```
ClearAll["Global`*"]
ClearAll["Global`*"]
WheelEntries := 4
Base[n_] := Sum[1/k, {j, 1, WheelEntries}, {k, 1, Log[Prime[j], n]}]
Wheel[j_] := Sum[If[Mod[j, Prime[k]] == 0, 1, 0], {k, 1, WheelEntries}]
RiePrimeCnt[n_] := Sum[PrimePi[n^(1/j)]/j, \{j, 1, Log[2, n]\}]
LegendrePhi[x_, a_] := LegendrePhi[x,a-1] - LegendrePhi[x/Prime[a],a-1]
LegendrePhi[x_, 0] := Floor[x]
DD[n_{k}] := Sum[If[Wheel[j] \neq 0, 0, DD[Floor[n/j], k-1]], \{j, 2, n\}];
DD[n_, 1] := LegendrePhi[n, WheelEntries] - 1
DD[n_{-}, 0] := 1
LinnikSum[n_] := Sum[(-1)^(k+1)/kDD[n,k], \{k, 1, Log[2, n]\}]
PI[n_{,k_{||}} := Sum[If[Wheel[j] \neq 0, 0, 1/k - PI[Floor[n/j], k+1]], \{j, 2, n\}]
Dhyp[n_{k_{-}}, k_{-}, s_{-}] := Sum[If[Wheel[m] \neq 0, 0, Binomial[k, j] Dhyp[n / (m^(k-j)), j, m+1]],
   {m, s, n^{(1/k)}, {j, 0, k-1}}
\label{eq:decomposition} \texttt{Dhyp}[\texttt{n\_,1,s\_}] := \texttt{LegendrePhi}[\texttt{n\_,WheelEntries}] - \texttt{LegendrePhi}[\texttt{s-1,WheelEntries}]
LinnikSumHyp[n_{-}] := Sum[(-1)^{(k+1)}/kDhyp[n, k, 2], \{k, 1, Log[2, n]\}]
Table[{n, a = RiePrimeCnt[n], b = LinnikSum[n] + Base[n],
    PI[n, 1] + Base[n], LinnikSumHyp[n] + Base[n], a - b, \{n, 1, 100, 1\}] // TableForm
                               16
                                          16
10
                                                    0
                               3
         115
                    115
                               115
                                          115
20
                                                    0
          12
                    12
                               12
                                          12
                                          149
         149
                    149
                               149
30
                                                    0
          12
                    12
                               12
                                          12
          877
                    877
                               877
                                          877
40
                                                    0
          60
                    60
                               60
                                          60
         1087
                    1087
                               1087
                                          1087
50
                                                    0
          60
                     60
                                60
                                           60
         1207
                    1207
                               1207
                                          1207
60
                                                    0
          60
                     60
                                60
                                          60
         1337
                    1337
                               1337
                                          1337
70
                                                    0
          60
                     60
                                60
                                          60
         1517
                    1517
                               1517
                                          1517
80
                                                    0
          60
                     60
                                60
                                          60
          413
                    413
                               413
                                          413
90
                                                    0
          15
                    15
                               15
