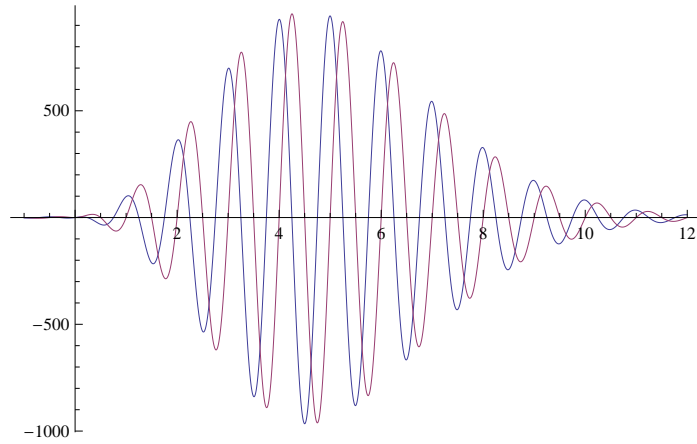


```
Ap[n_, z_] := ((-1)^z (1 - Gamma[z, -Log[n]] / Gamma[z]))
```

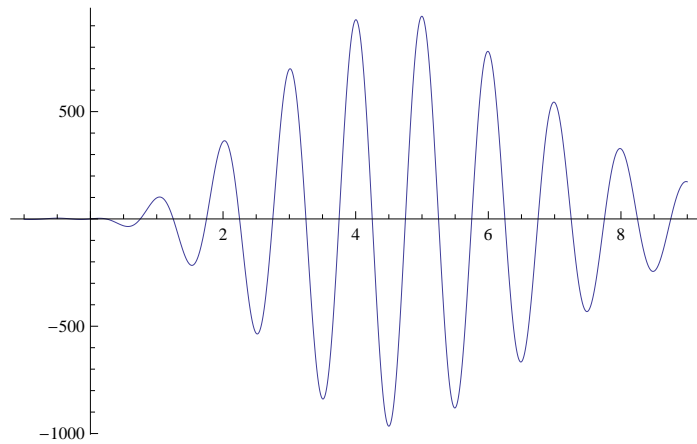
```
Expand[N[Ap[100, 3]]]
```

```
698.863 - 1.71417 × 10-13 i
```

```
Plot[{Re[Ap[100, z]], Im[Ap[100, z]]}, {z, -1, 12}]
```



```
Plot[{Re[Ap[100, z]]}, {z, -1, 9}]
```



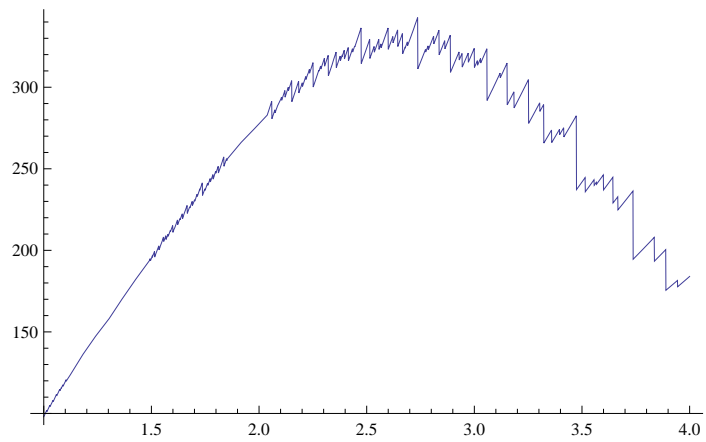
```
DAlt2[n_, z_, s_] := If[n < s^z, 0,
```

```
Sum[FactorialPower[z, a] / a! DAlt2[n / (s^(z - a)), a, s + 1], {a, 0, Log[s + 1, n]}]]
```

```
DAlt2[n_, 0, s_] :=
```

```
1
```

```
Plot[DAlt2[100, n, 2], {n, 1, 4}]
```



```
CoefficientList[Series[(x - 1)^a, {x, 0, 20}], x]
```

