

# 2018 年电磁场与波期末试题

Deschain

2021 年 6 月 26 日

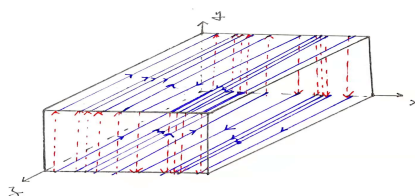
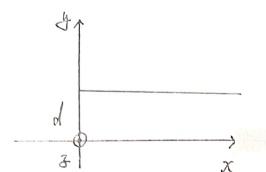
## 1

两无限大磁壁，300MHz 的电磁场沿 x 轴正向传播。

### 1.1

d=5mm 时，可以传播电磁波吗？如果可以，画出  $[0, \lambda_x]$  的三维电磁场结构；如果不可以，请说明理由。

解答可以传播 TEM 波。



### 1.2

若要传播 300MHz 的 TE 波，d 的最小尺寸是多少？

$$d \geq \frac{\pi}{k} = 0.5m$$

### 1.3

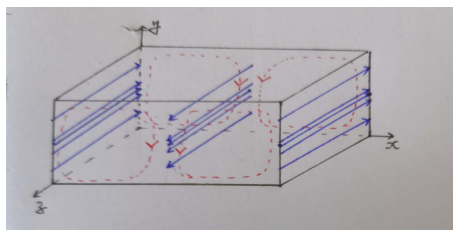
写出 TE 基模的复数表达式（包含波动项，时谐项）。

解答

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \hat{z} j \sin\left(\frac{n\pi}{d} y\right) e^{j(\omega t - kx)} \\ \vec{H} &= (\hat{x} \cos\left(\frac{n\pi}{d} y\right) + \hat{y} j \sin\left(\frac{n\pi}{d} y\right)) e^{j(\omega t - kx)}\end{aligned}$$

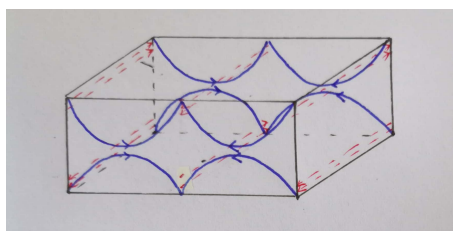
### 1.4

画出  $[0, \lambda_x]$  的 TE 基模三维电磁场结构（电场用实线，磁场用虚线）。



## 1.5

画出  $[0, \lambda_x]$  的 TM 基模三维电磁场结构（电场用实线，磁场用虚线）。



## 2

## 2.1

静电场在 Z 轴远离原点处产生方向为  $\frac{\sqrt{3}}{3}\hat{x} + \frac{\sqrt{3}}{3}\hat{y} + \frac{\sqrt{3}}{3}\hat{z}$  的磁场。写出磁偶极子方向、相对大小。

沿 x 轴正向：沿 y 轴正向：沿 z 轴正向 = 2:2:1

## 2.2

时变电磁场是否能在 Z 轴远离原点处产生方向为  $\frac{\sqrt{3}}{3}\hat{x} + \frac{\sqrt{3}}{3}\hat{y} + \frac{\sqrt{3}}{3}\hat{z}$  的磁场分量？为什么？

解答不能。辐射场没有  $\hat{r}$  分量。

## 2.3

在  $\pm y$  轴、 $\pm z$  轴远处产生左旋圆极化波，需要在原点附近怎样放置磁偶极子？

解答沿 x 轴正向放置电偶极子和磁偶极子，两者在 y 轴同一位置产生的电场等大，且电偶极子的电场超前磁偶极子的电场  $\frac{\pi}{2}$ 。

## 2.4

写出 Z 轴负向远处的左旋圆极化波表达式。

解答

$$\vec{E} = E_0(\hat{x} - j\hat{y})e^{j(\omega t + kz)}$$

## 3

如右图，长宽高为  $20 \times 20 \times 30$ ，五面均为 5V。Z=0 平面 Y>0 时  $\varphi = 10V$ ，Z=0 平面 Y<0 时  $\varphi = 0V$ 。

解答  $\varphi_1$  相当于：“Z=0 平面上，Y>0 时  $\varphi = 5V$ ，Y<0 时  $\varphi = -5V$ ”。

$$\varphi_1(x, y, z) = \sum_n \sum_m A_{mn} \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{m\pi}{b}y\right) \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{n\pi^2}{a^2} + \frac{m\pi^2}{b^2}}(c-z)\right)$$

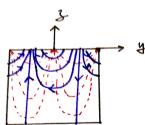
$$n = 1, 3, 5, \dots \quad m = 2, 4, 6, \dots$$

$$\varphi = \varphi_1 + 5$$

## 3.1

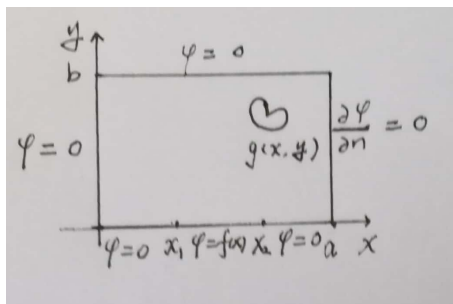
求区域内电势  $\varphi(\vec{r})$ 。

画出 X=10 的平面电力线（实线）和电位线（虚线）。



## 4

右图是一个二维静电场。



## 4.1

求格林函数  $G$  满足的偏微分方程。

解答

$$\nabla^2 G(\vec{r}, \vec{r}') = -\delta(\vec{r}, \vec{r}')$$

## 4.2

求  $G$  满足的边界条件。

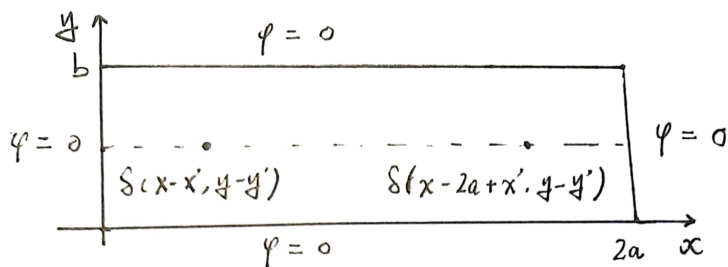
解答将原区域以  $x = a$  为轴做对称。

$$G|_{y=b} = 0, G|_{y=0} = 0, G|_{x=2a} = 0, G|_{x=0} = 0$$

## 4.3

求  $G$  的解析式。

解答  $0 < y < y'$  为 1 区,  $y' < y < b$  为 2 区。



$$G^1(x, x', y, y') = \sum_n A_n \sin\left(\frac{n\pi}{2a}x\right) \sinh\left(\frac{n\pi}{2a}y\right), n = 1, 3, 5 \dots$$

$$G_2(x, x', y, y') = \sum_m B_m \sin\left(\frac{m\pi}{2a}x\right) \sinh\left(\frac{m\pi}{2a}(b-y)\right), m = 1, 3, 5 \dots$$

$$\frac{\partial G_1}{\partial y} - \frac{\partial G_2}{\partial y} \Big|_{y=y'} = \delta(x-x') + \delta(x-2a+x')$$

$$G_1 - G_2 \Big|_{y=y'} = 0$$

## 4.4

写出化简后  $\varphi$  的表达式。

解答

$$\varphi(\vec{r}) = \int_S \frac{\rho G}{\varepsilon} dS - \int_{x_1}^{x_2} f(x) G dx$$

其中  $S$  是  $g(x,y)$  存在的区域。

## 4.5

格林函数点电荷在  $(x',y')$  处时，画出区域内的电力线（实线）和电位线（虚线）。