                                          15
                               428
                                                    0
100
          15
                    15
                               15
                                          15
         488
                               488
                                          488
                    488
110
                                                    0
          15
                    15
                               15
                                          15
         503
                    503
                               503
                                          503
120
                                                    0
          15
                    15
                               15
                                          15
         7457
                    7457
                               7457
                                          7457
130
                                                    0
          210
                    210
                               210
                                          210
         8087
                    8087
                               8087
                                          8087
140
                                                    0
          210
                               210
                                          210
                    210
         8297
                    8297
                               8297
                                          8297
150
                                                    0
          210
                    210
                               210
                                          210
                    8717
                               8717
                                          8717
         8717
160
                                                    0
          210
                    210
                               210
                                          210
         4621
                    4621
                               4621
                                          4621
                                                    0
170
          105
                    105
                               105
                                          105
         4831
                    4831
                                          4831
180
                                                    0
          105
                    105
                               105
                                          105
```

190	4936	4936	4936	4936	0
200	105 5356	105 5356	105 5356	105 5356	
200	105	105	105	105	0
210	5356 105	5356 105	5356 105	5356 105	0
220	5461 105	5461 105	5461 105	5461 105	0
230	5776	5776	5776	5776	0
	105 5986	105 5986	105 5986	105 5986	
240	105	105	105	105	0
250	6112 105	6112 105	6112 105	6112 105	0
260	50 681 840	50 681	50 681 840	50 681 840	0
270	52 361	840 52 361	52 361	52 361	0
	840 54 041	840 54 041	840 54041	840 54041	
280	840	840	840	840	0
290	56 141 840	56 141 840	56 141 840	56 141 840	0
300	56 981	56 981	56 981	56 981	0
310	840 57 821	840 57 821	840 57 821	840 57 821	0
	840 60 341	840 60 341	840 60 341	840 60 341	
320	840	840	840	840	0
330	60 341 840	60 341 840	60 341 840	60 341 840	0
340	62 021	62 021	62 021	62 021	0
350	840 21 327	840 21 327	840 21 327	840 21 327	0
	280 21 887	280 21 887	280 21 887	280 21 887	
360	280	280	280	280	0
370	22 307 280	22 307 280	22 307 280	22 307 280	0
380	22 867	22 867	22 867	22 867	0
390	280 23 427	280 23 427	280 23 427	280 23 427	0
	280 23 707	280 23 707	280 23 707	280 23 707	
400	280	280	280	280	0
