qi69dubc
Übung 7

infoteam
software AG

a) $f_X(\alpha) = c \cdot 1_{(\frac{\pi}{9}, \frac{5\pi}{18})}(\alpha)$

$$\int_{-\infty}^{\infty} c \cdot 1_{(\frac{\pi}{9}, \frac{5\pi}{18})}(\alpha)\, d\alpha = 1$$

$$\Leftrightarrow \int_{\frac{\pi}{9}}^{\frac{5\pi}{18}} c \, d\alpha = 1$$

$$\Leftrightarrow c \frac{5\pi}{18} - c\frac{\pi}{9} = 1$$

$$\Leftrightarrow c = \frac{6}{\pi}$$

b) bestimmen der zugehörigen α-Werte

$$35 \cdot \cancel{\alpha} = \frac{(20)^2}{10} \cdot \sin(2\alpha)$$

$$\Leftrightarrow 35 \frac{10}{20^2} = \sin(2\alpha)$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{8} = \sin(2\alpha)$$

Die einzige für uns in Frage kommende Lösung ist $\alpha_1 = \sin^{-1}(\frac{7}{8})/2 \approx 0{,}5327$

Der nächste Wert wäre größer als $\frac{5\pi}{18}$, weshalb $\frac{5\pi}{18}$ die obere Schranke ist, und nicht $\alpha_2 = \frac{\pi}{2} - \frac{\sin^{-1}(\frac{7}{8})}{2} \approx 1{,}038$

$$P\left(\sin^{-1}(\tfrac{7}{8})/2 \le \alpha \le \frac{\pi}{2} - \frac{\sin^{-1}(\frac{7}{8})}{2}\right)$$

$$= \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} f_X(\alpha)\, d\alpha = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{6}{\pi} 1_{(\frac{\pi}{9}, \frac{5\pi}{18})}\, d\alpha = \int_{\alpha_1}^{\frac{5\pi}{18}} \frac{6}{\pi}\, d\alpha$$

$$= \frac{5\pi}{18} \cdot \frac{6}{\pi} - \sin^{-1}(\tfrac{7}{8})/2 \cdot \frac{6}{\pi} = \frac{30}{18} - \frac{6\sin^{-1}(\frac{7}{8})}{2\pi} \approx 0{,}65$$

infoteam software AG

c) Wie in der Zeichnung zu sehen ist, gibt es eine Maximalstelle, nach der die selben Wurfweiten ein zweites mal erreicht werden. Diese bekommen aufgrund der Gleichverteilung, die Doppelte Wahrscheinlichkeit

$$\frac{v_0^2}{g}\sin(2\alpha)\frac{d}{d\alpha} \overset{!}{=} 0$$

$$2\frac{v_0^2}{g}\cos(2\alpha) \overset{!}{=} 0$$

$$\cos(2\alpha) = 0$$

$$\alpha = \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \quad n \in \mathbb{Z}$$

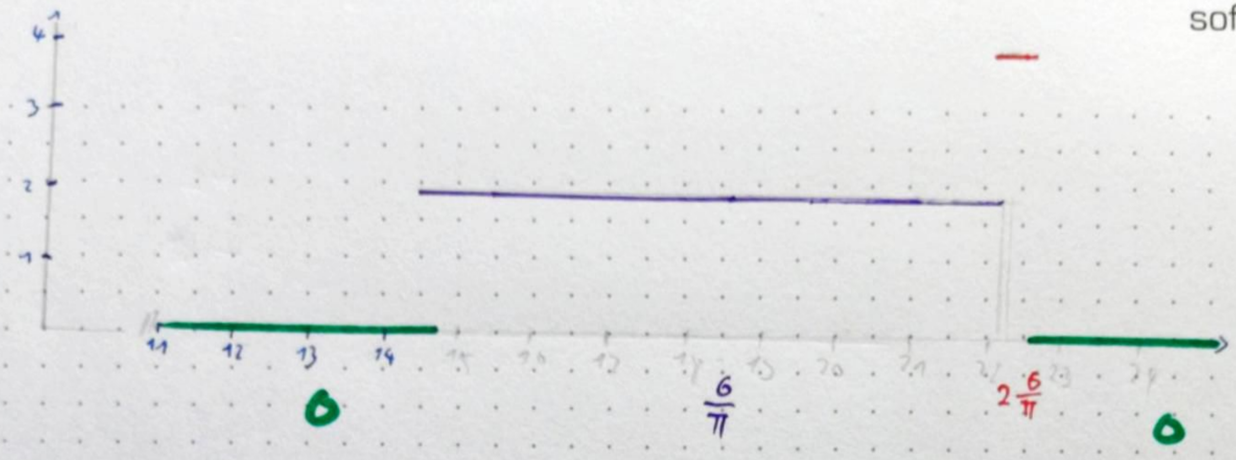
$$\alpha \in [0, \tfrac{\pi}{2}] \Rightarrow n = 1 \text{ mit } \alpha = \tfrac{\pi}{4}.$$

