

Übungsblatt 10.

Name

Aufgabe	1	2	3	4	5	Σ
Punkte						

Übungsgruppe (Name des Tutors)

Abgabetermin: **Montag, 22.01.2024, 14:00 Uhr.**

Bitte verwenden Sie bei Abgabe in Papierform diese Seite als Deckblatt und tragen Sie oben Ihren Matrikel-Nr. und Ihre Übungsgruppe ein. Bitte heften Sie die Blätter zusammen.

Aufgabe 1 (10 Punkte). Bestimmen Sie alle Nullstellen in $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$ von

(i) $f(x) = x^4 + \bar{6}x^3 + \bar{6}x^2 + 4x + \bar{4}$,

(ii) $g(x) = x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + \bar{1}$.

Aufgabe 2 (10 Punkte). Sei $K = \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$. Berechnen Sie jeweils $q(x), r(x) \in K[X]$ mit

$$f(x) = q(x) \cdot g(x) + r(x)$$

und $\text{grad}(g) > \text{grad}(r)$ für die Polynome

$$f(x) = \bar{2}x^5 + \bar{3}x^4 + \bar{4}x^3 + \bar{2} \quad \text{und} \quad g(x) = x^3 + \bar{2}x^2 + \bar{3}x + \bar{4}.$$

Aufgabe 3 (10 Punkte). Sei $K = \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$. Berechnen Sie jeweils $q(x), r(x) \in K[X]$ mit

$$f(x) = q(x) \cdot g(x) + r(x)$$

und $\text{grad}(g) > \text{grad}(r)$ für die Polynome

$$f(x) = \bar{3}x^5 + \bar{2}x^4 + \bar{2}x^2 + \bar{4}x + \bar{1} \quad \text{und} \quad g(x) = \bar{2}x^2 + \bar{2}x + \bar{3}.$$

Aufgabe 4 (10 Punkte). Bestimmen Sie das kleinste $k \in \mathbb{N}$ mit $7 \mid (10^k - 1)$.

Zusatzaufgabe 5. Sei G eine endliche Gruppe. Zeigen Sie, dass für jedes $g \in G$ die Gleichung $\text{ord}(g) = \text{ord}(g^{-1})$ gilt.