

Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMathC2

Name, Vorname: Mauer, Leon

StudOn-Kennung: se84962e

Blatt-Nummer: 4

Übungsgruppen-Nr: 7

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

A12, A10, _____, _____

0/10 *30 = 0

man kann das nicht einfach so zusammenfassen: Denk dran,

A10

$$i) \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot q^k \quad \sum_{k=0}^{\infty} q^k$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} c_n = \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot q^k \cdot \sum_{k=0}^{\infty} k \cdot q^k$$

$$= \left(\sum_{k=0}^{\infty} k \cdot q^k \right)^2 = \left(\frac{q}{(1-q)^2} \right)^2 = \frac{q^2}{(1-q)^4}$$

$$c_n = \sum_{k=0}^n k \cdot q^k \cdot (n-k) \cdot q^{n-k}$$

$$= \sum_{k=0}^n k \cdot (n-k) \cdot q^{k+n-k}$$

$$= \sum_{k=0}^n k \cdot (n-k) \cdot q^n$$

$$= \sum_{k=0}^n q^n \cdot k \cdot (n-k)$$

$$\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} c_n = \sum_{k=0}^{\infty} q^n \cdot (k \cdot (n-k)) = \frac{q^2}{(1-q)^4}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} c_n = \sum_{k=0}^{\infty} q^k \cdot \sum_{k=0}^{\infty} q^k$$

$$= \left(\sum_{k=0}^{\infty} q^k \right)^2 = \left(\frac{1}{1-q} \right)^2 = \frac{1}{(1-q)^2}$$

$$c_n = \sum_{k=0}^n q^k \cdot q^{n-k} = \sum_{k=0}^n q^n = q^n \cdot \sum_{k=0}^n 1$$

$$= q^n \cdot (n+1)$$

$$\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} c_n = \sum_{k=0}^{\infty} q^n \cdot (n+1) = \frac{1}{(1-q)^2}$$

Das cauchy-prdukt ist genau nicht das elem

ii)

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{\infty} k^2 q^k$$

\Rightarrow für $|q| < 1$ ~~wird~~ geht q^k gegen 0

~~$$\Rightarrow \lim_{k \rightarrow \infty} k^2 = 0$$~~

b)

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(k+1) \cdot (k+2)} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k^2 + 3k + 2} = \frac{1}{2}$$

~~$$\lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k^2 + 3k + 2} = \frac{1}{2}$$~~

das k geht sowieso gegen unendlich. Was du hier berechnet hast ,

Das cauchyprodukt zweier Reihen hat als ergebnis das produkt der Grenzw

A12)

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad i) \quad \cos(3x) &= \operatorname{Re}[\cos(3x) + i \cdot \sin(3x)] \\
 &= \operatorname{Re}[\cos^3(x) + i \cdot \sin(x) \cos(x) - \sin^2(x) \cdot (\cos(x) + i \cdot \sin(x))] \\
 &= \operatorname{Re}[\cos^3(x) + i \cdot \sin(x) \cdot \cos^2(x) - \cos(x) \sin^2(x) \\
 &\quad + \cos^2(x) \cdot i \cdot \sin(x) - 2 \cdot \sin^2(x) \cos(x) - i \sin^3(x)] \\
 &= \cos^3(x) - \cos(1 - \cos^2(x) - 2(1 - \cos^2(x)) \cos(x) \\
 &= \cos^3(x) - 3 \cos(x) (1 - \cos^2(x)) \\
 &= \cos^3(x) - 3 \cos(x) + 3 \cos^3(x) \\
 &= 4 \cos^3(x) - 3 \cos(x)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sin(3x) &= \operatorname{Re}[\sin(3x) + i \cos(3x)] \\
 &= \operatorname{Re}[\sin^3(x) + i \cdot \cos(x) \sin(x) - \cos^2(x) \cdot (\sin(x) + i \cdot \cos(x))] \\
 &= \operatorname{Re}[\sin^3(x) + i \cdot \cos(x) \cdot \sin^2(x) - \sin(x) \cdot \cos^2(x) \\
 &\quad + \sin^2(x) \cdot i \cdot \cos(x) - 2 \cdot \cos^2(x) \cdot \sin(x) - i \cos^3(x)] \\
 &= \sin^3(x) - \sin(1 - \sin^2(x) - 2(1 - \sin^2(x)) \sin(x) \\
 &= \sin^3(x) - 3 \sin(x) (1 - \sin^2(x)) \\
 &= -4 \sin^3(x) + 3 \sin(x)
 \end{aligned}$$

ii)

$$\begin{aligned}
 \sin(3x) &= \sin(2x + x) = \sin(2x)\cos(x) \\
 &\quad + \cos(2x)\sin(x) \\
 &= 2\sin(x)\cos^2(x) + (1 - \sin^2(x))\sin(x) - \sin^3(x) \\
 &= 2\sin(x) - 2\sin^3(x) + \sin(x) - \sin^3(x) \\
 &\quad - \sin^3(x) \\
 &= -4\sin^3(x) + 3\sin(x)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \cos(3x) &= \cos(2x + x) = \cos(2x)\cos(x) - \\
 &\quad \sin(2x)\sin(x) \\
 &= 2\cos(x)\cos(x) - 2\sin(x)\sin(x) \\
 &= 2\cos^2(x) - 2\sin^2(x) \\
 &= \cancel{2\cos^2(x) - 2(1 - \cos^2(x))} \\
 &= \cancel{2\cos^2(x) - 2} \\
 &= 4\cos^2(x) - 3\cos(x)
 \end{aligned}$$

b)

$$i) \quad x = \frac{\pi}{3}$$

$$-4\sin^3\left(\frac{\pi}{3}\right) + 3\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$$

$$4\cos^3\left(\frac{\pi}{3}\right) - 3\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2$$

$$ii) \quad x = \frac{\pi}{6}$$

$$-4\sin^3\left(\frac{\pi}{6}\right) + 3\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{-1 + 3\sqrt{3}}{2}$$

$$4\cos^3\left(\frac{\pi}{6}\right) - 3\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$iii) \quad x = \frac{\pi}{12}$$

$$-4\sin^3\left(\frac{\pi}{12}\right) + 3\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$4\cos^3\left(\frac{\pi}{12}\right) - 3\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = 0$$