

b) i) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ konvergiert gegen 2 ✓

ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ konvergiert gegen 0 ✓

c) i) $a_n = \frac{2n}{n+3}$ $a = 2$

Sei $\varepsilon > 0$ beliebig $\exists n_0 = \uparrow$ für alle $n \geq n_0$ soll $|a_n - a| \leq \varepsilon$

$$\left| \frac{2n}{n+3} - 2 \right| \leq \varepsilon \Leftrightarrow \left| \frac{2n}{n+3} - \frac{2n+6}{n+3} \right| \leq \varepsilon \Leftrightarrow \left| \frac{-6}{n+3} \right| \leq \varepsilon \Leftrightarrow \frac{6}{n+3} \leq \varepsilon$$

hier ein wenig aufpasse, weil 6/e-

$$\frac{6}{n+3} \leq \varepsilon \Leftrightarrow \frac{6}{\varepsilon} \leq n+3 \Leftrightarrow n \geq \frac{6}{\varepsilon} - 3 \quad n_0 = \left\lceil \frac{6}{\varepsilon} - 3 \right\rceil \quad \checkmark$$

ii) $b_n = \frac{n}{2^{2n}}$ $b = 0$

Sei $\varepsilon > 0$ beliebig $\exists n_0 = \uparrow$ für alle $n \geq n_0$ soll $|b_n - b| \leq \varepsilon$

$$\left| \frac{n}{2^{2n}} - 0 \right| \leq \frac{n \leq 2^n}{2^{2n}} = 2^n \cdot 2^{-2n} = 2^{n-2n} = \frac{1}{2^n} \leq \varepsilon$$

$$\frac{1}{2^n} \leq \varepsilon \Leftrightarrow \frac{1}{\varepsilon} \leq 2^n \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \leq n \log_2(2) \Leftrightarrow \left\lceil \log_2\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \right\rceil \leq n_0 \quad \checkmark$$

Du brauchst auch immer den fertigen Beweis. Das was d