Übungsblatt 2.

Name

Übungsgruppe (Name des Tutors)

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
Punkte					

Abgabetermin: **Montag, 13.11.2023, 14:00 Uhr**.

Bitte verwenden Sie bei Abgabe in Papierform diese Seite als Deckblatt und tragen Sie oben Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe ein. Bitte heften Sie die Blätter zusammen.

Aufgabe 1 (10 Punkte)**.** Bestimmen Sie, ob die folgenden Relationen reflexiv, symmetrisch und/oder transitiv sind.

(i) $R_1 = \{(a,b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid a \text{ teilt } b\}$

(ii) $R_2 = \{(a,b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid ab \text{ ist eine Quadratzahl.}\}$

(iii) $R_3 = \{((a,b),(c,d)) \in \mathbb{N}^2 \times \mathbb{N}^2 \mid (a < c) \ \vee \ (c = a \wedge b < d)\}$

Hinweis: Eine Relation heißt *Äquivalenzrelation*, falls diese reflexiv, transitiv und symmetrisch ist.

Aufgabe 2 (Mächtigkeit der Potenzmenge - 10 Punkte)**.** Zeigen Sie: Ist A eine endliche Menge mit n Elementen, so gilt,

(i) dass die Anzahl der Teilmengen gleich 2^n ist,

(ii) dass die Anzahl echter Teilmengen gleich $2^n - 1$ ist.

Die Mächtigkeit einer endlichen Menge X bezeichnet die Anzahl der Elemente von X und wird durch $|X|$ oder $\#X$ notiert.

Aufgabe 3 (10 Punkte)**.** Geben Sie jeweils eine Bijektion von A nach B an, um dadurch zu zeigen, dass die beiden Mengen die gleiche Mächtigkeit besitzen.

(i) $A = \{1,2,3\}$, und $B = \{a,b,c\}$

(ii) $A = \mathbb{N}$, und B die Menge der geraden natürlichen Zahlen

(iii) A die Menge der geraden ganzen Zahlen, B die Menge der ungeraden ganzen Zahlen

(iv) A die Menge der durch k teilbaren Zahlen, B die Menge der durch m teilbaren Zahlen ($k, m \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$)

(v) $A = \mathbb{N}$, und $B = \mathbb{Z}$

Aufgabe 4 (10 Punkte)**.** Bestimmen Sie alle Äquivalenzklassen der Relation

$$R = \{(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 5|(a-b)\}\,.$$

Zeigen Sie, dass der Schnitt zweier verschiedener Äquivalenzklassen leer ist.