

```

Clear[dda, a, f]
bin[z_, k_] := Product[z - j, {j, 0, k - 1}] / k!
FI[n_] := FactorInteger[n]; FI[1] := {}
dz[n_, z_] := dz[n, z] = Product[(-1)^p[[2]] Binomial[-z, p[[2]]], {p, FI[n]}]
Dz[n_, z_] := Sum[dz[j, z], {j, 1, n}]
dda[n_, s_, q_, z_] := dda[n, s, q, z] =
  Sum[a^s - s b^s - s dz[a, z] dz[b, -z], {a, 1, Floor[n]}, {b, 1, Floor[(n/a)^q]}]
dd[n_, s_, q_, k_] := dd[n, s, q, k] = Sum[j^s - s j 2^s - s dd[n / (j 2^(1/q)), s, q, k - 1],
  {j, 1, Floor[n]}, {j 2, 1, Floor[(n/j)^q]}]
dd[n_, s_, q_, 0] := UnitStep[n - 1]
d2[n_, s_, q_, k_] := Sum[(-1)^(k - j) Binomial[k, j] dda[n, s, q, j], {j, 0, k}]
ld[n_, s_, q_] := Sum[(-1)^(k + 1) / k d2[n, s, N@Log[q] / Log[n], k], {k, 1, Log2@n}]
fz[n_, s_, z_, q_] := Sum[bin[z, k] d2[n, s, N@Log[q] / Log[n], k], {k, 0, Log2@n}]
ffz[n_, s_, z_, q_] := fz[n, s, z, q] - fz[n - 1, s, z, q]
pr[n_, s_] := Sum[FullSimplify[MangoldtLambda[j] / Log[j]] j^s - s, {j, 2, n}]
ch[n_] := -Sum[MangoldtLambda[j], {j, 2, n}]

ld[100, 0, 50]

$$\frac{125}{12}$$

pr[100] - pr[50]

$$\frac{125}{12}$$

Table[ffz[100, 0, z, k], {k, 1, 100}] // TableForm

$$\begin{array}{l}
z + \frac{7}{2} (-1 + z) z + 2 (-2 + z) (-1 + z) z + \frac{1}{4} (-3 + z) (-2 + z) (-1 + z) z \\
2 z + \frac{7}{2} (-1 + z) z + 2 (-2 + z) (-1 + z) z + \frac{1}{4} (-3 + z) (-2 + z) (-1 + z) z \\
2 z + \frac{7}{2} (-1 + z) z + 2 (-2 + z) (-1 + z) z + \frac{1}{4} (-3 + z) (-2 + z) (-1 + z) z \\
z + 3 (-1 + z) z + 2 (-2 + z) (-1 + z) z + \frac{1}{4} (-3 + z) (-2 + z) (-1 + z) z \\
2 z + \frac{7}{2} (-1 + z) z + 2 (-2 + z) (-1 + z) z + \frac{1}{4} (-3 + z) (-2 + z) (-1 + z) z \\
\frac{5}{2} (-1 + z) z + 2 (-2 + z) (-1 + z) z + \frac{1}{4} (-3 + z) (-2 + z) (-1 + z) z \\
z + \frac{7}{2} (-1 + z) z + 2 (-2 + z) (-1 + z) z + \frac{1}{4} (-3 + z) (-2 + z) (-1 + z) z \\
z + \frac{7}{2} (-1 + z) z + 2 (-2 + z) (-1 + z) z + \frac{1}{4} (-3 + z) (-2 + z) (-1 + z) z \\
z + 3 (-1 + z) z + 2 (-2 + z) (-1 + z) z + \frac{1}{4} (-3 + z) (-2 + z) (-1 + z) z \\
\frac{5}{2} (-1 + z) z + 2 (-2 + z) (-1 + z) z + \frac{1}{4} (-3 + z) (-2 + z) (-1 + z) z \\
z + \frac{7}{2} (-1 + z) z + 2 (-2 + z) (-1 + z) z + \frac{1}{4} (-3 + z) (-2 + z) (-1 + z) z \\
\frac{5}{2} (-1 + z) z + 2 (-2 + z) (-1 + z) z + \frac{1}{4} (-3 + z) (-2 + z) (-1 + z) z \\
2 z + \frac{17}{2} (-1 + z) z + \frac{11}{2} (-2 + z) (-1 + z) z + \frac{3}{4} (-3 + z) (-2 + z) (-1 + z) z \\
z + \frac{7}{2} (-1 + z) z + 2 (-2 + z) (-1 + z) z + \frac{1}{4} (-3 + z) (-2 + z) (-1 + z) z \\
\frac{5}{2} (-1 + z) z + 2 (-2 + z) (-1 + z) z + \frac{1}{4} (-3 + z) (-2 + z) (-1 + z) z \\
z + \frac{7}{2} (-1 + z) z + 2 (-2 + z) (-1 + z) z + \frac{5}{24} (-3 + z) (-2 + z) (-1 + z) z \\
z + \frac{7}{2} (-1 + z) z + 2 (-2 + z) (-1 + z) z + \frac{1}{4} (-3 + z) (-2 + z) (-1 + z) z \\
\frac{1}{2} (-1 + z) z + (-2 + z) (-1 + z) z + \frac{1}{4} (-3 + z) (-2 + z) (-1 + z) z \\
z + \frac{7}{2} (-1 + z) z + 2 (-2 + z) (-1 + z) z + \frac{1}{4} (-3 + z) (-2 + z) (-1 + z) z
\end{array}$$


