Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMath C2

Name, Vorname: Dieringer, Nico

StudOn-Kennung: yb68ecaj

Blatt-Nummer: 7

Übungsgruppen-Nr.: 7

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

18, 19, 20

17/20*30 = 25.5

A18) a)

$$f'(x) = 2x + 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} + 0 - \frac{1}{2\sqrt{x^3}} - \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3}$$

b) $$f'(x) = 4\left(x^2 + \sqrt{2x}\right)^3 \cdot \left(2x + \frac{2}{2\sqrt{2x}}\right)$$

c) $$f'(x) = e^{x^2} \cdot \ln(2+3x) + x \cdot e^{x^2} \cdot 2x \cdot \ln(2+3x) + x \cdot e^{x^2} \cdot \frac{1 \cdot 3}{2+3x} = \ldots$$

d) $$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-\sqrt{x}^2}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

e) $$f'(x) = \frac{\cos(2x) \cdot 2 \cdot \ln(x^2+1) - \sin 2x \cdot \frac{1}{x^2+1} \cdot 2x}{\left(\ln(x^2+1)\right)^2}$$

f) $$f(x) = x^\alpha = e^{\alpha \cdot \ln x}$$

$$f'(x) = \cancel{x^\alpha \cdot}\, \alpha \cdot \frac{1}{x} = \alpha \cdot x^{\alpha - 1}$$

(Die „Rechenregel" haben wir doch auch in a) schon benutzt(?

Nein, wir haben es bis jetzt nur für a als

g) $$f(x) = x^{-x^2} = e^{-x^2 \cdot \ln x}$$

$$f'(x) = x^{-x^2} \cdot \left(-2x \cdot \ln(x) - x^2 \cdot \frac{1}{x}\right)$$

h) $$f'(x) = \frac{1}{x + \ln(2\ln(x))} \cdot \left(1 + \frac{1}{2\ln(x)} \cdot \frac{2}{x}\right)$$

A19) a) $$\cos(x)' = \frac{d}{dx}\left(\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}\right) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{d}{dx}\left((-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}\right) =$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{2k \cdot x^{2k-1}}{(2k)!} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k-1}}{(2k-1)!} = -\sin(x)$$

"mittels differenzenquoti

b) $$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\rightarrow \tan(x)' = \frac{\cos(x)\cos(x) + \sin(x)\sin(x)}{(\cos(x))^2} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}$$

(i) $\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \rightarrow \frac{1}{\cos^2 x}$

(ii) $\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin x}{\cos x} = 1 + \tan^2 x$

c) (i) $$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$$

$$\arctan'(y) = \frac{1}{1 + \tan^2(\arctan(y))} = \frac{1}{1+y^2}$$

Umkehrfkt. tan $\leftrightarrow$ arctan

c) (ii) $\tan''(x) = 0 + 2\tan x \cdot (1+\tan^2 x) = 2(\tan x + \tan^3 x)$ ✓ ✓x

$\tan'''(x) = 2 \cdot ((\tan^2 x + 1) + 3\tan^2 x \cdot (1 + \tan^2 x))$ ✓ ✓x

A 20)

a) $f'(x) = \alpha \cdot x^{\alpha-1} \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) + x^\alpha \cdot \cos\left(\frac{1}{x^2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{x^3}\right) \cdot (-2)$

b) $f'(x) = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{h^\alpha \sin\left(\frac{1}{h^2}\right) - 0}{h} =$

$= \lim\limits_{h\to 0} h^{\alpha-1} \sin\frac{1}{h^2}$ ← beschränkt

→ Fallunterscheidung:

$\alpha - 1 < 0$ $\quad \lim\limits_{h\to 0} h^{\alpha-1}$ → nicht existent

$\alpha - 1 = 0$ $\quad$ " $\quad$ → " " , $\sin\left(\frac{1}{h^2}\right)$ nicht eindeutig

$\alpha - 1 > 0$ $\quad$ " $\quad$ → existiert

→ $f'(0) = 0$

c)