

2019 年电磁场与波期末试题

Deschain

2021 年 6 月 26 日

1

已知由理想导体组成的平板波导，某场的 X 分量大小如下图所示，场的频率为 260MHz，场的传播方向为 Y 轴正方向。

1.1

判断是 TM 波还是 TE 波？为什么？

解答 TM 波。因为切向场在导体边界上存在，所以是磁场。

1.2

计算波导中介质的相对介电常数。

解答

$$\begin{aligned}\lambda_z &= 0.6m, k_z = \frac{2\pi}{\lambda_z} \\ \lambda_y &= 1m, k_y = \frac{2\pi}{\lambda_y} \\ k &= \sqrt{k_z^2 + k_y^2}, k^2 = \omega^2 \mu \epsilon = \omega^2 \mu_0 \epsilon_r \epsilon_0 \\ \epsilon_r &= \frac{k^2}{\omega^2 \mu_0 \epsilon_0} = 5.03\end{aligned}$$

1.3

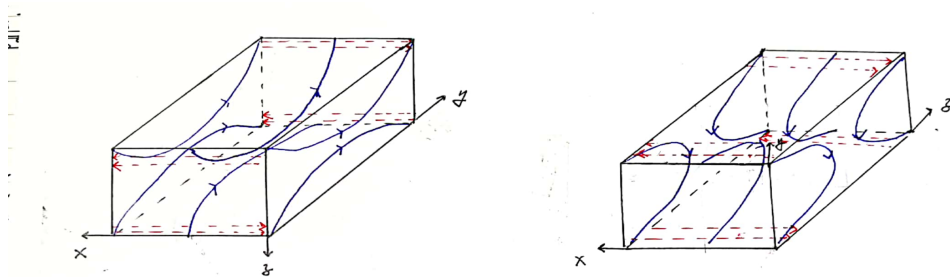
写出电场与磁场各个方向的分量表达式（要写出传播项、时谐项）。

解答

$$\begin{aligned}\vec{H} &= \hat{x} A \cos(k_z z) e^{j(\omega t - k_y y)} \\ \vec{E} &= \hat{z} B \cos(k_z z) e^{j(\omega t - k_y y)} + \hat{y} C j \sin(k_z z) e^{j(\omega t - k_y y)}\end{aligned}$$

1.4

画出 Y 方向半个周期的电场和磁场的三维场结构。



2

2.1

静电场在原点附近放置一定数量电荷，使之在 X 轴正向远离原点处产生的电场总平行于方向 $\vec{A} = \hat{\theta} + \hat{\phi}$ 。写出电荷的位置，相对电荷大小。

解答(0,-d,0):+q

(0,d,0):-q

(0,0,d):+q

(0,0,-d):-q

2.2

时变电磁场在原点附近放置一定数量辐射源，使之在 X 轴正方向远离原点处产生的电场总平行于方向 $\vec{A} = \hat{\theta} + \hat{\phi}$ 。如果可以，写出辐射源的情况；如果不可以，请写出理由。

解答在 z 轴上沿 z 轴负向放置一个辐射电偶极子，在 y 轴上沿 y 轴负向放置一个辐射电偶极子，两者等大，等相位。

2.3

写出 X 轴上右旋圆极化波的球坐标表示。

解答

$$\vec{E} = (\hat{\phi} - j\hat{\theta})e^{j(\omega t - kr)}$$

2.4

时变电磁场在原点附近放置一定数量辐射源，使之在 $\theta = 45^\circ$ 的等值平面上远离原点处产生的电场总平行于方向 $\vec{A} = \hat{\theta} + \hat{\phi}$ ，如果可以，写出辐射源的情况；如果不可以，写出理由。

解答沿 y 轴正向放置一个电偶极子和一个磁偶极子，两者在等值面上产生的电场大小相同，相位相同。

3

已知有一圆柱形静电场区域，满足如下边界条件： $Z = 0$ 时， $\varphi = 0$ ， $Z = 30$ 时， $\varphi = 5V + g(\rho, \varphi)$ ， $\rho = 10$ 时， $\varphi = 5V + h(z, \phi)$ 。

3.1

写出电势表达式通解，并说明理由。

解答

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$

φ_1 是“ $Z = 30$ 时， $\varphi = 5V + g(\rho, \varphi)$ ，其余为 0”对应的电势。 φ_2 是“ $\rho = 10$ 时， $\varphi = 5V + h(z, \phi)$ ，其余为 0”对应的电势。

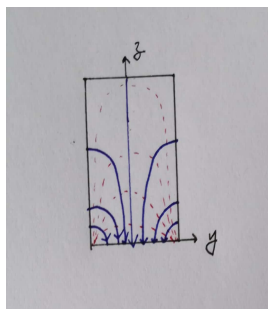
$$\varphi_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} [A_{ni} \sin(n\phi)] + B_{ni} \cos(n\phi) J_n(k_{zi}^{(n)} \rho) sh(k_{zi}^{(n)} z) \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots$$

$$\varphi_2 = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} [A_{mk} \sin(m\phi) + B_{mk} \cos(m\phi)] \sin\left(\frac{k\pi}{b} z\right) I_m\left(\frac{k\pi}{b} \rho\right)$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$

3.2

画出 $g = 0$ ， $h = 0$ 时 $X = 0$ 平面上的电场线和等势面。



4

已知有谐振腔，5 个面是磁壁，1 个面是电壁（右面），尺寸为 $20\text{mm} \times 30\text{mm} \times 30\text{mm}$ (XYZ)。

4.1

写出这一谐振腔最低两个模态的频率。

解答在 110 模式与 101 模式下，频率为 6.25GHz。

4.2

分别写出最低两个模态各个方向的场分量。

解答在 110 模式下：

$$E_x = jE_1 \sin\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right)$$

$$E_y = jE_2 \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right)$$

$$H_z = H_1 \sin\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right)$$

在 101 模式下：

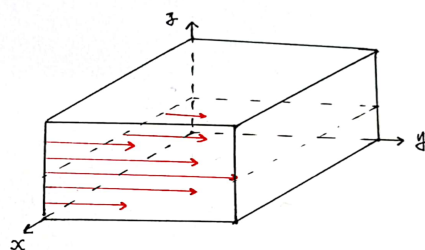
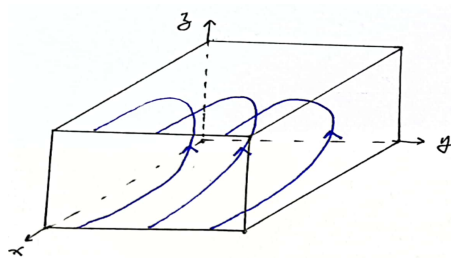
$$E_x = E_3 \sin\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \cos\left(\frac{\pi z}{l}\right)$$

$$E_z = E_4 \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right)$$

$$H_y = H_2 \sin\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right)$$

4.3

画出最低两个模态中 H 场有 Y 方向分量的模态的电场与磁场的三维场结构。



是 101 模式。