Übung 7

Alexander Mattick Kennung: qi69dube

Kapitel 1

5. Juli 2020

X$\sim EXP(1)$ und $Y \sim EXP(2)$ verteilt.

$EX = \frac{1}{1}$ und $EY = \frac{1}{2}$ (logisch λ ist die Erwartete Zahl Ereignisse pro Zeitintervall.)

Die kovarianz ist definiert als $E((X - EX)(Y - EY))$ außerdem ist der Erwartungswert linear.

$U = 2X + 3Y$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f^{(X,Y)}(x,y)(x - EX)(y - EY)dxdy$$

$$\int_{0}^{\infty}\int_{0}^{\infty} 2 \cdot e^{-x}3 \cdot 2e^{-2y}(x-1)(y-\frac{1}{2})dxdy$$

$$6 \cdot \int_{0}^{\infty}(\int_{0}^{\infty} e^{-x}2e^{-2y}(x-1)(y-\frac{1}{2})dx)dy$$

$$6 \cdot \int_{0}^{\infty} 2e^{-2y}(y-\frac{1}{2})(\int_{0}^{\infty} e^{-x}(x-1)dx)dy$$

$$6 \cdot \int_{0}^{\infty} 2e^{-2y}(y-\frac{1}{2})([-e^{-x}(x-1)]_{0}^{\infty} - \int_{0}^{\infty} -e^{-x}dx)dy$$

$$6 \cdot \int_{0}^{\infty} 2e^{-2y}(y-\frac{1}{2})([-e^{-x}(x-1)]_{0}^{\infty} - [-e^{-x}]_{0}^{\infty})dy$$

$$6 \cdot \int_{0}^{\infty} 2e^{-2y}(y-\frac{1}{2})([\lim_{x\to\infty} -e^{-x}(x-1) - (-1)] - [\lim_{x\to\infty} -e^{-x} - (-1)])dy$$

$$6 \cdot \int_{0}^{\infty} 2e^{-2y}(y-\frac{1}{2})([0+1] - [1])dy$$

$$6 \cdot \int_{0}^{\infty} 2e^{-2y}(y-\frac{1}{2})(0)dy = 0$$

Da die ZV X und Y stochstisch unabhängig sind, ist ihre kovarianz 0:

per definition hüber Seite 105 unten c) X,Y s.t.u. $\implies$ kov(X,Y) sind s.t.u.: X,Y s.t.u

$$Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y)$$

im allgemeinen Fall (also bei nicht s.t.u) gilt

$$Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y) - 2(EXY - EXEY)$$

mit Vorfaktoren (hier a,b = 2,3)

$$Var(aX + bY) = Var(aX) + Var(bY) = a^2 Var(X) + b^2 Var(Y)$$

und im allgemeinen

$$Var(aX + bY) = Var(aX) + Var(bY) - 2(EaXbY - EaXEbY)$$

aus der ersten und 2. Gleichung zusammen, folgt Kov(aX,bY) =0, wenn X,Y s.t.u

Die Korrelation ist daher auch null: die Varianz von $Var(EXP(\lambda)) = \frac{1}{\lambda^2} \implies std(EXP(\lambda)) = \frac{1}{\lambda}$ existiert somit. Der zähler (=Kovarianz) ist null, somit ist Korrelation auch null

im Fall V=3X-Y

$$\int_{\mathbb{R}^2} 3e^{-x} \cdot 2 \cdot (-1)e^{-2y}(x-1)(y-\frac{1}{2})dxdy$$

$$-6\int_{\mathbb{R}^2} e^{-x}e^{-2y}(x-1)(y-\frac{1}{2})dxdy$$

$$-6\int_0^\infty e^{-2y}(y-\frac{1}{2})(\int_0^\infty e^{-x}(x-1))dxdy$$

$$-6\int_0^\infty e^{-2y}(y-\frac{1}{2}) \underbrace{(0)}_{vgl.\ oben} dy = 0$$

kovarianz gleiches spiel wie beim ersten.

korrelation ist null, gleiches spiel wie beim ersten.