

# Aufgaben zur Kombinatorik (mit Lösungen)

1.		Wieviele Möglichkeiten gibt es für 6 Kinder, sich auf einen Schlitten zu setzen, wenn ihn nur 3 davon steuern können ?
2.	a) b)	Gib an, auf wieviele Arten sich 5 Personen in eine Reihe setzen können. Wieviele Möglichkeiten gibt es, wenn zwei davon unbedingt nebeneinandersitzen wollen ?
3.		Löse Aufgabe 2.) für die möglichen Sitzordnungen an einem runden Tisch.
4.	a) b) c) d) e) f) g) h)	Bestimme die Zahl der Worte mit 4 Buchstaben, die man aus den Buchstaben des Wortes MORGENS bilden kann. Wieviele von ihnen enthalten nur Konsonanten ? beginnen und enden mit einem Konsonanten ? beginnen mit einem Vokal ? enthalten den Buchstaben S ? beginnen mit G und enden mit einem Vokal ? beginnen mit G und enthalten ein R ? enthalten beide Vokale ?
5.		Bestimme die Anzahl der Permutationen, die aus allen Buchstaben jedes einzelnen Wortes gebildet werden können: (i) Welle (ii) Kellertür (iii) Lappland
6.	a) b) c)	Bestimme die Anzahl der Möglichkeiten, wie 4 Jungen und 4 Mädchen so in einer Reihe sitzen können, dass nie zwei Jungen oder zwei Mädchen nebeneinander sitzen. Löse das gleiche Problem unter der Annahme, dass ein Junge und ein Mädchen befreundet sind und unbedingt nebeneinander sitzen wollen. Was ergibt sich in a), wenn einer der Jungen und ein Mädchen nicht nebeneinander sitzen wollen ?
7.		Löse Aufgabe 6) für die möglichen Sitzordnungen an einem runden Tisch.
8.	a) b)	7 rote, 5 blaue und 8 gelbe Perlen werden an einer Schnur aufgefädelt. Wieviele mögliche Anordnungen gibt es, wenn die Perlen nur nach der Farbe unterschieden werden und keine weitere Einschränkung gilt ? die Perlen gleicher Farbe nebeneinander sein sollen ?
9.		Drei nicht unterscheidbare Würfel werden geworfen. Wieviele verschiedene Augenkombinationen gibt es ?
10.	a) b)	Eine Urne enthält 10 von 1 bis 10 nummerierte Kugeln. Wieviele geordnete Stichproben vom Umfang (i) 3 bzw. (ii) 4 gibt es jeweils bei Ziehen mit Zurücklegen ? bei Ziehen ohne Zurücklegen ?
11.		Wieviele Möglichkeiten gibt es, 5 große und 4 mittelgroße Bücher sowie 3 Taschenbücher so auf ein Bücherbrett zu stellen, dass die Bücher gleichen Formats nebeneinander stehen ?
12.	a) b) c) d)	Wir betrachten alle dreistelligen Zahlen mit verschiedenen Ziffern Wieviele davon sind größer als 700 ? Wieviele sind ungerade ? Wieviele sind gerade ? Wieviele sind durch 5 teilbar ?
13.	a) b) c) d)	Bestimme die Anzahl der verschiedenen Permutationen, die aus allen Buchstaben des Wortes SEEWEG gebildet werden können. Wieviele von ihnen beginnen und enden mit E ? In wievielen stehen die 3 E nebeneinander ? Wieviele beginnen mit E und enden mit G ?
14.	a)	Eine Gruppe besteht aus 9 Jungen und 3 Mädchen. Auf wieviele Arten kann man aus ihnen 4 Personen auswählen ?

