Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMathC2

Name, Vorname: Pleasance Benno

StudOn-Kennung: gi86jyhy

Blatt-Nummer: 1

Übungsgruppen-Nr: 7

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

A1, A2, A3, ______

22/24 = 30

A1)

a) $M = [\sqrt{3}, \sqrt{5})$ $\inf(M) = \sqrt{3}$ $\sup(M) = \sqrt{5}$

$\min(M) = \sqrt{3}$ $\max(M)$ existiert nicht

b) $\inf(M) = \frac{1}{4}$ $\sup(M) = \cancel{\sqrt{5}}$ $\min(M) = \frac{1}{4}$ $\max(M) = \frac{2}{3}$ wenn max existiert ist

c) $\inf(M) = 0$ $\sup(M) = \frac{1}{2}$ $\min(M) =$ existiert nicht $\max(M) = \frac{1}{2}$

d) $\inf(M) = -\infty$ $\sup(M) = +\infty$ $\min(M)$ + $\max(M)$ existieren nicht

e) $\inf(M) = 0$ $\sup(M) = 1$ $\min(M) =$ existiert nicht $\max(M) = 1$

f) $\inf(M) = \frac{2}{3}$ $\sup(M) = +\infty$ $\min(M) = \frac{2}{3}$ $\max(M) =$ existiert nicht

g) $\inf(M) = 1$ $\sup(M) = +\infty$ $\min(M)$ + $\max(M)$ existieren nicht

A2)

i) ~~$m \leq 3n$ ii) $m =$~~ $\frac{3n + 4m}{5n^2 + 10} \leq \frac{3n + 4 \cdot 3n}{5n^2 + 10}$

ii) $\frac{5n - m}{2n} \leq \frac{5n - 2n}{2n}$

iii) $\frac{n}{n+m} \leq \frac{n}{n+2n}$

iv) $\frac{n+m}{\frac{1}{2} - n} \leq \frac{n+3n}{\frac{1}{2} - n}$

v) $\frac{5n - m + 3 \cdot 2^m}{3n^3 - m + 3} \leq \frac{5n - 3n + 3 \cdot 2^{3n}}{3n^3 - 3n + 3}$

vi) $m + n + \sin(m) - \sin(17m^2) + 2^m + 2^{-m} \leq 3n + n + \sin(3n) - \sin(17 \cdot (3n)^2) + 2^{3n} + 2^{-3n}$

A3)

a) i) $a_{n+1} - a_n = \frac{2\cdot(n+1)}{n+1+3} - \frac{2n}{n+3} = \frac{(2n+2)\cdot(n+3)}{(n+4)\cdot(n+3)} - \frac{2n^2+8n}{(n+4)\cdot(n+3)}$

$= \frac{2n^2+2n+6n+6-2n^2+8n}{(n+4)\cdot(n+3)} = \frac{6}{(n+4)\cdot(n+3)} \geq 0$ wenn $n \in \mathbb{N}$

$\Rightarrow$ monoton wachsend

ii) $b_{n+1} - b_n = \frac{n+1}{4^{n+1}} - \frac{n}{4^n} = \frac{n+1}{4^{n+1}} - \frac{4n}{4^{n+1}} = \frac{-3n+1}{4^{n+1}} \leq 0$

$\Rightarrow$ monoton fallend

b) a_n konvergiert gegen 2, b_n konvergiert gegen 0

c) $\forall \epsilon > 0 \; \exists n_0 \in \mathbb{N} \; \forall n \geq n_0 \; |a_n - a| \leq \epsilon$

i) $\left|\frac{2n}{n+3} - 2\right| = \left|\frac{2n - 2\cdot(n+3)}{n+3}\right| = \frac{6n}{n+3} \leq \epsilon$

$\Leftrightarrow 6 \leq \epsilon\,(3+n) \quad n_0 = \lceil \frac{6}{\epsilon} - 3 \rceil$ Vorsicht: 6/e-3 könnte negativ sein:desha

Sei $\epsilon > 0$ beliebig vorgegeben und $n_0 = \lceil \frac{6}{\epsilon} - 3 \rceil$, dann gilt $n \geq n_0$:

$|a_n - a| = \left|\frac{2n}{n+3} - 2\right| = \frac{6}{n+3} \leq \frac{6}{n_0+3} \leq \frac{6}{\frac{6}{\epsilon}} = \epsilon$

ii) $\left|\frac{n}{4^n}\right| = \frac{n}{4^n} \leq \frac{2^n}{4^n} = \frac{1}{2^n} \leq \epsilon \Rightarrow n_0 = \lceil \log_2 \frac{1}{\epsilon} \rceil$

Sei $\epsilon > 0$ beliebig vorgegeben und $n_0 = \lceil \log_2 (\frac{1}{\epsilon}) \rceil$, dann gilt $\forall n \geq n_0$:

$|b_n - 0| \leq \frac{1}{2^n} \leq \frac{1}{\cancel{\lceil \log(\frac{1}{\epsilon}) \rceil}} = \epsilon$

1/2^(log(1/e)) = 1/1/e = e