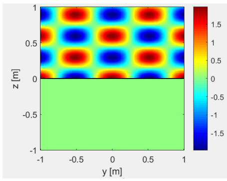
2020 年电磁场与波试题

Deschain

2021 年 6 月 27 日

1

两无限大理想磁壁构成平板波导，全空间 $\mu_r = 1$，入射波的频率为 260MHz，合场沿 +y 方向传播。在垂直传播方向某场量（x 分量）的幅度分布如右图所示。



1.1

请问这是 TE 波还是 TM 波？并说明理由。（5 分）

TE 波。在磁壁上存在切向分量，说明垂直方向的场是电场。

1.2

求解介质的相对介电常数。（5 分）

$$\lambda_z = 0.6m, k_z = \frac{2\pi}{\lambda_z}$$
$$\lambda_y = 1m, k_y = \frac{2\pi}{\lambda_y}$$
$$k = \sqrt{k_z^2 + k_y^2}, k^2 = \omega^2\mu\varepsilon = \omega^2\mu_0\varepsilon_r\varepsilon_0$$
$$\varepsilon_r = \frac{k^2}{\omega^2\mu_0\varepsilon_0} = 5.03$$

1.3

请写出该场的所有电场、磁场分量的完整复数表达式（包括波动项、时谐项）。（5 分）

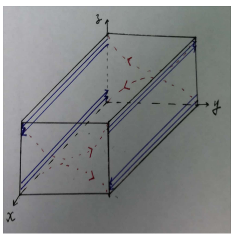
$$\vec{E} = \hat{x}cos(\frac{2\pi}{0.6}z)e^{j(\omega t - ky)}$$
$$\vec{H} = (\hat{y}jsin(\frac{2\pi}{0.6}z) + \hat{z}sin(\frac{2\pi}{0.6}z))e^{j(\omega t - ky)}$$

1.4

请画出沿 y 方向半个波长 (π) 的电场三维场型（用实线）。（5 分）

1.5

请在同一张图中画出沿 y 方向半个波长 (π) 的磁场三维场型（用虚线）。（5 分）



2

无限大自由空间中

2.1 静电场

有一组电荷分布在坐标系原点附近，现需要在-Y 轴远离坐标原点的所有位置产生沿 $\vec{A}=\hat{\theta}+\hat{\phi}$ 方向的电场，请给出这组电荷中各电荷的坐标、电场正负与相对电荷量。（5 分）

(0,0,d):+q

(0,0,-d):-q

(d,0,0):-q

(-d,0,0):+q

2.2 时变电磁场

假设辐射源集中在坐标系原点附近，是否可以在-y 轴远离坐标原点的所有位置产生沿 $\vec{A}=\hat{\theta}+\hat{\phi}$ 方向的瞬时电场？如果可以，请说明产生方式；如果不可以，请说明原因。（5 分）

分别沿 z 轴正向、x 轴负向放置两个振荡电偶极子，它们大小相等，相位相同。

2.3 时变电磁场

假设辐射源在原点附近，请在球坐标系 $(\hat{\theta},\hat{\phi},\hat{r})$ 下写出-y 轴上远离坐标原点的右旋圆极化波的电场的完整复数表达式（包括波动项、时谐项）。（5 分）

$$vecE=(\hat{\theta}-j\hat{\phi})e^{j(\omega t-kr)}$$

注：-y 轴上的 r=-y。

2.4 时变电磁场

假设辐射源在原点附近，能否在 $\pm X$ 轴、$\pm Y$ 轴、$\pm Z$ 轴上远离原点的所有位置均产生右旋圆极化波？如果能，请说明具体的产生方法；如果不能，请说明理由。（10 分）

沿 z 轴正向放置一个电偶极子和一个磁偶极子，两者产生的电场大小相等，电偶极子电场超前磁偶极子电场 $\frac{\pi}{2}$。沿 y 轴正向放置一个电偶极子和一个磁偶极子，两者产生的电场大小相等，电偶极子电场超前磁偶极子电场 $\frac{\pi}{2}$。

3

三维柱型区域的静电场边界条件：在 Z=0 处，$\varphi=0V$；在 Z=30 处，$\varphi=10V$；在圆柱侧面，$\rho=10$，$(0,\pi)$ 处 $\varphi=10V$；$\rho=10$，$(\pi,2\pi)$ 处 $\varphi=-10V$。

3.1

求区域内电位分布 $\varphi(\rho,\phi,z)$ 的解析表达式，通解的选取需要说明理由。（15 分）

分解为两个问题。φ_1 对应于“在 Z=30 处，$\varphi=10V$，其他边界为 0”；φ_1 对应于“$\rho=10$，$(0,\pi)$ 处 $\varphi=10V$；$\rho=10$，$(\pi,2\pi)$ 处 $\varphi=-10V$，其他边界为 0”；

$$\varphi_1=\sum_{i=1}^{\infty}AJ_0(k_{zi}z)sh(k_{zi}z)$$

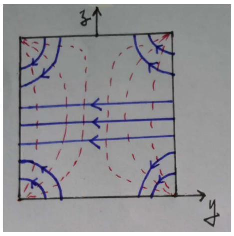
$$\varphi_2=\sum_{n}^{\infty}\sum_{m}^{\infty}A_{mn}sin(n\phi)I_n(\frac{m\pi}{30}z)sin(\frac{m\pi}{30}z),\qquad n=1,3,5,\cdots$$

3.2

现在令 Z=30 的平面上 $\varphi=0V$，取过 z 轴、y 轴的平面，用虚线画出等位线。（5 分）

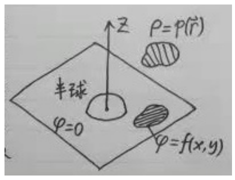
3.3

在同一张图上用实线画出电场线。



4

考虑如下三维空间，边界由 Z=0 的无穷大平面和求新在原点、半径为 a 的半球构成，边界面上，除了 S 区域满足 $\varphi(\vec{r})=f(x,y)$，其余均满足 $\varphi(\vec{r})=0$。在空间中还存在 $\rho=\varphi(\vec{r})$ 的电荷分布。



4.1

给出格林函数 $G(\vec{r},\vec{r}')$ 在空间满足的偏微分方程。（5 分）

$$\nabla^2 G=-\delta(\vec{r}-\vec{r}')$$

4.2

请问这是格林函数的第几类边值问题？请给出该格林函数需要满足的边界条件。（5 分）

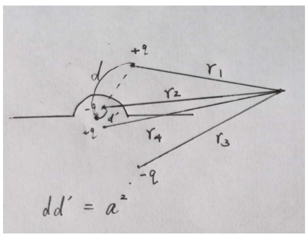
$$G|_{r=a,z>0}=0, \quad G|_{z=0}=0$$

第一类边值问题

4.3

请给出该格林函数的解析解 $G(\vec{r},\vec{r}')$。（5 分）

$$G(\vec{r},\vec{r}')=\frac{1}{4\pi\varepsilon}(\frac{q}{r_1}-\frac{aq}{dr_2}-\frac{q}{r_3}+\frac{aq}{dr_4})$$



4.4

请给出化简后的电势积分的格林函数表达式 $\varphi(\vec{r})=$?（5 分）

$$\varphi(\vec{r})=\int_V \frac{\rho G}{\varepsilon}dV+\int_S f(x,y)\frac{\partial G}{\partial n}dS$$

V 是 $\rho=\varphi(\vec{r})$ 存在的区域，S 是 f(x,y) 存在的区域。

4.5

画出该格林函数的梯度场（实线）、等位线（虚线）。绘图面为穿过 z 轴与源点的平面。