	b) c)	Wieviele Möglichkeiten gibt es, wenn unter den 4 Personen mindestens 1 Mädchen sein soll ? genau ein Mädchen sein soll ?	
15.	a) b) c)	Ein Ehepaar hat 11 gute Bekannte. Wieviel Möglichkeiten gibt es, 5 davon zum Essen einzuladen, allgemein ? wenn von einem Ehepaar keiner allein kommen will ? wenn 2 der Bekannten sich nicht gut verstehen und deshalb nicht zusammentreffen wollen ?	
16.	a) b) c) d) e)	Wir betrachten 10 Punkte A, B, C ... der Ebene, von denen keine 3 auf einer Gerade liegen. Wieviele Geraden sind durch die Punkte bestimmt ? Wieviele davon gehen nicht durch A oder B ? Wieviel Dreiecke sind durch die Punkte bestimmt ? Wieviele davon enthalten den Punkt A ? Wieviele davon enthalten die Strecke [AB] als Seite ?	
17.	a) b) c) d) e)	Ein Student muss in einer Klausur 10 von 13 Aufgaben lösen. Wieviele Auswahlmöglichkeiten hat er, insgesamt ? wenn er die ersten beiden Aufgaben lösen muss ? wenn er genau eine der ersten beiden Aufgaben lösen muss ? wenn er genau 3 der ersten 5 Aufgaben lösen muss ? wenn er mindestens 3 der ersten 5 Aufgaben lösen muss ?	
18.	a) b) c) d) e) f) g) h) i) j)	Das Alphabet hat 26 Buchstaben; darunter sind 5 Vokale. Wieviele Worte mit 5 Buchstaben, die 3 verschiedene Konsonanten und 2 verschiedene Vokale enthalten, gibt es ? Wieviele der Worte aus a) enthalten den Buchstaben B ? enthalten die Buchstaben B und C ? beginnen mit B und enthalten den Buchstaben C ? beginnen mit B und enden mit C ? enthalten die Buchstaben A und B ? beginnen mit A und enthalten den Buchstaben B ? beginnen mit B und enthalten ein A ? beginnen mit A und enden mit B ? enthalten die Buchstaben A, B und C ?	
19.		Auf wieviele Arten kann man 9 verschiedene Geschenke gleichmäßig an 3 Kinder verteilen ?	
20.		Auf wieviele Arten können 10 Schüler in 3 Gruppen aufgeteilt werden, wenn eine 4 und die beiden anderen Gruppen je 3 Schüler enthalten sollen ?	
21.		In einer Urne sind 12 unterscheidbare Kugeln. Auf wieviele Arten können hintereinander jeweils 3 Kugeln mit einem Griff (insgesamt 4 mal) ohne Zurücklegen gezogen werden ?	
22.		Auf wieviel Arten kann man eine Gruppe von 12 Personen in 3 kleinere Gruppen von jeweils 5, 4 und 3 Personen aufteilen ?	
23.		Wieviele Möglichkeiten gibt es, n Schüler in 2 Gruppen einzuteilen ?	
24.		Wieviele Möglichkeiten gibt es, 14 Personen in 6 Gruppen aufzuteilen, von denen 2 je 3 Personen und die restlichen 4 je 2 Personen enthalten ?	

Lösungen:

1.  $3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 360$

2.a  $5! = 120$

2.b  $4 \cdot 2! \cdot 3! = 48$

3.a  $4! = 24$

3.b  $2! \cdot 3! = 12$

4.a  $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840$

4.b  $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$

4.c  $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 = 400$

4.d  $2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 240$

4.e  $4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 480$

4.f  $1 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 2 = 40$

4.g  $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 4 = 60$

4.h  $4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 4 = 240$

5.a  $\frac{5!}{2! \cdot 2!} = 30$

5.b  $\frac{9!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} = 45360$

5.c  $\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2!} = 5040$

6.a  $2 \cdot 4! \cdot 4! = 1152$

6.b  $2 \cdot 7 \cdot 3! \cdot 3! = 504$

6.c  $1152 - 504 = 648$

7.a  $3! \cdot 4! = 144$

7.b  $2 \cdot 3! \cdot 3! = 72$

7.c  $144 - 72 = 72$

8.a  $\frac{20!}{7! \cdot 5! \cdot 8!} = 99768240$

8.b  $3! = 6$

9.  $6 + 6 \cdot 5 + \binom{6}{3} = 56 \text{ oder } \binom{6+3-1}{3}$

10.a (i)  $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$  (ii)  $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$

10.b (i)  $10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$  (ii)  $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5020$

11.  $(3! \cdot 5! \cdot 4!) \cdot 3! = 103680$

12.a  $3 \cdot 9 \cdot 8 = 216$

12.b  $8 \cdot 8 \cdot 5 = 320$

12.c  $9 \cdot 8 \cdot 1 = 72$  enden mit 0 und  $8 \cdot 8 \cdot 4 = 256$  enden mit den anderen geraden Ziffern; also sind insgesamt  $72 + 256 = 328$  gerade.

