Løsningsforslag til eksamen i AØO fordypningsemne, 2018

Oppgave 1

a) Når kjøper ikke kan observere kvalitet før kjøp, slik som for erfaringsgoder, vil villigheten til å betale være bestemt av en forventning om kvalitet. Høykvalitetstilbydere vil ikke få betalt for kvalitet, og markedet vil kunne bli dominert av lav kvalitet slik at vi har et «market for lemons» (Akerlof 1970). Dersom tilbudet av tjenester gjennom appene til selskap som Uber og Airbnb, blir dominert av lav kvalitet, vil villigheten til å bruke og betale for tjenestene være mindre enn dersom de greier å opprettholde relativt god kvalitet. Derfor har de også etablert flere mekanismer med sikte på å sikre god kvalitet:

    Brukervurderinger: Brukere på både selger- og kjøpersiden vil kunne legge inn vurderinger via appene slik at det skapes insentiver for å levere gode tjenester og for god oppførsel fra kjøpere av tjenestene.

    Forsikring: Selskapene har gjerne forsikringsordninger som gir brukere rett til erstatning i tilfelle de blir offer for bestemte skadevirkninger.

    Kontrollordninger: Selskapene kan ha systemer som sikrer kontroll av ID til brukere basert på f.eks. scann av pass. Uber har kontrollordninger for å sikre en viss standard på biler og gyldig førerkort. Brukere som systematisk får dårlige vurderinger kan bli utestengt. Det kan være andre ordninger der selskapet kan innhente informasjon med sikte på å begrense muligheten for at enkelte brukere skal søke å misbruke markedsplassen.

    Betalingsløsninger: Betaling via appen gir beskyttelse mot eventuelle dårlige betalere.

b) Ettersom transaksjonene mellom kjøpere og selgere registreres via appen, har selskapene nær sanntidsinformasjon om etterspørsel og tilbud i markedene de organiserer. De opparbeider seg også etter hvert omfattende, detaljert historikk som kan brukes i prediksjon. Slik vil Airbnb, for eksempel, som har svært mange brukere, kunne ha mye mer detaljert og mer oppdatert informasjon om etterspørselen i en region enn en hotellkjede har.

    Selskapene kan bruke dynamisk prising til å øke lønnsomhet. Når etterspørsel varierer over tid, vil dynamisk priser kunne gi bedre utnyttelse av kapasiteten i perioder med relativt lav etterspørsel, hvor prisene settes lavt, og gi høyere priser i perioder med høy etterspørsel. Prisene kan også bidra til å regulere tilbudet. Dynamisk prising gjør at Uber stimulerer sjåfører til å jobbe til tider der villigheten til å betale for transport er relativt høy.

    Ja, dynamisk prising kan gi bedre markedsklarering. Tendensen til sesongprising, slik som er vanlig i for eksempel taxi, vil bare til en viss grad fange opp variasjonene i etterspørsel og tilbud. Ved å utnytte bedre informasjon, og drive løpende tilpasning, kan selskapene i delingsøkonomien potensielt greie å sette priser som i vesentlig større grad reflekterer reell etterspørsel og reelt tilbud i disse markedene. Slik kan Uber, for eksempel, redusere omfanget av overskuddsetterspørsel eller overskuddstilbud som innebærer økonomisk tap for kjøper- eller selgersiden.

Oppgave 2 (20 %)

a) Dersom det er tendens til «affiliated value» vil avsløring av betalingsvillighet underveis gi tendens til at bydere oppdaterer sine verdivurderinger i positiv retning slik at forventet pris for selger går opp. Lavere sannsynlighet for «winner's curse» via mer informasjon om andres verdsetting, kan gi mer aggressiv budgivning fra risikoaverse bydere. Budsjettrestriksjoner som enkelt bydere har fra sine selskaper, kan bli relaksert som følge av at det kommer ut bedre informasjon om andres verdsetting av objektene. Åpenheten gir også bedre muligheter for å utnytte budsjetter. Visse former for juks kan unngås – falske bud i lukket andrepris, informasjonslekkasje i lukket førstepris. (Imidlertid vil åpenhet bidra til at koalisjoner vil være mer stabile, og bud kan brukes til signalisering mellom bydere.)

