

量筒23——期末大题完全解决方案

by 懒羊羊, 2021.12.26

0 写在前面

以下资料整理自笔者2021.1.4考试前的复习笔记, 仅供参考。2020秋季学期 d老师出的期末大题全部来源于这23道题。读者可参考相关资料自行整理解答。

Part1 首先是前半学期的微扰题.....

1

[2007] 体系未受微扰时只有两能级: E_{01} 和 E_{02} , 受微扰 \hat{H}' 作用后, $H'_{12} = H'_{21} = a$, $H'_{11} = H'_{22} = b$, 用微扰法求能量的二级修正值。考虑 $E_{01} = E_{02} = E_0$ 时能量的一级修正。

2

[2020] 一个系统的哈密顿量 $H = H_0 + H'$ 。设 $|m\rangle$ 和 $|k\rangle$ 都是 H_0 本征态, 能量本征值 E_m 和 E_k , 微扰哈密顿量 H' 的矩阵元为 $\langle m|H'_m(t)|k\rangle = F_{mk}e^{-i\omega t - \gamma t} (\omega > 0, \gamma > 0)$ 。求 $t \rightarrow +\infty$ 时, 从 m 到 k 态跃迁的几率, 并求 $\gamma \ll \omega$ 时的共振条件。

Part2 接下来看一些基础的物理量关系.....

3

[2012,2014,2016,2017] 证明 $E = -N \frac{\partial \ln z}{\partial \beta}$, $P = \frac{N \partial \ln z}{\beta \partial V}$ 。

4

[2012,2014,2016,2017] 证明 $C_v = (\frac{\partial E}{\partial T})_V$, 并用 $F - TS$ 的微分表示 P 。

5

[2012] 求双原子分子振动能量 E 。

6

[2016] 晶体有 N 个原子, n 个叉位, 求熵。

(答案提示: $S = k \ln(C_N^n C_N^n) = 2k \ln \frac{N!}{n!(N-n)!}$)

7

[2016] 用系综方法或乘子方法证明 Fermi 分布的表达式, [2014] 和零温下 Fermi 子的数量, 并用 N 、 V 表示 μ_0 和 E 。

8

[2012] 用状态数或系综推导光子玻色分布 $n_i = \frac{g_i}{e^{\beta \varepsilon_i} - 1}$ 。

Part3 是时候复习一下微积分了.....这部分推导会延续到固体物理, 加油!

9

[2014,2017] 求非相对论 ($p^2 = 2m\varepsilon$) 和超相对论 ($p = \frac{\varepsilon}{c}$) 下的三维理想气体的 $g(\varepsilon)d\varepsilon$ 。

10

[2017] 用 $P = -\Sigma n_i \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial V}$ 证明: 非相对论气体 $P = \frac{2E}{3V}$ 。

11

[2017] 二维非相对论Bose气体求 $g(\varepsilon)$ ，是否BEC？（已知 $\frac{1}{e^x-1} = \sum_{k=1}^{\infty} e^{-kx}$ ）

（答案提示：否）

12

[2016] 当色散关系 $\varepsilon = vp$ ，求极端相对论电子零温化学势。

13

[2014,2016] 当 $\varepsilon = \alpha p^l$ ，求证 $P = \frac{lE}{3V}$ 。

14

[2019] 从玻尔兹曼分布导出单原子分子的麦克斯韦速度分布率。

15

[2017] N 个超相对论电子， $T = 0K$ 下求 μ_0 。

（答案提示： ${}^3\sqrt{\frac{3N}{cV}}$ ）

16

[2015] 求玻色原子气体BEC的 T_c 。

■ *Part4* 来专门看看声子和光子部分.....

17

[2014,2017] 晶格振动有 $3N$ 个声子，用爱因斯坦理论求 E 。

18

[2012] 求二维声子的 $g(\nu)$ 和 E 。

19

[2016] 计算Debye频率。

20

[重要作业题] 推导一维、二维声子的 C_V 与 T 的几次方成正比。

21

[2017] 求光子的 $g(\nu)$, $n(\nu)d\nu$, $E(\nu, T)d\nu$ (普朗克公式), [2016][2014] 并证明能否BEC。

[2012] 光子数是否守恒?

(答案提示: 不能BEC; 不守恒)

22

[2012] 求二维光子气BEC的临界温度。能发生吗?

23

[2015] 证明光子压强 $P = \frac{E}{3V}$