Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMathC2

Name, Vorname: Do, Van anh

StudOn-Kennung: hi97zaba

Blatt-Nummer: 8

Übungsgruppen-Nr: 7

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

21, 22, 23,

14/22*30=19

A21 Regel von de l'Hospital

a) $\lim\limits_{x\to0} \frac{\overset{\to 0}{\sin(x^2)}}{\underbrace{x^3+8x^2}_{\to 0}} = \lim\limits_{x\to0} \frac{\cos(x^2)\cdot 2x}{3x^2+16x} \overset{\text{Hos}}{=} \lim\limits_{x\to0} \frac{2\overset{\to 1}{\cos(x^2)}}{\underbrace{3x+16}_{\circ}} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

b) $\lim\limits_{x\to0} \frac{\sin(x^2)}{x^2+8x^2} = \lim\limits_{x\to0} \frac{\sin(x^2)}{x^2} \cdot \lim\limits_{x\to0} \frac{1}{x+8} = 1 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$

c) $\lim\limits_{x\to0} \sqrt{x}\ln x = \lim\limits_{x\to0} \frac{\overset{\to -\infty}{\ln x}}{\underbrace{\frac{1}{\sqrt{x}}}_{\to +\infty}} \overset{\text{Hos}}{=} \lim\limits_{x\to0} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{-2\sqrt{x^3}}} = \overset{\lim\limits_{x\to0}}{\downarrow} \frac{-2\sqrt{x^3}}{x} = \lim\limits_{x\to0} -2\sqrt{x} = 0$

d) $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{x}\ln x = „\infty\cdot\infty“ = \infty$

e) $\lim\limits_{x\to0} \frac{\overbrace{\overset{1}{\cos(6x)} - 1}^{0}}{\underbrace{x^3+2x^2}_{0}} \overset{\text{Hos}}{=} \lim\limits_{x\to0} \frac{\overbrace{-\sin(6x)\cdot 6}^{0}}{\underbrace{3x^2+4x}_{0}} \overset{\text{Hos}}{=} \lim\limits_{x\to0} \frac{-36\cos(6x)}{6x+4} = -9$

f) $\lim\limits_{x\to0} \frac{\overbrace{1-\cos(x)\cos(2x)}^{0}}{\underbrace{e^{x^2}-1}_{0}} \overset{\text{Hos}}{=} \overset{\lim\limits_{x\to0}}{\downarrow} \frac{(-\sin(x)\cdot\cos(2x) - 2\sin(2x)\cdot\cos(x))}{2xe^{x^2}} = \lim\limits_{x\to0} \frac{\sin(x)\cdot\cos(2x) + 2\sin(2x)\cdot\cos(x)}{2xe^{x^2}} = \lim\limits_{x\to0} \frac{\sin(x)}{x} \cdot \lim\limits_{x\to0} \frac{\cos(2x)}{2e^{x^2}} + \lim\limits_{x\to0} \frac{\sin 2x}{2x} \cdot \lim\limits_{x\to0} \frac{2\cos x}{e^{x^2}} = \lim\limits_{x\to0} \frac{\cos(2x)}{2e^{x^2}} + \lim\limits_{x\to0} \frac{2\cos x}{e^{x^2}} = 2\frac{1}{2}$

g) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{\overbrace{\ln(1+\alpha x)}^{\to\infty}}{\underbrace{\ln(\ln(e^{\beta x} + \underset{\to 0}{e^{-\beta x}}))}_{\to\infty}} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\ln(1+\alpha x)}{\ln(\ln(e^{\beta x}))} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\overbrace{\ln(1+\alpha x)}^{\to\infty}}{\underbrace{\ln(\beta x)}_{\to\infty}} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\frac{\alpha}{1+\alpha x}}{\frac{1}{x}} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\alpha x}{1+\alpha x} = 1$

das geht nicht, weil die funktion nicht st

h) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\overbrace{6\sqrt{x}+5+\frac{4}{\sqrt{x}}}^{\to\infty}}{\underbrace{3\sqrt{x}+e^{-2x}+\frac{1}{\sqrt{x}}}_{\to\infty}} \overset{\text{Hos}}{=} \overset{\lim\limits_{x\to+\infty}}{\downarrow} \frac{\overbrace{\frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt{x^3}}}^{\to 0}}{\underbrace{\frac{3}{2\sqrt{x}} - 2e^{-2x} - \frac{1}{2\sqrt{x^3}}}_{\to 0}}$

