Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMathC2

Name, Vorname: Mauer, Leon

StudOn-Kennung: se84quze

Blatt-Nummer: 7

Übungsgruppen-Nr: 7

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

A18, A20, ______, ______

17/20*20=17

se84quze Leon Bauer

A18

a) $f(x) = x^2 + x + \sqrt{x} + 1 + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \quad (\text{für } x \neq 0)$

$$f'(x) = 2x + 1 + x^{-\frac{1}{2}} - \cancel{\frac{1}{x^{-\frac{3}{2}}}} - \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3}$$

entweder im nenner oder neg

b) $f(x) = (x^2 + \sqrt{2x})^4 \quad (\text{für } x > 0)$

$$f'(x) = 4(x^2 + \sqrt{2x}) \cdot \left(2x + \frac{1}{2\sqrt{2x}}\right)$$

c) $f(x) = x\, e^{x^2} \ln(2+3x) \quad (\text{für } x > -\frac{2}{3})$

$$f'(x) = 1 \cdot e^{x^2} \ln(2+3x) + x \cdot 2x e^{x^2} \ln(2+3x) + x e^{x^2} \frac{1}{2+3x} \cdot 3 = e^{x^2}(1 + 2x^2) \ln(2+3x) + e^{x^2} \frac{3x}{2+3x}$$

d) $f(x) = \arccos(\sqrt{x}) \quad (\text{für } 0 < x < 1)$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-(\sqrt{x})^2}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = -\frac{1}{2\sqrt{1-x}\sqrt{x}}$$

e) $f(x) = \frac{\sin 2x}{\ln(x^2+1)} \quad (\text{für } x \neq 0)$

$$f'(x) = \frac{2\cos(2x)\ln(x^2+1) - \sin(2x) \cdot \frac{1}{x^2+1} \cdot 2x}{(\ln(x^2+1))^2}$$

Se84qeze Leon Mauer

f) $f(x) = x^{\alpha} \quad$ (für $x > 0$, $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$)

$$f'(x) = e^{\alpha \ln x} \alpha \frac{1}{x} = x^{\alpha} \cdot \frac{\alpha}{x}$$

g) $f(x) = x^{-x^2} \quad$ (für $x > 0$)

$$f'(x) = \cancel{x^{-x^2}(1 + \ln x)}$$

Beweis? Dafür braucht man mir

h) $f(x) = \ln(x + \ln(2 \ln x)) \quad$ (für z.B. $x \geq \sqrt{e}$)

$$f'(x) = \frac{1}{x + \ln(2 \ln x)} \cdot \left(1 + \frac{1}{2 \ln x} \cdot \frac{2}{x}\right)$$

$$= \frac{1}{x + \ln(2 \ln x)} \cdot \left(1 + \frac{1}{x \ln x}\right)$$

Se84quze Leon Rauer

A201

a)

$$f'(x) = \alpha x^{\alpha-1} \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) + x^{\alpha}\left(\cos\left(\frac{1}{x^2}\right)\right)\left(-2x^{-3}\right)$$

$$= \alpha x^{\alpha-1} \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) - 2x^{\alpha-3} \cos\left(\frac{1}{x^2}\right)$$

b)

$$f'(0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} \frac{h^{\alpha} \sin \frac{1}{h^2} - 0}{h}$$

$$= \lim_{h \to 0} h^{\alpha-1} \sin \frac{1}{h^2}$$

Fallunterscheidung:

1. Fall $\alpha > 1$:

Ist $h^{\alpha-1} \xrightarrow{h \to 0} 0$, und weil der sin-Term beschränkt ist $\Rightarrow f'(0)$ existiert. $f'(0) = 0$

se84quze Leon Mauer

2. Fall $\alpha = 1$:

$h^0 = 1$, und sin-Term divigent

$\Rightarrow$ kein Grenzwert

3. Fall $0 < a < 1$:

Beide Faktoren divigent

$\Rightarrow$ kein Grenzwert

$\Rightarrow$

$$f'(0) \begin{cases} = 0, & a > 1 \\ \text{ex. nicht}, & 0 < a \leq 1 \end{cases}$$

c) f' an der Stelle $x = 0$

$$\lim_{x \to 0} f'(x) = \lim_{x \to 0} \alpha x^{\alpha - 1} \sin \frac{1}{x^2} - 2 x^{\alpha - 3} \cos \frac{1}{x^2}$$

$$= - \lim_{x \to 0} 2 x^{\alpha - 3} \cos \frac{1}{x^2}$$

$$= \begin{cases} 0, & \alpha > 3 \\ \text{ex. nicht}, & \underline{0} < \alpha \leq 3 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ stetig für $\alpha > 3$

die frage zu stellen macht nur für a

se84quze Leon Mauer

d)

$$f''(x) = (\alpha - 3)\, x^{\alpha - 4}\left(\alpha \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) x^2 - 2\cos\left(\frac{1}{x^2}\right)\right)$$

$$+ x^{\alpha - 3}\left(2\alpha \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) x - \frac{2\alpha \cos\left(\frac{1}{x^2}\right)}{x} - \frac{4 \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)}{x^3}\right)$$

$$= x^{\alpha - 6}\left(\left(\alpha^2 - \alpha\right) \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) x^4 + (6 - 4\alpha) \cos\left(\frac{1}{x^2}\right) x^2 - 4 \sin\left(\frac{1}{x^2}\right)\right)$$

4