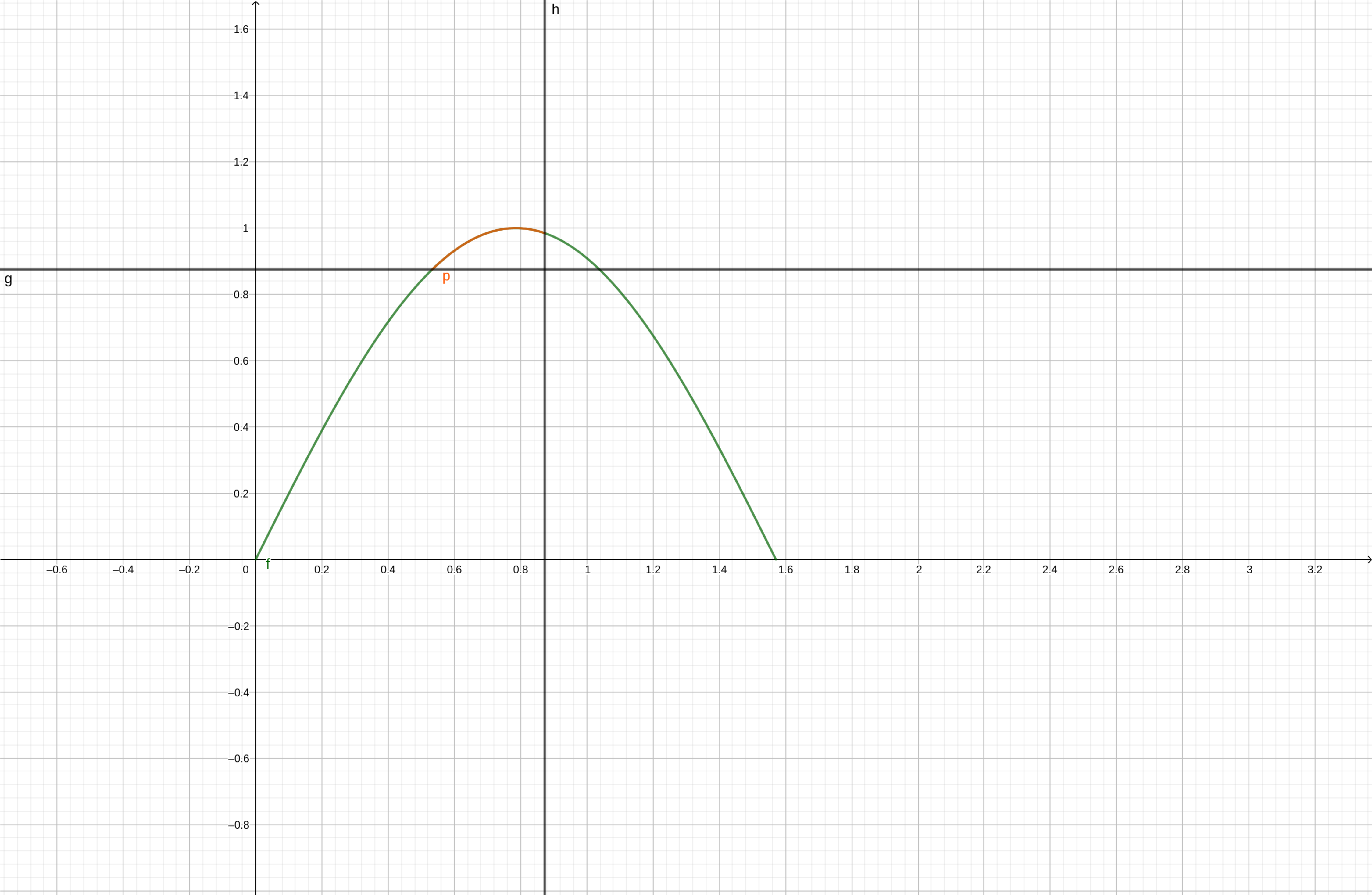
$$f^W(w) = \begin{cases} \frac{6}{\pi} & W(\frac{\pi}{3}) < w < W(\frac{5\pi}{18}) \\ \frac{2\cdot 6}{\pi} & W(\frac{\pi}{4}) \geq w \geq W(\frac{5\pi}{18}) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

in diesem fall für $W(\alpha) = \frac{15^2}{10}\sin(2\alpha)$

$$f^W(w) = \begin{cases} \frac{6}{\pi} & 19{,}46 < w < 22{,}15 \\ \frac{12}{\pi} & 22{,}5 \geq w \geq 22{,}15 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

(alle Werte gerundet)


4
3
2
1
11
12
13
14
0
6/11
2 6/11
0


h
g
p
f
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
–0.2
–0.4
–0.6
–0.8
–0.6
–0.4
–0.2
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
2
2.2
2.4
2.6
2.8
3
3.2