

A1

	inf	sup	min	max	
a)	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{5}$ 3	existiert nicht	✓
b)	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	✓
c)	0	$\frac{1}{2}$	existiert nicht	$\frac{1}{2}$	✓
d)	2 -infinity	$+\infty$	existiert nicht	existiert nicht	✓
e)	0	1	existiert nicht	1	✓
f)	$\frac{2}{3}$	$+\infty$	$\frac{2}{3}$	existiert nicht	✓
g)	1	$+\infty$	existiert nicht	existiert nicht	✓

A2

$$i) \frac{3n+4m}{5n^2+10} \leq \frac{3n+12n}{5n^2+10} \leq \frac{15n}{5n^2+10} \leq \frac{3n}{n^2+2}$$

$$ii) \frac{5n-m}{2n} \leq \frac{5n-2n}{2n} \leq \frac{3n}{2n} \leq \frac{3}{2}$$

$$iii) \frac{n}{n+m} \leq \frac{n}{n+2n} \leq \frac{n}{3n} \leq \frac{1}{3}$$

$$iv) \frac{n+m}{\frac{1}{2}-n} \leq \frac{n+3n}{\frac{1}{2}-n} \leq \frac{4n}{\frac{1}{2}-n}$$

$$v) \frac{5n-m+3 \cdot 2^m}{3n^3-m+3} \leq \frac{5n-2n+3 \cdot 2^{3n}}{3n^3-3n+3} \leq \frac{3(n+2^{3n})}{3(n^3-n+1)} \leq \frac{n+2^{3n}}{n^3-n+1}$$

$$vi) m+n+\sin(m) - \sin(17m^2) + 2^m + 2^{-m} \leq 3n+n+1-1+2^{3n}+2^{-2n} \leq 4n+2+2^{3n}+2^{-2n}$$

4/10

$$2(n+1)! = 2n+1$$

A3

$$a) a_{n+1} - a_n \geq 0$$

$$i) \frac{2n+1}{n+1+3} - \frac{2n}{n+3} = \frac{(2n+1)(n+3)}{(n+4)(n+3)} - \frac{(2n)(n+4)}{(n+4)(n+3)} = \frac{15n+3}{n^2+7n+12} > 0$$

größer 0 also monoton steigend wo kommt das n^n her?

$$ii) \frac{n+1}{4^{n+1}} - \frac{n}{4^n} = \frac{n+1(4^n)}{(4^{n+1})(4^n)} - \frac{(n)(4^{n+1})}{(4^{n+1})(4^n)} = \frac{4^n - 4^n - 4^{n+1}}{4^{2n+1}} = \frac{4^n(n+1-4^n)}{4^n(4^{n+1})}$$

$$= \frac{1-3n}{4^{n+1}} < 0$$

hier verschwindet das n^n auf einmal.

b) i) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$ konvergiert gegen 2 ✓

ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ konvergiert gegen 0 ✓

c) i) $a_n = \frac{2n}{n+3}$ $a = 2$

Sei $\varepsilon > 0$ beliebig $\exists n_0 = \uparrow$ für alle $n \geq n_0$ soll $|a_n - a| \leq \varepsilon$

$$\left| \frac{2n}{n+3} - 2 \right| \leq \varepsilon \Leftrightarrow \left| \frac{2n}{n+3} - \frac{2n+6}{n+3} \right| \leq \varepsilon \Leftrightarrow \left| \frac{-6}{n+3} \right| \leq \varepsilon \Leftrightarrow \frac{6}{n+3} \leq \varepsilon$$

hier ein wenig aufpasse, weil 6/e-

$$\frac{6}{n+3} \leq \varepsilon \Leftrightarrow \frac{6}{\varepsilon} \leq n+3 \Leftrightarrow n \geq \frac{6}{\varepsilon} - 3 \quad n_0 = \left\lceil \frac{6}{\varepsilon} - 3 \right\rceil \quad \checkmark$$

ii) $b_n = \frac{n}{2^{2n}}$ $b = 0$

Sei $\varepsilon > 0$ beliebig $\exists n_0 = \uparrow$ für alle $n \geq n_0$ soll $|b_n - b| \leq \varepsilon$

$$\left| \frac{n}{2^{2n}} - 0 \right| \leq \frac{n \leq 2^n}{2^{2n}} = 2^n \cdot 2^{-2n} = 2^{n-2n} = \frac{1}{2^n} \leq \varepsilon$$

$$\frac{1}{2^n} \leq \varepsilon \Leftrightarrow \frac{1}{\varepsilon} \leq 2^n \Leftrightarrow \log_2\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \leq n \log_2(2) \Leftrightarrow \left\lceil \log_2\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) \right\rceil \leq n_0 \quad \checkmark$$

Du brauchst auch immer den fertigen Beweis. Das was d