```
FactInteger[n_] := If[n == 1, {}, FactorInteger[n]]
d[n_, z_] := Product[1 / (p[[2]]!) Pochhammer[z, p[[2]]], {p, FactInteger[n]}]


pk[n_, 0] := pk[n, 0] = If[n == 1, 1, 0]
pk[n_, 1] := pk[n, 1] = If[n == 1, 0, FullSimplify[MangoldtLambda[n] / Log[n]]]
pk[n_, k_] := pk[n, k] = Sum[pk[j, k - 1] pk[n / j, 1], {j, Divisors[n]}]
dv2[n_, k_] := Sum[k^j / (j!) pk[n, j], {j, 0, N[Log[n] / Log[2]]}]
dv3[n_, k_] :=
 dv3[n, k] = pk[n, 0] + k pk[n, 1] + k^2 / 2 pk[n, 2] + k^3 / 6 pk[n, 3] + k^4 / 24 pk[n, 4] +
   k^5 / 120 pk[n, 5] + k^6 / 720 pk[n, 6] + k^7 / (7!) pk[n, 7] + k^8 / (8!) pk[n, 8]
cosp[n_, k_] := cosp[n, k] = pk[n, 0] - k^2 / 2 pk[n, 2] +
   k^4 / 24 pk[n, 4] - k^6 / 720 pk[n, 6] + k^8 / (8!) pk[n, 8]
sinp[n_, k_] := sinp[n, k] = k pk[n, 1] - k^3 / 6 pk[n, 3] +
   k^5 / 120 pk[n, 5] - k^7 / (7!) pk[n, 7]

Table[{n, a = dv3[n, 3 I], b = (cosp[n, 3] + I sinp[n, 3]), a - b}, {n, 1, 100}] // TableForm
```

1	1	1	0
2	$3\,i$	$3\,i$	0
3	$3\,i$	$3\,i$	0
4	$-\frac{9}{2}+\frac{3\,i}{2}$	$-\frac{9}{2}+\frac{3\,i}{2}$	0
5	$3\,i$	$3\,i$	0
6	-9	-9	0
7	$3\,i$	$3\,i$	0
8	$-\frac{9}{2}-\frac{7\,i}{2}$	$-\frac{9}{2}-\frac{7\,i}{2}$	0
9	$-\frac{9}{2}+\frac{3\,i}{2}$	$-\frac{9}{2}+\frac{3\,i}{2}$	0
10	-9	-9	0
11	$3\,i$	$3\,i$	0
12	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
13	$3\,i$	$3\,i$	0
14	-9	-9	0
15	-9	-9	0
16	$-\frac{3}{4}-6\,i$	$-\frac{3}{4}-6\,i$	0
17	$3\,i$	$3\,i$	0
18	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
19	$3\,i$	$3\,i$	0
20	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
21	-9	-9	0
22	-9	-9	0
23	$3\,i$	$3\,i$	0
24	$\frac{21}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$\frac{21}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
25	$-\frac{9}{2}+\frac{3\,i}{2}$	$-\frac{9}{2}+\frac{3\,i}{2}$	0
26	-9	-9	0
27	$-\frac{9}{2}-\frac{7\,i}{2}$	$-\frac{9}{2}-\frac{7\,i}{2}$	0
28	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
29	$3\,i$	$3\,i$	0
30	$-27\,i$	$-27\,i$	0
31	$3\,i$	$3\,i$	0
32	$3-\frac{21\,i}{4}$	$3-\frac{21\,i}{4}$	0

33	-9	-9	0
34	-9	-9	0
35	-9	-9	0
36	$18-\frac{27\,i}{2}$	$18-\frac{27\,i}{2}$	0
37	$3\,i$	$3\,i$	0
38	-9	-9	0
39	-9	-9	0
40	$\frac{21}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$\frac{21}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
41	$3\,i$	$3\,i$	0
42	$-27\,i$	$-27\,i$	0
43	$3\,i$	$3\,i$	0
44	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
45	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
46	-9	-9	0
47	$3\,i$	$3\,i$	0
48	$18-\frac{9\,i}{4}$	$18-\frac{9\,i}{4}$	0
49	$-\frac{9}{2}+\frac{3\,i}{2}$	$-\frac{9}{2}+\frac{3\,i}{2}$	0
50	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
51	-9	-9	0
52	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
53	$3\,i$	$3\,i$	0
54	$\frac{21}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$\frac{21}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
55	-9	-9	0
56	$\frac{21}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$\frac{21}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
57	-9	-9	0
58	-9	-9	0
59	$3\,i$	$3\,i$	0
60	$\frac{81}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$\frac{81}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
61	$3\,i$	$3\,i$	0
62	-9	-9	0
63	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
64	$\frac{41}{8}-\frac{23\,i}{8}$	$\frac{41}{8}-\frac{23\,i}{8}$	0
65	-9	-9	0
66	$-27\,i$	$-27\,i$	0
67	$3\,i$	$3\,i$	0
68	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
69	-9	-9	0
70	$-27\,i$	$-27\,i$	0
71	$3\,i$	$3\,i$	0
72	$\frac{51}{2}+9\,i$	$\frac{51}{2}+9\,i$	0
73	$3\,i$	$3\,i$	0
74	-9	-9	0
75	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
76	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
77	-9	-9	0
78	$-27\,i$	$-27\,i$	0
79	$3\,i$	$3\,i$	0
80	$18-\frac{9\,i}{4}$	$18-\frac{9\,i}{4}$	0

