Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMath C2

Name, Vorname: Dieringer, Nico

StudOn-Kennung: yb68ecaj

Blatt-Nummer: 6

Übungsgruppen-Nr.: 7

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

15, 16, 17

13/20*30 = 19.5

A 15)

a) unendlich hoch, da $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k}$ divergiert

b) ja, Oberfläche: $\sum_{k=0}^{\infty} 6 \cdot \frac{1}{k^2} \rightarrow$ Konvergent (siehe Hinweis)

Die Oberseite des einen würfels wird

c) ja, wenn $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k^2}$ konvergiert, dann konvergiert $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k^3}$ „erst recht"

das nennt sich majoranter

d) Kantenlänge $\frac{1}{\sqrt{k}}$

Höhe:
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k}} \geq \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \leftarrow \text{divergiert}$$

Oberfläche:
$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{k}}\right)^2 = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \leftarrow \text{divergiert}$$

V:
$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{k}}\right)^3 = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k^{\frac{3}{2}}}\right) \leftarrow \text{konvergiert}$$

A 16) a) (i) $f'(x) = 3x^2 + \sin(x) + \cos(x) > 0 \quad \forall x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

$f(0) = -1 \qquad f\left(\frac{\pi}{2}\right) = > 0$

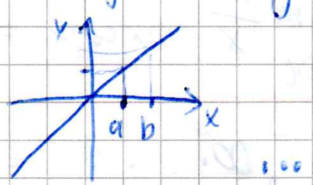
$\rightarrow$ stetige Funktion, die monoton wächst + unterhalb der x-Achse „startet" und oberhalb „endet"

(ii) $f'(x) = (-e^{-x} \cdot \cos(\pi x)) + e^{-x} \cdot (\sin(\pi x)) = < 0 \quad \forall x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$

$f(0) \approx 0{,}5 \qquad f\left(\frac{1}{2}\right) = < 0$

$\rightarrow$ gleiche Begründung, wie (i), aber umgedreht

b)



...

c) stetige Fkt. nehmen auf Kompakten Mengen ein Maximum + Minimum an

$f(x) \Rightarrow$ ist stetig, D_f ist „kompakte Menge"

A 17)

(i) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{2x}{\sin x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{2}{\frac{\sin x}{x}} = \frac{2}{1} = 2$ ✓

(ii) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x \cdot \ldots \cdot \sin nx}{x \cdot x \cdot x \cdot \ldots \cdot x} =$

$= \lim 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n \; \cancel{\overset{n\to\infty}{=} \infty}$ ✓

n geht nicht gegen undendlich, n ist fix aus N

(iii)

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin 5x}{\sin 6x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin 5x}{\sin 6x} \cdot \frac{5x}{5x} \cdot \frac{6x}{6x} =$

$= \lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin 5x}{5x} \cdot \frac{\sin 6x}{6x} \cdot \frac{5x}{6x}$ ✓ $= 1 \cdot 1 \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{6}$ ✓

(iv) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x}{1-\cos\frac{x}{2} + \sin 2x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{\frac{1-\cos\frac{x}{2} + \sin 2x}{x}} =$

$= \lim\limits_{x\to 0} \frac{-1}{\frac{\cos\frac{x}{2}-1}{x} - \frac{\sin 2x}{x}} = \frac{-1}{? - 2}$

0

(v) $\lim\limits_{x\to 0} \cos\left(\frac{\pi}{x} \sin x \cos x\right) = \lim\limits_{x\to 0} \cos\left(\frac{\pi}{x} \sin x \cos x\right) + 1 - 1 =$

$= \lim\limits_{x\to 0} 1 + \lim\limits_{x\to 0} \cos\left(\frac{\pi}{x} \sin x \cos x\right) - 1 =$

$= \lim\limits_{x\to 0} 1 + \lim\limits_{x\to 0} \frac{\left(\cos\left(\frac{\pi}{x} \sin x \cos x\right) - 1\right) \cdot \left(\frac{\pi}{x} \sin x \cos x\right)}{\frac{\pi}{x} \sin x \cos x} =$

$= \lim\limits_{x\to 0} 1 + \lim\limits_{x\to 0} \frac{\left(\cos\left(\frac{\pi}{x} \sin x \cos x\right)\right) - 1}{\frac{\pi}{x} \sin x \cos x} \cdot \lim\limits_{x\to 0} \frac{\pi}{x} \sin x \cos x =$

$1 + 0 \cdot „\infty \cdot 0 \cdot 1 = \cancel{1}$

alles muss in einem sc