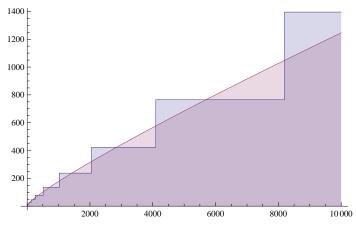
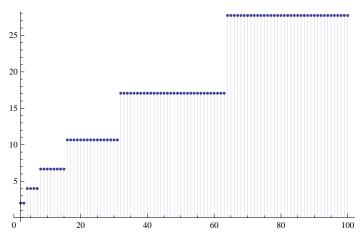
```
ClearAll["Global`*"]
```

```
F1[n_, 1] := F1[n, 1] = Sum[ 2^k/k, {k, 1, Log[2, n] }]
f1[n_, 1] := f1[n, 1] = F1[n, 1] - F1[n - 1, 1]
f1[n_, k_] := f1[n, k] = F1[n, k] - F1[n - 1, k]
f1[1, 0] := 1
F1[n_, 0] := F1[n, 0] = 1
F1[n_, k_] := F1[n, k] = Sum[ f1[j, 1] F1[Floor[n/j], k - 1], {j, 2, n}]
expf[n_] := Sum[ 1 / (k!) f1[n, k], {k, 0, Log[2, n]}]
Ex1[n_, 0] := 1;
Ex1[n_, k_] := Ex1[n, k] = Sum[ expf[j] Ex1[Floor[n/j], k - 1], {j, 1, n}]
ex1[n_, k_] := ex1[n, k] = Sum[ (-1)^j Binomial[k, j] Ex1[n, k - j], {j, 0, k}]
Ex2[n_, k_] := Sum[ (-1)^k(k+1) / k Ex2[n, k], {k, 1, Log[2, n]}]
```

$DiscretePlot[{F1[n, 1], LogIntegral[n]}, {n, 2, 10000}]$



DiscretePlot[EF2[n], {n, 2, 100}]



 ${\tt Table[\ \{n,\,F1[n,\,1]\,,\ EF2[n]\},\,\{n,\,1,\,100\}]\ //\ TableForm}$

1	0	0
2	2	2
3	2	2
4	4	4
5	4	4

6	4	4
7 8	4 20	4 20
	3 20	3 20
9	3 20	3 20
10	3 20	3 20
11	3 20	3 20
12	3	3 20
13	3	3
14	3	3
15	3	20 3
16	32	32
17	32	32
18	32	32
19	32	32
20	32	32
21	32	32
22	32	32
23	32	32
24	$\frac{32}{3}$	32
25	32	32
26	$\frac{32}{3}$	$\frac{32}{3}$
27	$\frac{32}{3}$	$\frac{32}{3}$
28	32	$\frac{32}{3}$
29	3 32	$\frac{32}{3}$
30	3 32	$\frac{32}{3}$
31	3 32	32
32	3 256	3 256
33	15 256	15 256
34	15 256	15 25
35	15 256	15 256
36	15 256	15 256
37	15 256	15 256
38	15 256	15 256
39	15 256	15 256
40	15 256	15 256
41	15 256	15 256
	15 256	15 25
42	15 256	15 25
43	15 256	15 25
44	15	15

45	256 15	256 15
46	256 15	256
47	256 15	256 15
48	256 15	256 15
49	256 15	256 15
50	256	256 15
51	15 256	256
52	15 256	256 256
53	15 256	15 256
54	15 256	15 256 15
55	15 256 15	256 15
56	256 15	256 15
57	256 15	256 15
58	256	256
59	15 256	15 256
60	15 256	15 256
61	15 256	256 256
62	15 256 15	15 256 15
63	256 15	256 15
64	416 15	416
65	$\frac{416}{15}$	416
66	$\frac{416}{15}$	416
67	416 15	416
68	$\frac{416}{15}$	416
69	416 15	416
70	416 15	416
71	416 15	416
72	416 15	416
73	416 15	416
74	416 15	416
75	416 15	416
76	416 15	416
77	416 15	416
78	416 15	416
79	$\frac{416}{15}$	416
80	$\frac{416}{15}$	416
81	$\frac{416}{15}$	416
82	416 15	416
83	$\frac{416}{15}$	416
	20	1.0

```
416
                  416
84
          15
                  15
         416
                  416
85
          15
86
          15
                  15
         \frac{416}{15}
                  416
15
87
                  \frac{416}{15}
         416
88
          15
         416
                  416
89
          15
                   15
90
          15
                   15
         416
                  416
91
          15
                  15
         416
                  416
92
          15
                  15
         416
                  416
93
          15
                  15
         416
                  416
94
          15
                  15
         \frac{416}{15}
                  416
15
95
         416
                  416
96
         15
                  15
         416
                  416
97
          15
                  15
98
          15
                   15
         416
                  416
99
          15
                  15
         \frac{416}{15}
                  416
100
f1[1, 0]
1
expf[1]
Ex1[1, 1]
1
 \label{lem:table: lambda} Table[\ \{n,\ Ex2[n,\ 1]\ ,\ Ex2[n,\ 2]\ ,\ Ex2[n,\ 3]\ \}\ ,\ \{n,\ 1,\ 100\}\ ]\ //\ TableForm 
1
         0
                  0
                           0
2
         2
                  0
                           0
3
         2
                  0
                           0
4
         6
                  4
                           0
5
         6
                  4
                           0
6
                           0
         6
                  4
7
                           0
         6
                  4
8
         14
                  20
                           8
9
                  20
                           8
         14
10
         14
                  20
                           8
11
         14
                  20
                           8
12
                           8
         14
                  20
13
         14
                  20
                           8
14
         14
                  20
                           8
15
         14
                  20
                           8
16
         30
                  68
                           56
17
         30
                  68
                           56
18
         30
                           56
                  68
19
         30
                  68
                           56
20
         30
                  68
                           56
```

21	30	68	56
22	30	68	56
23	30	68	56
24	30	68	56
25	30	68	56
26	30	68	56
27	30	68	56
28	30	68	56
29	30	68	56
30	30	68	56
31	30	68	56
32	62	196	248
33	62	196	248
34	62	196	248
35	62	196	248
36	62	196	248
37	62	196	248
38	62	196	248
39	62	196	248
40	62	196	248
41	62	196	248
42	62	196	248
43	62	196	248
44	62	196	248
45	62	196	248
46	62	196	248
47	62	196	248
48	62	196	248
49	62	196	248
50	62	196	248
51	62	196	248
52	62	196	248
53	62	196	248
54	62	196	248
55	62	196	248
56	62	196	248
57	62	196	248
58	62	196	248
59	62	196	248
60	62	196	248
61	62	196	248
62	62	196	248
63	62	196	248
64	126	516	888
65	126	516	888
66	126	516	888
67	126	516	888
68	126	516	888
69	126	516	888
70	126	516	888
71	126	516	888
72	126	516	888
73	126	516	888
74	126	516	888
75 76	126	516	888
76	126	516	888

126	516	888
126	516	888
126	516	888
126	516	888
126	516	888
126	516	888
126	516	888
126	516	888
126	516	888
126	516	888
126	516	888
126	516	888
126	516	888
126	516	888
126	516	888
126	516	888
126	516	888
126	516	888
126	516	888
126	516	888
126	516	888
126	516	888
126	516	888
126	516	888
	126 126 126 126 126 126 126 126 126 126	126 516 126 516