Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMath C2

Name, Vorname: Dieringer, Nico

StudOn-Kennung: yb68ecaj

Blatt-Nummer: 5

Übungsgruppen-Nr.: 7

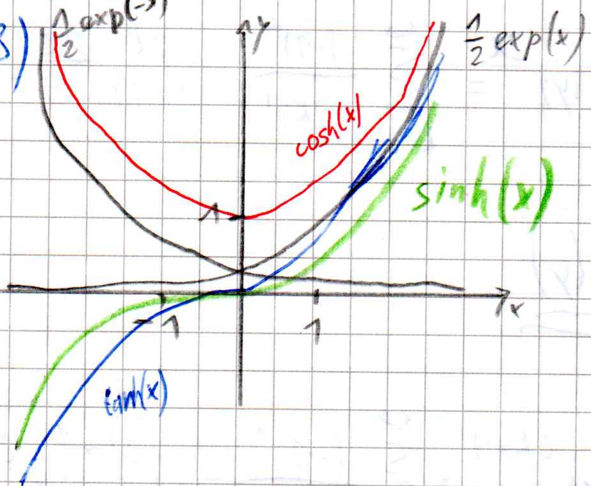
Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

13, 14, –

12,5/14 * 30=26.5

A13)

a)



b) $\lim\limits_{x\to\infty} \tanh(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\frac{\exp(x)-\exp(-x)}{2}}{\frac{\exp(x)+\exp(-x)}{2}} =$

$= \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\exp(x)-\exp(-x)}{\exp(x)+\exp(-x)} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\exp(x)\left(1-\overbrace{\frac{\exp(-x)}{\exp(x)}}^{\to 0}\right)}{\exp(x)\left(1+\underbrace{\frac{\exp(-x)}{\exp(x)}}_{\to 0}\right)} =$

$= \lim\limits_{x\to\infty} \frac{1-\text{„}0\text{“}}{1+\text{„}0\text{“}} = 1$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{-1-\text{„}0\text{“}}{1-\text{„}0\text{“}} = -1$

wo kommt das minus her?

c) $\cosh(x)^2 - \sinh(x)^2 = \left(\frac{e^x+e^{-x}}{2}\right)^2 - \left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)^2 =$

$= \frac{e^{2x}+2e^{x-x}+e^{-2x}}{4} - \frac{e^{2x}-2e^{x-x}+e^{-2x}}{4} = \frac{4}{4} = 1$

d) $\sinh(x) = \frac{\exp(x)-\exp(-x)}{2} = \frac{\sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}x^k - \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}(-x)^k}{2} =$

$= \frac{\sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}\left(x^k-(-x)^k\right)}{2} = \frac{1}{2}\sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)!} \cdot 2x^{(2k+1)} =$

$= \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)!} x^{2k+1}$ ($2x^k$, für k gerade)

$\cosh(x) = \ldots$ genauso $\ldots = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k)!} x^{2k}$

genauer

e) $\cos(iy) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k)!} \cdot (iy)^{2k} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k)!} \cdot i^{2k} \cdot y^{2k} =$

$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k)!} \cdot y^{2k} = \underline{\underline{\cosh(y)}}$ ✓

$\sin(iy) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} \cdot (iy)^{2k+1} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} \cdot i^{2k+1} \cdot y^{2k+1} =$

$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{i}{(2k+1)!} y^{2k+1} = i\sinh(y)$ ✓

f) $\sin(x+iy) = \sin(x)\cos(iy) + \cos(x)\sin(iy) = \sin(x)\cosh(y) +$ ✓
$+ i\cos(x)\sinh(y)$ ✓

g) $\sin(x+iy) \rightarrow$ nicht beschränkt
$\rightarrow$ wie im Hinweis: $x=0 \rightarrow \sin(iy) = i\sinh(y)$ ✓
$\rightarrow \sinh(y)$ ist nicht beschränkt, siehe Aufgabe a) ✓

A14)

a) $D_f = (-1,1)$ (keine Wurzel aus neg. Zahlen + „$\frac{1}{0}$" nicht mögl.)

$\lim_{x\to 1} \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2}} = \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{1-x}^2}{\sqrt{1-x}\sqrt{1+x}} = \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}} = „\frac{0}{\sqrt{2}}" = 0$

$\lim_{x\to -1} \ldots = \lim \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}} = „\frac{\sqrt{2}}{0}" = \infty$

b)(i) „entscheidende Stelle" $x=1$

$\lim_{x\nearrow 0} f(x) = 0$

$\lim_{x\searrow 0} f(x) = \lim_{x\searrow 0} e^{1+x-\frac{1}{x}} = „e^{-\infty}" = 0$ $\Rightarrow$ stetig

(ii)

gleiche Überlegung, wie in (i)

⋮

$\lim_{x \to 0} e^{1+x-\frac{1}{x}} = "e^{\infty}" = \infty \to \infty \neq 0 \to$ unstetig

c) (i) $\lim_{x \to 0} \sqrt{x^2+x+1} - x = "\sqrt{1}" \to 1$

(ii) $\lim_{x \to \infty} \sqrt{x^2+x+1} - x = \lim_{x \to \infty} \frac{(\sqrt{x^2+x+1}-x)(\sqrt{x^2+x+1}+x)}{\sqrt{x^2+x+1}+x} =$

$= \lim_{x \to \infty} \frac{x(\cancel{1+\frac{1}{x}})}{x(\cancel{1+\sqrt{\ldots}})} = \ldots$

$\ldots \cancel{\lim_{x \to \infty} \sqrt{x^2}}$

$\to \sqrt{x^2+x+1} - x$

für $x \to \infty$ ↓ ↓

$\sqrt{x^2} = x$

$\sqrt{x^2 + \underline{x+1}} > x$

$\lim_{x \to \infty} x+1 = \infty$

(iii) ~~genauso, wie (ii)~~ $\lim_{x \to -\infty} \sqrt{x^2+x+1} - x = "1 + \infty" = \infty$

> 1

(iv) existiert nicht, $x \cdot |\sin \pi x|$

↑ erreicht alle Werte von $(0-1)$

v) $\lim_{x \to 0} x \cdot |\sin \pi x| = 0$

$x \to 0$; $|\sin \pi x|$ beschränkt $(0-1)$

vi) existiert nicht, $\cos(2/x)^2$ für $x \to 0$, immer schneller groß

$\to \cos(\ldots)^2$ oszilliert immer schneller, kein eindeutiger Grenzwert