Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMathC1

Name, Vorname: Rück, Julia

StudOn-Kennung: cy06leco

Blatt-Nummer: 05

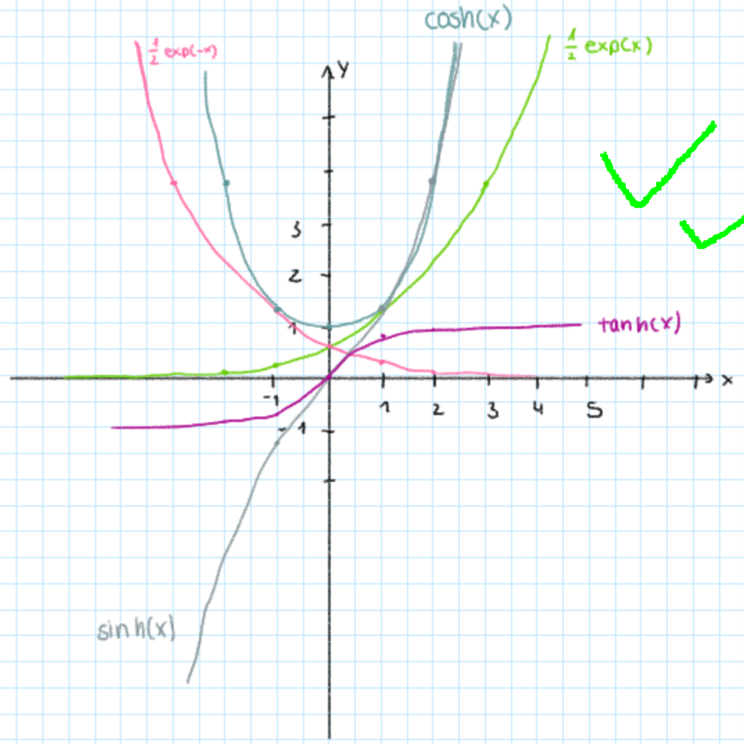
Übungsgruppen-Nr: 07

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

A13, A14, ______, ______

8/14*30=17

A13



b) $$\lim_{x\to+\infty}\tanh(x) = \lim_{x\to\infty}\frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} = \lim_{x\to\infty}\frac{\frac{e^x-e^{-x}}{2}}{\frac{e^x+e^{-x}}{2}} = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x-e^{-x}}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{2}}{e^x+e^{-x}}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}} = \lim_{x\to\infty}\frac{e^x-\frac{1}{e^x}}{e^x+\underbrace{\frac{1}{e^x}}_{\to 0}} = \lim_{x\to\infty}\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1} = 1$$

Warum?So wie es jetzt da steht hat man infty/inf

$$\lim_{x\to-\infty}\tanh(x) = \ldots = \lim_{x\to-\infty}\frac{\overbrace{e^{2x}}^{\to 0}-1}{\underbrace{e^{2x}}_{\to 0}+1} = -1$$

c) $$\cosh^2(x)-\sinh^2(x) = e^{2x}+2+e^{-2x}-(e^{2x}-2+e^{-2x})$$

geteilt durch 4

$$=\cancel{e^{2x}}+2+\cancel{e^{-2x}}-\cancel{e^{2x}}+2-\cancel{e^{-2x}} = \cancel{4}$$ 1

d) $$\cosh(x) = \frac{1}{2}(e^x+e^{-x}) = \frac{1}{2}\left(\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}\frac{x^k}{k!}+\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}\frac{(-x)^k}{k!}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{k!}\underbrace{(x^k+(-x)^k)}_{\text{ungerade}}\right) = \frac{1}{2}\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}\frac{2}{(2k)!}x^{2k} = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{(2k)!}x^{2k}$$

$$\sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x-e^{-x}) = \frac{1}{2}\left(\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}\frac{x^k}{k!}-\lim\sum_{k=0}^{n}\frac{(-x)^k}{k!}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left(\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}\frac{1}{k!}\underbrace{(x^k-(-x)^k)}_{\text{gerade}}\right) = \frac{1}{2}\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n}\frac{2x}{k!} = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{\cancel{x}}{k!}$$

x^(2k+1)

x^k ausklammern

hier ist k ungerade nicht garantiert:2k+1

e) $\cos(iy) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(iy)^{2k}}{(2k)!} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{y^{2k}}{(2k)!} \Rightarrow \cosh(y)$ ✓

