# Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
# IngMathC2

Name, Vorname: Wurm, Jens

StudOn- Kennung: qy28qise

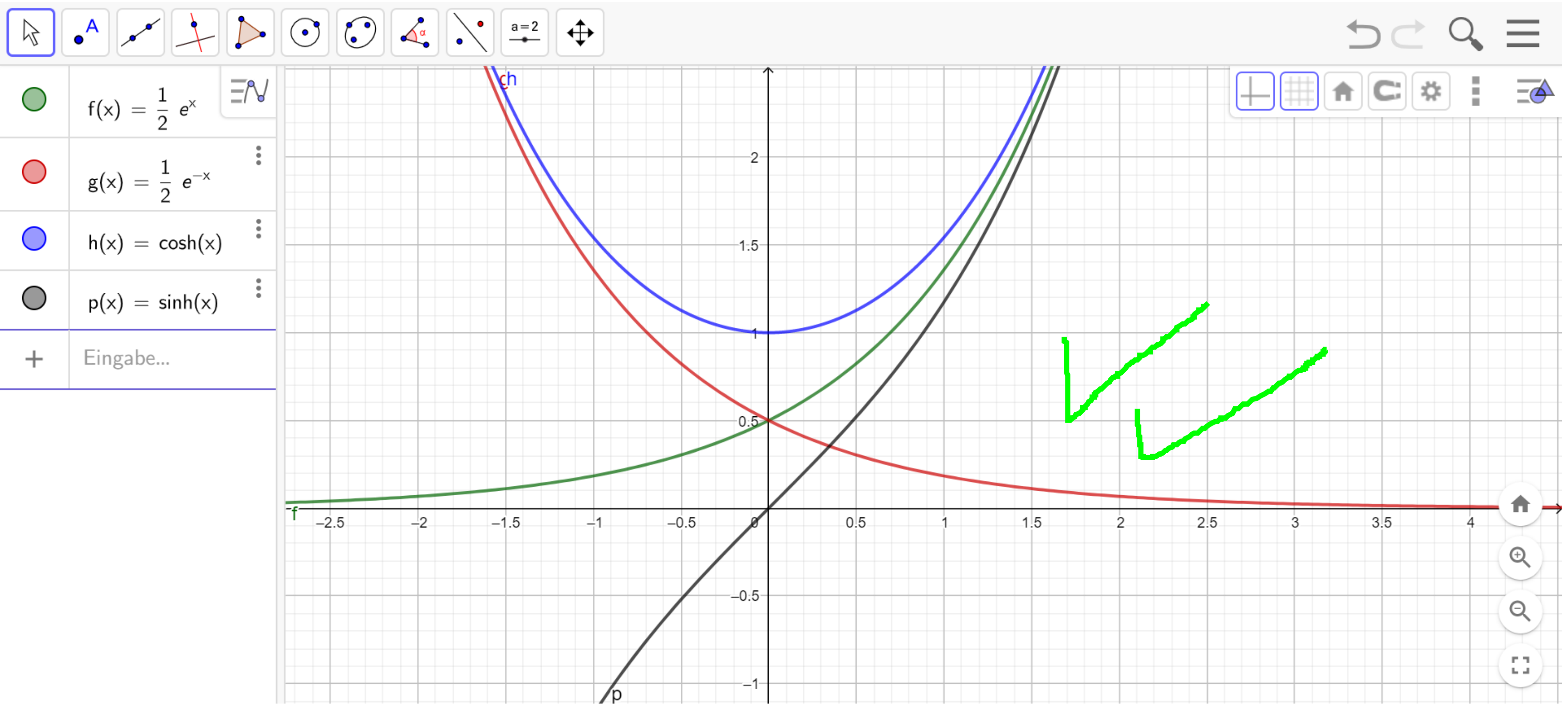
Blatt- Nummer: 05

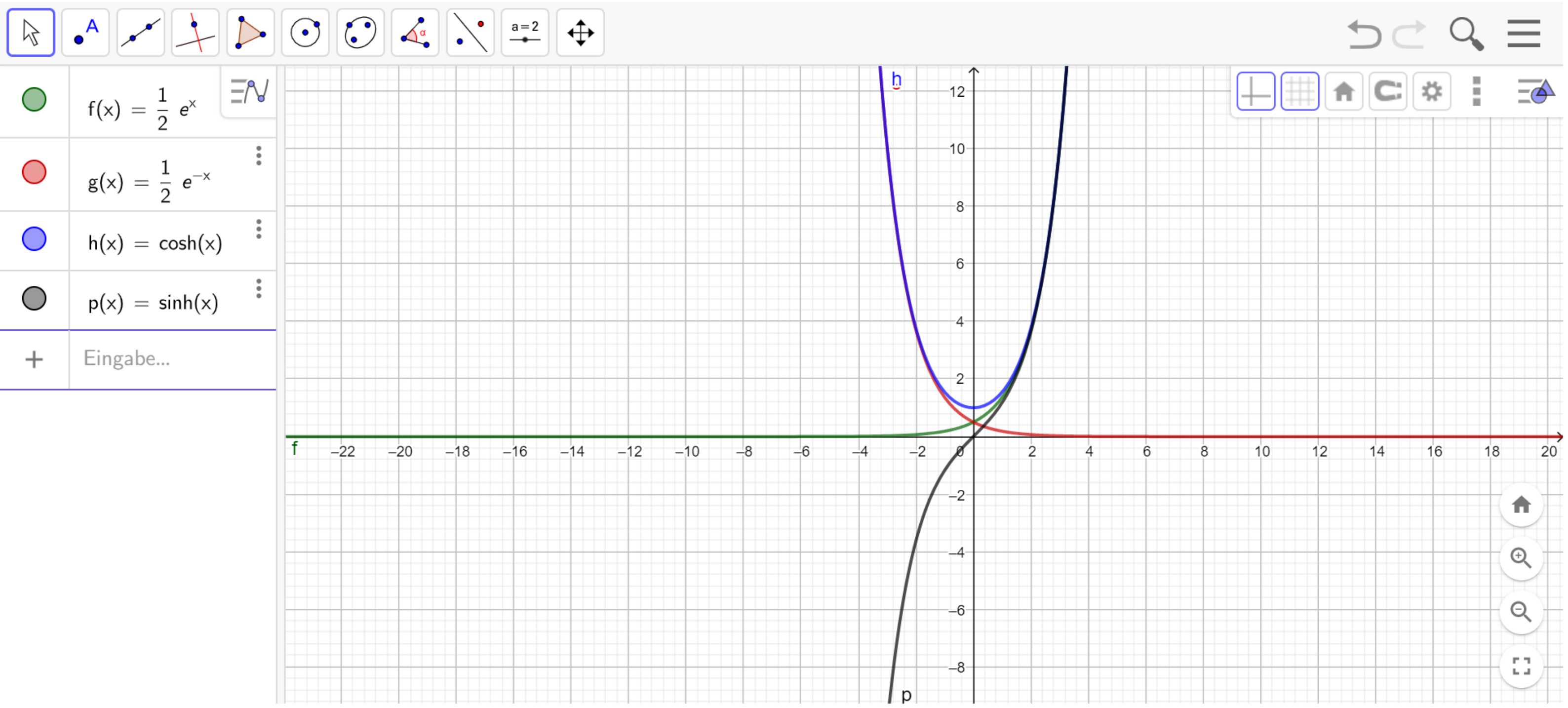
Übungsgruppe- Nr. 7

Die Folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei: Alle

9,5/14*30 = 20

A13) a) (Beide der 2 nachfolgenden Bilder zeigen dieselben Funktionen)



A 13) b) $\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} = \frac{\frac{\exp(x) - \exp^{-x}}{2}}{\frac{\exp(x) + \exp(-x)}{2}} = \frac{\exp(x) - \exp(-x) \cdot 2}{\exp(x) + \exp(-x) \cdot 2}$

$= \frac{\exp(x) - \exp(-x)}{\exp(x) + \exp(-x)} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

$\lim_{x\to\infty} e^x = \infty$, $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$

