

Vorlesung 4

Alexander Mattick Kennung: qi69dube

Kapitel 1

8. Mai 2020

Maßraum ist $(\Omega, \mathcal{A}, P(x))$

Messraum (Ω, \mathcal{A})

$\mu(A) = |A|$ für endliche Mengen ist ein Maß, aber kein Wahrscheinlichkeitsmaß.

Wenn man das durch $|\Omega|$ teilt, dann wird das Maß zum Wahrscheinlichkeitsmaß (relative Wahrscheinlichkeit)

Sei $\Omega = \sum B_i$ mit $P(B_i) = p_i$

und $A \subset \Omega$ Sei $P(A|B_i) = p_{ai}$ $P(A)$ mit formel für Totale Wahrscheinlichkeit.

$$P(A) = \sum_{i \in I} P(A \cap B_i) = \sum_{i \in I} P(A|B_i)P(B_i)$$

$P(A \cap B_k)$ über bedingte Wahrscheinlichkeit $P(A|B_i)P(B_i) = P(A \cap B_i)$

Regel von Bayes: $P(B_k|A) = \frac{P(A \cap B_k)}{P(A)}$

Sei $P(1) = \frac{q}{3}$, $P(2) = \frac{q}{3}$, $P(3) = \frac{q}{6}$

$$P(\Omega) = P(1) + P(2) + P(3) = q(\frac{2}{6} + \frac{3}{6} + \frac{1}{6}) = q \cdot 1 \implies q = 1$$

1 unbedingte und bedingte Wahrscheinlichkeit

Dunstig

Laut einer Erhebung aus dem Jahr 2013 raucht ein Viertel der deutschen Bevölkerung (Personen, die älter als 15 Jahre sind). Es wird nur zwischen weiblichen Personen und männlichen Personen unterschieden. Von den weiblichen Personen rauchen 20% und von den männlichen Personen sind 30% Raucher.

1. Geben Sie die Verteilung für männliche Personen und weibliche Personen der deutschen Bevölkerung (Personen älter als 15 Jahre) an.
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person (älter als 15 Jahre) die raucht auch männlich ist?

Was kennen wir bereits?

$$\begin{array}{llll} P(M) = \frac{1}{2} & P(W) = \frac{1}{2} & P(R) = \frac{1}{4} & P(NR) = \frac{3}{4} \\ P(R|M) = \frac{3}{10} & P(R|W) = \frac{1}{5} & & \end{array}$$

Gemeinsame Wahrscheinlichkeit: $P(M \cap NR) = P(NR|M)P(M)$

$$P(W \cap NR) = P(NR|W)P(W)$$

Wir wissen, dass es nur raucher und nichtraucher gibt, also $P(NR|M) = 1 - P(R|M)$, $P(NR|W) = 1 - P(R|W)$

$$P(M|R) = \frac{P(M \cap R)}{P(R)} = \frac{P(R|M)P(M)}{P(R)}$$

$$P(W|R) = \frac{P(W \cap R)}{P(R)} = 1 - P(M|R)$$

Also induziert eine Bedingte Wahrscheinlichkeit ein neues Wahrscheinlichkeitsmaß!

Sind die Eigenschaften (W,M) und (R,NR) stochastisch unabhängig?

für Unabhängigkeit muss $P(M)P(R) \stackrel{?}{=} P(M \cap R)$ sein.

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \stackrel{?}{=} \frac{3}{20} \implies$ die Beiden sind nicht stochastisch unabhängig!