Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMathC2

Name, Vorname: Zoharian Esfahani, Masih

StudOn-Kennung: 22295222

Blatt-Nummer: 3

Übungsgruppen-Nr: 7

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

A7, A8, A9, ____________

9/10*30=27

Masih Zoharian Esfahani 222 95222 $\boxed{1}$ $\frac{11}{\text{Mathe}}$

A7/a/ :

i/ $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{5+(-1)^n + \frac{1}{n}\sin n}{n^2} = \star$

Es gibt $\Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} (-1)^n \Rightarrow$ beschränkt

$\lim\limits_{n\to\infty} \underbrace{\frac{1}{n}}_{0} \underbrace{\sin n}_{0\leq\ \leq 1} = 0 \cdot \underbrace{x}_{0\leq x\leq 1} = 0$

$\lim\limits_{n\to\infty} n^2 = \infty$

$\star \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} \frac{y \to \text{beschränkt}}{\infty} = 0$

~~HP gibt auch~~ .

ii/ $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{n^2+1} \underbrace{\frac{5\sin(2n) - 2\sin(3n)}{6+\cos(4n) - \cos(5n)}}_{\text{beschränkt}} = \star$

Es gibt $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{n^2+1} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}}{1+\frac{1}{n^2}} = 0$

$\star = 0 \cdot \underbrace{y}_{\text{beschränkt}} = 0$

Masih Zakariaa Esfahani $\boxed{2}$ 22295222

A7/b/

i/ $((-1)^n+1)n =$

$n \to$ gerade $\Rightarrow 2n \Rightarrow \lim_{n\to\infty} 2n = \infty$

$n \to$ ungerade $\Rightarrow (-1+1)\,n = \lim_{n\to\infty} 0\cdot n = 0\cdot\infty$

HP $\Rightarrow$ uneigentliche HP $\to +\infty \cup \{0\}$

$\lim_{n\to\infty} \sup a_n = \lim_{n\to\infty} \sup 2n = \infty$

$\lim_{n\to\infty} \inf a_n = \lim_{n\to\infty} 0\cdot\infty = 0$

ii/ $a_n = \sin\left(\frac{\pi n}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right)$

für $a_1 = +1+0 = 1$

$a_2 = 0+-1 = -1$

$a_3 = -1+0 = -1$

$a_4 = 0+1 = 1$

a_5

$\vdots$

a_6

HP ist $\{1,-1\}$

$\lim_{n\to\infty} \sup a_n = 1$

$\lim_{n\to\infty} \inf a_n = -1$

Masih Zoharian Esfahani [3] 22295222

Mathe 12

A7/b/

iii/ $a_n = \begin{cases} -n & \text{falls } n \leq 17 \\ n & \text{falls } n > 17 \end{cases}$

HP sind

$\{-17, -16, -15, \dots, -1, 18, 19, 20, \dots\} \cup \{+\infty\}$

$\limsup_{n\to\infty} a_n = \infty$

$\liminf_{n\to\infty} a_n = -17$

iv/ $a_n = q^n$

$0 < q < 1 \Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^n = 0$

$q > 1 \quad \lim_{n\to\infty} q^n = \infty$

$q < 0 \quad \lim_{n\to\infty} q^n = $ ungerade $n \to -\infty$, gerade $n \to +\infty$

HP ist $\{0\} \cup \{-\infty\} \cup \{+\infty\}$

$\limsup_{n\to\infty} a_n = \infty \qquad \liminf_{n\to\infty} a_n = -\infty$

Mosih Zoharin Esfahani [4] 22295222

A 8/

a/ $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{2+k}$

mit divergenzkriterium $\Rightarrow$

$\frac{k}{2+k} = \frac{1}{\frac{2}{k}+1} \xrightarrow{k\to\infty} 1$ geht nicht gegen null $\Rightarrow$

Die Reihe ist divergent.

b/ $\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{k-1}{3k^2+2k}\right)^{\frac{k}{2}}$

$\lim_{n\to\infty} \sup \sqrt[n]{|a_n|} = \lim_{k\to\infty} \left|\left(\frac{k-1}{3k^2+2k}\right)^{\frac{k}{2}}\right|^{\frac{1}{k}}$

