Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMathC2

Name, Vorname: Altmann, Johannes

StudOn-Kennung: ge67qude

Blatt-Nummer: 01

Übungsgruppen-Nr: 7

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

A1, A2, A3, ____

21/24 * 33 = 29

12/14 P

A1)

	min(M)	max(M)	inf(M)	sup(M)
a)	$\sqrt{3}$	—	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$
b)	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$
c)	/	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
d)	$\cancel{1}$	/	$\cancel{1}$	$+\infty$
e)	/	1	0	1
f)	$\cancel{\frac{2}{3}}$	/	$\cancel{\frac{2}{3}}$	$+\infty$
g)	/	/	1	$+\infty$

inf(M)=-\infty, min e

jeweils 1/3

A2)

i) $\frac{3n+4m}{5n^2+10} \leq \frac{15n}{5n^2+10}$

ii) $\frac{5n-m}{2n} \leq \frac{5n-2n}{2n} = \frac{3}{2}$

iii) $\frac{n}{n+m} \leq \frac{n}{n+3n} = \frac{1}{3}$

iv) $\frac{n+m}{\frac{1}{2}-n} \leq \frac{4n}{\frac{1}{2}-n}$

v) $\frac{5n-m+3\cdot 2^m}{3n^3-m+3} \leq \frac{5n-3n+3\cdot 2^{3n}}{3n^3-3n+3} = \frac{2n+3\cdot 2^{3n}}{3n^3-3n+3}$

vi) $m+n+\sin(m)-\sin(17n^2)+2^m+2^{-m}$

$\leq 3n+n+\sin(3n)-\sin(17\cdot(3n)^2)+2^{3n}+2^{-3n}$

9/10

A3)

i) a) $n \in \mathbb{N}$

2(n+1) != 3n

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{\cancel{3n}}{n+4}}{\frac{2n}{n+3}} = \frac{3n}{n+4} \cdot \frac{n+3}{2n} = \frac{3n^2+6n}{2n^2+8n} = \frac{n^2}{2n}$$

$$\frac{n^2}{2n} \geq 1 \quad |: 2n$$

folge Fehler

$$n^2 \geq \frac{1}{2n}$$

$\Rightarrow$ Monoton steigend

ii) a) $b_{n+1} - b_n = \frac{n+1}{4^{n+1}} - \frac{n}{4^n} = \frac{-3n+1}{4^{n+1}} \leq 0$

$\Rightarrow$ monoton fallend

i) b) $a_n = \frac{2n}{n+3}$

$\Rightarrow$ konvergiert gegen 2, da für $\lim\limits_{a_n\, n \to +\infty}$ $\frac{2n \to \infty}{\infty + 3}$

ii) b) $b_n = \frac{n}{4^n}$

$$\lim_{b_n\, n \to +\infty} = \frac{n \to \infty}{4^n \to \infty}$$

Da aber in Zäler n in Quotienten steht konvergiert b_n gegen 0

i) c) $a_n \to 2$

Sei $\epsilon > 0$ belibig vorgegeben. Setze $n_0 := \ldots$ (Später).

Dann gilt für alle $n \geq n_0$: $|a_n - a| = \left|\frac{2n}{n+3} - 2\right| = \left|\frac{2n - 2(n+3)}{n+3}\right|$

$= \frac{}{n+3} \leq \ldots = \epsilon$

NR: $\frac{6}{n+3} \leq \epsilon \quad |\cdot n+3 \qquad \frac{6}{1} \leq \epsilon \cdot n+3 \quad |:\epsilon$

$\frac{6}{\epsilon} \leq n+3 \quad |-3$

$n \geq \frac{6}{\epsilon} - 3$

Wähle $n_0 = \left\lceil \frac{6}{\epsilon} - 3 \right\rceil$ genau hier aufpassen: \epsilon>0

Besser: $\left\lceil \frac{6}{\epsilon} \right\rceil$

Sei $\epsilon > 0$ beliebig vorgegeben. Setze $n_0 := \left\lceil \frac{6}{\epsilon} \right\rceil$

$|a_n - a| = \left|\frac{2n}{n+3} - 2\right| = \left|\frac{2n - 2(n+3)}{n+3}\right| = \frac{6}{n+3}$

$\frac{6}{n+3} \leq \frac{6}{n_0+3} = \frac{6}{\left\lceil \frac{6}{\epsilon} \right\rceil + 3} \leq \frac{6}{\frac{6}{\epsilon} + 3} \leq \frac{6}{\frac{6}{\epsilon}} = \epsilon$

ii c) Sei $\epsilon > 0$ beliebig vorgegeben. Setze $n_0 := \ldots$

Dann gilt für alle $n \geq n_0$: Das geht auch einfacher:man kann nur n<= 2^r

$|a_n - a| = \left|\frac{n}{4^n} - 0\right| = \frac{n}{4^n} \leq \epsilon$

NR: $\frac{2^n}{4^{2n}} \leq \epsilon = \left(\frac{1}{8}\right)^n \leq \epsilon \iff n \geq \log_{\frac{1}{8}} \epsilon$

Sei $\epsilon > 0$ beliebig vorgegeben. Setze $n_0 := \max\{\lceil \log_{\frac{1}{8}} \epsilon \rceil, 1\}$

Dann gilt für alle $n \geq n_0$

$|a_n - a| = \frac{n}{4^n} \leq \frac{n_0}{4^{n_0}} \leq \frac{2^{n_0}}{4^{2n_0}} = \left(\frac{1}{8}\right)^{n_0} = \left(\frac{1}{8}\right)^{\lceil \log_{\frac{1}{8}} \epsilon \rceil} = \epsilon$