

## Übungsblatt 6.

Name	Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	$\Sigma$
Übungsgruppe (Name des Tutors)	Punkte								

Abgabetermin: **Montag, 11.12.2023, 14:00 Uhr.**

Bitte verwenden Sie bei Abgabe in Papierform diese Seite als Deckblatt und tragen Sie oben Ihren Namen und Ihre Übungsgruppe ein. Bitte heften Sie die Blätter zusammen.

**Aufgabe 1** (9 Punkte). Benutzen Sie den euklidischen Algorithmus um die folgenden Werte zu berechnen:

i)  $\text{ggT}(225, 162)$

ii)  $\text{ggT}(144, 100)$

iii)  $\text{ggT}(1909, 1660)$

*Zusatzaufgabe:* Stellen Sie hierbei auch den größten gemeinsamen Teiler in der Form

$$\text{ggT}(a, b) = xa + yb$$

mit  $x, y \in \mathbb{Z}$  dar.

**Aufgabe 2** (12 Punkte). Untersuchen Sie, ob die gegebenen Gleichungen ganzzahlige Lösungen besitzen. Falls möglich, geben Sie eine solche Lösung an.

i)  $6x + 8y = 38$

ii)  $65x - 26y = 91$

iii)  $522x - 132y = 8$

**Aufgabe 3** (9 Punkte). Beweisen Sie, dass für alle Zahlen  $a, b \in \mathbb{Z}$ , nicht beide gleich 0, gilt, dass

$$\text{ggT}\left(\frac{a}{\text{ggT}(a, b)}, \frac{b}{\text{ggT}(a, b)}\right) = 1.$$

**Aufgabe 4** (10 Punkte). Sei  $a = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0$  mit  $a_0, \dots, a_n \in \{0, \dots, 9\}$  eine Zahl mit Ziffern  $a_i$  in Dezimaldarstellung.

(i) Beweisen Sie, dass  $a$  genau dann durch 11 teilbar ist, wenn die alternierende Quersumme,

$$\sum_{i=0}^n (-1)^i a_i = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 \pm \dots,$$

durch 11 teilbar ist.

(ii) Zeigen Sie mithilfe von a), dass 82199295211 durch 11 teilbar ist.

**Zusatzaufgabe 5.** Das Alphabet hat 26 Buchstaben; darunter sind 5 Vokale.

(i) Wieviele Worte mit 5 Buchstaben, die 3 verschiedene Konsonanten und 2 verschiedene Vokale enthalten, gibt es?

(ii) Wieviele der Worte aus i) enthalten den Buchstaben B?




(iii) Wieviele der Worte aus i) enthalten die Buchstaben B und C?

(iv) Wieviele der Worte aus i) beginnen mit B und enthalten den Buchstaben C?

(v) Wieviele der Worte aus i) beginnen mit B und enden mit C?

- (vi) Wieviele der Worte aus i) enthalten die Buchstaben A und B ?
- (vii) Wieviele der Worte aus i) beginnen mit A und enthalten den Buchstaben B ?
- (viii) Wieviele der Worte aus i) beginnen mit B und enthalten ein A ?
- (ix) Wieviele der Worte aus i) beginnen mit A und enden mit B ?
- (x) Wieviele der Worte aus i) enthalten die Buchstaben A, B und C ?

**Zusatzaufgabe 6.** Bei einem Würfelspiel werden fünf identische, sechsseitige, faire Würfel geworfen. Zwischen den Würfeln kann nicht unterschieden werden, uns interessieren also nur die verschiedenen Ergebnisse. Bestimmen Sie wie viele verschiedene Ergebnisse es mit den folgenden Bedingungen jeweils gibt.

- (i) Genau ein Würfel zeigt eine Fünf, .
- (ii) Keiner der Würfel zeigt eine Eins, .
- (iii) Alle sechs Augenzahlen werden angezeigt.
- (iv) Die angezeigten Augenzahlen sind paarweise verschieden.
- (v) Die Würfel ergeben ein Full-House, es werden also genau zwei verschiedene Augenzahlen angezeigt, eine davon dreimal, die andere zweimal, zum Beispiel .

**Zusatzaufgabe 7.** Gib an, auf wieviele Arten sich 5 Personen in eine Reihe setzen können. Wieviele Möglichkeiten gibt es, wenn zwei davon unbedingt nebeneinandersitzen wollen?