$\lim_{x\to-\infty} e^{-x} = 0$ $\lim_{x\to\infty} e^{-x} = -\infty$

$\lim_{x\to\infty} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = 1$ $\lim_{x\to-\infty} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = -1$

so wie die momentan da stehen, hab

c) $\cosh(x)^2 = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \frac{e^{2x} + 2 + e^{-2x}}{4}$ | $\sinh(x)^2 = \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right)^2 = \frac{e^{2x} - 2 - e^{-2x}}{4}$

Skizze

$\cosh(x)^2 - \sinh(x)^2 = \frac{e^{2x} + 2 + e^{-2x} - e^{2x} + 2 + e^{-2x}}{4} = \frac{4}{4} = \underline{1}$

A 13) d) $\exp(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} x^k$ | $\exp(-x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} (-x)^k$

$$\cosh(x) = \frac{\exp(x) + \exp(-x)}{2} = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} x^k + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} (-x)^k}{2} = \frac{2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k!} x^{2k}}{2}$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k!} x^{2k}$$

erläutern, warum das funktioniert

$$\sinh(x) = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} x^k - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} (-x)^k}{2} = 2 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)!} x^{2k+1} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)!} x^{2k+1}$$

e) $\cos(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k!} x^{2k}$ | $\sin(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} x^{2k+1}$

$$\sin(iy) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} (iy)^{2k+1} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \cdot i^{2k+1} \cdot y^{2k+1}}{(2k+1)!} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \cdot i^{2k} \cdot i^1 \cdot y^{2k+1}}{(2k+1)!}$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \cdot (-1)^k \cdot i \cdot y^{2k+1}}{(2k+1)!} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{2k} \cdot i \cdot y^{2k+1}}{(2k+1)!} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{i \cdot y^{2k+1}}{(2k+1)!}$$

$$\cos(iy) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k!} (iy)^{2k} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (i)^{2k} (y)^{2k}}{2k!} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (-1)^k (y)^{2k}}{2k!} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{y^{2k}}{2k!}$$

$\sinh(x) = \frac{\sin(ix)}{i}$

$\cosh(x) = \cos(ix)$

f) $\sin(x+iy) = \sin(x)\cos(iy) + \cos(x)\sin(iy) = \sin(x)\cosh(y) + \cos(x)\sinh(y) \cdot i$

g) $\sin(iy) = i\,\frac{\sinh(x)}{i} = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \Rightarrow \sin(ix) \in (-\infty, \infty) \Rightarrow$ ist unbeschränkt

A 1(4) a) $f(x) = \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{\sqrt{1-x}^2}{\sqrt{(1-x)(1+x)}} = \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}}$ $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1,1\}$

$\lim_{x \to 1} f(x) = "\frac{0}{0}"$ $\lim_{x \to -1} f(x)$ -> limes existiert nicht

b) (i) stetig, da $e^{-\infty} = 0$ (ii) nicht stetig, wenn es sich aus dem negativen der 0 nähert hat man $e^{\infty} \neq 0$ und wenn man sich vom positiven nähert ist es $e^{-\infty} = 0$

c) (i) $\lim_{x \to 0} \sqrt{x^2+x+1} - x = \sqrt{1} - 0 = 1$

(ii) $\lim_{x \to \infty} \frac{\sqrt{x^2+x+1} - x \; (\sqrt{x^2+x+1} + x)}{\sqrt{x^2+x+1} + x} = \frac{x^2+x+1-x^2}{\sqrt{x^2+x+1}+x} = \frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+1} = \frac{1}{\sqrt{1}+1} = \frac{1}{2}$

(iii) da (ii) nicht mehr von x abhängig -> $\frac{1}{2}$

(iv) $\lim_{x \to \infty} x|\sin(\pi x)|$ 1. Fall $|\sin \pi x| = 1 \to \lim_{x \to \infty} x|\sin(\pi x)| = \infty$

2. Fall $|\sin \pi x| = 0 \to \lim_{x \to \infty} x|\sin(\pi x)| = 0$

(v) $\lim_{x \to 0} x \underbrace{|\sin(\pi x)|}_{\in [0,1]} = 0$

(vi) $\lim_{x \to 0} \cos(x) \cos(\frac{1}{x})^2$, da $\cos(x) \to 1$ für $x = 0$ -> Sei $x_n \in [0,1]$, unendlich -> grenzwert existiert nicht