Nach weiterem Ausführen würden die Brüche und die e-Funktion (wird allerdings 0) weiterhin stehen bleiben, Man hat immer wieder einen Grenzwert des Typs „$\frac{0}{0}$“

$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{6\sqrt{x}+5+\overbrace{\frac{4}{\sqrt{x}}}^{\to 0}}{3\sqrt{x}+\underbrace{e^{-2x}}_{\to 0}+\underbrace{\frac{1}{\sqrt{x}}}_{\to 0}} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{6\sqrt{x}+5}{3\sqrt{x}} \overset{\sqrt{x}\text{ ausklammern}}{=} \lim\limits_{x\to\infty} \frac{6+\frac{5}{\sqrt{x}}}{3} = 2$

besser zuerst ausklammern

A22 globale Extrema

a) $f: [-\frac{\pi}{2}, \pi] \to \mathbb{R} \quad f(x) = \cos x - \cos^2 x$

$f'(x) = -\sin x - (2\cos x\cdot(-\sin x)) = -\sin x + 2\cos x \sin x$

$0 = -\sin x + 2\cos x \sin x$

$\sin x = 2\cos x \sin x$

$\Rightarrow 2\cos x = 1 \quad \vee \quad \sin x = 0$

$x_1 = \frac{\pi}{3} \qquad x_3 = 0$

$x_2 = -\frac{\pi}{3} \qquad x_4 = \pi$

$M \subseteq [-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3}, 0, \frac{\pi}{3}, \pi] \to$ potenzielle Extremstellen

$f(-\frac{\pi}{2}) = 0 - 0 = 0 \qquad f(0) = 1 - 1 = 0 \qquad f(\pi) = -1 - 1 = -2$

$f(-\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \qquad f(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$

globales Minimum: -2 | globales Maximum: $\frac{1}{4}$
Minimumstelle: π | Maximalstelle(n): $-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}$

b) $f: (0,\infty) \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{\ln x}{x}$

$f'(x) = \frac{\frac{1}{x}\cdot x - \ln x}{x^2} = \frac{1-\ln x}{x^2}$

$0 = \frac{1-\ln x}{x^2}$

$\Rightarrow x = e$

$\lim\limits_{x\to0} \frac{\ln x}{x} = -\infty \qquad \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\overset{\to\infty}{\ln x}}{\underset{\to\infty}{x}} \overset{\text{Hos}}{=} \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1}{x} = 0 \qquad f(1) = \frac{\ln(e)}{e} = \frac{1}{e}$

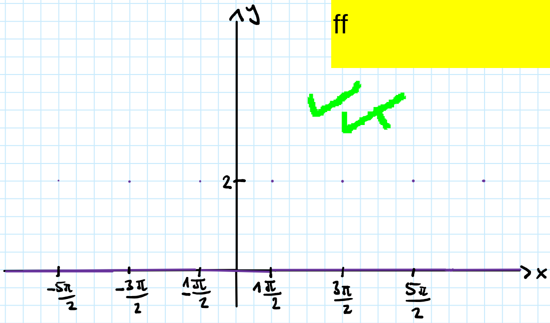
globales Maximum: $\frac{1}{e}$ | globales Minimum existiert nicht
Maximalstelle: e | $\inf = -\infty$

A23 (punktweise / gleichmäßige Konvergenz von Folgen und Funktionen)

$f_n(x) := (2\sin x)^n \qquad f_n : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$

a) Grenzfunktion : Menge $B := \cancel{\{\pm\frac{1}{2}\pi, \pm\frac{3}{2}\pi, \pm\frac{5}{2}\pi \ldots\}}$

$f(x) \in \begin{cases} 0 & \text{für alle } \mathbb{R} \setminus B \\ \cancel{2} & \text{für alle } x \in B \end{cases}$



ff

konvergent auf $[0, \pi]$

b) M_1 nicht gleichmäßig

M_2 leichmäßig

M_3 gleichmäßig

M_4 gleichmäßig