Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMathC2

Name, Vorname: Bacanlı, Defne Su

StudOn-Kennung: ys74ynim

Blatt-Nummer: 6

Übungsgruppen-Nr: 7

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

A15, A16, A17, ________

9/20*30 = 13.5

A15)

a) - Turm wird k hoch und ergibt sich aus d. Summe d. Würfel W_k

- Höhe v. W_k beträgt $\frac{1}{k}$, da d. Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$ divergiert $\Rightarrow$ ist die Höhe unendlich

b) - Ja, da der Turm komplett m. Farbe angestrichen werden kann $\Rightarrow$ Wegen: $M = 5 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} - \sum_{k=2}^{\infty} < \infty$

summe wovon?warum konvergi

c) - Ja, da d. Volumen d. Turmes

$\Rightarrow V = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^3} < \infty$

1)

A16)

a) i) $f(x) = x^3 + \sin x - \cos x$ auf $(0, \frac{\pi}{2})$

$f(0) = 0^3 + \sin 0 - \cos 0 = 0 - 1 = -1 < 0$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(\frac{\pi}{2}\right)^3 + \sin \frac{\pi}{2} - \cos \frac{\pi}{2} = \frac{\pi^3}{8} + 1 - 0 =$

$= \frac{\pi^3 + 8}{8}$ $(\approx 4.88) > 0$

$\Rightarrow$ f ist stetig und monoton steigend, hat somit laut Nullstellensatz v. Bolzano nur eine Nullstelle in $(0, \frac{\pi}{2})$

ii) $f(x) = e^{-x} \cos(\pi x) - \frac{1}{2}$ auf $(0, \frac{1}{2})$

$f(0) = e^{-0} \cos(\pi 0) - \frac{1}{2} = 1 \cdot 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} > 0$

$f(\frac{1}{2}) = e^{-\frac{1}{2}} \cos(\pi \frac{1}{2}) - \frac{1}{2} = e^{-\frac{1}{2}} \cdot 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} < 0$

$\Rightarrow$ f ist stetig u. monoton fallend, hat somit laut Nullstellensatz v. Bolzano nur ein Nullstelle in $(0, \frac{1}{2})$

b) $f(a) = b$

$f(b) = a$

$f(x_*) = x_* \Rightarrow f\left(\frac{b-a}{2}\right) = \frac{b-a}{2}$

c) $f(x) = e^{-x^2}$ $\quad D_f = \{11, 17\} \cup ([-5,5] \setminus (-1,1))$

$\Rightarrow$ Satz v. Min./Max.:

$D_f \subseteq \mathbb{R}$ u. $f: D_f \to \mathbb{R}$ stetig

$\Rightarrow$ f beschränkt $\Rightarrow \inf\limits_{x \in D_f} f(x)$ u. $\sup\limits_{x \in D_f} f(x)$

- Stetige Fkt. auf kompakten Mengen nehmen Max. / Min an

$\Rightarrow$ die Bildmenge $f(D_f) = \{ f(x) \mid x \in D_f \}$ hat ein Maximum und ein Minimum

A17)

i) $\lim_{x \to 0} \frac{2x}{\sin x} = 2$ ✓

mehr schritte

ii) $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x \cdot \ldots \cdot \sin nx}{x^n} = n! = \cancel{\infty}$

n geht nicht gegen un

iii) $\lim_{x \to 0} \frac{\sin 5x}{\sin 6x} = \frac{5}{6}$ ✓

mehr schritte

Punkte gibts nur auf beweise!

iv) $\lim_{x \to 0} \frac{x}{1 - \cos \frac{x}{2} + \sin 2x} = \frac{1}{2}$ ✓

v) $\lim_{x \to 0} \cos\left(\frac{\pi}{x} \sin x \cos x\right) = -1$ ✓