O(m^2 + n)$ 。所以算法复杂度为 $O(m^2 + n)$ 。

2.2 举例

某城市区域内要铺设供水管道, 可能铺设的线路如图1所示。其中 v_1 表示供水中心, $v_2 \sim v_5$ 表示用户, $v_6 \sim v_{10}$ 表示街道交叉点, 边 e_1, e_2, \dots, e_{16} 是按边上的权即管道的造价由小到大排列。

(1) T_0 表示 $v_1 \sim v_{10}$, 不包含边。因为 $T_0 + e_1$ 不含圈, 所以令 $T_1 = T_0 + e_1$, 如图2所示。继续判断 $T_1 + e_2$ 是否含圈, 如此循

环, 求得最小生成树 T_9 , 如图3所示。

(2) 此时 $P_9 = \{v_7, v_9\}, S_9 = \{e_5, e_{12}\}$ 。

(3) $T_9 = T_9 - S_9$, 此时 $P_9 = \{v_8\}, S_9 = \{e_4\}$ 。

(4) $T_9 = T_9 - S_9, P_9 = \emptyset$, 停止。此时 T_9 即是所求最优解, 如图4所示。

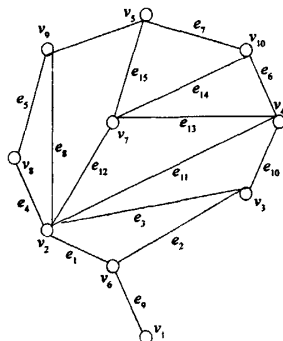


图1 某城市区域内供水管网的连通图

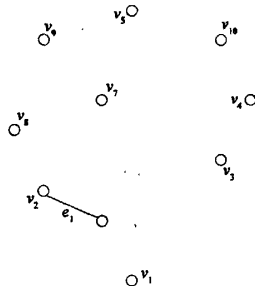


图2 算法进行第一次循环时得到的加权图 T_1

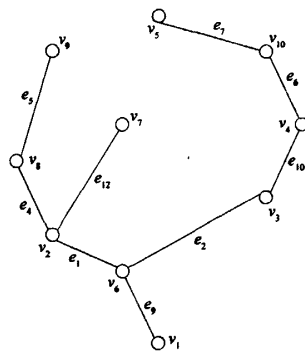


图3 图1的最小生成树 T_9

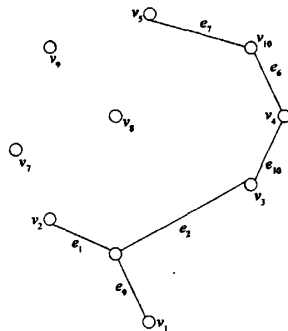


图4 进行剪枝后的最小生成树 T_9

系数的值域为 $[1, 20]$ 。任务的任务量,资源的性能系数,均为在其取值范围内随机选取。 $Number = 5000, Level = 4, cthreshold = n, numNear = n$ 。测试给出的结果是取多次计算结果的平均值。

图3描绘了三种算法时间跨度随着任务数增加的变化情况。从图中我们可以看出:SAPS相对于Max-min、Min-min算法在性能上普遍有所提高。相对于Min-min,当任务数较少时,SAPS略优于Min-min算法,随着任务数的增加,两者性能间差异迅速增大,说明Min-min算法由于片面追求局部最优,不太适合用于大规模的网格任务调度。相对于Max-min,SAPS算法的性能也有所提高但并不明显。

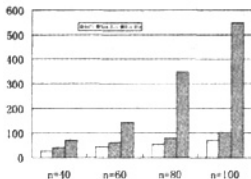


图3 资源数为7时任务数—时间跨度曲线

图4描绘了时间跨度随着资源值增加的变化情况。从图中我们可以看出:当资源值较小时,时间跨度较大,随着资源值增大,计算能力增强,时间跨度逐渐减小,资源值达到一定值后,时间跨度值趋向稳定,并不随着资源值的增加而减少,资源值超过一定值后,虽然计算能力增强了,但由于任务大都分配给计算能力强的资源,造成负载失衡,时间跨度反而开始增加。较优解不是分散分布的,而是集中在中间的区域。捕食搜索也只有在较优解集中时才有效^[6]。图4恰好说明网格任务调度问题符合应用捕食搜索策略的条件。为了提高算法的效率,我们取初始解的值域所确定的区域为待搜索区域,而不是取全部搜索区域作为待搜索区域,覆盖了较优解分布集中的区域,去除了部分位于两端较差解集中的区域,在找到较优解的同时也有效减小了搜索范围。