b) Ettersom markeder er imperfekte med vesentlig friksjon, vil komplementære egenskaper mellom objekter ikke bli effektivt priset via ordinære auksjoner og selger går altså glipp av en del av verdien. Ekte kombinatoriske auksjoner legger til rette for at selger skal kunne nyte godt også av verdien som ligger i de komplementære egenskapene. Dersom selger er det offentlige, vil det også kunne være et poeng at prising av komplementære egenskaper vil føre til allokering som i større grad reflekterer kjøpernes evne til å utnytte ressursene effektiv.

c) Andreprisprinsippet innebærer at det vil være en dominant strategi å by egen verdsetting. Når dette kombineres med en åpen, iterativ auksjon vil det kunne gi bedre avsløring av verdsettingsinformasjon underveis slik at fordelene med åpenheten forsterkes. Aktivitetsregelen skal så begrense muligheten til å opptre strategisk ved å prøve å holde tilbake verdsettingsinformasjonen i den åpne fasen.

d) Det såkalte «treshold problem» refererer til situasjoner der en gruppe av bydere til sammen kan være villige til å by over et bud på en kombinasjon, men der hver enkelt ikke har verdsetting høy nok for delmengden av denne kombinasjonen byderen ønsker. Den enkelte har da ikke insentiv til å legge inn bud som vil slå budet på kombinasjonen, men dersom de kunne koordinere ville de til sammen ha insentiv til å øke sine bud slik at de vinner. I SAA er dette ikke et potensielt problem ettersom det ikke er bud på kombinasjoner. (Problemet er heller at selger ikke får høste verdi av komplementære egenskaper nettopp fordi det ikke er en ekte kombinatorisk auksjon.) I CCA med andreprisprinsipp oppstår heller ikke problemet i sin rene form ettersom det vil bli bydd verdsettinger for objekter og kombinasjoner. Et tilsvarende problem kan imidlertid oppstå ved bruk av Vickrey-priser der andreprisene for to eller flere vinnende bydere kan summere til mindre enn budet avgitt for en kombinasjon. Ved å ta utgangspunkt i «the core» som er avgrenset av bud både på objekter og kombinasjoner, vil denne effekten kunne fjernes. «Vickrey-nearest-core» er en praktisk løsning for å bestemme hvilken pris i kjernen som skal velges. (Det vil si den priskombinasjonen i kjernen som ligger nærmest Vickrey-prisene i euklidsk distanse.)

Oppgave 3

a) Max Cx slik at $Ax \leq B$(1), $x \in \{0,1\}$
b) Max Cx slik at $\Pr\{Ax \leq B\} \geq \alpha$, $x \in \{0,1\}$. Hvis studenten her gir svaret fra e) under er det selvsagt helt OK.

c) Max Cx - $\beta \sum_{j=1}^{n} p(j)z(j)$ slik at Ax≤B(j)+z(j), j=1,…,n, x∈{0,1}

d) En hard betingelse er noe som MÅ være oppfylt, og hvor man er villig til å betale hva som helst, så lenge det er endelig, for å få det oppfylt. En myk betingelse er noe som helst skal være oppfylt, men hvor det er mulig å avvike (og betale for det). a) og b) har harde betingelser nå det gjelder størrelsen på ryggsekken, c) har en myk betingelse. Merk at b) er svakere enn a), men ikke mykere.

e) Man ser lett fra svaret på a) at man kan bruke de n løsningene (nemlig den med B(1)) til å løse det stokastiske problemet. For b) la k være slik at

$$\sum_{j=1}^{k-1} p(j) < \alpha, \sum_{j=1}^{k} p(j) \geq \alpha$$

Da trenger man å løse Max Cx slik at Ax ≤ B(k), x∈{0,1} og det er ett av de problemene man har løst. For c) går det ikke å bruke de n løsningene fordi de ikke kan avveie verdien c(i) mot forventet enhetskostnad når ting ikke passer.

