

Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben IngMathC2

Name, Vorname:

Mair Thomas

StudOn-Kennung:

za 98010

Blatt-Nummer:

6

Übungsgruppen-Nr:

7

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

A15, A16, A22, _____

A15)

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \rightarrow$ Divergent (Aus Vorlesung bekannt) ✓

↳ Der Turm wird unendlich hoch. ✓

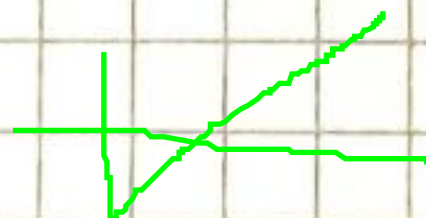
b) $\sum_{k=1}^{\infty} 5 \cdot \frac{1}{k^2} - \frac{1}{(k+1)^2} \Leftrightarrow 4 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{(k+1)^2} \right)$ ✓

$\Leftrightarrow 4 \cdot \frac{\pi^2}{6} + (1-0)$, ja, der Turm kann mit endlich viel Farbe angestrichen werden. ✓

c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^3} \rightarrow$ Konvergiert (Aus Vorlesung bekannt) ✓

↳ Ja, endlich viel Beton reicht aus. ✓

d)



A16)

a) (i) $f(x) = x^3 + \sin x - \cos x ; (0, \frac{\pi}{2})$

Es fehlt: die funktion ist stetig (weil sie aus stetigen funktionen besteht)

$f(0) = -1 < 0$

$f(\frac{\pi}{2}) \approx 4,875$

} Mindestens eine Nullstelle ✓

$f'(x) = \underbrace{3x^2}_{>1} + \underbrace{\cos x + \sin x}_{\geq 1} > 0 \rightarrow$ Streng monoton wachsend

\Rightarrow Genau eine Nullstelle ✓

(ii) $f(x) = e^{-x} \cdot \cos(\pi x) - \frac{1}{2} ; (0, \frac{1}{2})$

funktion muss stetig sein -> Beweis! Das ist der wichtigste Teil bei Bolzano

$f(0) = \frac{1}{2} > 0$

$f(\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2} < 0$

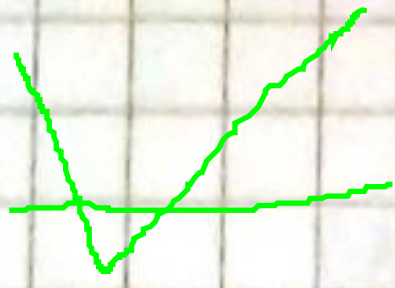
} Mindestens eine Nullstelle ✓

↳ $f(x) = \underbrace{e^{-x}}_{\lim_{x \rightarrow \infty} = 0} \cdot \underbrace{\cos(\pi x)}_{[-1,1]} - \frac{1}{2} = 0 \cdot [-1,1] - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

↳ Konvergiert gegen $-\frac{1}{2}$

\Rightarrow Genau eine Nullstelle ✓

b) $a < b, f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R} ; f(a) = b \wedge f(b) = a$



c) $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^{-x^2} \sin(x) ; D_f := \{11, 17\} \vee ([-5, 5] \setminus (-1, 1))$

Satz vom Maximum/Minimum 3

- $f: D_f \rightarrow \mathbb{R}$ stetig: $\overset{\text{stetig}}{e^{-x^2}} \cdot \overset{\text{stetig}}{\sin(x)} \rightarrow \text{stetig} \checkmark$

↳ Da auch ~~die~~ D_f kompakt ist, kann man darauf schließen.

Das ist sehr spartanisch: Am besten die folgerung noch explizit aufschreiben. (daraus folgt, dass min/max