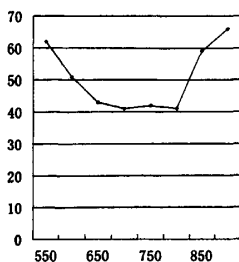


图4 资源值—时间跨度曲线

4 结束语

Min-min算法在解决网格任务调度问题时,由于单纯追求局部最优而缺少全局意识,随着任务数的增加,性能下降较快。为此,本文提出了一种模仿动物捕食策略的网格任务调度算法,该算法有较好的全局搜索和局部搜索的能力。试验证明,该算法无论是对于小规模还是大规模的任务调度都具有较好的性能。

在网格环境下,对任务调度的实时性有较高要求,当任务规模较大时,如何进一步减少搜索次数,缩短算法的运行时间,以及与经济因素相结合,是本文下一步的工作。

参考文献

- [1] Armstrong R, Hensgen D, Kidd. The relative performance of various mapping algorithms is independent of sizable variances in run-time predictions [C]//Proceedings of 7th IEEE Heterogeneous Computing Workshop, 1998: 79-87.
- [2] Maheswaran M, Ali S, Siegel H J, et al. Dynamic matching and scheduling of a class of independent tasks onto heterogeneous computing system [C]//Proceedings of 8th IEEE Heterogeneous Computing Workshop, 1999: 30-44.
- [3] Freund R F, Gherrity M, Ambrosius S, et al. Scheduling resources in multi-user, heterogeneous, computing environments with SmartNet [C]//Proceedings of the Seventh Heterogeneous Computing Workshop, 1998: 184-199.
- [4] Linhares A. Preying on optima: A predatory search strategy for combinatorial problems [C]//Proc of IEEE Int Conference of Systems, Man and Cybernetics, 1998: 2974-2978.
- [5] Ibarra O, Kim C. Heuristic algorithms for scheduling independent tasks on nonidentical processors [J]. Journal of the ACM, 1977, 77(2): 280-289.
- [6] 汪定伟, 等. 智能优化方法 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2007: 264.

(上接第110页)

3 结论

供水管网是城市的重要基础设施,也是城市规划的重要组成部分。本文提出了一种基于剪枝的最小生成树算法,此算法可在铺设管道时达到省时、省力和省料的目的。在实际问题中,求最小生成树的网络问题往往很复杂,很多已有算法的结果并不太理想。这就要给算法作改进或提出新的算法,以达到最优效果。此算法也可用于公路的铺设、电线的搭建等。

参考文献

- [1] 张启海. 城市给水工程 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003.
- [2] 王雅芳. 应用混合遗传算法进行给水管网优化设计 [J]. 水利科技, 2007(4): 36-39.
- [3] 刘丽, 黄岁樑. 供水管网优化模型比较研究 [J]. 水利水电技术, 2006, 37(12): 66-70.
- [4] 周荣敏, 雷延峰. 管网最优化理论与技术 [M]. 郑州: 黄河水利出版社, 2002.
- [5] 魏水曜. 微分法求树状网各管段的经济管径 [J]. 喷灌技术, 1983(3): 38-42.
- [6] Gupta I, Cook J. Linear programming analysis of a water supply system with multiple supply points [J]. Trans Amer Inst Eng, 1972, 11(3): 200-204.
- [7] 周荣敏, 等. 自压式树状管网神经网络优化设计 [J]. 水利学报, 2002(2): 66-70.
- [8] 周荣敏, 林性粹. 自压式树状管网遗传优化布置和神经网络优化设计 [J]. 农业工程学报, 2002, 18(1): 41-44.
- [9] 王朝瑞. 图论 [M]. 3版. 北京: 理工大学出版社, 2001.
- [10] 谢政. 网络算法与复杂性分析 [M]. 北京: 国防科技大学出版社, 1995.
- [11] Krote B, Vygen J. Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms [M]. Heidelberg: Springer-Verlag Berlin, 2000.
- [12] 程树林, 钱萌. 改进 Kruskal 算法仿真城市通信网络建设 [J]. 计算机应用与软件, 2008, 25(10): 169-171.