

Vorlesung 4

Alexander Mattick Kennung: qi69dube

Kapitel 1

20. Juni 2020

zuerst die Beta(3,1)-Verteilung:

$$f_1(x) = \frac{1}{B(3,1)} x^{3-1} (1-x)^{1-1}$$

$$B(3,1) = \frac{\Gamma(1)\Gamma(3)}{\Gamma(3+1)}$$

Ganze zahlen, also auf Fakultät reduzierbar:

$$B(3,1) = \frac{(1-1)!(3-1)!}{3!}$$

$$B(3,1) = \frac{1 \cdot 2}{6}$$

$$B(3,1) = \frac{1}{3}$$

Daraus folgt die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion:

$$f_1(x_1) = \begin{cases} 3x_1^2 & x_1 \in [0, 1] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Der Rand kann mit eingeschlossen werden, da $3 \geq 1 \wedge 1 \geq 1$ ist.

Die Gleichverteilung ist so definiert, dass

$$p(x) = p(y), \forall x, y \in [0, \frac{x_1}{2}]$$

ist.

als Formel also:

$$f_2^1(x_2; x_1) = \begin{cases} \frac{1}{\frac{f_1(x_1)}{2}} & x_2 \in [0, \frac{f_1(x_1)}{2}] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$f_2^1(x_2; x_1) = \begin{cases} \frac{2}{3x_1^2} & x_2 \in [0, \frac{3x_1^2}{2}] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Der Gesamtversuch besteht aus beiden Teilversuchen:

$$f(x_1, x_2) = f_1(x_1)f_2^1(x_2; x_1) = \begin{cases} 3x_1^2 \cdot \frac{2}{3x_1^2} & x_2 \in [0, \frac{3}{2}x_1^2], x_1 \in [0, 1] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$f(x_1, x_2) = f_1(x_1)f_2^1(x_2; x_1) = \begin{cases} 2 & x_2 \in [0, \frac{3}{2}x_1^2], x_1 \in [0, 1] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Es ist bekannt, dass $x_1 \in [0, 1]$ ist und $x_2 \in [0, \frac{3}{2}x_1^2]$.

Wir betrachten Werte von $x_2 > 0.3$. Das korrespondiert zu x_1 werten:

$$x_2 > 0.3 \wedge x_2 \in [0, \frac{3}{2}x_1^2] \iff \frac{3}{2}x_1^2 > 0.3 \wedge x_2 \in [0, \frac{3}{2}x_1^2] \iff x_1^2 > 0.2 \wedge x_2 \in [0, \frac{3}{2}x_1^2] \iff x_1 > \sqrt{0.2} \wedge x_2 \in [0, \frac{3}{2}x_1^2]$$

Nur positive Lösung, da $x_1 \in [0, 1]$

Da x_2 von x_1 in Form einer monoton steigenden Funktion abhängt, gilt $x_2 > 0.3$ für alle $x_1 > \sqrt{0.2}$.

Jedem Wert aus dem Intervall von $x_1 \in (\sqrt{0.2}, 1]$ wird ein x_2 wert zugeordnet. (Im diskreten fall ginge das über eine Summe $\sum_{x_1 \in (\sqrt{0.2}, 1]} f(x_2; x_1)$)

Der Wert von x_2 besteht jetzt aus allen Werten größer als 0.3 bis zur oberen Schranke $[0, 3, \frac{3}{2}x_1^2]$ (Begründung mach mit dem Kontext der Skizze weitaus mehr sinn...):

$$\int_{\sqrt{0.2}}^1 \left[\int_{0.3}^{\frac{3}{2}x_1^2} 2dx_2 \right] dx_1$$

$$\int_{\sqrt{0.2}}^1 [3x_1^2 - 0.6] dx_1$$

$$[x_1^3 - 0.6x_1]_{\sqrt{0.2}}^1$$

$$(1 - 0.6) - (\sqrt{0.2}^3 - 0.6\sqrt{0.2}) \approx 0.579$$