$$\begin{aligned}
cc := & \left\{ (-1)^a, -(-1)^a a, \frac{1}{2} (-1)^a (-1+a) a, -\frac{1}{6} (-1)^a (-2+a) (-1+a) a, \right. \\
& \frac{1}{24} (-1)^{-4+a} (-3+a) (-2+a) (-1+a) a, \frac{1}{120} (-1)^{-5+a} (-4+a) (-3+a) (-2+a) (-1+a) a, \\
& \frac{1}{720} (-1)^{-6+a} (-5+a) (-4+a) (-3+a) (-2+a) (-1+a) a, \\
& \frac{(-1)^{-7+a} (-6+a) (-5+a) (-4+a) (-3+a) (-2+a) (-1+a) a}{5040}, \\
& \frac{(-1)^{-8+a} (-7+a) (-6+a) (-5+a) (-4+a) (-3+a) (-2+a) (-1+a) a}{40320}, \frac{1}{362880} \\
& (-1)^{-9+a} (-8+a) (-7+a) (-6+a) (-5+a) (-4+a) (-3+a) (-2+a) (-1+a) a, \frac{1}{3628800} \\
& (-1)^{-10+a} (-9+a) (-8+a) (-7+a) (-6+a) (-5+a) (-4+a) (-3+a) (-2+a) (-1+a) a, \frac{1}{39916800} \\
& (-1)^{-11+a} (-10+a) (-9+a) (-8+a) (-7+a) (-6+a) (-5+a) (-4+a) (-3+a) (-2+a) (-1+a) a, \\
& \frac{1}{479001600} (-1)^{-12+a} (-11+a) (-10+a) (-9+a) (-8+a) (-7+a) (-6+a) (-5+a) \\
& (-4+a) (-3+a) (-2+a) (-1+a) a, \frac{1}{6227020800} (-1)^{-13+a} (-12+a) (-11+a) \\
& (-10+a) (-9+a) (-8+a) (-7+a) (-6+a) (-5+a) (-4+a) (-3+a) (-2+a) (-1+a) a, \\
& \frac{1}{87178291200} (-1)^{-14+a} (-13+a) (-12+a) (-11+a) (-10+a) (-9+a) (-8+a) \\
& (-7+a) (-6+a) (-5+a) (-4+a) (-3+a) (-2+a) (-1+a) a, \frac{1}{1307674368000} \\
& (-1)^{-15+a} (-14+a) (-13+a) (-12+a) (-11+a) (-10+a) (-9+a) (-8+a) (-7+a) \\
& (-6+a) (-5+a) (-4+a) (-3+a) (-2+a) (-1+a) a, \frac{1}{20922789888000} \\
& (-1)^{-16+a} (-15+a) (-14+a) (-13+a) (-12+a) (-11+a) (-10+a) (-9+a) \\
& (-8+a) (-7+a) (-6+a) (-5+a) (-4+a) (-3+a) (-2+a) (-1+a) a, \\
& \frac{1}{355687428096000} (-1)^{-17+a} (-16+a) (-15+a) (-14+a) (-13+a) (-12+a) (-11+a) \\
& (-10+a) (-9+a) (-8+a) (-7+a) (-6+a) (-5+a) (-4+a) (-3+a) (-2+a) (-1+a) a, \\
& \frac{1}{6402373705728000} (-1)^{-18+a} (-17+a) (-16+a) (-15+a) (-14+a) (-13+a) (-12+a) (-11+a) \\
& (-10+a) (-9+a) (-8+a) (-7+a) (-6+a) (-5+a) (-4+a) (-3+a) (-2+a) (-1+a) a, \\
& \frac{1}{121645100408832000} (-1)^{-19+a} (-18+a) (-17+a) (-16+a) (-15+a) (-14+a) \\
& (-13+a) (-12+a) (-11+a) (-10+a) (-9+a) (-8+a) (-7+a) (-6+a) \\
& (-5+a) (-4+a) (-3+a) (-2+a) (-1+a) a, \frac{1}{2432902008176640000} \\
& (-1)^{-20+a} (-19+a) (-18+a) (-17+a) (-16+a) (-15+a) (-14+a) (-13+a) (-12+a) (-11+a) \\
& (-10+a) (-9+a) (-8+a) (-7+a) (-6+a) (-5+a) (-4+a) (-3+a) (-2+a) (-1+a) a \}
\end{aligned}$$

