Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMath C2

Name, Vorname: Dieringer, Nico

StudOn-Kennung: yb68ecaj

Blatt-Nummer: 3

Übungsgruppen-Nr.: 7

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

7, 8, 9

7.5/10 *30 = 22.5

A7) a)

i) $a_n = \frac{5+(-1)^n + \frac{1}{n}\sin n}{n^2}$

$\le \frac{5-1+\frac{1}{n}\cdot(-1)}{n^2} = \frac{4-\frac{1}{n}}{n^2} \xrightarrow{n\to\infty} 0$

$\ge \frac{5+1+\frac{1}{n}\cdot 1}{n^2} = \frac{6+\frac{1}{n}}{n^2} \xrightarrow{n\to\infty} 0$

$\lim_{n\to\infty} a_n = 0$

ii) $b_n = \frac{n}{n^2+1} \cdot \frac{5\sin(2n) - 2\sin(3n)}{6+\cos(4n) - \cos(5n)}$ $\le \frac{1}{n^2} \cdot \frac{5\cdot 1 - 2\cdot(-1)}{6-1-(-1)}$

$= \frac{1}{n} \cdot \frac{7}{4} \xrightarrow{n\to\infty} 0$

$\ge \frac{n}{n^2+1} \cdot \frac{5\cdot(-1) - 2\cdot 1}{6+1-(-1)} = \frac{1}{n+1} \cdot \frac{-7}{8} \xrightarrow{n\to\infty} 0$

$\lim_{n\to\infty} b_n = 0$

			limsuper.	lim infer.
b) i)		$\{0, +\infty\}$	$+\infty$	0
ii)		$\{1, -1\}$	1	-1
iii)		$\{+\infty\}$	$+\infty$	$+\infty$
iv) Fall:	$-1<q<1$:	$\{0\}$	0	0
	$q<-1$:	$\{-\infty\}$	$-\infty$	$-\infty$
	$q=-1$:	$\{-1, 1\}$	1	-1
	$q>1$:	$\{\infty\}$	$+\infty$	$+\infty$
	$q=1$:	$\{1\}$	1	1

A8) a) $\to$ keine Nullfolge $\to$ divergent ✓ Beweis?

b) $\to \sqrt[k]{|a_k|} \to \sqrt[k]{\left(\frac{k-1}{3k^2+2k}\right)^{\frac{k}{2}}} = \left(\frac{k-1}{3k^2+2k}\right)^{\frac{1}{2}}$ ✓ $\le$

Auch hier, der Beweis muss zu ende g

$\le \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{3k+2}} < q$ $\quad \underline{q<1}$ ✓

c) $\to \sqrt[k]{|a_k|} \to \sqrt[k]{\frac{|\sin k|}{k^k}} \le \frac{\sqrt[k]{1}}{k} = \frac{1}{k} < q$ ✓ $\quad \underline{q<1}$

(für $k>1$)

A8) d) $\rightarrow \left|\frac{a_{k+1}}{a_k}\right| = \frac{\frac{\sqrt{k+3}-\sqrt{k}}{2^{k+1}}}{\frac{\sqrt{k+2}-\sqrt{k-1}}{2^k}} =$

$$= \frac{2^k \cdot (\sqrt{k+2}+\sqrt{k-1})}{2^{k+1} \cdot (\sqrt{k+3}+\sqrt{k})} = \frac{1 \cdot (\sqrt{k+2}+\sqrt{k-1})}{2 \cdot (\sqrt{k+3}+\sqrt{k})}$$

$$\leq \frac{1 \cdot (\sqrt{k+2}+\sqrt{k+1})}{2 \cdot (\sqrt{k+2}+\sqrt{k+1})} = \frac{1}{2} < q \qquad \underline{\underline{q<1}}$$

A9) a) i) $\frac{4k+3}{3k^2-4} \geq \frac{4k}{3k^2} \geq \frac{1}{k}$ (harmon. Reihe)

$\nearrow$ Minorante $\rightarrow$ i) ist divergent

ii) $\frac{4k^2+3}{3k^2-4} \geq \frac{4k^2}{3k^2} = \frac{4}{3} \rightarrow$ offensichtlich divergent

iii) $\sqrt[k]{|a_k|} \rightarrow \sqrt[k]{\frac{1}{\sqrt{k}}} = \left(\frac{1}{k^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{k}} = \frac{1^{\frac{1}{k}}}{k^{\frac{1}{2k}}}$

$$= \frac{1}{\text{„}>1\text{"}} < q \qquad \underline{q<1}$$

b) (i) (1.) + (2.) keine Häufungspunkte, wenn $n \in \mathbb{N}$ (keine Teilfolge konvergiert)

(3.) hat Häufungspunkte

ii) $c_n \rightarrow -1; 1$