Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMathC2

Name, Vorname: Schmitt, Niklas

StudOn-Kennung: ra72hyru

Blatt-Nummer: 07

Übungsgruppen-Nr: 07

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

A18, A19, A20, ______

19/20 * 30=28.5

Niklas Schmitt – ra72hyru

A18)

a) $f(x) = x^2 + x + \sqrt{x} + 1 + \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$

$f'(x) = 2x + 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{2\sqrt{x^3}} - \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3}$ ✓

$x^{\frac{1}{2}}$

$\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x}}$

b) $f(x) = (x^2 + \sqrt{2x})^4$

$\cancel{f'(x) = 4(x^2+\sqrt{2x})^3 \cdot (2x + \frac{1}{2\sqrt{2x}})}$

$f'(x) = 4 \cdot (x^2 + \sqrt{2x})^3 \cdot (2x + \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}) = 4 \cdot (x^2 + \sqrt{2x})^3 \cdot (2x + \frac{1}{\sqrt{2x}})$ ✓

$(2x)^{\frac{1}{2}}$

$\frac{1}{2} \cdot (2x)^{-\frac{1}{2}}$

c) $f(x) = (x(e^{x^2}) \cdot (\ln(2+3x))$

$f'(x) = x \cdot \left(e^{x^2} \cdot 2x \cdot \ln(2+3x) + e^{x^2} \cdot \frac{1}{2+3x} \cdot 3\right) + 1 \cdot (e^{x^2} \cdot \ln(2+3x))$ ✓

d) $f(x) = \arccos(\sqrt{x})$

$f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-\sqrt{x}^2}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = -\frac{1}{\sqrt{1-x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$ ✓

e) $f(x) = \frac{\sin 2x}{\ln(x^2+1)}$

cos

$f'(x) = \frac{\ln(x^2+1) \cdot \sin 2x \cdot 2 - (\sin 2x \cdot \frac{1}{x^2+1} \cdot 2x)}{(\ln(x^2+1))^2}$ ✓✗

f) $f(x) = x^\alpha = e^{\alpha \ln x}$

$f'(x) = \alpha x^{\alpha-1} = e^{\alpha \ln x} \cdot \frac{\alpha}{x} = \alpha x^{\alpha-1}$ ✓✗ Wozu Hinweis 2 ü

hauptsächlich, damit man kurz drüber nachde

g) $f(x) = x^{-x^2} = e^{-x^2 \ln x}$

$f'(x) = e^{-x^2 \ln x} \cdot (-2x \cdot \ln x + -x^2 \cdot \frac{1}{x}) = e^{-x^2 \ln x} \cdot (-2x \ln x - x)$ ✓✗

h) $f(x) = \ln(x + \ln(2 \ln x))$

$f'(x) = \frac{1}{x + \ln(2\ln x)} \cdot (1 + \frac{1}{2\ln x} \cdot \frac{2}{x})$ ✓✗

Niklas Schmitt - ra72hyru

A19) b) $\tan' = \left(\frac{\sin}{\cos}\right)' = \frac{\cos\cdot\cos - \sin\cdot(-\sin)}{\cos^2} =$

$= \frac{1}{\cos^2}$ (i)

$= \frac{\cos^2}{\cos^2} + \frac{\sin\cdot\sin}{\cos\cdot\cos} = 1 + \tan^2$ (ii)

c) ii)

$\tan'' = 2\cdot\tan\cdot\frac{1}{\cos^2}$ $= \frac{2\sin}{\cos^3}$

$\tan''' = \left(\frac{2}{\cos^2}\cdot\frac{1}{\cos^2}\right) + \left(2\tan\cdot\frac{-2\cos\cdot(-\sin)}{\cos^4}\right)$

i)

$f^{-1\prime}(y) = \arctan'(y)$ $\quad f(x) = \tan(x)$

$\arctan'(y) = \frac{1}{f'(x)} = \frac{1}{\tan'(x)} = \frac{1}{\tan'(\arctan(y))} =$

$= \frac{1}{1+(\tan(\arctan(y))^2} =$

$= \frac{1}{1+y^2}$

a) $\frac{d}{dx}\cos x = \frac{\cos(x+h)-\cos(x)}{h} = \frac{\cos x\cosh - \sin x\sinh - \cos x}{h} =$

$= \cos x\cdot\underbrace{\frac{\cosh - 1}{h}}_{\to 0} - \sin x\underbrace{\frac{\sinh}{h}}_{\to 1} \xrightarrow{h\to 0} -\sin x$

Niklas Schmitt ~ ra72hyru

A20)

a) $f'(x) = \alpha x^{\alpha-1} \cdot \sin\frac{1}{x^2} + x^\alpha \cdot \cos\frac{1}{x^2} \cdot \frac{2}{x^3}$

b)
$f'(x) := \lim_{h\to 0} \frac{f(h+x) - f(x)}{h}$

$\to f'(0) = \lim_{h\to 0} \frac{f(0+h) - 0}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h^\alpha \sin\frac{1}{h^2}}{h} = \lim_{h\to 0} h^{\alpha-1} \overbrace{\sin\frac{1}{h^2}}^{\text{beschränkt}} = \begin{cases} 0 & \text{für } \alpha > 1 \\ \text{nicht existend} & \text{für } \alpha \le 1 \end{cases}$

c) $f'(x) = \alpha x^{\alpha-1} \cdot \sin\frac{1}{x^2} + x^\alpha \cdot \cos\frac{1}{x^2} \cdot \frac{2}{x^3}$

$\lim_{x\nearrow 0} f'(x) = \lim_{x\nearrow 0} \alpha x^{\alpha-1} \cdot \underbrace{\sin\frac{1}{x^2}}_{\text{beschränkt}} + \underbrace{x^\alpha}_{\to 0} \cdot \underbrace{\cos\frac{1}{x^2}}_{\text{beschränkt}} \cdot \underbrace{\frac{2}{x^3}}_{\to -\infty} =$

$= \lim_{x\nearrow 0} \alpha x^{\alpha-1} \cdot \sin\frac{1}{x^2} + \cos\frac{1}{x^2} \cdot 2x^{\alpha-3} = \begin{cases} 0 & \text{für } \alpha > 3 \\ \text{~~unbestim~~ ex. nicht} & \text{für } \alpha \le 3 \end{cases}$

$\lim_{x\searrow 0} \alpha x^{\alpha-1} \cdot \sin\frac{1}{x^2} + \cos\frac{1}{x^2} \cdot 2x^{\alpha-3} = \begin{cases} 0 & \text{für } \alpha > 3 \\ \text{~~unbestim~~ ex. nicht} & \text{für } \alpha \le 3 \end{cases}$

$\Rightarrow$ Für $\alpha > 3$ ist f' stetig.

d) $f''(x) = (\alpha^2 - \alpha)\, x^{\alpha-2} \cdot \sin\frac{1}{x^2} + \alpha x^{\alpha-1} \cdot \cos\frac{1}{x^2} \cdot \frac{2}{x^3} +$

$+ \alpha x^{\alpha-1} \cdot \cos\frac{1}{x^2} \cdot \frac{2}{x^3} + x^\alpha \cdot \left(-\sin\frac{1}{x^2} \cdot \frac{2}{x^3} \cdot \frac{2}{x^3} + \cos\frac{1}{x^2} \cdot \frac{-6}{x^4}\right)$