410	24 267 280	24 267 280	24 267 280	24 267 280	0
420	24 547	24 547	24 547	24 547	0
430	280 24 827	280 24 827	280 24 827	280 24 827	0
	280 25 667	280 25 667	280 25 667	280 25 667	
440	280	280	280	280	0
450	26 227 280	26 227 280	26 227 280	26 227 280	0
460	26 507	26 507	26 507	26 507	0
470	280 27 347	280 27 347	280 27 347	280 27 347	0
	280 27 627	280 27 627	280 27 627	280 27 627	
480	280	280	280	280	0
490	27 907 280	27 907 280	27 907 280	27 907 280	0
500	28 467	28 467	28 467	28 467	0
510	280 29 027	280 29 027	280 29 027	280 29 027	0
	280 261 523	280 261 523	280 261 523	280 261 523	
520	2520	2520	2520	2520	0
530	267 823 2520	267 823 2520	267 823 2520	267 823 2520	0
540	267 823	267 823	267 823	267 823	0
550	2520 272 863	2520 272 863	2520 272 863	2520 272 863	0
	2520 275 383	2520 275 383	2520 275 383	2520 275 383	
560	2520	2520	2520	2520	0
570	280 423 2520	280 423 2520	280 423 2520	280 423 2520	0

580	285 463	285 463	285 463	285 463	0
500	2520 287 983	2520 287 983	2520 287 983	2520 287 983	U
590	2520	2520	2520	2520	0
600	293 023	293 023	293 023	293 023	0
	2520 298 063	2520 298 063	2520 298 063	2520 298 063	
610	2520	2520	2520	2520	0
620	305 623	305 623	305 623	305 623	0
	2520 306 253	2520 306 253	2520 306 253	2520 306 253	
630	2520	2520	2520	2520	0
640	308 773	308 773	308 773	308 773	0
650	2520 316 333	2520 316 333	2520 316 333	2520 316 333	0
030	2520	2520	2520	2520	U
660	321 373 2520	321 373 2520	321 373 2520	321 373 2520	0
670	323 893	323 893	323 893	323 893	0
	2520 328 933	2520 328 933	2520 328 933	2520 328 933	
680	2520	2520	2520	2520	0
690	331 453 2520	331 453 2520	331 453 2520	331 453 2520	0
700	333 973	333 973	333 973	333 973	0
700	2520	2520	2520	2520	U
710	339 013 2520	339 013 2520	339 013 2520	339 013 2520	0
720	341 533	341 533	341 533	341 533	0
	2520 344 473	2520 344 473	2520 344 473	2520 344 473	
730	2520	2520	2520	2520	0
740	349 513 2520	349 513 2520	349 513 2520	349 513 2520	0
750	352 033	352 033	352 033	352 033	0
750	2520 357 073	2520 357 073	2520 357 073	2520 357 073	U
760	2520	2520	2520	2520	0
770	362113	362 113	362 113	362 113	0
E00	2520 364 633	2520 364 633	2520 364 633	2520 364 633	0
780	2520	2520	2520	2520	0
790	367 153 2520	367 153 2520	367 153 2520	367 153 2520	0
800	369 673	369 673	369 673	369 673	0
	2520 372 193	2520 372 193	2520 372 193	2520 372 193	
810	2520	2520	2520	2520	0
820	374 713 2520	374 713	374 713	374 713 2520	0
830	384 793	2520 384 793	2520 384 793	384 793	0
030	2520	2520	2520	2520	U
840	387 313 2520	387 313 2520	387 313 2520	387 313 2520	0
850	388 573	388 573	388 573	388 573	0
	2520 396 133	2520 396 133	2520 396 133	2520 396 133	0
860	2520	2520	2520	2520	0
870	398 653 2520	398 653 2520	398 653 2520	398 653 2520	0
880	401 173	401 173	401 173	401 173	0
000	2520	2520	2520 408 733	2520	U
890	408 733 2520	408 733 2520	2520	408 733 2520	0
900	408 733	408 733	408 733	408 733	0
910	2520 411 253	2520 411 253	2520 411 253	2520 411 253	0
910	2520	2520	2520	2520	0
920	416 293 2520	416 293 2520	416 293 2520	416 293 2520	0
930	418 813	418 813	418 813	418 813	0
	2520 421 333	2520 421 333	2520 421 333	2520 421 333	
940	2520	2520	2520	2520	0
950	426 373 2520	426 373 2520	426 373 2520	426 373 2520	0
960	428 893	428 893	428 893	428 893	0
200	2520	2520	2520	2520	U

```
432673
                   432 673
                             432 673
                                        432 673
970
                                                  0
          2520
                    2520
                              2520
                                        2520
         437713
                   437 713
                             437 713
                                        437 713
