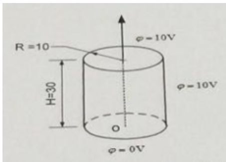
2016 年电磁场与波期末试题

Deschain

2021 年 6 月 26 日

1

一个三维柱型区域静电场边界条件如右图。



1.1

求区域内的电位分布 $\varphi(\rho,\phi,z)$ 的解析表达式，通解的选取需要说明理由（10 分）。

解答

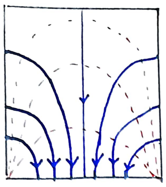
$$\varphi = 10 + \sum_{i}^{\infty} A_i J_0(k_z\rho) sh(k_z(H-z))$$
$$i = 0, 2, 4 \cdots$$

1.2

在答题纸上用虚线画出过 Z 轴平面内等位线（5 分）。

1.3

在答题纸上用虚线画出过 Z 轴平面内电力线（5 分）。



解答

1.4

在 0 时刻，Z 坐标轴上 Z=15 处有一个静止的带正电荷的球；假设球和边界均为不形变的刚体，不存在重力，仅存在电磁力，碰撞时不损失能量；请文字描述该球在 0 时候以后的运动轨迹，不需要公式。（5 分）

解答从 Z=15 加速运动到 Z=0，碰撞后速度反向，减速运动到 Z=15，停下。重复上述过程。

2

无限大自由空间中：

2.1

静电场有一组电荷分布在坐标系原点附近，且所有电荷均分布在 x，y 或 z 轴上。现在需要在 x 轴上远离坐标原点的所有位置上均产生归一化电场矢量 $\frac{\vec{E}}{|E|}=\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{x}+\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{y}$，请给出这组电荷中各电荷的坐标、电荷正负、相对电荷量。（10 分）

解答+q:(0,-d,0)

-q:(0,d,0)

+q:(-d,0,0)

-q:(d,0,0)

时变电磁场:假设辐射源集中在坐标系原点附近，是否可能在 x 轴上远离坐标原点的所有位置上产生瞬时归一化电场矢量 $\frac{\vec{E}}{|E|}=\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{x}+\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{y}$？如果可以，请说明产生的方式。如果不可以，请说明原因。（5 分）

解答不可能。辐射场没有 $\hat{r}$ 分量。

时变电磁场:假设辐射源在原点，请写出-Y 轴上远离坐标原点的归一化幅度为 1 的右旋圆极化波的电场的完整复数表达式（包括波动项、时谐项）。（5 分）

$$\vec{E}=(\hat{x}-j\hat{z})e^{j(\omega t+ky)}$$

时变电磁场:给出两种产生这个圆极化波的具体方法。（5 分）

解答[法一]：沿 x,z 轴正向各放一个等大的电偶极子，x 轴上的超前 z 轴上的 $\frac{\pi}{2}$。[法二]：沿 z 轴正向放一个电偶极子，在直线 $z=0,y=\frac{\lambda}{4}$ 上沿 x 轴正向放一个电偶极子，两者大小相等。

3

由两块位于 y=0 和 y=4 的无穷大理想金属板构成的平板波导。一个频率为 300MHz 电磁波在其中沿 +X 方向传播。全空间 $\epsilon_r=1$；$\mu_r=1$。

3.1

请问 d=5mm 的时候，电磁波是否可以传播？如果可以，该电磁波是什么波？如果不可以，请给出原因。（5 分）

解答:可以传播，是 TEM 波。

3.2

如果希望用该平板波导传 300MHz TE 波，请问 d 的最小尺寸是多少？

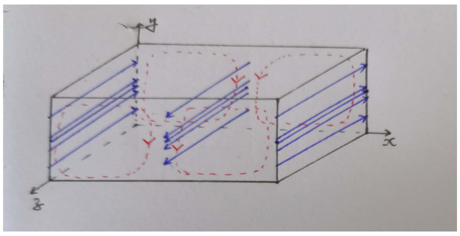
$$d\geq\frac{\pi}{k}=0.5m$$

请写出平板波导中 TE 波基模的所有电场、磁场分量的完整复数表达式（包括波动项、时谐项），实数系数及符号可以合并，虚数符号 j 的关系必须正确。（5 分）

$$\vec{E}=Ajsin(\frac{n\pi}{d}y)e^{j(\omega t-kx)}$$
$$\vec{H}=(Bjsin(\frac{n\pi}{d}y)+Ccos(\frac{n\pi}{d}y))e^{j(\omega t-kx)}$$

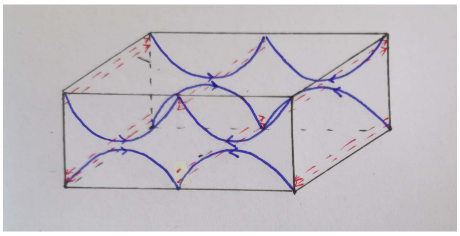
3.3

画出 $[0,\lambda_x]$ 的 TE 基模三维电磁场结构（电场用实线，磁场用虚线）。



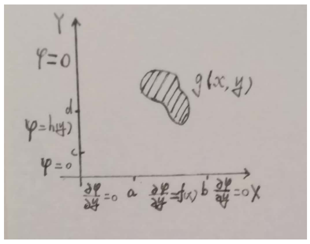
3.4

画出 $[0, \lambda_x]$ 的 TM 基模三维电磁场结构（电场用实线，磁场用虚线）。



4

右图所示二维静电场问题中，研究的区域为第一象限。X,Y 正半轴构成边界。边界上一共存在 4 类边界条件。图中的灰色区域为电荷分布 g(x,y)。



4.1

请给出本问题所对应的格林函数 G(x,x',y,y') 在空间满足的偏微分方程。（5 分）

$$\nabla^2 G(\vec{r}, \vec{r}') = -\delta(x - x', y - y')$$

4.2

请问这是格林函数的第几类边值问题？请给出该问题格林函数需要满足的边界条件。（5 分）第三类边值问题。边界条件：

$$G|_{x=0} = 0, \qquad \frac{\partial G}{\partial n}|_{y=0} = 0$$

4.3

请利用格林函数计算本问题的积分表达式。$\varphi(\vec{r}) =$? 需要准确给出积分区域、积分起始点。（5 分）

$$\int_S \frac{\rho G}{\varepsilon} dS - \int_a^b G f(x) dx + \int_c^d h(y) \frac{\partial G}{\partial x} dy$$

其中 S 是 g(x,y) 存在的区域。

4.4

请给出该格林函数的解析解 $G(\vec{r}, \vec{r}')$。（提示：二维问题，通解 ln）（5 分）

$$G(\vec{r}.\vec{r}') = \frac{1}{2\pi} ln(\frac{r_2 r_3}{r_1 r_4})$$

$$r_1 = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$$

$$r_2 = \sqrt{(x + x')^2 + (y - y')^2}$$

$$r_3 = \sqrt{(x + x')^2 + (y + y')^2}$$

$$r_4 = \sqrt{(x - x')^2 + (y + y')^2}$$

4.5

假定源点位于 (x',y')，在答题纸上（不是试卷）画出该格林函数的电力线（实线）、电场线（虚线）。（5 分）