cc[[3]] /. a → 1/2

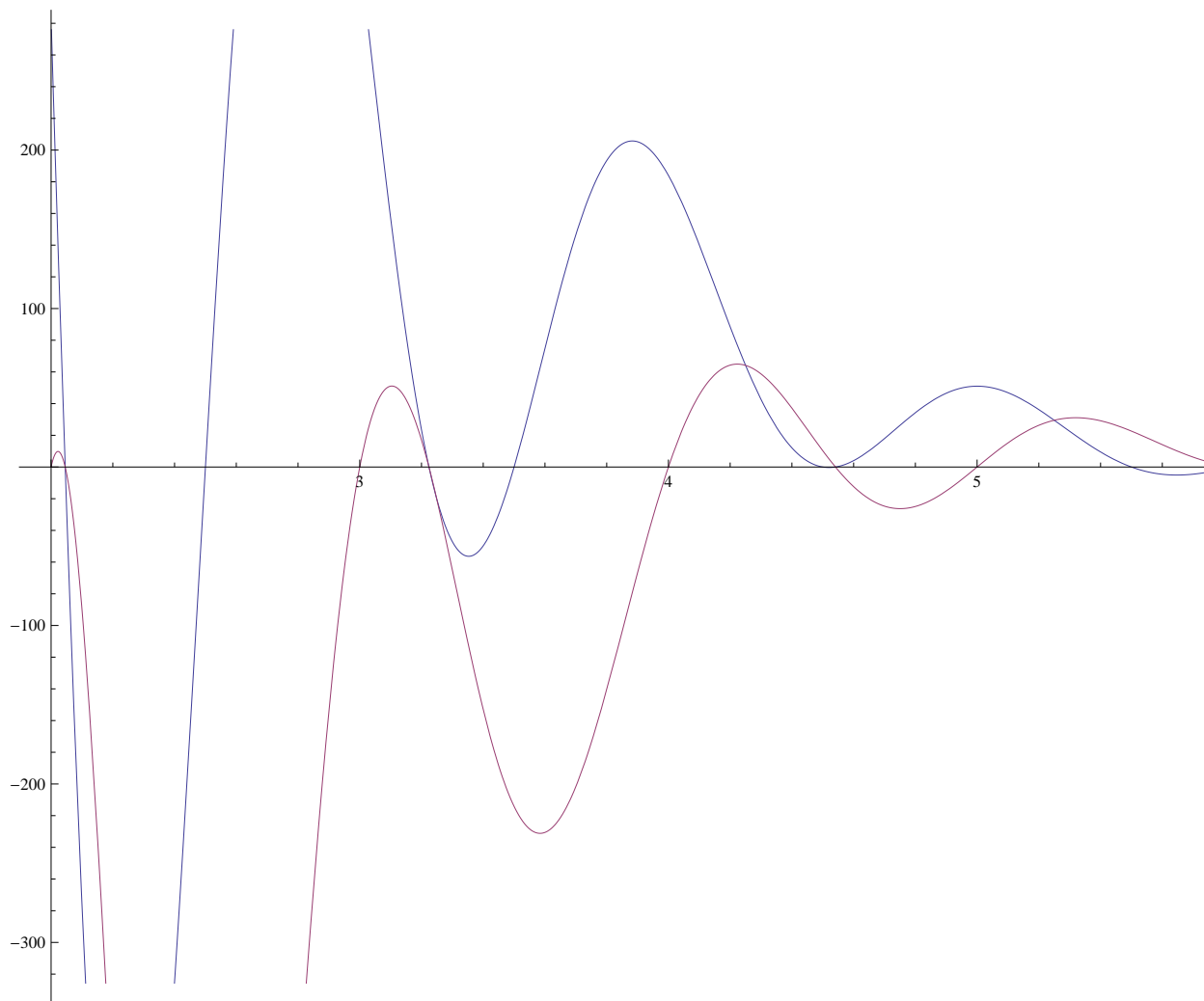
$$-\frac{i}{8}$$

```
DD[n_, k_] := DD[n, k] = Sum[DD[Floor[n / j], k - 1], {j, 1, n}]; DD[n_, 0] := 1
D2a[n_, z_] := D2a[n, z] = Sum[(cc[[j + 1]] /. a -> z) DD[n, j], {j, 0, 20}]
```

