Vorlesung 2

Alexander Mattick Kennung: qi69dube

Kapitel 1

30. April 2020

1 Übung 1

1.1 1

a) Involution $(R^-)^-$

Beweis:

$R^- = \{(y,x)|xRy\}$

also $\{(x,y)|(y,x) \in \{(y,x)|xRy\}\} = \{(x,y)|xRy\} = R$

b) Antiautomorphismus $(R \circ T)^- = T^- \circ R^-$

Beweis:

$\{(x,z)|\exists y(xTy \wedge yRz)\}^- = \{(z,x)|\exists y(xTy \wedge yRz)\} = \{(z,x)|\exists y(zR^-y \wedge yT^-z\} = T^- \circ R^-$

c) Monotonie der Komposition $R \subseteq S \implies R \circ T \subseteq S \circ T$

Beweis:

Von oben nach unten und unten nach oben, in der mitte treffen.

Annahme $R \subseteq S$.

$z(R \circ T)y$

$\iff \exists x(zTx \wedge xRy)$
$\overset{R \subseteq S}{\implies}$

$\exists x(zTx \wedge xSy)$

$\implies z(S \circ T)y$ d) Monotonie des Inversen:

$R \subseteq S \implies R^- \subseteq S^-$
$yR^-x \iff xRy \overset{R \subseteq S}{\implies} xSy \iff yS^-x$

1.2 2

gegenbeispiel für $R \circ S \neq S \circ R$

$S = \{(1,2)\}, R = \{(2,1)\}$

$S \circ R = (1,1)$

$R \circ S = (2,2)$

1.3 Übung 2

1. $(1 + (-y)) \cdot x^{-1} = (1 + (-(-1))) \cdot (z + x \cdot 1)^{-1}$
$\xrightarrow{\text{decomp}} \{(1 + (-y)) = (1 + (-(-1))), x^{-1} = (z + x \cdot 1)^{-1}\}$
$\xrightarrow{\text{decomp}} \{(1 + (-y)) = (1 + (-(-1))), x = (z + x \cdot 1)\}$
$\xrightarrow{\text{occurs}} \perp$

2. $x \cdot (y^{-1} \cdot y) + (z + y) = x \cdot x + (0 + 0 \cdot 1)$
$\xrightarrow{\text{decomp}} \{x \cdot (y^{-1} \cdot y) = x \cdot x, (z + y) = (0 + 0 \cdot 1)\}$
$\xrightarrow{\text{decomp}} \{x = x, (y^{-1} \cdot y) = x, (z + y) = (0 + 0 \cdot 1)\}$
$\xrightarrow{\text{orient}} \{x = x, x = (y^{-1} \cdot y), (z + y) = (0 + 0 \cdot 1)\}$
$\xrightarrow{\text{delete}} \{x = (y^{-1} \cdot y), (z + y) = (0 + 0 \cdot 1)\}$
$\xrightarrow{\text{decomp}} \{x = (y^{-1} \cdot y), z = 0, y = 0 \cdot 1)\}$
$\xrightarrow{\text{elim}} \{x = ((0 \cdot 1)^{-1} \cdot 0 \cdot 1), z = 0, y = 0 \cdot 1)\}$

$\text{mgu} = [((0 \cdot 1)^{-1} \cdot 0 \cdot 1)/x, 0/z, 0 \cdot 1/y]$

3.

$y + (x \cdot 1) = (z + 0)^{-1} + y$
$\xrightarrow{\text{decomp}} \{y = (z + 0)^{-1}, (x \cdot 1) = y\}$
$\xrightarrow{\text{elim}} \{y = (z + 0)^{-1}, (x \cdot 1) = (z + 0)^{-1}\}$
$\xrightarrow{\text{conflict}} \perp$