81	$-\frac{3}{4}-6\,i$	$-\frac{3}{4}-6\,i$	0
82	-9	-9	0
83	$3\,i$	$3\,i$	0
84	$\frac{81}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$\frac{81}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
85	-9	-9	0
86	-9	-9	0
87	-9	-9	0
88	$\frac{21}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$\frac{21}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
89	$3\,i$	$3\,i$	0
90	$\frac{81}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$\frac{81}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
91	-9	-9	0
92	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
93	-9	-9	0
94	-9	-9	0
95	-9	-9	0
96	$\frac{63}{4}+9\,i$	$\frac{63}{4}+9\,i$	0
97	$3\,i$	$3\,i$	0
98	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
99	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	$-\frac{9}{2}-\frac{27\,i}{2}$	0
100	$18-\frac{27\,i}{2}$	$18-\frac{27\,i}{2}$	0

```
dv2[2^3, 3]
```

10

```
dv2[3^2, 3]
```

6

```
dv2[ 2^3 × 3^2, 3]
```

60

```
dv2[2^3, 3] dv2[3^2, 3]
```

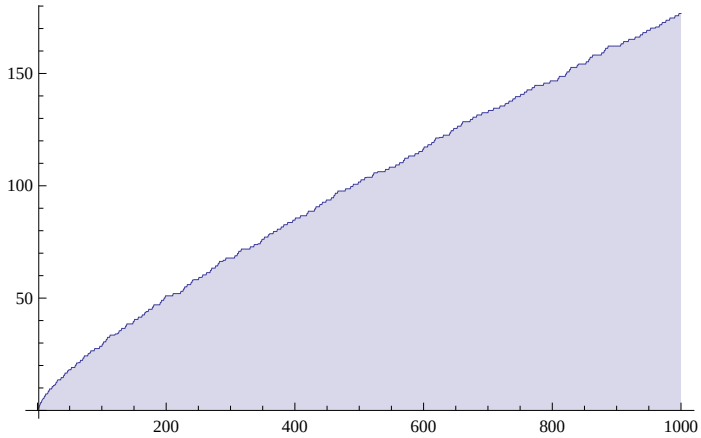
60

```
PP[n_, k_, a_] := PP[n, k, a] = Sum[ a (1 / k - PP[Floor[n / j], k + 1, a]), {j, 2, n}]
```

```
PP[100, 1, 1]
```

$$\frac{428}{15}$$

```
DiscretePlot[PP[n, 1, 1], {n, 2, 1000}]
```




```
DF[n_, a_] := PP[n, 1, a] - PP[n - 1, 1, a]
```

```
Table[{n, DF[n, -I]}, {n, 1, 100}] // TableForm
```

1	0
2	$-i$
3	$-i$
4	$\frac{1}{2} - i$
5	$-i$
6	$1 - i$
7	$-i$
8	$1 - \frac{2i}{3}$
9	$\frac{1}{2} - i$
10	$1 - i$
11	$-i$
12	2
13	$-i$
14	$1 - i$
15	$1 - i$
16	$\frac{5}{4}$
17	$-i$
18	2
19	$-i$
20	2
21	$1 - i$
22	$1 - i$
23	$-i$
24	$2 + 2i$
25	$\frac{1}{2} - i$
26	$1 - i$
27	$1 - \frac{2i}{3}$
28	2
29	$-i$
30	$3 + i$
31	$-i$
32	$1 + \frac{4i}{5}$
33	$1 - i$
34	$1 - i$

35 $1 - i$
36 $2 + 3\,i$
37 $-i$
38 $1 - i$
39 $1 - i$
40 $2 + 2\,i$
41 $-i$
42 $3 + i$
43 $-i$
44 2
45 2
46 $1 - i$
47 $-i$
48 $4\,i$
49 $\frac{1}{2} - i$
50 2
51 $1 - i$
52 2
53 $-i$
54 $2 + 2\,i$
55 $1 - i$
56 $2 + 2\,i$
57 $1 - i$
58 $1 - i$
59 $-i$
60 $2 + 6\,i$
61 $-i$
62 $1 - i$
63 2
64 $\frac{1}{6} + \frac{4\,i}{3}$
65 $1 - i$
66 $3 + i$
67 $-i$
68 2
69 $1 - i$
70 $3 + i$
71 $-i$
72 $-2 + 6\,i$
73 $-i$
74 $1 - i$
75 2
76 2
77 $1 - i$
78 $3 + i$
79 $-i$
80 $4\,i$
81 $\frac{5}{4}$
82 $1 - i$
83 $-i$
84 $2 + 6\,i$
85 $1 - i$
86 $1 - i$
87 $1 - i$
88 $2 + 2\,i$
89 $-i$

```
90     2 + 6 i
91     1 - i
92     2
93     1 - i
94     1 - i
95     1 - i
96     -4 + 4 i
97     - i
98     2
99     2
100    2 + 3 i
```