Übung 7

Alexander Mattick Kennung: qi69dube

Kapitel 1

29. Juli 2020

a)

da alle Störungen unabhängig sind, erhält man eine unabhängige Kopplung

$$f(y) = N((1,1,2,3)^T, \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix})$$

b)

wir haben eine Transformation von Y_1, Y_2, Y_3, Y_4 zu einem Vektor Z_1, Z_2, Z_3

dabei ist $b = (10, 20, 5)^T$ und $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 5 & 3 \\ 0 & -4 & 5 & -1 \end{bmatrix}$ (also ich gehe davon aus, dass mit $+-Y_4$ in der angabe einfach minus gemeint ist)

in $b + BY = Z$

dabei gilt

$N(b + Ba, BKB^T)$ wobei $Y \sim N(a, k)$ ist

$$Ba = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 5 & 3 \\ 0 & -4 & 5 & -1 \end{bmatrix} (1,1,2,3)^T = (11, 17, 3)^T$$

somit ist

$$b + Ba = (10, 20, 5)^T + (11, 17, 3)^T = (21, 37, 8)^T$$

$$BK = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 5 & 3 \\ 0 & -4 & 5 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 9 & 8 \\ 0 & -2 & 45 & 12 \\ 0 & -4 & 45 & -4 \end{bmatrix}$$

$$BKB^T = \begin{bmatrix} 12 & 0 & 9 & 8 \\ 0 & -2 & 45 & 12 \\ 0 & -4 & 45 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -4 \\ 1 & 5 & 5 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 61 & 69 & 37 \\ 69 & 265 & 221 \\ 37 & 221 & 245 \end{bmatrix}$$

das inverse ist Daraus folgt

$$Z \sim N((21, 37, 8)^T, \begin{bmatrix} 61 & 69 & 37 \\ 69 & 265 & 221 \\ 37 & 221 & 245 \end{bmatrix})$$

c)

Die Kovarianzen stehen in BKB^T

$Kov(Z_1, Z_2) = Kov(Z_2, Z_1) = 69$

$Kov(Z_1, Z_3) = Kov(Z_3, Z_1) = 37$

$Kov(Z_2, Z_3) = Kov(Z_2, Z_3) = 221$

$\mathscr{N}$