量统2016-2017郭永期末

Deschain

2022 年 1 月 23 日

一、

1.近独立粒子系统：系统的粒子间的相互作用的平均能量远小于单个粒子的平均能量。

2.玻尔兹曼关系：$S = kln(W\{n_i\})$，S是熵，k是Boltzmann常数，$W\{n_i\}$是系统的微观状态数。

3.等几率原理：对于处于平衡态的孤立系统，各个微观态出现的几率相等。

4.固体Einstein模型：有N个原子的固体，振动自由度为3N，假设3N个振子的振动频率都是ν，振子彼此独立。

5.准粒子：具有粒子属性而无粒子实体的粒子。

二、

1.

$$W\{n_i\} = \prod_i \frac{g_i!}{n_i!(g_i - n_i)!}$$

2.

$$ln(W\{n_i\}) \approx \sum_i g_i lng_i - n_i lnn_i + (n_i - g_i)ln(g_i - n_i)$$

$$F(n_i) = ln(W\{n_i\}) + \alpha(N - \sum n_i) + \beta(E - \sum n_i\varepsilon_i)$$

$$\frac{\partial F}{\partial n_i} = ln(\frac{g_i}{n_i} - 1) - \alpha - \beta\varepsilon_i$$

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha - \beta\varepsilon_i} + 1}$$

3.

$$e^\alpha >> 1$$

三、

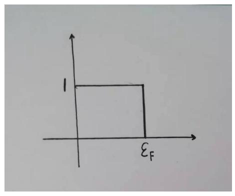
$$
\begin{aligned}
&\varepsilon_i = \varepsilon_t + \varepsilon_\alpha^l + U = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m} + \varepsilon_\alpha^l + U \\
&n(p_x, p_y)dp_x dp_y = \frac{1}{h^2} e^{-\alpha - \frac{\beta}{2m}(p_x^2 + p_y^2)} dp_x dp_y \int e^{-\beta U} dxdydz \sum_a g_a^l e^{-\beta \varepsilon_a^l} \\
&N = \frac{1}{h^2} \int e^{-\alpha - \frac{\beta}{2m}(p_x^2 + p_y^2)} dp_x dp_y \int e^{-\beta U} dxdydz \sum_a g_a^l e^{-\beta \varepsilon_a^l} \\
&= \frac{e^{-\alpha} 2\pi m}{h^2 \beta} \int e^{-\beta U} dxdydz \sum_a g_a^l e^{-\beta \varepsilon_a^l} \\
&n(p_x, p_y)dp_x dp_y = \frac{N\beta}{2\pi m} e^{-\frac{\beta}{2m}(p_x^2 + p_y^2)} dp_x dp_y \\
&n(p)dp = \int_0^{2\pi} \frac{N\beta}{2\pi m} p e^{-\frac{\beta}{2m} p^2} dp d\theta = \frac{N\beta}{m} p e^{-\frac{\beta}{2m} p^2} dp \\
&n(v)dv = Nm\beta e^{\frac{mv^2}{2kT}} v dv = 2\pi N \frac{m}{2\pi kT} e^{\frac{mv^2}{2kT}} v dv
\end{aligned}
$$

四、

1.

$T = 0K$时，ε_F以下的能级完全填满，ε_F以上的能级完全空着。

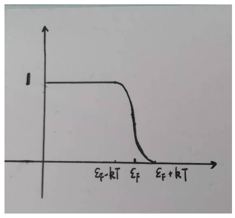
$$
f = \begin{cases} 1, & 0 < \varepsilon < \varepsilon_F \\ 0, else \end{cases}
$$



2.

$T > 0K$时，通常的温度$T << T_F$，

$$
f = \begin{cases} 1, & 0 < \varepsilon < \varepsilon_F - kT \\ 0 \sim 1, & \varepsilon_F - kT < \varepsilon < \varepsilon_F + kT \\ 0, & , else \end{cases}
$$



3.

$$
\begin{aligned}
&N = \int_0^{\varepsilon_F} g(\varepsilon) d\varepsilon = \int_0^{\varepsilon_F} \frac{4\pi V (2m)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon}{h^3} = \frac{8\pi V}{h^3} (2m\varepsilon_F)^{\frac{3}{2}} \\
&\varepsilon_F = \frac{h^2}{2m} (\frac{3N}{\pi})^{\frac{2}{3}}
\end{aligned}
$$

六、

1.当温度从T_c开始下降时，基态上的粒子数迅速增加，与总粒子数具有相同的量级。$T = 0K$时，全部粒子集中在基态上。

一个量子态上可以容纳多个Bose子，但只能容纳一个Fermi子。

2.

二维：

$$
g(\varepsilon) = \frac{2\pi JSm}{h^2}, \quad N = \int_0^\infty \frac{g(\varepsilon) d\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon - \mu}{kT}} - 1}
$$

积分发散，故无法凝聚。

一维：

$$g(\varepsilon) = JL\sqrt{\frac{2m}{\varepsilon}}, \quad N = \int_0^\infty \frac{g(\varepsilon)d\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}} - 1}$$

积分发散，故无法凝聚。