

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei: A1, A2

IMMER EINE PDF-DATEI ABGEBEN! 21/

A1	Supremum	Infimum	Min	Max
a)	$\sqrt{5}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	n.e. ✓✓
b)	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$ ✓✓
c)	$\frac{1}{2}$	0	n.e.	$\frac{1}{2}$ ✓✓
d)	$+\infty$	$-\infty$	✓	n.e. ✓
e)	1	0	n.e.	1 ✓✓
f)	$+\infty$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	n.e. ✓✓
g)	$+\infty$	1	n.e.	n.e. ✓✓

\* n.e. = nicht existiert

A2 i)  $\dots \leq \frac{15n}{5n^2} = \frac{3}{n}$  ✓✓ ii)  $\dots \leq \frac{3n}{2n} = 1,5$  ✓✓ iii)  $\dots \leq \frac{n}{3n}$  ✓✓  
 iv)  $\dots \leq \frac{3n}{-n}$  ✓✓ v)  $\dots \leq \frac{n+3 \cdot 2^{3n}}{3n^3-3n}$  ✓ vi)  $\dots \leq 4n+2+2^{3n}+2^{-3n}$  ✓

(A3) a) i)  $\frac{2(n+1)(n+3)}{(n+4)(2n)} = \frac{2n^2+8n+6}{2n^2+8n} = 1 + \frac{6}{2n^2+8n} \geq 1$  ( $\Rightarrow$  monoton steigend)

ii)  $\frac{\frac{n+1}{2^{3n+1}}}{\frac{n}{2^{2n}}} = \frac{(n+1)2^{2n}}{n2^{2n+2}} = \frac{n+1}{4n} \leq \frac{2n}{4n} \leq 1$  ( $\Rightarrow$  monoton fallend)

b) i)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 2$  ii)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 0$

c) i) Sei  $\varepsilon > 0$  beliebig vorgegeben. Setze  $n_0 := \lceil \frac{6}{\varepsilon} \rceil$ . Dann gilt für alle  $n \geq n_0$ :

$$|a_n - 2| = \left| \frac{2n}{n+3} - 2 \right| = \frac{6}{n+3} \leq \frac{6}{n_0+3} = \frac{6}{\lceil \frac{6}{\varepsilon} \rceil + 3} \leq \frac{6}{\frac{6}{\varepsilon}} = \varepsilon$$

Wenn man abschätzt muss man auf die Monotonie der Funktion aufpassen. Wenn wir eine monoton fallende Funktion haben...