Vorlesung 3

Alexander Mattick Kennung: qi69dube

Kapitel 1

4. Mai 2020

Für Wachstumsprozesse ist das geometrische Mittel zu benutzen **Zufallsexperiment**: geplanter, gesteuerter oder beobachteter Vorgang, der ein genau abgrenzbares Ergebnis besitzt, das vom Zufall beeinflusst sein kann.
Wichtig: Grundmenge definieren, mehrmaliges Würfeln $\neq$ einmaliges würfeln!
z.B. Reihenfolge $(e, i, \pi, =, i)$ vs. "nur gerade Zahlen" {2,4,6}
Rechnen mit Ergebnissen:
$\{2, 4, 6\} = \{2\} \cup \{4\} \cup \{6\}$
oder $\{2, 4, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \setminus \{1, 3, 5\}$
"Eine gerade Zahl, die nicht durch drei teilbar ist".
$C_A =$ komplement w.r.t. zu A.
$\{2, 4, 6\} \cap C_\Omega\{3, 6\} = \{2, 4\}$

- Ω alle möglichen Ausgänge
- $\omega \in \Omega$ ein möglicher Ausgang
- $A \subset \Omega$ Menge möglicher Ergebnisse
- Elementarereignisse $\{\omega\} \in \Omega$
- Ereignissystem $\mathscr{A}$ abgeschlossenes Mengensystem über Ω

Die gesamtheit aller Teilmengen ist Potenzmenge von Ω: $\mathscr{P}(\Omega)$
Drei funktionen sollen getestet werden:
$\Omega = \{0, 1\}^3$ oder $\Omega = \sum_{\{}^{3} i = 1\}\omega_i = n_i \in \{0, 1, 2, 3\}$ Es gibt wege um zwischen $\Omega \leftrightarrow \Omega'$ zu kommen.
Elementarereignisse sind die einzelnen Ereignisse eines Ergebnismenge: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ sind die Elementarereignisse des Würfels. "ist gerade" $\{2, 4, 6\}$ ist ein zusammengesetztes Ereignis.
Ein abgeschlossenes Mengensystem oder σ-Algebra.

- $\Omega \in A$
- $A \in \mathscr{A} \implies A^C \in \mathscr{A}$
- $A_1, A_2, \dots \in \mathscr{A} \implies \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathscr{A}$

Bei eindlicher anzahl von A kann man einfach die Potzenmenge $P(\Omega)$ wählen also $\{\emptyset, \Omega, \dots\}$ die kleinste σ-Algebra ist 2-Elementig.

WICHTIG: grenzübergang zwischen $\bigcup_{i=1}^{\infty}$ und $\bigcup_{i=1}^{n}$

Das heißt, dass die summenformulierung von oben immer geht!

Zufallsvariable:

Ist X eine Abb. $\Omega \to \Omega'$ und $A' \subset \Omega'$ wird definiert: $\{X \in A'\} := \{\omega \in \Omega : X(\omega) \in A'\}$

(Also nur eine Kurzschreibweise für "das Ereignis ist in A' ")

Eine Teilmenge $A \in \Omega$ der Form $A := \{X \in A'\}$ heißt durch X beschreibbar.

Eine Zufallsvariable (ZV) ist eine Abb von $X : (\Omega, \mathscr{A} \to (\Omega', \mathscr{A})$ für die gefordert wird:

$\{X \in A'\} \in \mathscr{A}$ für alle $A' \in \mathscr{A}'$

Weiterführende Fragen:

1. σ-Algebra $\mathscr{A}$ gilt für $A_1, A_2 \in \mathscr{A}$ die Aussage $A_1 \cap A_2 \in \mathscr{A}$: Ja, denn es gilt für jede Aussage $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ und die Negation $A \in \mathscr{A} \implies A^C \in \mathscr{A}$. Nach de-morgan gilt $A^C \cup B^C = (A \cap B)^C \implies A \cap B \in \mathscr{A}$.

2. $\mathbb{B}$ ist die σ-Borel-Algebra über $\mathbb{R}$ die aus halboffenen intervallen $(a, b] \subset \mathbb{R}$ erzeugt wird. Gilt $(a, b) \in \mathbb{B}$.

Ja.

$n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 : (a, b - \frac{1}{n}]$ 3. Beschreibe das Zufallsexperiment "Summe aus drei Würfeln mit einem Würfel" durch eine Zufallsvariable. Dazu wird ein n-Seitiger würfel betrachtet.

Sei $W = \{i | n \in \mathbb{N}, 1 \leq i \leq n\}$ die Würfelseiten (1 bis n).

bei drei würfen können theoretisch alle 3 tuple aus W vorkommen, also:

$W \times W \times W = W^3 = \Omega$.

Die Zufallsvariable/funktion X ordnet jetzt alle Werte aus W^3 einen Wert aus $[3, 3 \cdot n] = \Omega'$ zu:

$$X_n = \{\omega | \forall \omega \in \Omega, \omega \cdot (1, 1, 1)^T = n\}$$

wobei die Werte aus Ω als vektor angesehen werden und "$\cdot$" als euclidesche Scalarprodukt ist.