                                                  0
980
          2520
                    2520
                              2520
                                        2520
         440 233
                   440 233
                             440 233
                                        440 233
                                                  0
990
          2520
                    2520
                              2520
                                        2520
         445 273
                   445 273
                             445 273
                                        445 273
1000
                                                  0
          2520
                    2520
                              2520
                                        2520
Wheel[j_{-}] := Sum[If[Mod[j, Prime[k]] == 0, 1, 0], \{k, 1, WheelEntries\}]
Sum[If[Wheel[j] = 0, 1, 0], {j, 2, 200}]
39
LegendrePhi[200, 8]
39
WheelEntries := 7
LegendrePhi[x_, a_] := LegendrePhi[x, a-1] - LegendrePhi[x/Prime[a], a-1]
LegendrePhi[x_, 0] := Floor[x]
Wheel[j_{-}] := Sum[If[Mod[j, Prime[k]] == 0, 1, 0], \{k, 1, WheelEntries\}]
Table[{n, a = Sum[If[Wheel[j] = 0, 1, 0], {j, 1, n}]},
   b = LegendrePhi[n, WheelEntries], a - b, {n, 10, 1000, 10}] // TableForm
10
                1
                        0
         1
20
         2
                2
                        0
30
         4
                4
                        0
40
         6
                6
                        0
50
         9
                9
                        0
60
         11
                11
                        0
70
         13
                13
                        0
80
         16
                16
                        0
90
         18
                18
                        0
100
         19
                19
                        Λ
110
         23
                23
                        0
120
         24
                24
                        0
130
                25
         25
                        0
140
         28
                28
                        0
150
         29
                29
                        0
160
                31
         31
                        0
170
         33
                33
                        0
                35
180
         35
                        0
                36
190
         36
                        0
200
         40
                40
                        0
210
         40
                40
                        0
220
                        0
         41
                41
230
         44
                44
                        0
240
                46
         46
                        0
250
         47
                47
                        0
260
         49
                 49
                        0
270
         51
                51
                        0
280
         53
                53
                        0
290
         55
                55
                        0
300
         56
                56
                        0
310
         57
                57
                        0
320
         60
                60
                        0
```

340	62	62	0
350	64	64	0
360	66	66	0
370	68	68	0
380	70	70	0
390	72	72	0
400	73	73	0
410	75	75	0
420	76	76	0
430	77	77	0
440	81	81	0
450	83	83	0
460	84	84	0
470	87	87	0
480	88	88	0
490	89	89	0
500	91	91	0
510	93	93	0
520	93	93	0
530	96	96	0
540	96	96	0
550	98	98	0
560	100	100	0
570	102	102	0
580	104	104	0
590	104	104	0
600	108	108	0
610	110	110	0
620	113	113	0
	113		0
630		113	
640	114	114	0
650	117	117	0
660	119	119	0
670	121	121	0
680	123	123	0
690	124	124	0
700	125	125	0
710	128	128	0
