Vorlesung 4

Alexander Mattick Kennung: qi69dube

Kapitel 1

24. Juni 2020

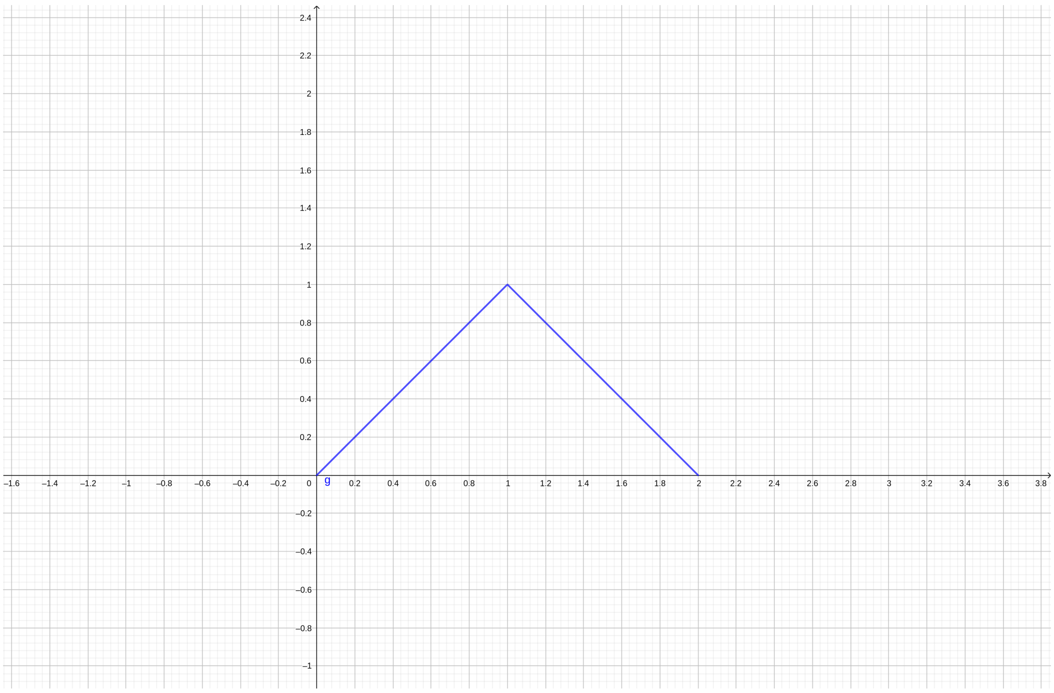
1 45

a)

$$f^X(x) = \frac{2}{3}1_{(0,\frac{3}{2})}(x)$$

b) $Y : \Omega \to \Omega' \wedge \Omega = [0,2] \implies \Omega' = [0,1]$ und $\mathcal{A}$

