Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMathC2

Name, Vorname: Altmann, Johannes

StudOn-Kennung: ge67qude

Blatt-Nummer: 02

Übungsgruppen-Nr: 07

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

A4, A5, A6, ______

15/21 * 30 = 21

A04.

a) I.A. $(n=1)$: $a_1 = 1 \in (0,4)$

I.S. $(n \to n+1)$: $a_n \in (0,4)$ für alle $n \in \mathbb{N}$ (IV)

z.Z.: $a_{n+1} \in (0,4)$

$a_{n+1} = \frac{1}{2} \cdot a_n + \sqrt{a_n}$ $\quad a_n \in (0,4) \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot a_n \in (0,2) \wedge$

$\sqrt{a_n} \in (0,2) \Rightarrow \frac{1}{2} a_n + \sqrt{a_n} \in (0,4)$

b) $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$ $\quad \frac{\frac{1}{2} a_n + \sqrt{a_n}}{a_n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{a_n}} \geq 1$

$\Rightarrow$ Monoton wachsend

c) Folge ist laut a) nach oben und unten beschränkt.

Nach b ist sie monoton wachsend $\to$ Konvergiert gegen Supremum

Wir wissen $a_n \in (0,4) \Rightarrow$ Konvergenz gegen 4

A 5)

a) I.A. $(n=0)$ $\quad a_{0_n} = \frac{x_1^0 - x_2^0}{x_1 - x_2} = 0$

Du brauchst a0 und a1, weil du in I.S a_(n-1) und a_n

I.V. $a_n = \frac{x_1^n - x_2^n}{x_1 - x_2}$ $\forall n \in \mathbb{N}_0$

I.S. $(n \to n+1)$ $\quad a_{n+1} = \frac{x_1^{n+1} - x_2^{n+2}}{x_1 - x_2} = \frac{x_1^{n-1} \cdot x_1^2 - x_2^{n-1} \cdot x_2^2}{x_1 - x_2}$

$\frac{x_1^{n-1}(\alpha x_1 + \beta) - x_2^{n-1}(\alpha \cdot x_2 - \beta)}{x_1 - x_2} = \frac{x_1^{n-1} \cdot \alpha x_1 + x_1^{n-1} \beta - x_2^{n-1} \alpha x_2 + x_2^{n-1} \beta}{x_1 - x_2}$

$= \frac{\alpha (x_1^n - x_2^n) + \beta (x_1^{n-1} - x_2^{n-1})}{x_1 - x_2} = \alpha a_n + \beta a_{n-1} =$

$\alpha \frac{x_1^n - x_2^n}{x_1 - x_2} + \beta \cdot \frac{x_1^{n-1} - x_2^{n-1}}{x_1 - x_2} = \frac{\alpha \cdot (x_1^n - x_2^n) + \beta (x_1^{n-1} - x_2^{n-1})}{x_1 - x_2}$

was machst du ab hier.das ist doch schon a_

b) $x_2 = \alpha x + \beta$ $\qquad 0 = -x^2 + \alpha x + \beta$

$$x_{1/2} = \frac{-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 4 \cdot (-1) \cdot \beta}}{-2} = \frac{-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + 4\beta}}{-2}$$

I Diskriminante > 0 $\Rightarrow$ Folgeglieder in $\mathbb{C}$

II Diskriminante $= 0$ $\Rightarrow$ 0 im Nenner $\Rightarrow$ Nein

6.) VC

a)

A6)

a) $$\lim_{n\to\infty} \frac{2n^3 - n}{n(3n^2+2)} \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{2n^3 - n}{3n^3 + 2n} = \lim_{n\to\infty} \frac{\cancel{n^3} \cdot (2 - \frac{1}{n^2})}{\cancel{n^3} \cdot (3 + \frac{2}{n^3})}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{2 - \frac{1}{n^2}}{3 + \frac{2}{n^3}} = \lim_{n\to\infty} \frac{2}{3}$$

b) $$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{5+2n}{1+n}\right)^3 = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{\cancel{n}(\frac{5}{n} + 2)}{\cancel{n} \cdot (\frac{1}{n} + 1)}\right)^3 =$$

das ist nicht falsch, nur umständlich

$$\lim_{n\to\infty} \left(\frac{\frac{5}{n} + 2}{\frac{1}{n} + 1}\right)^3 = \cancel{\lim_{n\to\infty}} \; 2^3 = \cancel{\lim_{n\to\infty}} \; 8$$

c) $$\lim_{n\to\infty} \sqrt{2n^2 + n + 1} - \sqrt{2n^2 + 9n} = \lim_{n\to\infty} \frac{2n^2 + n + 1 - 2n^2 - 9}{\sqrt{2n^2 + n + 1} + \sqrt{2n^2 - 9n}}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{n\,(-8 + \frac{1}{n})}{n \sqrt{2 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} + n \cdot \sqrt{2 - \frac{9}{n}}} = \lim_{n\to\infty} \frac{-8 + \frac{1}{n}}{\sqrt{2 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} + \sqrt{2 - \frac{9}{n}}}$$

$$= \lim \frac{-8}{\sqrt{2} + \sqrt{2}} = \frac{-4}{\sqrt{2}} = -2\sqrt{2}$$

d) $$\lim_{n\to\infty} n^3 - \sqrt{n^6 + n^2 + 1} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^6 - n^6 - n^2 - 1}{n^3 + \sqrt{n^6 + n^2 + 1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2\,(-1 - \frac{1}{n^2})}{n^3 \cdot (1 + \sqrt{1 + \frac{1}{n^4} + \frac{1}{n^6}})}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{-1 - 0}{1 + \sqrt{1}} = \lim_{n\to\infty} 0 \cdot \frac{1}{2} = 0$$

e) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[4]{n^4+n^3} - \sqrt[4]{n^4-n^3} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^4+n^3-n^4+n^3}{\left(\sqrt[4]{n^4+n^3}+\sqrt[4]{n^4-n^3}\right)\cdot\left(\sqrt{n^4+n^3}+\sqrt{n^4+n^3}\right)} =$

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n^3}{n\left(\sqrt[4]{1+\frac{1}{n}}+\sqrt[4]{1-\frac{1}{n}}\right)\cdot n^2\cdot\left(\sqrt{1+\frac{1}{n}}+\sqrt{1-\frac{1}{n}}\right)} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2}{\left(\sqrt[4]{1}+\sqrt[4]{1}\right)\cdot\left(\sqrt{1}+\sqrt{1}\right)}$

$= \dfrac{1}{2}$

f) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{n+2} - \dfrac{n^2}{n+1} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2(n+1) - n^2\cdot(n+2)}{n^2+2n+n+2} =$

$\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^3+n^2-n^3-2n^2}{n^2+3n+2} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{-n^2}{n^2+3n+2} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{-n^2}{n^2\cdot\left(1+\frac{3}{n}+\frac{2}{n^2}\right)} =$

$\lim\limits_{n\to\infty} -1\cdot\dfrac{1}{1} = -1$