12.d  $9 \cdot 8 \cdot 1 = 72$  enden mit 0 und  $8 \cdot 8 \cdot 1 = 64$  mit 5; also sind insgesamt  $72 + 64 = 136$  durch 5 teilbar

$$13.a) \frac{6!}{3!} = 120$$

$$13.b) 1 \cdot 4! \cdot 1 = 24$$

$$13.c) 4 \cdot 3! = 24$$

$$13.d) 1 \cdot \frac{4!}{2!} = 12 \cdot 1$$

$$14.a) \binom{12}{4} = 495$$

$$14.b) \binom{12}{4} - \binom{9}{4} = 369$$

$$14.c) 3 \cdot \binom{9}{3} = 252$$

$$15.a) \binom{11}{5} = 462$$

$$15.b) \binom{2}{2} \binom{9}{3} + \binom{9}{5} = 210$$

$$15.c) \binom{2}{0} \binom{9}{5} + \binom{2}{1} \binom{9}{4} = 378$$

$$16.a) \binom{10}{2} = 45$$

$$16.b) \binom{8}{2} = 28$$

$$16.c) \binom{10}{3} = 120$$

$$16.d) \binom{1}{1} \binom{9}{2} = 36$$

$$16.e) 8$$

$$17.a) \binom{13}{10} = 286$$

$$17.b) \binom{2}{2} \binom{11}{8} = 165$$

$$17.c) \binom{2}{1} \binom{11}{9} = 110$$

$$17.d) \binom{5}{3} \binom{8}{7} = 80$$

$$17.e) \binom{5}{3} \binom{8}{7} + \binom{5}{4} \binom{8}{6} + \binom{5}{5} \binom{8}{5} = 276$$

$$18.a) \binom{21}{3} \binom{5}{2} 5! = 1596000$$

$$18.b) \binom{1}{1} \binom{20}{2} \binom{5}{2} 5! = 228000$$

$$18.c) \binom{2}{2} \binom{19}{1} \binom{5}{2} 5! = 22800$$

$$18.d) \binom{1}{1} \binom{1}{1} \binom{19}{1} \binom{5}{2} 4! = 4560$$

$$18.e) \binom{1}{1} \binom{19}{1} \binom{5}{2} 3! \binom{1}{1} = 1140$$

$$18.f) \binom{1}{1} \binom{20}{2} \binom{1}{1} \binom{4}{1} 5! = 91200$$

$$18.g) \binom{1}{1} \binom{1}{1} \binom{20}{2} \binom{4}{1} 4! = 18240$$

$$18.h) \binom{1}{1} \binom{20}{2} \binom{1}{1} \binom{4}{1} 4! = 18240$$

$$18.i) \binom{1}{1} \binom{20}{2} \binom{4}{1} 3! \binom{1}{1} = 4560$$

$$18.j) \binom{3}{3} \binom{4}{1} \binom{19}{1} 5! = 9120$$

$$19.) \frac{9!}{3! 3! 3!} = 1680 \quad \text{oder} \quad \binom{9}{3} \binom{6}{3} \binom{3}{3} = 1680$$

$$20.) \frac{10!}{4! 3! 3!} \cdot \frac{1}{2!} = 2100 \quad \text{oder} \quad \binom{10}{4} \binom{6}{3} \binom{3}{3} \frac{1}{2!} = 2100$$

$$21.) \frac{12!}{3! 3! 3! 3!} = 369600 \quad \text{oder} \quad \binom{12}{3} \binom{9}{3} \binom{6}{3} \binom{3}{3} = 369600$$

$$22.) \frac{12!}{5! 4! 3!} = 27720 \quad \text{oder} \quad \binom{12}{5} \binom{7}{4} \binom{3}{3} = 27720 \quad 23.) 2^{n-1} - 1$$

$$24.) \frac{14!}{3! 3! 2! 2! 2! 2!} \cdot \frac{1}{2! 4!} = 3153150 \quad \text{oder} \quad \binom{14}{3} \binom{11}{3} \binom{8}{2} \binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2} \cdot \frac{1}{2! 4!} = 3153150$$