Mathematisches Institut
Georg-August-Universität Göttingen
E. Viada, P. Buterus

Diskrete Mathematik für Studierende der Informatik
Wintersemester 2022/23

Aufgabenblatt 2

Abgabe bis Montag, 14.11.2022, 16:00 Uhr.

Name(n)	Übungsgruppe	1	2	3	4	Σ
						/40

Aufgabe 2.1 (8 Punkte)**.** Geben Sie jeweils eine Bijektion von A nach B an, um dadurch zu zeigen, dass die beiden Mengen die gleiche Mächtigkeit besitzen.

a) $A = \{1, 2, 3\}$, und $B = \{a, b, c\}$

b) $A = \mathbb{N}$, und B die Menge der geraden natürlichen Zahlen

c) A die Menge der geraden ganzen Zahlen, B die Menge der ungeraden ganzen Zahlen

d) A die Menge der durch k teilbaren Zahlen, B die Menge der durch m teilbaren Zahlen $(k, m \in \mathbb{N} \setminus \{0\})$

e) $A = \mathbb{N}$, und $B = \mathbb{Z}$

Aufgabe 2.2 (10 Punkte)**.** Bestimmen Sie alle Äquivalenzklassen der Relation

$$R = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 5|(a - b)\}.$$

Zeigen Sie, dass der Schnitt zweier verschiedener Äquivalenzklassen leer ist.

Bitte wenden!

Aufgabe 2.3 (7 Punkte)**.** Entscheiden Sie jeweils, ob die Aussage wahr oder falsch ist.

a) Eine unüberdachte Straße ist genau dann nass, wenn es geregnet hat.

b) Wenn n eine Primzahl ist, dann ist n ungerade.

c) Wenn eine Wand gelb ist, dann ist sie gelb oder grün.

d) Wenn die Erde eine Scheibe ist, dann ist $1 = 1$.

e) Wenn $3 = 4$ ist, dann ist $10 = 20$.

f) Jede natürliche Zahl ist größer als 10 und kleiner als 100.

g) Es ist $0 = 0$ oder $1 = 1$.

Aufgabe 2.4 (8 Punkte)**.** Füllen Sie folgende die Wahrheitstabelle.

A	B	$\neg(A \wedge \neg B)$	$(\neg A) \vee B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
w	w				
w	f				
f	w				
f	f				

Aufgabe 2.5 (5 Punkte)**.** Zeigen Sie die logische Äquivalenz

$$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A) \;\leftrightarrow\; (A \leftrightarrow B)$$

mithilfe einer Wahrheitstabelle.

Zusatzaufgabe. Zeigen Sie mithilfe einer Wahrheitstabelle, dass die Aussage

$$((A \rightarrow B) \wedge A) \rightarrow B$$

immer wahr ist. So eine Aussage wird Tautologie genannt.

Zusatzaufgabe. Zeigen Sie die folgende logische Äquivalenz mithilfe einer Wahrheitstafel:

$$(A \vee B) \;\leftrightarrow\; (\neg(\neg A \wedge \neg B))$$

Zusatzaufgabe. Finden Sie eine Bijektion zwischen von $A = 2^{\mathbb{N}}$ nach $B = 2^{\mathbb{Z}}$.
Tipp: Benutzen Sie die Bijektion aus 2.1.e).