Vorlesung 4

Alexander Mattick Kennung: qi69dube

Kapitel 1

4. Juni 2020

1 Übung 1

ite true s t $\rightarrow_\delta (\lambda bxy.bxy) true\ s\ t \rightarrow_\beta (\lambda xy.(true)xy)\ s\ t \rightarrow_\beta (\lambda y.(true)sy)\ t \rightarrow_\beta true\ s\ t \rightarrow_\delta (\lambda xy.y)st \rightarrow_\beta (\lambda y.s)t \rightarrow_\beta s$

ite false s t $\rightarrow_\delta (\lambda bxy.bxy) false\ s\ t \rightarrow_\beta (\lambda xy.(false)xy)\ s\ t \rightarrow_\beta (\lambda y.(false)sy)\ t \rightarrow_\beta false\ s\ t \rightarrow_\delta (\lambda xy.x)st \rightarrow_\beta (\lambda y.y)t \rightarrow_\beta t$

Wir schreiben ite x y z = if x then y else z.

Direkt ohne beta-reduktion anwendbar.

not b = b false true.

xor b1 b2 = if b1 then (if b2 then false else true) else b2

implikation b1 b2 = if b1 then b2 else true

2 Übung 2

fact $\lceil 2 \rceil \rightarrow_\beta$ if $\lceil 2 \rceil \leq \lceil 1 \rceil$ else $\lceil 2 \rceil fac(\lceil 2 \rceil - \lceil 1 \rceil) \rightarrow_\beta^* if\ false\ else \lceil 2 \rceil fac(\lceil 2 \rceil - \lceil 1 \rceil) \rightarrow_\beta^* if\ false\ else \lceil 2 \rceil fac(\lceil 1 \rceil) \rightarrow_\beta fac(\lceil 1 \rceil) \rightarrow_\beta \rceil 2 \lceil if\ \rceil 1 \lceil \leq \rceil 1 \lceil\ else \lceil 2 \rceil fac(\lceil 1 \rceil - \lceil 1 \rceil) \rightarrow_\beta^* fac(\lceil 1 \rceil) \rightarrow_\beta \rceil 2 \lceil if\ true\ else \lceil 2 \rceil fac(\lceil 1 \rceil - \lceil 1 \rceil) \rightarrow_\beta \rceil 2 \lceil * \rceil 1 \lceil = \rceil 2 \lceil$

odd n = if n==$\rceil 0 \lceil$ then false else (if $\rceil 2 \lceil$== 1 then true else odd $(n - \lceil 2 \rceil)$)

halve n= if $n \leq \lceil 1 \rceil$ then $\lceil 0 \rceil$ else 1+ halve $(n - \lceil 2 \rceil)$

3 Übung 3

Via normaler Reduktion, schauen, was nie reduziert wird, dass muss das Problem sein, weil normale sub immer NF erreicht, wenn sie existiert:

a) $\underbrace{\underbrace{(\lambda xy.y(\lambda z.x))}_{lambda\ leftmost}(uu)}_{t}(\lambda v.v((\lambda w.w)(\lambda w.w)))$

$\rightarrow_\beta \underbrace{(\lambda y.y(\lambda z.(uu)))(\lambda v.v((\lambda w.w)(\lambda w.w)))}_{outermost} \rightarrow_\beta \underbrace{(\lambda v.v((\lambda w.w)(\lambda w.w)))(\lambda z.(uu))}_{outermost-leftmost,\ lambda\ aussen} \rightarrow_\beta \underbrace{(\lambda z.(uu))((\lambda w.w)(\lambda w.w))}_{outermost-leftmost} \rightarrow_\beta^*$

uu

Problem: $((\lambda w.w)(\lambda w.w))$ b) $(\lambda u.u(\lambda y.z))(\lambda x.x((\lambda v.v)(\lambda v.v)))$

$\rightarrow_\beta \underbrace{(\lambda u.u(\lambda y.z))(\lambda x.x((\lambda v.v)(\lambda v.v)))}_{outermost} \rightarrow_\beta \underbrace{(\lambda x.x((\lambda v.v)(\lambda v.v)))(\lambda y.z)}_{outermost} \rightarrow_\beta (\lambda y.z)((\lambda v.v)(\lambda v.v)) \rightarrow_\beta z$

Problem $((\lambda v.v)(\lambda v.v))$

2.

$U = (\lambda f.fI(\Omega\Omega))(\lambda xy.xx)$

applikativ:

$(\lambda f.fI(\underbrace{\Omega\Omega)}_{innermost}))(\lambda xy.xx) \rightarrow_a (\lambda f.fI(\underbrace{(\lambda x.xx)\Omega)}_{innermost})(\lambda xy.xx)$

$\rightarrow_a (\lambda f.fI((\lambda x.xx)(\lambda x.xx)))(\lambda xy.xx)$

$\rightarrow_a (\lambda f.fI((\lambda x.xx)(\lambda x.xx)))(\lambda xy.xx)$

unendliche Schleife

Normale:

$\rightarrow_n \underbrace{(\lambda f.fI(\Omega\Omega))(\lambda xy.xx)}_{outermost}$

$\rightarrow_n \underbrace{\underbrace{(\lambda xy.xx)}_{leftmost}I(\Omega\Omega)}_{outermost}$

$\rightarrow_n \underbrace{(\lambda y.II)(\Omega\Omega)}_{outermost}$

$\rightarrow_n II$

4 Übung 4

twice fst (pair (pair true false) true) applikativ:

$\underbrace{(\lambda fx.f(fx))fst}_{leftmost-innermost}$ (pair (pair true false) true)

$\underbrace{(\lambda fx.f(fx))(\lambda p.p(\lambda xy.x))}_{leftmost-innermost}(pair(pairtruefalse)true)$

$(\lambda x.(\lambda p.p(\lambda xy.x))((\lambda p.p(\lambda xy.x))\ x))\ \underbrace{(pair(pair\ true\ false)true)}_{leftmost-innermost}$

$(\lambda x.(\lambda p.p(\lambda xy.x))((\lambda p.p(\lambda xy.x))\ x))$ $((\lambda ab\ select.select\ a\ b)$ (pair true false) true)

$(\lambda x.(\lambda p.p(\lambda xy.x))((\lambda p.p(\lambda xy.x))\ x))$ $((\lambda ab\ select.select\ a\ b)$ $((\lambda ab\ select.select\ a\ b)$ true false) true)

normal:

$\underbrace{twicefst}_{leftmost-outermost}\quad (pair(pair\ true\ false)true)$

$\underbrace{(\lambda fx.f(fx))fst}_{leftmost-outermost}$ (pair (pair true false) true)

$\underbrace{(\lambda x.fst(fst\ x))(pair(pair\ true\ false)true)}_{leftmost-outermost}$

$(\underbrace{fst}_{leftmost-outermost}\quad (fst\ (pair(pair\ true\ false)true)))$

$((\lambda p.(\lambda xy.x))\ \underbrace{(fst\ (pair(pair\ true\ false)true)))}_{leftmost-outermost}$

$((\lambda p.(\lambda xy.x))((\lambda p.(\lambda xy.x))\ (pair(pair\ true\ false)true)))$