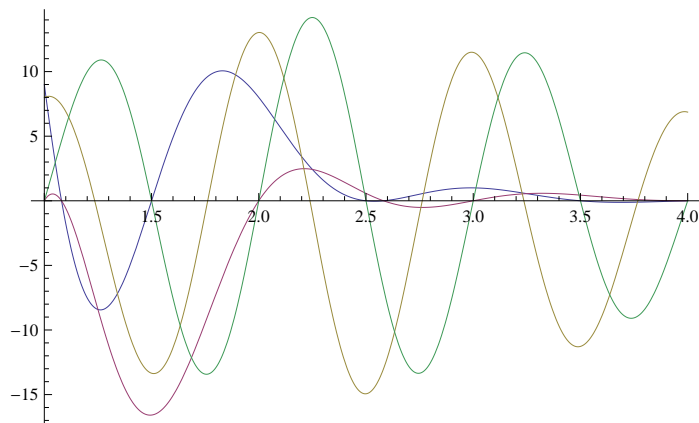
```
D2a[100, 2.25]
```

```
-590.513 - 590.513 i
```

```
Plot[{Re[D2a[100, z]], Im[D2a[100, z]]}, {z, 2, 7}]
```



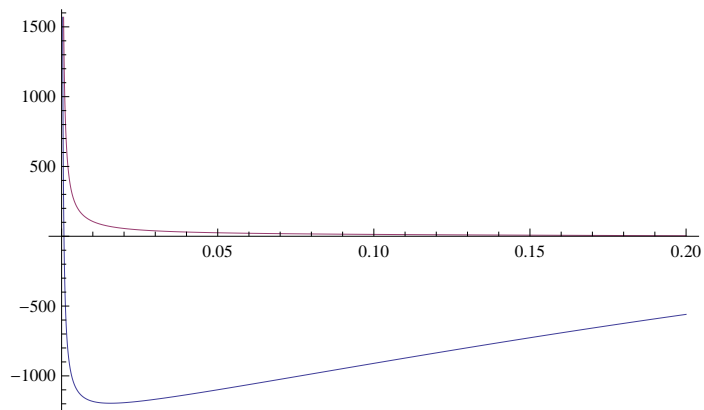
```
Plot[{Re[D2a[zz = 10, z]], Im[D2a[zz, z]], Re[Ap[zz, z]], Im[Ap[zz, z]]}, {z, 1, 4}]
```



```
D2a[10, 3.5]
```

$$1.79412 \times 10^{-14} + 0.438617 i$$

```
Plot[{Re[D2a[zz = 10, z] / z], Re[Ap[zz, z] / z]}, {z, 0, .2}]
```



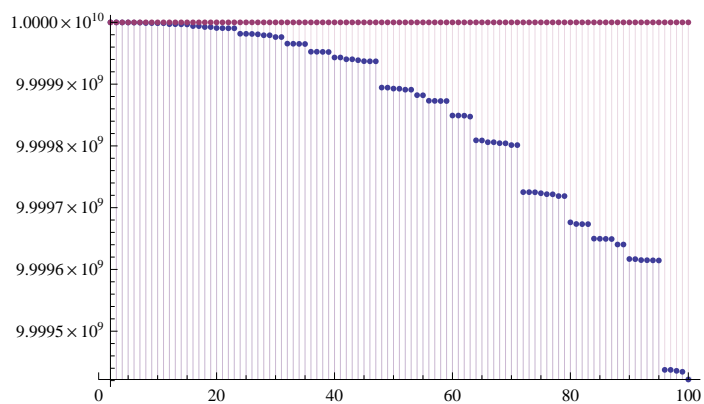
```
D2a[10, .01]
```

$$-11.8287 - 0.371733 i$$

```
N[Ap[10, 0.01]]
```

$$1.05992 + 0.0666844 i$$

```
DiscretePlot[{Re[D2a[n, zzz = .0000000001] / zzz], Re[Ap[n, zzz] / zzz]}, {n, 2, 100}]
```



```
N[(D2a[100, 10^-2] - 1) / 10^-2]  
-558930. - 17561.9 i
```