Karataev, Phillip
viggjida
Blatt: 01
Gruppe: 7
Aufgaben: alle

19.5/24 * 33=27

A1)

	inf	sup	min	max
a.)	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{3}$	/
b.)	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$
c.)	0	$\frac{1}{2}$	/	$\frac{1}{2}$
d.)	$-\infty$	$+\infty$	/	/
e.)	0	1	/	1
f.)	$\frac{2}{3}$	∞	$\frac{2}{3}$	/
g.)	1	∞	/	/

A2)

(i) $\frac{3n+4m}{5n^2+10} \leq \frac{3n+4\cdot 3n}{5n^2+10} =$

(ii) $\frac{5n-m}{2n} \leq \frac{5n-2n}{2n} = \frac{3n}{2n} = 1.5$

(iii) $\frac{n}{n+m} \leq \frac{n}{n+2n} = \frac{1}{3}$

(iv) $\frac{n+m}{\frac{1}{2}-n} \leq \frac{n+2n}{\frac{1}{2}-n} = \frac{3n}{\frac{1}{2}-n}$

(v) $\frac{5n-m+3\cdot 2^m}{3n^3-m+3} \leq \frac{5n-3n+3\cdot 2^{3n}}{3n^3-3n+3} = \frac{2n+3\cdot 2^{3n}}{3n^3-3n+3} = \frac{2n+3\cdot 2^{3n}}{3(n^3-n+1)}$

(vi) $m+n+\sin(m)-\sin(17m^2)+2^m+2^{-m} \leq 3n+n+1-(-1)+2^{3n}+2^{-3n}$
$= 4n+2+2^{3n}+2^{-3n}$

A3)

a.)(i) Angenommen: $a_{n+1} < a_n$

$\Leftrightarrow \frac{2n+2}{n+4} < \frac{2n}{n+3}$

$\Leftrightarrow (2n+2)(n+3) < 2n(n+4)$

$\Leftrightarrow 2n^2+8n+6 < 2n^2+8$

$\Leftrightarrow 2n^2+8n+6 \overset{?}{\leq} 2n^2+14 < 2n^2+8$

$\Leftrightarrow 16 < 10 \quad 1 \leq n$ ↯ Widerspruch

$\Rightarrow a_{n+1} \geq a_n$

$\Rightarrow$ ist monoton steigend für alle $n \in \mathbb{N}$.

Nur weil eine funktion nicht m

(ii) Angenommen: $b_{n+1} > b_n$

$$\frac{n+1}{4^{n+1}} > \frac{n}{4^n} \Leftrightarrow 4^n(n+1) > n(4^{n+1})$$
$$\Leftrightarrow 4^n(n+1) > 4^n \cdot 4^n$$
$$\Leftrightarrow n+1 > 4n \geq 3n+1$$
$$\Leftrightarrow n+1 > 3n+1$$
$$\Leftrightarrow 0 > 2n \underset{n \geq 1}{\geq} 2 \quad ⚡ \text{ Widerspruch}$$
$$\Rightarrow b_{n+1} \leq b_n$$
$\Rightarrow$ ist monoton fallend für alle $n \in \mathbb{N}$.

b.)
a_n konvergiert gegen 2
b_n konvergiert gegen 0

c.) (i) zu zeigen $\forall \varepsilon > 0 \; \exists n_0 \in \mathbb{N} \; \forall n \geq n_0 : |a_n - a| \leq \varepsilon$

$$|a_n - a| = \left|\frac{2n}{n+3} - 2\right| = \left|\frac{-6}{n+3}\right| = \frac{6}{n+3} \leq \dots = \varepsilon$$

NR: $\frac{6}{n+3} \leq \varepsilon \Leftrightarrow \frac{6}{\varepsilon} \leq n+3 \Leftrightarrow n \geq \frac{6}{\varepsilon} - 3$

n_0 >= 6/e -3 wäre hie

Sei $\varepsilon > 0$ beliebig vorgegeben, setze $n_0 := \left\lfloor \frac{6}{\varepsilon} - 3 \right\rfloor + 1$

Dann gilt für alle $n \geq n_0$

$$|a_n - a| = \frac{6}{n+3} \underset{A3)a(i)}{\leq} \frac{6}{n_0+3} \leq \varepsilon$$

man muss das mit e einsetz

das geht auch fü

(ii) zu zeigen $\forall \varepsilon > 0 \; \exists n_0 \in \mathbb{N} \; \forall n \geq n_0 : |b_n - b| \leq \varepsilon$

$$|b_n - b| = \left|\frac{n}{4^n} - 0\right| = \frac{n}{4^n} \leq \dots = \varepsilon$$

NR: $\frac{n}{4^n} \leq \varepsilon$

$$\frac{n}{4^n} = \frac{n}{2^{2n}} \leq \frac{2^n}{2^{2n}} = \frac{1}{2^n} \leq \varepsilon$$
$$\Leftrightarrow 2^n \geq \frac{1}{\varepsilon} \Leftrightarrow n \geq \log_2 \frac{1}{\varepsilon}$$

sei $\varepsilon > 0$ beliebig vorgegeben. setze $n_0 = \left\lfloor \log_2 \frac{1}{\varepsilon} \right\rfloor + 1$

Dann gilt für alle $n \geq n_0$

$$|b_n - b| = \frac{n}{4^n} \underset{A3)a(ii)}{\leq} \frac{n_0}{4^{n_0}} \leq \varepsilon$$

Karateev Phillip