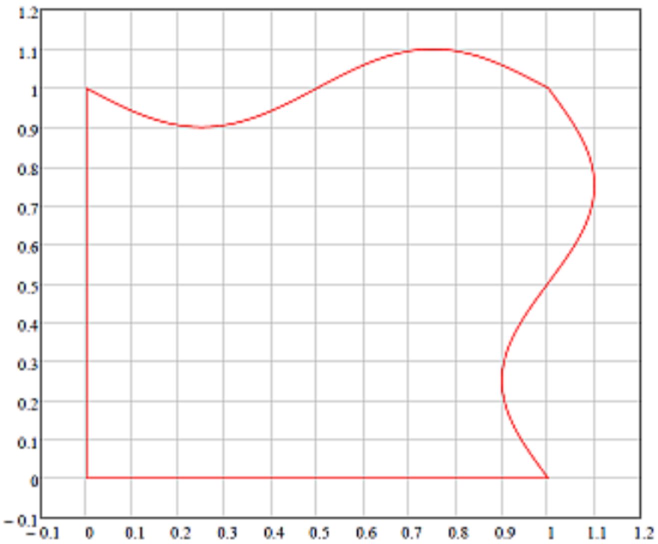
Vorlesung 4

Alexander Mattick Kennung: qi69dube

Kapitel 1

28. Mai 2020



$\underline{y}(x) \leq \bar{y}(x) \forall x \in [a, b]$

$G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x \in [a, b], \underline{y}(x) \leq y \leq \bar{y}(x)\}$

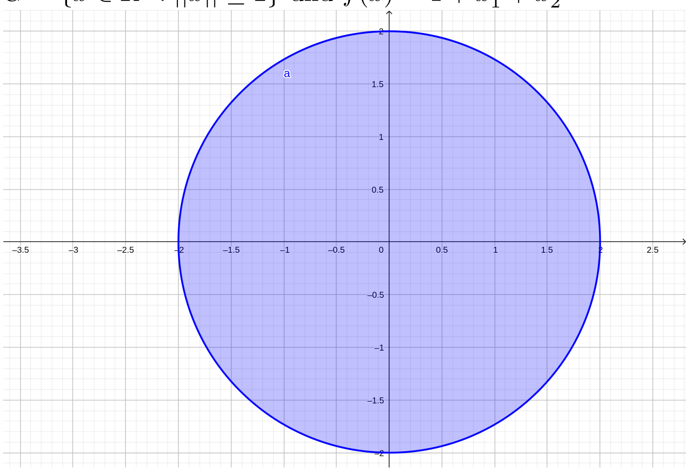
$G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y \in [a, b], \underline{x}(x) \leq x \leq \bar{x}(x)\}$

$G_y := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | x \in [0, 1], x \leq y \leq 1 - \frac{1}{10} \sin(2\pi x)\}$ und

$G_x := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y \in [0, 1], y \leq x \leq 1 - \frac{1}{10} \sin(2\pi x)\}$

Die periode des sinus erhält man durch strecken der sinusfunktion, und wir haben einen offset von $+1$ nach oben. Außerdem fällt die sinusfunktion zuerst, also $-\sin(2\pi x) + 1$.

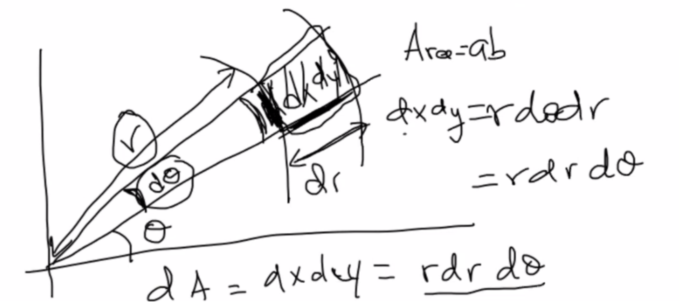
$G = \{x \in \mathbb{R}^2 : ||x|| \leq 2\}$ und $f(x) = 1 + x_1^2 + x_2^2$



$$\int_G f(x, y) dx dy = \int_\alpha^\beta \int_{h_1(\theta)}^{h_2(\theta)} f(r \cos(\theta), r \sin(\theta)) r dr d\theta$$

(also transformation in Polarkoordinaten ist wichtig)

$t(r,\theta) = (r\cos(\theta), r\sin(\theta))$ (t muss bijektiv, stetig diff'bar sein, wobei das inverse auch stetig diffbar sein muss: Diffeomorphismus)



Der Grund, warum das *r am ende hinzukommt ist, dass man die differentialfläche hinzufügen muss $A = dx * dy = r * dr * d\theta$

Also wir bekommen $\bar{G} = \{x \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq r \leq 2, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$

$f(x,y) = 1 + x^2 + y^2$

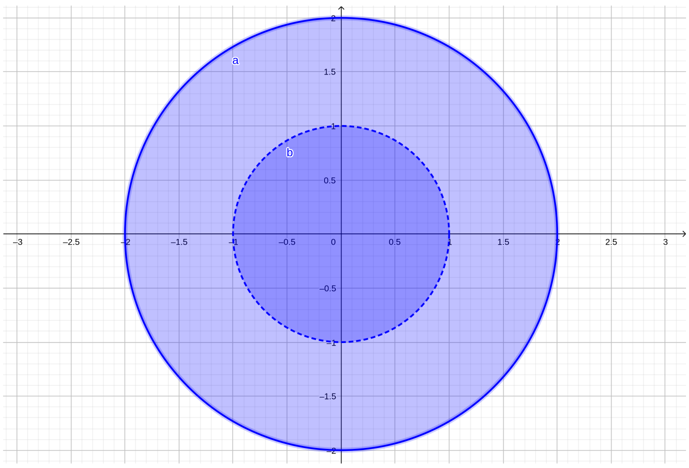
nach transformation also $f(r\cos(\theta), r\sin(\theta)) = 1 + r^2\cos^2(\theta) + r^2\sin^2(\theta) = 1 + r^2$

$$\int_G (1 + x^2 + y^2) dxdy = \int_0^2 \int_0^{2\pi} (1 + r^2) r d\theta dr$$

$$\int_0^2 2\pi(r + r^3) dr$$

$$2\pi \int_0^2 (r + r^3) dr$$

$$2\pi[(\frac{1}{2}r^2 + \frac{1}{4}r^4)]_0^2$$



Wenn man über die Fläche zwischen den beiden Kreisen integrieren möchte, dann geht man über die Fläche:

$G = \{(r,\theta) \in \mathbb{R}^2 | 1 \leq r \leq 2, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$

Wenn man nur über die obere Fläche integrieren möchte:

$$G = \{(r,\theta) \in \mathbb{R}^2 | 1 \leq r \leq 2, 0 \leq \theta \leq 1\pi\}$$