720	130	130	0
730	131	131	0
740	133	133	0
750	134	134	0
760	136	136	0
770	138	138	0
780	140	140	0
790	141	141	0
800	142	142	0
810	143	143	0
820	145	145	0
830	149	149	0
840	150	150	0
850	151	151	0
860	155	155	0
870	156	156	0
880	157	157	0
890	160	160	0

```
900
        162
               162
                       0
910
        163
               163
                       0
920
               165
     165
                       0
930
        166
               166
940
        167
               167
                       Ω
        170
               170
950
                       0
960
        171
               171
                       0
970
               173
        173
                       Ω
        175
980
               175
                       0
990
       177
               177
1000 179
               179
                       0
ClearAll["Global`*"]
ClearAll["Global`*"]
WheelEntries := 4
LegendrePhi[x_, a_] := LegendrePhi[x,a-1] - LegendrePhi[x/Prime[a],a-1]
LegendrePhi[x_, 0] := Floor[x]
\label{eq:wheel_j_} \mbox{ Wheel[j_] := Sum[If[Mod[j, Prime[k]] == 0, 1, 0], \{k, 1, WheelEntries\}]}
WheelSize := WheelSize = Product[Prime[j], {j, 1, WheelEntries}]
Co := Table[CoprimeQ[WheelSize, n] , {n, 1, WheelSize}]
Leg := Table[LegendrePhi[n, WheelEntries] , {n, 1, WheelSize}]
FullWheel := FullWheel = LegendrePhi[WheelSize, WheelEntries]
\label{eq:wheel2[j_j := If[Co[[Mod[j-1, WheelSize] + 1]] = True, 0, 1]} Wheel2[j_j] := If[Co[[Mod[j-1, WheelSize] + 1]] = True, 0, 1]
Leg2[n_] := Leg[[Mod[n-1, WheelSize] +1]] + Floor[(n-1) / WheelSize] FullWheel
FullWheel
48
Leg2[1000000]
228 571
Table[\{n, a = Sum[If[Wheel[j] = 0, 1, 0], \{j, 1, n\}], \}
   b = LegendrePhi[n, WheelEntries], c = Leg2[n], b-c\}, \{n, 10, 1000, 10\}] \ // \ TableForm
ClearAll["Global`*"]
```

```
Table[\{n, \text{Leg2}[n]\}, \{n, 10, 1000, 10\}] // TableForm
```

```
ClearAll["Global`*"]
WheelEntries := WheelEntries = 5
LegendrePhi[x_, a_] := LegendrePhi[x, a-1] - LegendrePhi[x/Prime[a], a-1];
LegendrePhi[x_, 0] := Floor[x]
WheelSize := WheelSize = Product[Prime[j], {j, 1, WheelEntries}]
Co := Co = Table[CoprimeQ[WheelSize, n] , {n, 1, WheelSize}]
Leg := Leg = Table[LegendrePhi[n, WheelEntries], {n, 1, WheelSize}]
FullWheel := FullWheel = LegendrePhi[WheelSize, WheelEntries]
\label{eq:wheel_j} \mbox{ wheel[j] = If[Co[[Mod[j-1, WheelSize] + 1]] =: True, 0, 1]}
\texttt{Leg2[n]} := \texttt{Leg2[n]} = \texttt{Leg[[Mod[n-1, WheelSize]+1]]} + \texttt{Floor[(n-1) / WheelSize]} \; \texttt{FullWheelSize]} 
Base[n_{-}] := Sum[1/k, {j, 1, WheelEntries}, {k, 1, Log[Prime[j], n]}]
RiePrimeCnt[n_] := Sum[PrimePi[n^(1/j)]/j, \{j, 1, Log[2, n]\}]
DD[n_{k}] := Sum[If[Wheel[j]] != 0, 0, DD[Floor[n/j], k-1]], {j, 2, n};
DD[n_{-}, 1] := DD[n, 1] = Leg2[n] - 1
DD[n_{,0}] := DD[n, 0] = 1
LinnikSum[n_] := Sum[(-1)^(k+1)/kDD[n,k], \{k, 1, Log[2, n]\}]
PI[n_{,k_{|}} := PI[n,k] = Sum[If[Wheel[j] != 0, 0, 1/k - PI[Floor[n/j],k+1]], {j, 2, n}]
Dhyp[n_, k_, s_] :=
 Sum[If[Wheel[m] != 0, 0, Binomial[k, j] Dhyp[Floor[n/(m^(k-j))], j, m+1]],
  {m, s, n^{(1/k)}, {j, 0, k-1}}
Dhyp[n_{,1,s_{,1}} := Dhyp[n, 1, s] = Leg2[n] - Leg2[s-1]
LinnikSumHyp[n_{-}] := Sum[(-1)^{(k+1)} / kDhyp[n, k, 2], \{k, 1, Log[2, n]\}]
Table[{n, RiePrimeCnt[n], LinnikSum[n] + Base[n],
   {\tt PI[n,1]+Base[n],LinnikSumHyp[n]+Base[n]}, \{n,1,100,1\}] \ // \ {\tt TableForm}
1
       0
               0
                       0
                               0
                       1
3
       2.
                       2
4
5
6
7
       29
6
               29
                       29
8
       16
3
                               16
3
               16
3
                       \frac{16}{3}
