Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMathC2

Name, Vorname: Wurm, Jens

StudOn- Kennung: qy28qise

Blatt- Nummer: 03

Übungsgruppe- Nr. 7

Die Folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei: Alle

A1) a) (i) $\dfrac{5 + (-1)^n + \frac{1}{n} \cdot \sin(n)}{n^2} \Rightarrow = 0$

$\lim\limits_{n\to\infty} \in \{-1, 1\}$ $\quad \lim\limits_{n\to\infty} \quad = 0$

$\hat{=} \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5 + (-1)^n}{n^2}$ $\quad$ n gerade $= \dfrac{6}{n^2}$, n ungerade $= \dfrac{4}{n^2}$ $\Big\} = 0$

(ii) $\dfrac{n}{n^2+1} \cdot \dfrac{5 \sin(2n) - 2 \sin(3n)}{6 + \cos(4n) - \cos(5n)}$ $\hat{=}$ Rest

$= \dfrac{1}{n + \frac{1}{n}} \cdot \text{Rest} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n + \frac{1}{n}} \cdot \text{Rest}$, $\frac{1}{n} = 0$, $= \dfrac{1}{\infty} \cdot \text{Rest} = 0 \cdot \text{Rest} = 0$

b) (i) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \Rightarrow$ inf 0, sup ∞, HP /, TP 0

(ii) " " $\Rightarrow$ inf -1, sup 1, HP 1, TP -1

(iii) " " $\Rightarrow$ inf -11, sup ∞, HP /, TP -11

(iv) " " $\Rightarrow$ wenn $q < 0$: wenn n gerade: inf 0, sup ∞, HP /, TP 0

" " ungerade: inf $-\infty$, sup 0, HP 0, TP /

wenn $q = 0$: $n \neq 0$, da 0^0 undefiniert: immer 0

wenn $q > 0$: inf 0, sup ∞, HP /, TP 0

A8) a) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{2+k}$ Divergenzkriterium: $\lim_{k\to\infty} \frac{k}{2+k} = 1$

Da die Reihe gegen 1 und nicht gegen 0 geht, divergent

b) $\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{k-1}{3k^2+2k}\right)^{\frac{k}{2}}$ Wurzelkrit.: $\sqrt[k]{\left(\frac{k-1}{3k^2+2k}\right)^{\frac{k}{2}}} = \left(\frac{k-1}{3k^2+2k}\right)^{\frac{1}{2}}$

$= \left(\frac{k(1-\frac{1}{k})}{k(3k+2)}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1-\frac{1}{k}}{3k+2}\right)^{\frac{1}{2}}$ $\lim_{k\to\infty} \frac{1}{k} = 0$ $\Rightarrow \frac{1-0}{3k+2}$ $\lim_{k\to\infty} \frac{1}{3k+2} = \frac{1}{\infty} = 0$

$\Rightarrow$ Reihe ist Konvergent

c) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k)}{k^k}$ Wurzelkriterium: $\sqrt[k]{\frac{\sin(k)}{k^k}} = \frac{\sqrt[k]{\sin(k)}}{k}$

$\lim_{k\to\infty} \frac{\sqrt[k]{\sin(k)}}{k} = \frac{\sqrt[k]{\sin(k)}}{\infty} = 0 \Rightarrow$ Reihe Konvergent

A8) d) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{k+2}-\sqrt{k-1}}{2^k} = \frac{(\sqrt{k+2}-\sqrt{k-1})(\sqrt{k+2}+\sqrt{k-1})}{2^k(\sqrt{k+2}+\sqrt{k-1})\ (\hat{=} HN)} = \frac{k+2-k+1}{HN} = \frac{3}{HN}$

Wurzelkrit.: $\sqrt[k]{\frac{3}{HN}} = \frac{\sqrt[k]{3}}{\sqrt[k]{2^k} \cdot \sqrt[k]{\sqrt{k+2}+\sqrt{k-1}}} = \frac{1}{2 \cdot \underbrace{\sqrt[k]{\sqrt{k+2}+\sqrt{k-1}}}_{\lim_{k\to\infty} = 1}} = \frac{1}{2\cdot 1} = \frac{1}{2} < 1$

= Reihe Konvergiert

A9) a/ (i) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{4k+3}{2k^2-4} \hat{=} \sum_{k=2}^{\infty} \frac{4k}{2k^2} \hat{=} \sum_{k=2}^{\infty} \frac{4}{2k}$ / $\lim_{k \to \infty} \frac{4}{2k} = \frac{2}{\infty} = 0+0 \Rightarrow$ Konvergenz

(ii) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{4k^2+3}{3k^2-4} \hat{=} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{4k^2}{3k^2}$ $\lim_{k \to \infty} \frac{4k^2}{3k^2} = \frac{4}{3} \Rightarrow$ Konvergiert

(iii) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k}}$ | $\lim_{k \to \infty} \frac{1}{\sqrt{k}} = \frac{1}{\sqrt{\infty}} \hat{=} \frac{1}{\infty} = 0+0 \Rightarrow$ konvergiert

b/ (i) (1+2) beide haben mindestens einen Häufungspunkt, da beide beschränkt sind

(3) $\frac{\sin(n)}{n} = \sin(n) \cdot \frac{1}{n}$

beschränkt $\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} = 0$ } konvergiert gegen 0+0, hat HP

(ii) am einfachsten bei c_n, da dies gegen 0+0 konvergiert, daher Häufungspunkt $= \{0\}$