Oppgave 4

Hele poenget her er at optimalverdien til lineærprogrammeringsproblemet er konvekst i c og konkavt i b. På forelesningene brukte vi «min» og ikke «max», og det er viktig her at de skjønner den logikken. Videre bruker vi Jensens ulikhet som sier at hvis vi har en funksjon som er konveks i en stokastisk variabel, og vi bytter ut den stokastiske variabelen med dens forventing så får vi en nedre skranke på forventningsverdien til funksjonen. Da følger

a) Siden F er konkav i b ender vi opp med en øvre skranke.
b) Siden F er konveks i c, får vi en nedre skranke.
c) Siden F er konveks i den ene parameter og konkav i den andre, vet vi ikke om vi er over eller under E{f}; vi har en approksimasjon.
d) Å bytte ut b med E{b} gir i seg selv en øvre skranke. Men vi kan ikke gjøre det samme med c – se spørsmål c). I stedet må vi gjøre noe annet, det enkleste er å bruke Edmundson-Madansky-skranken som gir masse i a1 og a2. Da må vi løse to LP-er, F(a1,E{b}) og F(a2,E{b}) og bruke sannsynlighetene som følger av Edmundson-Madansky. Jeg forventer ikke at de husker disse sannsynlighetene.

Oppgave 5

a) Det er ulike måter å sette opp en optimeringsalgoritme på mtp. å benytte en simulator for å evaluere løsningene. Valg av algoritme vil være avhengig om vi har tid til å simulere alle mulige løsninger eller ikke. Her antar jeg at det er så mange mulige løsninger slik at dette vil være upraktisk (men det går an å argumentere motsatt også). I slike tilfeller, kan vi benytte optimeringsalgoritmer basert på heuristikker. I forelesning ble det vist et eksempel på en tabusøk-algoritme, og det benyttes som basis her. Uavhengig av type algoritme bør man beskrive:
   - Prosedyre for hvilke løsninger som evalueres/samples i hver iterasjon,
   - at hver løsning simuleres et antall ganger (replikasjoner) for å få et presist estimat,
   - hvordan evaluering og sammenlikning av løsningene gjøres,
   - hvordan man holder styr på beste løsning.

   Dersom man nevnes at sammenlikningen gjøres best med en *indifference zone* ϵ, gis det bonuspoeng. Bonuspoeng gis også om det nevnes at man til slutt kan velge ut et sett av de beste løsningene funnet, og simulere disse flere ganger, noe som vil øke sannsynligheten for at vi har funnet optimal løsning.

Videre, la $x = (x_1, x_2, x_3)$, og $Y_r(x)$ være output fra simulatoren fra (replikert) kjøring *r* av løsning *x*. La $Y(x) = \frac{1}{R}\sum_{r=1}^{R} Y_r(x)$, hvor *R* er antall replikasjoner.

Tabusøk-algoritme

I tabusøk må vi velge en naboskapsoperator, $N(x)$. I dette eksempelet kan vi f.eks. sette naboskapet til å inkludere løsninger hvor det er gjort opptil 1, 2 eller 3 skifter av mellomlagerplasser.

Eks: $N(x_1, x_2, x_3) = \{(x_1 - 1, x_2 + 1, x_3), (x_1 - 1, x_2, x_3 + 1), (x_1, x_2 - 1, x_3 + 1), (x_1, x_2 + 1, x_3 - 1), (x_1 + 1, x_2 - 1, x_3), (x_1 + 1, x_2, x_3 - 1), \ldots\}$

Steg 1: Sett iterasjonstelleren *j* = 0. Velg en tilfeldig løsning/konfigurasjon x^* (f.eks. $x^* = (20, 15, 15)$), og initialiser en tom tabuliste.

Steg 2: Simuler alle løsninger *x* i nabolaget $N(x^*)$ som ikke medfører et tabu-flytt. Simuler hver løsning *R* ganger, og lag estimater $Y(x) = \frac{1}{R}\sum_{r=1}^{R} Y_r(x)$. La *x'* være løsningen med minimum $Y(x)$.

Steg 3: Sammenlikn løsningene. Hvis $Y(x') < Y(x^*) + \epsilon$, sett $x^* = x'$; flytt til beste løsning x'.

Steg 4: Oppdater tabulista og gå til **Steg 2**.

Kommentar: I algoritmen har vi ikke inkludert parvis statistisk testing av løsningene. Dette er gjort under og kunne vært gjort her også. Vi kunne også inkludert testing på konfidensnivå, og bare flyttet til en ny løsning med konfidens $1 - \alpha$, f.eks. 95%, for å redusere sannsynligheten for å flytte til en løsning som i virkeligheten er dårligere.

b) *Common random numbers* handler om å bruke samme strøm av tilfeldige tall når en gjør en parvis sammenlikning av to løsninger. Da vil output fra simuleringene være korrelerte og man vil få redusert varians i estimatet på differansen mellom løsningene.