$\sin(iy) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(iy)^{2k+1}}{(2k+1)!} = i \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{y^{2k+1}}{(2k+1)!} \Rightarrow i \cdot \sinh(y)$ ✓

f) $\sin(x+iy) = \sin(x)\cos(iy) + \sin(iy) \cdot \cos(x)$ ✓

$= \sin(x)\cosh(y) + i\sinh(y)\cos(x)$ ✓

e) eingesetzt

g)

$\lim_{y\to\infty} \sin(x+iy)$ mit $x=0$

$= \underbrace{\sin(0)\cdot\cos(iy)} + \underbrace{\sin(iy)\cdot\cos(0)} =$

$= 0 + \sin(iy)\cdot 1$

$= \infty \Rightarrow \sin\ \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ ist ~~konvergent~~

das ist falsch und nicht gefragt.Waru

A14 a) $D_f = \mathbb{R}_0^- \setminus \{1,-1\}$

falls die Funktion komplex ist dann:

$D_f = \mathbb{R} \setminus \{1,-1\}$

$\lim_{x\to 1} \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2}} = \lim_{x\to 1} \frac{(1-x)^2}{1-x^2} = 0$

$\lim_{x\to -1} \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2}} = \lim „\frac{(1-(-1))^2}{1-(-1)^2}“ = „\frac{4}{0}“ \Rightarrow x \nearrow -1 = -\infty$ und $x \searrow -1 = +\infty$

b) i) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = \begin{cases} e^{1+x-\frac{1}{x}}, & x>0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$

$\lim_{x\searrow 0} f(x) = \lim \frac{e^{1+x}}{e^{-\frac{1}{x}}} = 0 \Rightarrow f$ ist stetig

/0

ii) $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ g(x) = \begin{cases} e^{1+x-\frac{1}{x}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

$\lim_{x\nearrow 0} g(x) = \lim \frac{e^{1+x}}{e^{\frac{1}{x}}} = +\infty \rightarrow g$ ist nicht stetig

c) i) $\lim\limits_{x \to 0} \sqrt{x^2+x+1} - x = \sqrt{1}$

ii) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{x^2+x+1} - x = \lim\limits_{x \to \infty} \frac{\cancel{x^2} + x + 1 - \cancel{x^2}}{\sqrt{x^2+x+1} + x}$

$= \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x(1+1)}{x\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}} + x} = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{\cancel{x} \cdot 2}{\cancel{x}(\underbrace{\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}_{\to 1}+1)} = \underline{\underline{1}}$

iii) $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{x^2+x+1} - x = \dots = \frac{2}{\underbrace{\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}_{\to 1}+1} = \underline{\underline{1}}$

(iv) $\lim\limits_{x \to +\infty} x|\sin \pi x|$ $\quad x_n = \frac{1}{2}n \Rightarrow \lim\limits_{n \to \infty} x_n |\sin \pi x_n|$

$= \lim\limits_{n \to \infty} \frac{n}{2} |\sin \frac{\pi}{2} n| = \lim\limits_{n \to +\infty} \frac{n}{2} \underbrace{\left(\frac{1}{2} + \left(\frac{-1}{2}\right)^n\right)}_{\text{hat keinen Grenzwert} \Rightarrow \text{divergent}}$

(v) $\lim\limits_{x \to 0} x|\sin \pi x| = 0 \cdot 0 = 0$

(vi) $\lim\limits_{x \to \infty} \cos x \cos^2 \frac{2}{x}$ $\quad x_n = \frac{8}{\pi n}$

$\lim\limits_{n \to \infty} \underbrace{\cos\left(\frac{8}{\pi n}\right)}_{1} \cdot \underbrace{\lim \cos^2 \frac{\pi}{4} n}_{\text{divergent}}$ = es existiert kein Grenzwert