Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMathC2

Name, Vorname: Maier Thomas

StudOn-Kennung: za98cojo

Blatt-Nummer: 7

Übungsgruppen-Nr: 7

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

A18, A19, A20, ______

16/20*30=24

Mathe C2 – 7. Übung Thomas Maier

A18)

a) $f(x) = x^2 + x + \sqrt{x} + 1 + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$

$f'(x) = 2x + 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2x^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3}$

b) $f(x) = (x^2 + \sqrt{2x})^4$

$f'(x) = 4\left(2x + \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{x}}\right)\left(x^2 + \sqrt{2}\sqrt{x}\right)^3$

c) $f(x) = x e^{x^2} \ln(2+3x)$

$f'(x) = 3x^3 e^{x^3} \ln(3x+2) + e^{x^3} \ln(3x+2) + \frac{3xe^{x^3}}{3x+2}$

d) $f(x) = \arccos(\sqrt{x})$

$f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{1-x}\sqrt{x}}$

e) $f(x) = \frac{\sin 2x}{\ln(x^2+1)}$

$f'(x) = \frac{2\cos(2x)}{\ln(x^2+1)} - \frac{2x\sin(2x)}{(x^2+1)\ln^2(x^2+1)}$

f) $f(x) = x^\alpha$

$f'(x) = \alpha x^{\alpha-1}$

warum? Ihr habt das nur für Ganze zahlen a gezeigt

g) $f(x) = x^{-x^2}$

$f'(x) = \frac{-2x\ln(x) - x}{x^{x^2}}$

h) $f(x) = \ln(x + \ln(2\ln x))$

$f'(x) = \frac{\frac{1}{x\ln(x)} + 1}{\ln(2\ln(x)) + x}$

A19)

a) $\frac{d}{dx}\cos x = -\sin x$

$\hookrightarrow \lim_{h\to 0} \frac{\cos(x_0+h) - \cos(x_0)}{h} \Leftrightarrow \lim_{h\to 0} \frac{\cos(x_0) - \cos(h) - \sin(x_0)\sin(h) - \cos(x_0)}{h}$

$\Leftrightarrow \lim_{h\to 0} \frac{\cos(x_0)(\underbrace{\cos(h)-1}_{\to 0}) - \sin(x_0)\cdot\sin(h)}{h}$

$\Leftrightarrow \lim_{h\to 0} \underbrace{\frac{\cos(x_0)(\cos(h)-1)}{h}} - \underbrace{\frac{\sin(x_0)\cdot\sin(h)}{h}}$

$\hookrightarrow \lim_{h\to 0} \quad 0 - \sin(x_0) = -\sin(x)$

b) (i) $\frac{d}{dx}\tan x \Leftrightarrow \frac{d}{dx}\frac{\sin x}{\cos x} \Leftrightarrow \frac{\cos x\cdot \sin x' - \sin x \cdot \cos x'}{\cos^2 x}$

$\Leftrightarrow \frac{\cos x \cdot \cos x - \sin x \cdot (-\sin x)}{\cos^2 x} \Leftrightarrow \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} \Leftrightarrow \frac{1}{\cos^2 x}$

(ii) $\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$

c) (i) $\frac{d}{dx}\tan(\arctan(x)) = \frac{dx}{dx} = 1$

$\Leftrightarrow \frac{1}{\cos(\arctan(x))^2}\cdot\frac{d\arctan x}{dx} \Leftrightarrow \frac{d\arctan x}{dx} = (\cos(\overbrace{\arctan x}^{\alpha}))^2$

$\cos^2(\alpha) \Rightarrow \tan^2(\alpha) = \frac{\sin^2(\alpha)}{\cos^2(\alpha)} \Leftrightarrow \frac{\sin^2(\alpha)}{\cos^2(\alpha)} = x^2 \Leftrightarrow \sin^2(\alpha) = 1-\cos^2(\alpha) \Leftrightarrow 1-\cos^2(\alpha) = x^2\cdot\cos^2(\alpha)$

$\Leftrightarrow 1 = \cos^2(\alpha)(1+x^2) \Leftrightarrow \cos^2(\alpha) = \frac{1}{1+x^2}$ ✓ ✓

(ii) $\tan'' = 2\tan x\cdot\tan x' + 0 \Leftrightarrow 2\tan x\cdot\frac{1}{\cos^2 x}$ ✓ ✓

$\tan''' = \frac{2\tan x}{\cos^2 x} \Leftrightarrow \frac{4\sin x\cdot\tan x}{\cos^3(x)} + \frac{2\sec^2(x)}{\cos^2(x)}$

$\Leftrightarrow \frac{4\sin(x)\tan(x) + 2\cos(x)\cancel{\sec^2(x)}}{\cos^3(x)}$

sec habt ihr nie definiert

A20)

a) $f'(x) = \alpha\sin\left(\frac{1}{x^2}\right)x^{\alpha-1} - 2\cos\left(\frac{1}{x^2}\right)x^{\alpha-3} \quad | \; x>0$

$\Leftrightarrow x^{\alpha-3}\left(\alpha\sin\left(\frac{1}{x^2}\right)x^2 - 2\cos\left(\frac{1}{x^2}\right)\right)$

b) $f'(0) = \lim_{h\to0}\frac{f(0+h)-f(0)}{h} = \lim_{h\to0}\frac{h^\alpha\sin\frac{1}{h^2} - 0}{h}$

$\hookrightarrow (\alpha\leq1) \to \lim_{h\to0}\sin\frac{1}{h^2}$, existiert nicht!

$\hookrightarrow (\alpha>1) \to \lim_{h\to0} h\cdot\sin\frac{1}{h^2} \,/\, h^\alpha\cdot\sin\frac{1}{h^2}$, existiert!

c) $\lim_{x\to0} f'(x)$ existiert nicht, da $\lim_{x\to0} f'(x) \neq f'(0)$.

f'(x) ist unstetig, weil man für $f'(x)$ nicht gegen $x\to0$ gehen kann.

d) $(\alpha-3)x^{\alpha-4}\left(\alpha\sin\left(\frac{1}{x^2}\right)x^2 - 2\cos\left(\frac{1}{x^2}\right)\right) + x^{\alpha-3}\left(2\alpha\sin\left(\frac{1}{x^2}\right)x - \frac{2\alpha\cos\left(\frac{1}{x^2}\right)}{x} - \frac{4\sin\left(\frac{1}{x^2}\right)}{x^3}\right)$

$\Leftrightarrow x^{\alpha-6}\left((\alpha^2-\alpha)\sin\left(\frac{1}{x^2}\right)x^4 + (6-4\alpha)\cos\left(\frac{1}{x^2}\right)x^2 - 4\sin\left(\frac{1}{x^2}\right)\right)$