I algoritmen i a) vil **Steg 1** og **Steg 4** uendret.

Steg 2*: Gjør *R* simuleringer av alle løsninger *x* i nabolaget $N(x^*)$ og x^* som ikke medfører et tabu-flytt Simuler x^* med en strøm av tilfeldig tall.
FOR hver nabo *x DO*

Simuler *x* med <u>samme strøm av tilfeldige tall</u>. Da vil output $Y_r(x)$ for alle *x* i nabolaget og $Y_r(x^*)$ være generert med samme tilfeldige tall, og dermed være positivt korrelert. Lag differansen $Z(x^*, x) = \frac{1}{R}\sum_{r=1}^{R}(Y_r(x^*) - Y_r(x))$.

Hvis $Z(x^*, x)$ > 0 (evt. ϵ), gå bryt FOR-løkka og gå til **Steg 3***, og bryt FOR-løkka.

END-DO

Steg 3*: sett $x^* = x'$; flytt til beste løsning x'.

Kommentar: Merk at vi nå bryter for-løkka når vi finner en løsning som er estimert til å være bedre, og dermed nødvendigvis ikke til den beste løsningen. Alternativt kunne vi gjort en parvis sammenlikning mot alle løsninger.

Oppgave 6

We will let the set of periods be $\mathcal{T} = \{0, 1, \dots, T\}$ where period 1 is the first period and period 0 is an auxiliary period indicating what is pre-plan. We will assume that the truck leaves the depot empty and denote D_t the load at the beginning of period t. Hence $D_1 = 0$. We will also assume that the revenue of going to the depot is $r_0 = 0$.

1. - The system state can be defined by the location where the truck is and the amount of accumulated garbage the truck has collected, i.e., $S_t = (i, D_t)$ where $i \in N$ and D_t is the sum of q_j for the locations j that the truck has visited since last leaving the depot.
   - The decision, x_t is where to go and whether or not we service the customer, i.e. $x_t = (j, s)$ for $j \in N$ and $s \in \{0, 1\}$
   - The exogenous information that arrives is which customers have called for service, i.e., each customer can either require service in the period or do not require service in the period. Hence the elements of Ω_t are $\omega_t = (\omega_{t1}, \dots, \omega_{tn})$ where $\omega_{ti} \in \{0, 1\}$, $i \in N$ indicating whether or not the customer i has called for service.

2. The direct cost of making decision $x_t = (j, s)$ is given by the current position of the truck i, but is limited by the quantity that it is able to carry.

$$C_t(S_t, x_t) = \begin{cases} c_{ij} - r_j, & j \in C, \quad \omega_{tj} = 1 \wedge s = 1 \\ c_{ij}, & j \in C, \quad \omega_{tj} = 0 \vee s = 0 \\ c_{i0}, & j = 0 \end{cases}$$

3. The value recursion is the best (expected) value of the current decision and the potential future consequences. I.e. the direct cost which we have defined in part 2 and the future direct costs. The future direct costs are, however, uncertain due to the exogenous information arriving continually and the future value of a state it depends on the decision and state of the current period and the arriving exogenous information.

$$V_t(S_t) = \min_{x_t \in \mathcal{X}_t} \left(C_t(S_t, x_t) + \gamma \sum_{\omega \in \Omega_{t+1}} \mathbb{P}(W_{t+1} = \omega) V_{t+1}(S_{t+1} | S_t, x_t, \omega) \right)$$

   where γ is a chosen discount factor. Due to the short time horizon it is reasonable to put $\gamma = 1$ as the value of money do not change significantly during a day (unless you are in an ultra-high inflation situation). It is important to note that the set of feasible decisions $\mathcal{X}_t$, when being in state $S_t = (i, D_t)$ is limited by two factors:

   - $N^{time}(i) = \{j \in N | t_{ij} \leq 20\}$ as at most 20 minutes are allowed for collection.
   - $N^{cap}(D_t) = \{j \in N | D_t + q_j \leq Q\}$ as we cannot service the customer if we do not have room for the garbage.

   Thus
$$\mathcal{X}_t = \left\{(j, s) \in N \times \{0, 1\} \,\middle|\, j \in N^{time}(i) \wedge (s = 0 \vee j \in N^{cap}(D_t)) \right\}$$