Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMathC2

Name, Vorname: Bacanli, Defne Su

StudOn-Kennung: ys74ynim

Blatt-Nummer: 7

Übungsgruppen-Nr: 7

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

A18, A19, A20, ________

15/20*30=22.5

A18)

a) $f'(x) = 2x + 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}} + 0 + \frac{-1}{2\sqrt{x}^3} - \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^3}$

b) $f'(x) = 4(x^2 + \sqrt{2x})^3 \left(2x + \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{x}}\right)$

c) $f'(x) = e^{x^2} \cdot \ln(2+3x) + x \cdot 2xe^{x^2} \ln(2+3x) + xe^{x^2} \cdot \frac{1}{2+3x} \cdot 3$

d) $f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$

e) $f'(x) = \frac{2\cos(2x) \cdot \ln(x^2+1) - \sin(2x) \frac{1}{x^2+1} \cdot 2x}{(\ln(x^2+1))^2}$

f) $f'(x) = \alpha x^{\alpha - 1}$

warum?wir haben das nur für N gezeigt. (lösung: x^a = e^(a*ln x) das haben wir fü

g) $f'(x) = e^{-x^2 \ln x} \left(-2x \ln x - x^2 \cdot \frac{1}{x}\right) = e^{-x^2 \ln x} \cdot x \cdot (-2\ln x - 1)$

h) $f'(x) = \frac{1}{x + \ln(2\ln x)} \cdot \left(1 + \frac{1}{2\ln x} \cdot 2 \cdot \frac{1}{x}\right)$

A19)

"mittels Differenzenquotient"

a) $\cos' x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{d}{dx} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{2k\, x^{2k-1}}{(2k)!} + \frac{d}{dx} x^0 = -\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} = -\sin x$

b) $\tan' x = \frac{+\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} \overset{(i)}{=} \frac{+\cos^2 x + (1-\cos^2 x)}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}$

$\overset{(ii)}{=} +1 + \tan^2 x$

c)(i) $\arctan' x = \frac{1}{\tan' y} = \frac{1}{1+\tan^2 y} = \frac{1}{1+x^2}$

(ii) $\tan'' x = \frac{2\cos x \sin x}{\cos 4x} = 2 \frac{\sin x}{\cos^3 x}$

$\tan''' x = 2 \frac{-\cos 4x - \sin x \cdot 3 \cdot \cos^2 x \cdot (-\sin x)}{\cos^6 x} = 2 \frac{-\cos^2 x + 3\sin^2 x}{\cos^4 x}$

$\cancel{= 2 \frac{4\sin^2 x - 1}{\cos^4 x}}$

hier ist irgendwo ein fehler: Es ist einfacher, wenn man 1+tan^2(x) verwend

A20)

$$f(x) = \begin{cases} x^\alpha \sin \frac{1}{x^2} & x > 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \qquad \alpha \in (0, \infty)$$

a) $f'(x) = \alpha x^{\alpha-1} \sin \frac{1}{x^2} + x^\alpha \cos \frac{1}{x^2} \cdot (-2) x^{-3}$

$= \alpha x^{\alpha-1} \sin \frac{1}{x^2} - 2x^{\alpha-3} \cos \frac{1}{x^2}$

b) $|f'(0)| = \left| \lim_{h\to 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} \right| = \left| \lim \frac{h^\alpha \sin \frac{1}{h^2} - 0}{h} \right| = \left| \lim h^{\alpha-1} \sin \frac{1}{\alpha^2} \right| \leq \left| \lim h^{\alpha-1} \cdot 1 \right| = 0$ für $\alpha > 1$

c) $\lim_{x\downarrow 0} f'(x) = 0$ für $\alpha > 5$:

$\lim_{x\downarrow 0} \frac{\cos \frac{1}{x^2}}{x^2 - \alpha} = \lim \frac{-\frac{2}{x^3} \sin \frac{1}{x^2}}{(3\alpha) x^{2-\alpha}} = \lim \frac{\sin \frac{1}{x^2}}{x^5 - \alpha} \cdot \frac{-2}{3-\alpha} =$

c für $2>5$ ist $f'(x)$ stetig bei $x=0$

d) $f''(x) = \alpha(\alpha-1) x^{\alpha-2} \sin \frac{1}{x^2} + \alpha x^{\alpha-1} \cos \frac{1}{x^2} \cdot \frac{-2}{x^3}$

$= -2(\alpha-3) x^{\alpha-4} \cos \frac{1}{x^2} + 2 x^{\alpha-3} \sin \frac{1}{x^2} \frac{-2}{x^3}$