```

$$\begin{aligned}
& z + \frac{7}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& \frac{1}{2} (-1+z) z + (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& \frac{5}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& z - \frac{7}{2} (-1+z) z - 7 (-2+z) (-1+z) z - \frac{11}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z - \frac{1}{4} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) : \\
& z + \frac{7}{2} (-1+z) z + \frac{3}{2} (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{12} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& \frac{5}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& z + \frac{7}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& 2 z + \frac{17}{2} (-1+z) z + \frac{11}{2} (-2+z) (-1+z) z + \frac{3}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& z + \frac{9}{2} (-1+z) z + \frac{5}{2} (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& 2 z + \frac{11}{2} (-1+z) z + \frac{9}{2} (-2+z) (-1+z) z + \frac{3}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& z + \frac{7}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& 2 z + \frac{7}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& z + \frac{7}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& -2 z - \frac{19}{2} (-1+z) z - 9 (-2+z) (-1+z) z - \frac{29}{12} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z - \frac{1}{6} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) : \\
& \frac{5}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& -\frac{13}{2} (-1+z) z - \frac{23}{2} (-2+z) (-1+z) z - \frac{53}{12} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z - \frac{5}{12} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) : \\
& 2 (-1+z) z + (-2+z) (-1+z) z \\
& \frac{7}{2} (-1+z) z + \frac{5}{2} (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& \frac{5}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& \frac{3}{2} (-1+z) z + \frac{3}{2} (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& -z - \frac{9}{2} (-1+z) z - 4 (-2+z) (-1+z) z - \frac{3}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& z - \frac{7}{2} (-1+z) z - 4 (-2+z) (-1+z) z - \frac{3}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& 2 z + \frac{13}{2} (-1+z) z + 3 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& \frac{1}{2} (-1+z) z + (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& \frac{5}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& \frac{7}{2} (-1+z) z + \frac{5}{2} (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& \frac{5}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& z + \frac{9}{2} (-1+z) z + \frac{5}{2} (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& \frac{1}{2} (-1+z) z + \frac{1}{2} (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{24} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) : \\
& z + \frac{19}{2} (-1+z) z + 14 (-2+z) (-1+z) z + \frac{21}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{2} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) : \\
& -z - \frac{7}{2} (-1+z) z - 2 (-2+z) (-1+z) z - \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& z + \frac{7}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& z + \frac{9}{2} (-1+z) z + \frac{5}{2} (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& 2 z + \frac{13}{2} (-1+z) z + 8 (-2+z) (-1+z) z + \frac{19}{6} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z + \frac{11}{24} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) : \\
& z + \frac{3}{2} (-1+z) z - \frac{1}{2} (-2+z) (-1+z) z - \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& -z - \frac{1}{2} (-1+z) z + \frac{3}{2} (-2+z) (-1+z) z + \frac{3}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{12} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) : \\
& -\frac{3}{2} (-1+z) z - 2 (-2+z) (-1+z) z - \frac{5}{12} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& \frac{5}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& 2 z + \frac{17}{2} (-1+z) z + 4 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& z + \frac{7}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& \frac{9}{2} (-1+z) z + \frac{9}{2} (-2+z) (-1+z) z + \frac{3}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& -z - \frac{1}{2} (-1+z) z + (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& -z - \frac{1}{2} (-1+z) z + (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& \frac{1}{2} (-1+z) z + (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& \frac{5}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& z + \frac{7}{2} (-1+z) z + \frac{7}{2} (-2+z) (-1+z) z + \frac{17}{12} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{6} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& \frac{5}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& 2z + 12 (-1+z) z + 11 (-2+z) (-1+z) z + \frac{8}{3} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{6} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& \frac{1}{2} (-1+z) z + \frac{5}{2} (-2+z) (-1+z) z + \frac{7}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& -2z - \frac{3}{2} (-1+z) z + (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& z + \frac{11}{2} (-1+z) z + 3 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& z + \frac{5}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{5}{12} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{24} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& z + \frac{7}{2} (-1+z) z + \frac{5}{2} (-2+z) (-1+z) z + \frac{3}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{12} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& z + \frac{7}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& \frac{1}{2} (-1+z) z - \frac{1}{2} (-2+z) (-1+z) z - \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& z + \frac{7}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& -z - \frac{3}{2} (-1+z) z - \frac{3}{2} (-2+z) (-1+z) z - \frac{5}{12} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& -z + \frac{3}{2} (-1+z) z + 3 (-2+z) (-1+z) z + \frac{5}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{6} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& 2z + \frac{19}{2} (-1+z) z - \frac{47}{12} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z - \frac{7}{8} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) z - \frac{1}{24} (-5+z) (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& z - \frac{11}{2} (-1+z) z - 11 (-2+z) (-1+z) z - \frac{65}{12} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z - \frac{7}{8} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& -\frac{11}{2} (-1+z) z - 11 (-2+z) (-1+z) z - \frac{65}{12} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z - \frac{7}{8} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& -z - \frac{13}{2} (-1+z) z - 11 (-2+z) (-1+z) z - \frac{131}{24} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z - \frac{7}{8} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& z + \frac{15}{2} (-1+z) z + \frac{11}{2} (-2+z) (-1+z) z + \frac{3}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& 2z + \frac{7}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& z + \frac{7}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& -2z - \frac{7}{2} (-1+z) z - 3 (-2+z) (-1+z) z - \frac{17}{12} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z - \frac{5}{24} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& -\frac{3}{2} (-1+z) z - 3 (-2+z) (-1+z) z - \frac{17}{12} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z - \frac{5}{24} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& -2z - \frac{7}{2} (-1+z) z - 3 (-2+z) (-1+z) z - \frac{17}{12} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z - \frac{5}{24} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& -z + \frac{9}{2} (-1+z) z + 12 (-2+z) (-1+z) z + \frac{85}{12} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z + \frac{17}{12} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& -z + \frac{7}{2} (-1+z) z + 12 (-2+z) (-1+z) z + \frac{29}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z + \frac{17}{12} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& \frac{3}{2} (-1+z) z + \frac{3}{2} (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& \frac{19}{2} (-1+z) z + \frac{29}{2} (-2+z) (-1+z) z + \frac{71}{12} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z + \frac{7}{8} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& \frac{5}{2} (-1+z) z - (-2+z) (-1+z) z - \frac{41}{12} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z - \frac{13}{12} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& -z - \frac{5}{2} (-1+z) z - 9 (-2+z) (-1+z) z - \frac{27}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z - \frac{17}{12} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& z + \frac{7}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{11}{12} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z + \frac{3}{8} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& z + \frac{7}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z - \frac{1}{24} (-4+z) (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& -z - \frac{5}{2} (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z \\
& 2z + \frac{7}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z
\end{aligned}$$

