

Übungsblatt 9.

Name

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
Punkte					

Übungsgruppe (Name des Tutors)

Abgabetermin: **Montag, 15.01.2024, 14:00 Uhr.**

Bitte verwenden Sie bei Abgabe in Papierform diese Seite als Deckblatt und tragen Sie oben Ihren Matrikel-Nr. und Ihre Übungsgruppe ein. Bitte heften Sie die Blätter zusammen.

Aufgabe 1 (10 Punkte). Bestimmen Sie, ob der Chinesische Restsatz auch für nicht teilerfremde n und k gilt. Das heißt: Beweisen oder widerlegen Sie die folgende Aussage:

$$\mathbb{Z}/nk\mathbb{Z} \text{ ist isomorph zu } \mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/k\mathbb{Z} \text{ für alle } n, k \in \mathbb{N}.$$

Aufgabe 2 (10 Punkte). Berechnen Sie das multiplikative Inverse von \bar{a} in $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ wobei

(i) $a = 8, p = 17$;

(ii) $a = 5, p = 43$;

(iii) *Zusatzaufgabe:* $a = 12, p = 101$.

Geben Sie das Inverse als Element aus $\{\bar{0}, \dots, \overline{p-1}\}$ an.

Aufgabe 3 (10 Punkte). Bestimmen Sie für die folgenden Kongruenzen jeweils, ob diese lösbar sind oder nicht. Geben Sie gegebenenfalls eine Lösung an:

(i) $56 \cdot x \equiv 2 \pmod{93}$,

(ii) $22 \cdot x \equiv 11 \pmod{1212}$,

(iii) *Zusatzaufgabe:* $14 \cdot x \equiv 35 \pmod{273}$.

Aufgabe 4 (10 Punkte). Bestimmen Sie in den folgenden Fällen jeweils, ob es eine Lösung gibt, welche alle der angegebenen Kongruenzen gleichzeitig löst. Geben Sie gegebenenfalls eine Lösung an.

(i) $x \equiv 3 \pmod{5}$, und $x \equiv 5 \pmod{7}$;

(ii) $x \equiv 3 \pmod{9}$, und $x \equiv 16 \pmod{23}$;

(iii) *Zusatzaufgabe:* $x \equiv 7 \pmod{8}$, und $x \equiv 2 \pmod{12}$, und $x \equiv 4 \pmod{15}$;

(iv) *Zusatzaufgabe:* $x \equiv 1 \pmod{3}$, und $x \equiv 2 \pmod{5}$, und $x \equiv 3 \pmod{8}$.

Hinweis: Benutzen Sie hierfür den chinesischen Restsatz.