$= \lim_{k\to\infty} \left(\frac{k-1}{3k^2+2k}\right)^{\frac{1}{2}} = \lim_{k\to\infty} \frac{1-\frac{1}{k}}{3k+2} = 0 < 1$

$\Rightarrow$ Absolute konvergent

c/ $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin k}{k^k} \Rightarrow 0 \leq \sqrt[k]{\left|\frac{\sin k}{k^k}\right|} \leq \frac{1}{k} \xrightarrow{k\to\infty} 0$

(Einschachtelung)

$\Rightarrow \sqrt[k]{\left|\frac{\sin k}{k^k}\right|} \xrightarrow{k\to\infty} 0 < 1 \Rightarrow$ Die Reihe Absolute konvergent

Nasim Zohari Esfahani $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ 22295222

Mathe 13

A 8/

d/ $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{k+2} - \sqrt{k-1}}{2^k} \cdot \frac{\sqrt{k+2} + \sqrt{k-1}}{\sqrt{k+2} + \sqrt{k-1}}$

$= \sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{2^k(\sqrt{k+2} + \sqrt{k-1})}$ ✓

Quotientenkriterium $\Rightarrow \lim_{n} \sup \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| \Rightarrow$

$\lim \frac{\frac{3}{2^{k+1}(\sqrt{k+3} + \sqrt{k})}}{\frac{3}{2^k(\sqrt{k+2} + \sqrt{k})}} = \lim_{k \to \infty} \frac{\sqrt{k+2} + \sqrt{k-1}}{2(\sqrt{k+3} + \sqrt{k})}$ ✓ $\cdot \frac{(\sqrt{k+2} - \sqrt{k-1})}{(\sqrt{k+2} - \sqrt{k-1})}$

$= \lim_{k \to \infty} \frac{3}{2(\sqrt{k+3} + \sqrt{k})(\sqrt{k+2} - \sqrt{k-1})} = 0 < 1$

Die Reihe ist absolute ~~divergent~~. konvergent

Masih Zoharian Esfahani 22295222

$\boxed{6}$

A9/

ii/ $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{4k^2+3}{3k^2+4}$

$\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{k\to\infty} \frac{4k^2+3}{3k^2-4} = \frac{4}{3}$ ist keine null Folge

$\Rightarrow$ Die Reihe ist divergent.

(i) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{4k+3}{3k^2-4}$

$$\overset{ak}{\left|\frac{4k+3}{3k^2-4}\right|} \leq \overset{bk}{\frac{4k}{3k^2}}$$

$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{4k}{3k^2} \Rightarrow \lim_{n\to\infty} |a_n| = \lim_{k\to\infty} \frac{4k}{3k^2} \to 0 < 1$

absolute konvergent

bk ist konvergente Majorante der Reihe $\sum_{k=2} ak$

$\sum_{k=2}^{\infty} ak = \sum_{k=2} \frac{4k+3}{3k^2-4}$ ist absolute konvergent

Masih Zoharian Esfahani $\boxed{7}$ 22295222 Mathe $\boxed{14}$

A9/

iii/ $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k}}$

$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$ ist divergent

$\left|\frac{1}{\sqrt{k}}\right| \geq \frac{1}{k} \Rightarrow \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k}}$ ist divergent

und $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$ ist divergente Minorante der Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k}}$

A9 b/ 1. $a_n = \sin n \qquad -1 \leq \sin n \leq 1$

ist beschränkt und zeigt gleiche Menge

2. $a_n = \sin(n^2) \qquad -1 \leq \sin(n^2) \leq 1$

auch beschränkt zeigt gleiche Menge.

3. $c_n = \frac{\sin n}{n} \qquad \lim_{n \to \infty} \frac{\sin n}{n} = 0 \Rightarrow Hp = \{0\}$

Masih Zakariai Esfahani $\boxed{8}$ 22295222

A 9/b/

ii/ 1. $\Rightarrow a_n = \sin n \overset{Hp}{\Rightarrow} = \{-1, \dots, 0, \dots 1\}$

2: $a_n = \sin(n^2) \Rightarrow Hp = \{-1, \dots, 0, \dots, 1\}$

3. $c_n = \frac{\sin n}{n} \Rightarrow Hp = \{0\}$ a_n einfachsten.