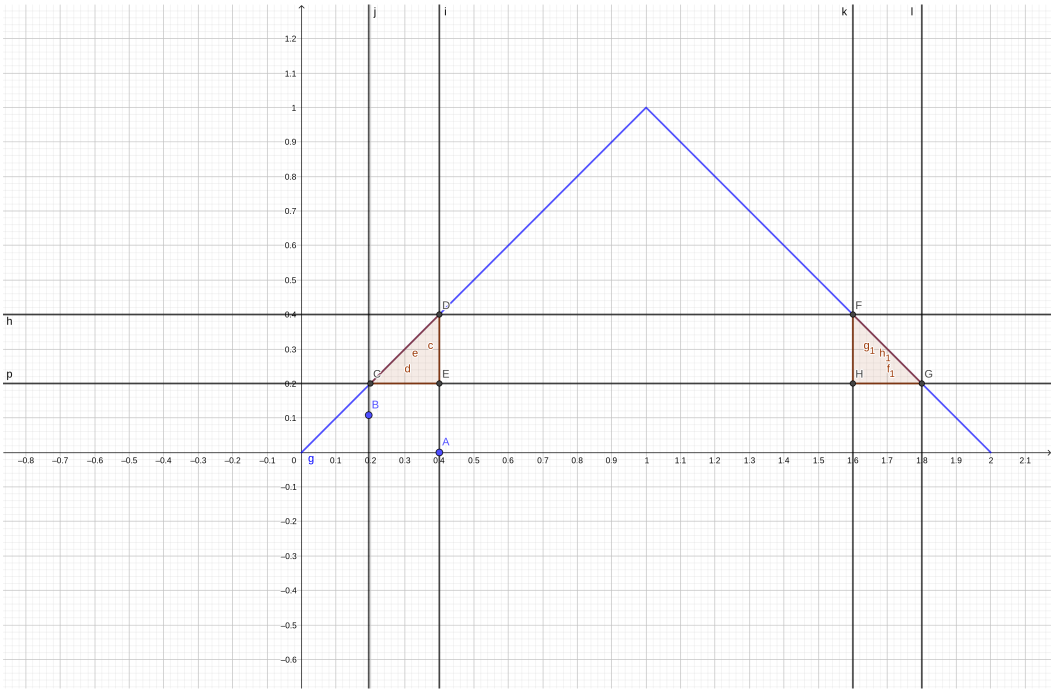
$$Y := 1 - |X - 1|$$



c) $[y_0, y_1] \subset [0,1] = \Omega'$ mit $y_0 \leq y_1$

$$Y \in [y_0, y_1] = \{x \in \Omega | Y(x) \in [y_0, y_1]\} = \{x \in \Omega | x \in [y_0, y_1] \vee x \in [2 - y_1, 2 - y_0]\}$$

Das entsteht dadurch, dass wir hier hier beträge haben, also 2 mögliche Fälle beim Auflösen von $Y = 1 - |X - 1|$ nach X bekommen.



$$P_Y([y_0, y_1]) = P_X([y_0, y_1]) + P_X([2-y_1, 2-y_0]) = \frac{2}{3}(y_1 - y_0) + \int_{2-y_1}^{2-y_0} f(x)dx$$

$$= \frac{2}{3}(y_1 - y_0) + \frac{2}{3}[min(2-y_0, 1.5) - min(2-y_1, 1.5)]$$

$$= \begin{cases} \frac{2}{3}(y_1 - y_0) & 2 - y_1 \geq \frac{3}{2} \\ \frac{2}{3}(y_1 - y_0) + \frac{2}{3}(1.5 - (2 - y_1) & 2 - y_1 \leq 1.5 \land 2 - y_0 \geq 1.5 \\ \frac{2}{3}(y_1 - y_0) + \frac{2}{3}((2 - y_0) - (2 - y_1) & 2 - y_1 \leq 1.5 \land 2 - y_0 \leq 1.5 \end{cases}$$

Es gilt

$$P(x \leq a) = \frac{d}{dx}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = f(x)$$

$$f_Y(y) = \frac{d}{dy}P((-\infty, y)) = \frac{d}{dy}P([0,1])$$

Also oben einfach den Integral von $-\infty$ nach y berechnen.

Fall 1:

$y \in [0,1]$ Also nicht nach $-\infty$ gehen, sondern nur bis 0 (darunter ändert sich nichts mehr).

$$\frac{d}{dy}\begin{cases} \frac{2}{3}y \\ \frac{2}{3}y + \frac{2}{3}(y - 0.5) \\ \frac{4}{3}y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \\ \frac{4}{3} \end{cases}$$

Fall 2: $y \notin [0,1]$

$f_Y(y) = 0$

2 46

$$f^{(X;Y)}(x,y) = \frac{x+y}{32} 1_{\{1,2\}}(x) 1_{\{1,2,3,4\}}(y)$$

$$f_x^x := \sum_{y=1}^{4} f_{(x,y)}^{(X;Y)} = \sum_{y=1}^{4} \frac{x+y}{32} = \frac{2x+5}{16}$$

$$f_y^Y := \sum_{x=1}^{2} f_{(x,y)}^{(X;Y)} = \sum_{x=1}^{2} \frac{x+y}{32} = \frac{2y+3}{32}$$

Also $f_X^X = \frac{2x+5}{16} 1_{\{1,2\}}$ $f_Y^Y = \frac{2y+3}{32} 1_{\{1,2\}}$

$P(X \geq Y) = \underbrace{P(X = 2, Y = 1)}_{Sonst\ gilt\ ungleichung\ nicht} = f^{(X;Y)}(2,1) = \frac{2+1}{32} = \frac{3}{32}$

$P(Y \geq 2x) = P(X = 1, Y = 3) + P(x = 1, Y = 4) = \frac{4+5}{32} = \frac{9}{32}$ $P(X + Y = 3) = P(X = 1, Y = 2) + P(X = 2, Y = 1) = \frac{6}{32}$

c)

Nein: $f_X^X \cdot f_Y^Y = \frac{4x+10}{32} \frac{2y+3}{32} \neq f^{(X;Y)}(x,y)$

Also stochastisch abhängig!

Das kann man auch aus dem $P(X + Y = 3)$ sehen: Wenn man X=1 wählt, ist man gezwungen Y=2 zu wählen.

Somit erzwingt die Wahl von X die Wahl von Y, also stochastisch abhängig!