Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMathC2

Name, Vorname: Altmann, Johannes

StudOn-Kennung: ge67qude

Blatt-Nummer: 05

Übungsgruppen-Nr: 07

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

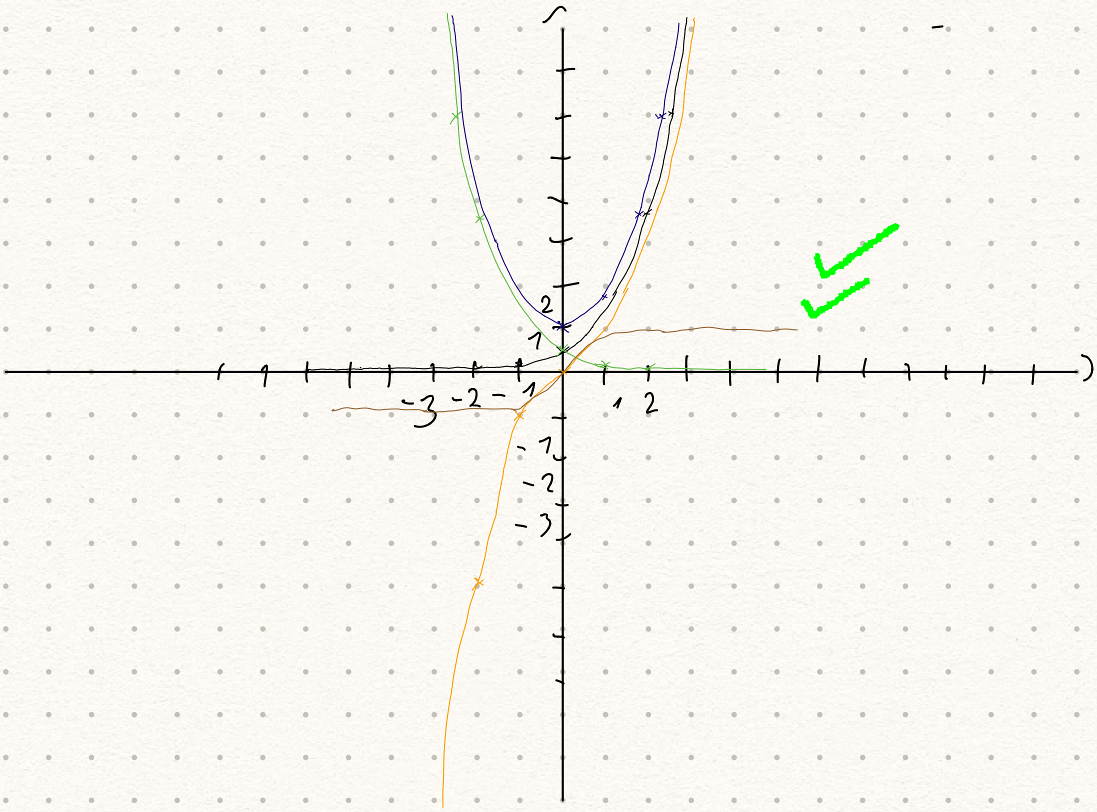
A13, ______, ______, ______

12/14 *14 = 12

A 13)

a) $\exp(x) = e^x$

$f(x) = \frac{1}{2} \cdot e^x$ $\quad g(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{-x}$ $\quad h(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ $\quad k(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ $\quad l(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$



b) $\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} = \frac{\frac{e^x - e^{-x}}{2}}{\frac{e^x + e^{-x}}{2}} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

$\lim\limits_{x \to \infty} \frac{\cancel{e^x} \cdot (1 - e^{-2x})}{\cancel{e^x} \cdot (1 + e^{-2x})} = \frac{1}{1} = 1$ $\quad$ ($e^{-2x} \to 0$)

$\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{\cancel{e^x} \cdot (e^{2x} - 1)}{\cancel{e^x} \cdot (e^{2x} + 1)} = \frac{-1}{1} = -1$ $\quad$ ($e^{2x} \to 0$)

c) $\cosh^2(x) - \sinh^2(x)$

$\left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)^2 - \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right)^2 = \frac{e^{2x} + 2 + e^{-2x}}{4} - \frac{e^{2x} - 2 + e^{-2x}}{4}$

$= \frac{2}{4} + \frac{2}{4} = 1$

d) /

Warum das nicht einfach hier nochmal aufschreiben?

e) $\cos(i \cdot y) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k)!} \cdot (i \cdot y)^{2k} = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^{2k}}{(2k)!} \cdot y^{2k} = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{y^{2k}}{(2k)!} = \cosh(y)$

$\sin(i \cdot y) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} \cdot (i \cdot y)^{2k+1} = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \cdot (i)^{2k+1}}{(2k+1)!} \cdot y^{2k+1} = \sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{i}{2k+1} \cdot y^{2k+1} = i \cdot \sinh(y)$

f) $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$

$\sin(x+iy) = \sin x \cdot \cos(iy) + \cos x \cdot \sin(iy)$ ✓

$= \sin x \cdot \cosh y + \cos x \cdot \sinh y \cdot i$ ✓

g) sin einer komplexen Zahl ist $\sin(x+i\cdot y)$ $x, y \in \mathbb{R}$

$Re(a) = x$ $Im(a) = y$

$\sin x \cdot \cosh y + \cos x \cdot \sinh y \cdot i$

Für $x = 0$: ✓

$\sin(0 + i\cdot y) = \sinh y \cdot i = \frac{e^{y} - e^{-y}}{2} \cdot i \Rightarrow$ unbeschränkt ✓

Für $x = \frac{\pi}{2}$

$\sin\left(\frac{\pi}{2} + i\cdot y\right) = \cosh y \Rightarrow$ unbeschränkt