$$\frac{5}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z$$

$$\frac{5}{2} (-1+z) z + 2 (-2+z) (-1+z) z + \frac{1}{4} (-3+z) (-2+z) (-1+z) z$$

$$z + 3 (-1+z) z + (-2+z) (-1+z) z$$

```

Clear[dz]
FI[n_] := FactorInteger[n]; FI[1] := {}
ss[n_, a_] := a (Floor[n / a] - Floor[(n - 1) / a])
bb[n_, a_, b_] := ss[n, b] - ss[n, a]
dz[n_, z_] := Product[(-1) ^ p[[2]] Binomial[-z, p[[2]]], {p, FI[n]}]
dza[n_, z_] := Product[ Binomial[z + p[[2]] - 1, p[[2]]], {p, FI[n]}]
ez[n_, z_, a_, b_] := Product[bb[p[[2]], a, b] Binomial[-z, p[[2]]], {p, FI[n]}]
eza[n_, z_, a_, b_] := Product[bb[p[[2]], a, b] Binomial[z + p[[2]] - 1, p[[2]]], {p, FI[n]}]
mz[n_, z_] := Product[ Binomial[-z, p[[2]]], {p, FI[n]}]
mza[n_, z_] := Product[(-1) ^ (p[[2]]) Binomial[z + p[[2]] - 1, p[[2]]], {p, FI[n]}]

Table[dza[n, -1], {n, 1, 10}]

{1, -1, -1, 0, -1, 1, -1, 0, 0, 1}

Table[mz[n, 1], {n, 1, 10}]

{1, -1, -1, 1, -1, 1, -1, -1, 1, 1}

Table[LiouvilleLambda[n], {n, 1, 10}]

{1, -1, -1, 1, -1, 1, -1, -1, 1, 1}

Table[mz[n, -1], {n, 1, 10}]

{1, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1}

Table[mza[n, 1], {n, 1, 10}]

{1, 1, 1, -1, 1, 1, 1, 1, -1, 1}

Table[bb[n, 2, 1], {n, 1, 10}]

{1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, 1, -1}

Table[eza[n, -1, 2, 1], {n, 1, 10}]

{1, -1, -1, 0, -1, 1, -1, 0, 0, 1}

```