Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMathC2

Name, Vorname: Mauer, Leon

StudOn-Kennung: se84quze

Blatt-Nummer: 5

Übungsgruppen-Nr: 7

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

A14, ______, ______, ______

10/16*16 = 10

A14) Se84quze Leon Mauer

a) $f(x) = \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2}}$ $\mathbb{D}_f = (-1, +1)$

$$f(x) = \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1-x}{\sqrt{(1-x)(1+x)}} = \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}}$$

$$\lim_{x \to +1} f(x) = \frac{0}{\sqrt{2}} = 0$$

$$\lim_{x \to -1} f(x) = \lim_{x \to -1} \underbrace{\sqrt{1-x}}_{\to \sqrt{2}} \cdot \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1+x}}}_{\to +\infty} = +\infty$$

b)

1) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $x \mapsto \begin{cases} e^{1+x-\frac{1}{x}} & , x > 0 \\ 0 & , x \leq 0 \end{cases}$

Stetig in x_* : $\lim_{x \to x_*} f(x)$ ex. und ist gleich

Für $x_* \neq 0$ ist $f(x)$ offensichtlich stetig

Für $x_* = 0$ folgt:

$$\lim_{x \nearrow 0} f(x) = \lim_{x \nearrow 0} 0 = 0$$

$$\lim_{x \searrow 0} f(x) = \lim_{x \searrow 0} e^{1+x-\frac{1}{x}} = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \to 0} f(x) = 0 = f(0) \quad \square$$

ii)

$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad x \mapsto \begin{cases} e^{1+x-\frac{1}{x}} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$$

Stetig in x_* : $\lim\limits_{x \to x_*} f(x)$ ex. und ist gleich

Für $x_* \neq 0$ ist $f(x)$ offensichtlich stetig

Für $x_* = 0$ folgt:

$$\lim_{x \nearrow 0} f(x) = \lim_{x \nearrow 0} 0 = 0$$

$$\lim_{x \searrow 0} f(x) = \lim_{x \searrow 0} e^{1+x-\frac{1}{x}} = \infty \checkmark$$

$\Rightarrow$ $f(x)$ ist nicht stetig, da der linksseitige vom rechtsseitigen Grenzwert abweicht $\checkmark$

se84qwze Leon Mauer

c)

i) $\lim_{x\to 0} \sqrt{x^2+x+1} - x = 1$

ii) $\cancel{\lim_{x\to \infty} \sqrt{x^2+x+1}} - x = \infty$

iii) $\cancel{\lim_{x\to -\infty} \sqrt{x^2+x+1}} - x = -\infty$

aus typen infty+infty und infty-infty kann man nichts folgern

iv) $\lim_{x\to\infty} x|\sin \pi x|$, wähle z.B. $x_n = n + \frac{\pi}{2}$

$\lim_{n\to\infty} x_n = \infty$ $\quad \lim_{n\to\infty} x_n|\sin \pi x_n| = \lim_{n\to\infty}$

$x_n := n \Rightarrow \cancel{\lim_{n\to\infty} x_n |\sin \pi x_n| = 0}$

Existiert nicht, wenn man y_n = n+1/2 annimmt, da

v) $\lim_{x\to 0} x|\sin \pi x| = 0$

se84quze Leon Maurer

vi)

$$\lim_{x\to 0} \underbrace{\cos x}_{\to 1} \cos^2 \frac{2}{x}$$

Warum?

$$\lim_{x\to 0} \cos^2 \frac{2}{x}$$

nicht existenz

$$\Rightarrow \quad x_n = \frac{1}{n}$$

$$\lim_{n\to 0} x_n = \infty$$

Das ist genau das Problem,du brauchst

$$\lim_{n\to 0} \cos x_n \cos^2 \frac{2}{x_n} = \lim_{n\to 0}$$

$$x_n := x \Rightarrow \lim_{x\to 0} \cos x_n \cos^2 \frac{2}{x_n} = 0$$

se84quze Leon Mauer