9
10
               19
3
11
                       \frac{19}{3}
                               19
3
               19
3
12
                               22
3
               22
3
                       22
3
13
               <u>22</u>
3
                               22
                       22
14
```

	-	-	-	-
15	<u>22</u>	<u>22</u>	<u>22</u>	<u>22</u>
	3	3	3	3
16	$\frac{91}{12}$	$\frac{91}{12}$	$\frac{91}{12}$	$\frac{91}{12}$
17	103	103	103	103
18	12	12	12 103	12
19	12	12	12	12
	115	115	115	115
20	12	12	12	12
	115	115	115	115
21	12	12	12	12
	115	115	115	115
22	12	12	12	12
	115	115	115	115
23	12	12	12	12
	127	127	127	127
	12	12	12	12
	127	127	127	127
24	12	12	12	12
	133	133	133	133
25	12	12	12	12
	133	133	133	133
26	12	12	12	12
	137	137	137	137
27	12	12	12	12
	137	137	137	137
28	12	12	12	12
29	149	149	149	149
30	$\frac{149}{12}$	$\frac{149}{12}$	$\frac{149}{12}$	$\frac{149}{12}$
31	$\frac{161}{12}$	$\frac{161}{12}$	161 12	$\frac{161}{12}$
32	817	817	817	817
	60	60	60	60
33	817	817	817	817
	60	60	60	60
34	817	817	817 60	817 60
35	817	817	817	817
36	817 60	817 60	817	817 60
37	877 60	877	877	877
38	877	60 877	60 877	60 <u>877</u>
39	60	60	60	60
	877	877	877	877
40	60	60	60	60
	<u>877</u>	<u>877</u>	<u>877</u>	<u>877</u>
41	60	60	60	60
	<u>937</u>	<u>937</u>	<u>937</u>	<u>937</u>
42	60	60	60	60
	<u>937</u>	937	937	<u>937</u>
43	60	60	60	60
	997	997	997	997
44	60	60	60	60
	997	997	997	997
45	60	60	60	60
	997	997	997	997
	60	60	60	60
	997	997	997	997
46	60	60	60	60
	1057	1057	1057	1057
47	60	60	60	60
	1057	1057	1057	1057
48	60	60	60	60
	1087	1087	1087	1087
49	60	60	60	60
50	1087 60	60	1087 60	60
51	60	60	1087 60	60
52	$\frac{1087}{60}$	1087 60	$\frac{1087}{60}$	$\frac{1087}{60}$
53	$\frac{1147}{60}$	$\frac{1147}{60}$	$\frac{1147}{60}$	$\frac{1147}{60}$

54	1147	1147	1147	1147
55	60	60	60	60
	1147	1147	1147	1147
56	60	60	60	60
	1147	1147	1147	1147
	60	60	60	60
	1147	1147	1147	1147
57	60	60	60	60 1147
58	$\frac{1147}{60}$	$\frac{1147}{60}$	$\frac{1147}{60}$	60
59	1207	1207	1207	1207
	60	60	60	60
60	1207	1207	1207	1207
	60	60	60	60
61	1267 60	1267 60	1267 60	1267
62	1267	1267	1267	60 1267
63	60	60	60	60
	<u>1267</u>	1267	1267	1267
	60	60	60	60
	1277	1277	1277	1277
64	60	60	60	60
	1277	1277	1277	1277
65	60	60	60	60
66	1277 60	$\frac{1277}{60}$	60	1277 60
67	1337	1337	1337	1337
	60	60	60	60
68	1337	1337	1337	1337
69	60	60	60	60
	<u>1337</u>	1337	1337	1337
70	60	60	60	60
	1337	1337	1337	1337
	60	60	60	60
	1397	1397	1397	1397
71	60 1397	60	60 1397	60 1397
72	60	1397 60	60	60
73	1457	1457	1457	1457
	60	60	60	60
74	1457 60	1457 60	1457 60	1457
75	1457	1457	1457 60	1457
76	1457	1457	1457	1457
77	60	60	60	60
	<u>1457</u>	1457	1457	1457
	60	60	60	60
	1457	1457	1457	1457
78	60	60	60	60
	1517	1517	1517	1517
79	60	60	60	60
80	1517	1517	1517	1517
	60	60	60	60
81	383	383	383	383
	15	15	15	15
82	383	383	383	383
	15	15	15	15
83	398	398	398	398
84	15	15	15	15
	398	398	398	398
85	15	15	15	15
	398	398	398	398
	15	15	15	15
	398	398	398	398
86	15	15	15	15
87	398	398	398	398
	15	15	15	15
88	398	398	398	398
	15	15	15	15
89	<u>413</u>	413	413	413
	15	15	15	15
90	413	413	413	413
91	15	15	15	15
	413	413	413	413
	15	15	15	15
	413	413	413	413
92	15	15	15	15

93	413	413	413	413
93	15	15	15	15
94	413	413	413	413
74	15	15	15	15
95	413	413	413	413
73	15	15	15	15
96	413	413	413	413
70	15	15	15	15
97	428	428	428	428
<i>J</i> 1	15	15	15	15
98	428	428	428	428
20	15	15	15	15
99	428	428	428	428
	15	15	15	15
100	428	428	428	428
100	15	15	15	15

WheelSize

2310

{LinnikSumHyp[a = 10^8] + Base[a], RiePrimeCnt[a]}

$$\big\{\frac{6\,427\,431\,691\,337\,929}{1\,115\,464\,350}\,\,,\,\,\frac{6\,427\,431\,691\,337\,929}{1\,115\,464\,350}\,\big\}$$