

```

$RecursionLimit = 10 000
D2[n_, k_, s_] := D2[n, k, s] = Sum[j^-s D2[Floor[n / j], k - 1, s], {j, 2, n}];
D2[n_, 0, s_] := 1
DD[n_, z_, s_] := Sum[FactorialPower[z, a] / a! D2[Floor[n], a, s], {a, 0, Log[2, Floor[n]]}]
d2[n_, k_, s_] := Sum[j^-s d2[j, k - 1, s] d2[n / j, 1, s], {j, Divisors[n]}];
d2[n_, 1, s_] := 1; d2[1, 1, s_] := 0; d2[n_, 0, s_] := 0; d2[1, 0, s_] := 1

```

10 000

DD[100, 1]

100

D2[100, 1, 1]

$$\begin{aligned}
& \frac{47\,979\,622\,564\,155\,786\,918\,478\,609\,039\,662\,898\,122\,617}{69\,720\,375\,229\,712\,477\,164\,533\,808\,935\,312\,303\,556\,800} D2[1, 0] + \frac{78\,597\,818\,982\,518\,789}{191\,511\,834\,399\,085\,200} D2[2, 0] + \\
& \frac{1\,060\,683\,061}{3\,887\,563\,680} D2[3, 0] + \frac{77\,293}{354\,200} D2[4, 0] + \frac{12\,617}{58\,140} D2[5, 0] + \frac{31}{240} D2[6, 0] + \\
& \frac{27}{182} D2[7, 0] + \frac{1}{12} D2[8, 0] + \frac{1}{11} D2[9, 0] + \frac{1}{10} D2[10, 0] + \frac{1}{9} D2[11, 0] + \frac{1}{8} D2[12, 0] + \\
& \frac{1}{7} D2[14, 0] + \frac{1}{6} D2[16, 0] + \frac{1}{5} D2[20, 0] + \frac{1}{4} D2[25, 0] + \frac{1}{3} D2[33, 0] + \frac{1}{2} D2[50, 0]
\end{aligned}$$

f1[x\_] := D2[x, 1, 1] / x + Integrate[D2[u, 1, 1] / u^2, {u, 1, x}]

f1[100]

$$\frac{11\,677\,821\,270\,331\,852\,073\,640\,165\,685\,691\,639\,305\,439}{278\,881\,500\,918\,849\,908\,658\,135\,235\,741\,249\,214\,227\,200} + \int_1^{100} \frac{-1 + \text{HarmonicNumber}[u]}{u^2} du$$