# Vorlesung 4

Alexander Mattick Kennung: qi69dube

Kapitel 1

22. Mai 2020

Die Verteilungsfunktion von $\mathcal{N}(0,1)$ ($\Phi(x < X)$) ist punktsymetrisch um (0,0.5).
Also bekommt man den Wert $P(X \leq Y) = \Phi(-Y) = 1 - \Phi(Y)$

## 1 Integral in $\mathbb{R}^2$

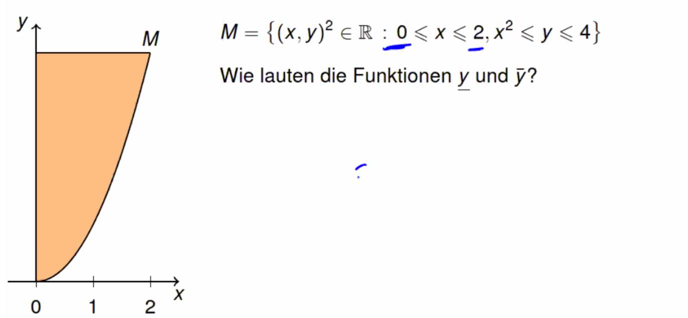
"gekoppelte Modelle" aus mehreren Zufallsvariablen. Die Wahrscheinlichkeit ist jetzt definiert, als eine Funktion über diese zwei Zufallsvariablen. Im kontinuierliche ist dies ein integral über die "Fläche" des Integrals.

### 1.1 Parameterintegral

$I \subseteq \mathbb{R}$ sei ein Interval $f : [a,b] \times I \to \mathbb{R}$ eine Funktion $f(t,x)$ von zwei variablen $[a,b] \times I = \{(t,x) \in \mathbb{R}^2 : t \in [a,b], x \in I\}$

$$F(x) = \int_a^b f(t,x)dt$$

heißt Integralfunktion und das Integral ein Parameterintegral. (hier ist x ein parameter und nur t wird integriert)
Beispiel:
Gesucht ist eine Parabel p mit Scheitel im Ursprung, für die integrierte quadratische Abweichung vvon $q(x) = x^4$ im Intervall $[-1,1]$
$p(x) = a \cdot x^2$, also Parameterintegral über $[-1,1]$ von da aus hat man ein normales minmierungsproblem in a.




$\int_M f dM = \int_0^2 (\int_{\underline{y(x)}}^{\overline{y(x)}} x + y dy)dx = \int_2^0 \int_{x^2}^4 x + y dy dx = \int_0^2 [x * y + \frac{1}{2}y^2]_{y=x^2}^{y=4} dx$
$= \int_0^2 (x * 4 + 8 - (x * x^2 + \frac{1}{2}(x^2)^2))dx = \dots$

Weiterführende Fragen:

**Weiterführende Fragen**

1. Gegeben die sei die Menge

$$M := \left\{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \,:\, a \leqslant x_1 \leqslant b, c \leqslant x_2 \leqslant \frac{d-c}{b-a}(x_1 - a) + c \right\}.$$

   Integrieren Sie die Funktion $f(x, y) = x + y$ über $M$.
2. Wiederholen Sie die Berechnung von Determinanten und den Begriff Funktionaldeterminante.
3. Mit welcher Abbildung die Menge

$$H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, 0 \leqslant x \leqslant 2\pi, 0 \leqslant y \leqslant 1\}$$

   auf Menge

$$G = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, \frac{x^2}{a^2} + \frac{b^2}{b^2} \leqslant 1\right\}$$

   mit $a, b \in \mathbb{R}^+$ abgebildet werden.

integral $M = \{x \in \mathbb{R}^2 : a \leq x_1 \leq b, c \leq x_2 \leq \frac{d-c}{b-a}(x_1 - a) + c\}$

ist hier $x_2$ projeziert und $x_1$-projezierbar.

und integrieren über $f(x, y) = 1$

$$\int_a^b \int_c^{\frac{d-c}{b-a}(x_1-a)+c} 1 \, dx_2 dx_1 = \mu(M)$$

wobei $\mu$ das Maß von M ist.

$$\int_a^b \frac{d-c}{b-a}(x_1 - a) + c - c \, dx_1$$

$$\int_a^b \frac{d-c}{b-a} x_2 - \frac{d-c}{b-a} a \, dx_1$$

$$(\frac{d-c}{2(b-a)} b^2 - \frac{d-c}{b-a} ab) - (\frac{d-c}{2(b-a)} (a)^2 - \frac{d-c}{b-a} a^2)$$

$$\frac{d-c}{2(b-a)} (b^2 - 2ab - a^2 + 2a^2)$$

$$\frac{d-c}{2(b-a)} (b-a)^2 = \frac{1}{2}(d-c)(b-a)$$

Das integral muss so gebaut sein, dass die äußere Integrationsgrenze irgendwo im inneren integral vorkommt.

Die äußeren sind die, die nicht von einer variablen abhängen:

$$\int_b^a \left( \int_{\underline{y}(x)}^{\overline{y}(x)} f(x, y) dy \right) dx$$

Funktionaldeterminante: Determinante der jacobi-matrix $det(Jf(x))$

Veralgemeinerung auf nicht-quadratische $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ transformationen. (liefert eine nicht quadratische jacobimatrix, mit breite= anzahl eingabe-parameter und höhe=anzahl ausgabeparameter=$\mathbb{R}^{m \times n}$)

$$\mathcal{J} f(x) := \sqrt{(det((Jf(x))^T Jf(x)))}$$

3.

$f(x, y) = \{(x', y') | x' = \sin(x), y' \leq \sqrt{b^2(1 - x'^2/a^2)}\}$ weil $\sin(x) = y$ $x \in (0, 2\pi), y \in (0, 1)$