

Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben IngMath C2

Name, Vorname: Dieringer, Nico

SEudOn-Kennung: ybb8ecaj

Blatt-Nummer: 8

Übungsgruppen-Nr.: 7

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

21, 22, 23

$$10.5/22 \cdot 30 = 14$$

A21)

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)^2}{x^3 + 8x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)^2 \cdot 2x}{3x^2 + 16x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x)^2 \cdot 2}{3x + 16} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)^2}{x^3 + 8x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)^2}{x^2} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1+8x} = 1 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} \ln x = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{\frac{1}{\ln x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}}{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2x\sqrt{x}} = +\infty$$

$$d) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \ln x = +\infty$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1/\cos(x) \cos(2x)}{x^3 + 2x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(6x) - 1}{6x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(6x) - 1}{6x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\left(\frac{1}{6}x^2 + \frac{1}{3}x\right)} = 0$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x) \cos(2x)}{e^{x^2} - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) \cdot \cos(2x) + \cos(x) \sin(2x) \cdot 2}{2x \cdot e^{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x)}{2e^{x^2}} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{2x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\cos(x)}{e^{x^2}} = 2$$

$$g) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+xx)}{\ln(\ln(e^{Ax} + e^{-Ax}))} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1+xx}{1} = \infty$$

$$h) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6\sqrt{x} + 5 + \frac{4}{\sqrt{x}}}{3\sqrt{x} + e^{-2x} + \frac{1}{\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{6}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{x}}}{\frac{3}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{x}}} = \frac{5}{2}$$

n-mal Hospital anwenden?

nein, es wird niemals was wegfallen: Back-to-the-ba

A22)

$$a) f(x) = \cos(x) - \cos^2 x \quad f'(x) = -\sin(x) + 2\cos(x) \sin(x)$$

$$f'(x) = 0 \rightarrow -\sin(x) + 2\cos(x)\sin(x) = 0 \rightarrow 2\cos(x)\sin(x) = \sin(x)$$

$$\text{Wenn } \sin(x) = 0 \rightarrow x = 0$$

$$\text{Wenn } \sin(x) \neq 0 \rightarrow 2\cos(x) = 1 \rightarrow \cos(x) = \frac{1}{2} \rightarrow x = \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\text{lokale Extremstellen: } \left\{ -\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3}, 0, \frac{\pi}{3}, \pi \right\}$$

A22)a) $f(-\frac{\pi}{2}) = 0 \rightarrow$ bei $x = -\frac{\pi}{2}$ wird $f(x)$ maximal
 $f(-\frac{\pi}{3}) = 0,25 \rightarrow$ bei $x = \pi$ wird $f(x)$ minimal
 $f(0) = 0$
 $f(\frac{\pi}{3}) = 0,25$
 $f(\pi) = -2$

b) $f(x) = \frac{\ln x}{x} \quad f'(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{\ln(x)}{x^2}$

$\rightarrow \frac{1 - \ln(x)}{x^2} = 0 \rightarrow 1 - \ln(x) = 0 \rightarrow \ln(x) = 1 \rightarrow \underline{x = e}$

lokale Extremstellen: $\{0, e, \infty\}$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x)}{x} = -\infty$

$f(e) = \frac{1}{e}$

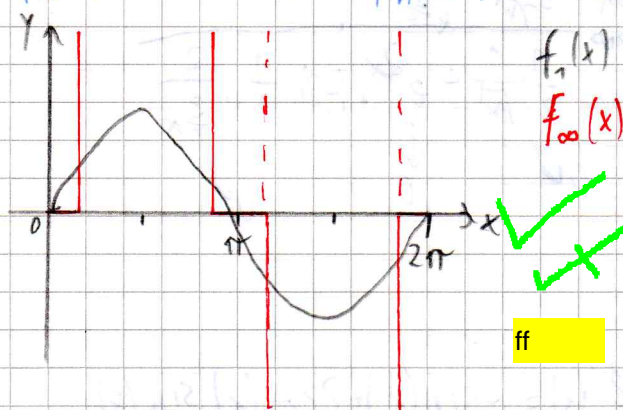
$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$

\rightarrow bei $x = e$ wird $f(x)$ maximal

\rightarrow kein Minimum

A23)a)

$f_n(x) = (2 \sin x)^n \quad f_n: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$



$\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} (2 \sin x)^n$

$f_\infty = 0$, wenn $x = [0, \frac{\pi}{6}] \cup [\frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}] \cup [\frac{7\pi}{6}, 2\pi]$
 ∞ , wenn $x = [\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$
 bei $[\frac{3\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}]$ nicht „eindeutig“

was ist jetzt f? was ist bei $\pi/6$ u

- b) M_1 Nein ✓
 M_2 Nein ✓
 M_3 Ja ✓
 M_4 Ja ✓

f kann nie den wert unendlich haben