Vorlesung 4

Alexander Mattick Kennung: qi69dube

Kapitel 1

19. Mai 2020

zf: $\exists u(t \to^* u^* \leftarrow s)$ dann ist t,s zf.

konfluenz heißt, wenn es zwei ableitungsregeln gibt, die $t \to^* s$ und $t \to^* s'$ mit s, s' z.f (CHURCH ROSSER)

lokale konfluenz nur einschritt entfernte ableitungen sind zf.(WCR)

Newmanns lemma SN und lokal konfluent heißt TES global konfluent.

kritisches Paar.

Sei $l_1 \to_0 r_1$ und $l_2 \to_0 r_2$ $FV(l_1) \cap FV(l_2) = \emptyset$

Weiterhin $l_1 = C(t)$ Definiere Term (t) und $C(\cdot)$ kontext, mit t nichttrivial (also nicht eine variable)

und $\sigma = mgu(t, l_2)$.

Dann heißt $(r_1\sigma, C(r_2)\sigma)$ kritisches Paar.

Critical Pair Lemma. TES lokal konfluent $\iff$ alle kritischen Paare sind zf.

Es gibt nur endlich viele kritische paare

z.B.

1) $x \cdot (y \cdot z) \to_0 (x \cdot y) \cdot z$

2) $x \cdot x^{-1} \to e$

ist das TES lokal konfluent?

$l_1 = x \cdot (y \cdot z)$ $l_2 = x' \cdot (y' \cdot z')$, $t = x \cdot (y \cdot z)$, $C(\cdot) = (\cdot)$ $\sigma = [x'/x, y'/y, z'/z]$

$(r_1\sigma, C(r_2)\sigma) = ((x' \cdot y') \cdot z', (x' \cdot y') \cdot z')$

"triviales kritischen Paar."

Dies entsteht bei kombination einer Regel mit sich selbst im $C(\cdot) = (\cdot)$

$\implies$ triviale kritische Paare können ignoriert werden.

$l_2 = x' \cdot (y' \cdot z')$

$l_2 = x' \cdot (y' \cdot z')$, $C(t) = y \cdot z$ $C(\cdot) = x \cdot (\cdot)$, $\sigma = [x'/y, y'z'/z]$

$l_1\sigma = x \cdot (x' \cdot (y' \cdot z')) = C(l_2)\sigma$

$r_1\sigma = (x \cdot x') \cdot (y' \cdot z') = ((x \cdot x') \cdot y') \cdot z'$

$C(r_2)\sigma = x \cdot ((x' \cdot y') \cdot z') \to (x(x'y'))z' = ((x \cdot x') \cdot y') \cdot z'$

$\implies$ kritisches Paar ist zf.

$l_1 = x(y\ z)$ und $(2) x \cdot x^{-1} \to_0 e$

$l_2 = x' \cdot x'^{-1}$ $t = y \cdot z$ $C(\cdot) = x \cdot (\cdot)$, $\sigma = [x'/y, x^{'-1}/z]$

$r_1\sigma = (xx')x^{-1'}$ $c(r_2) = x \cdot e$ ist nicht z.f.

TES ist nicht lokal, somit auch nicht global konfluent.

weiter Beobachtung:

Bei n Regeln müssen n^2 kombinationen berücksichtigt werden. (ungeachtet versch. kontexte)

Bei kritischen paaren, die auf verschiedenen Regeln basieren ($l_1 \neq l_2$) m**uss mindestens 1 Funktionssymbol in l_1 und in l_2 vorkommen**.

Bei kritischen Paaren, basierend auf der selben Regel muss mindestens ein funktionssymbol **mindestens 2 mal vorkommen**.

1 Übung 1

$l_1 = A \cdot v$ ist kein kritisches Paar möglich, da entweder t trivial, oder $A = B$ oder $A = C$

$l_1 = C \cdot (D \cdot x)$ $[t_1 = C \cdot (D \cdot w), t_2 = D \cdot w, t_3 = w]$

Wieder kein kritisches paar möglich.

$l_1 = B(x * y)$

$l_2 = A * v$ $t = xy$ $C(\cdot) = B \cdot (\cdot)$ $\sigma = [A/x, v/y]$

$l_1\sigma = B \cdot (A \cdot v)$

$r_1\sigma = A \cdot (D \cdot A)$, $C(r_2)\sigma = B(B(CV))$

$l_2 = C(D * w)$ $t = x * y, C(\cdot) = B \cdot (\cdot) \ldots$ (A*(DC), B(B(CW)))

$l_2 = B(xy)$ $t = xy$ $C(\cdot), B \cdot (\cdot)$ $\sigma = [B/x, x'y'/y]$

$l_2 = B * (B * Z)$ $t = B * (x * y), \sigma = [B/x, z/y]$ $(A \cdot (D \cdot B), D \cdot z)$

$l_w = B * (B * z)$ $t = x * y$ $c(\cdot) = B \cdot (\cdot)$ $\sigma = B/x, B * z/y$

$(A \cdot (D \cdot B), B \cdot (D \cdot Z))$

$\cdot\ l_1 = B \cdot (B \cdot z)$

$l_2 = B \cdot (\overbrace{x \cdot y}^{=})$