Vorlesung 4

Alexander Mattick Kennung: qi69dube

Kapitel 1

10. Juli 2020

Die Kovarianzmatrix ist eine Matrix aus n Normalverteilten ZV, wobei in Zeile x und spalte y die Kovarianz zwischen der x-ten und y-ten ZV ist

Ausgangspunkt ist also ein Zufalls<u>vektor</u> X der länge m.

Wie ist X verteilt: X_i sind Normalverteilt $X_i \sim N(a_i, k_{ij})$

$Kov(X_i, X_j) = k_{ij}$ dann sagen wir $X \sim N(a, K)$

(Diese Definition kann theoretisch auf beliebige Verteilungen erweitert werden. Dann ebenfalls $Kov(X_i, X_j) =: k_{ij}$)

Auch hier gilt $k_{ii} = Var(X_i)$, $k_{ij} = Kov(X_j, X_i)$

Eigenschaften der

Var (x) = Kov(X,X)

X,Y st.u EX,EY$< \infty \implies$ Kov(X,Y)=0 (ES IST NUR $\iff$ für Normalverteilung)

$Kov(X,Y) = E((X-EX)(Y-EY)) = E(XY - Y(EX) - X(EY) + (EX)(EY)) = E(XY) - E(X(EY)) - E(Y(EX)) + E(EX)(EY) = E(XY) - EX \cdot EY$

$= \int xyf^{(X,Y)}(x,y)d(x,y) - (\int xf^{(X)}(x)dx)(\int yf^{(Y)}(y)dy) \overset{X,Y,\ st.u.}{=} \int xyf^{(X,Y)}(x,y)d(x,y) - \int xyf^{(X,Y)}(x,y)d(x,y) = 0$

Die Kovarianz ist linear $Kov(X+Y,Z) = Kov(X,Z) + Kov(Y,Z)$ (wegen symmetrie in beiden Argumenten linear)

Sei X eine n-dimensionale Standardnormalverteilung mit $Y = AX + a$, daraus folgt

$$Y \sim N(a, AA^T)$$

$Y = AX + a$ liefert über Transformationssatz

$$Y = g(X) = AX + A$$

$$J_g(X) = A, det(J_g) = det(A)$$

$$f^Y(y) = \frac{1}{\sqrt{|K|}}(\frac{1}{\sqrt{2\pi}})^n exp(-\underbrace{\frac{1}{2}(y-a)^T(K^{-1})(y-a))}_{quadratische\ Form}$$

Wir wissen, dass wenn $Y \sim N(a,K)$ verteilt ist, gilt $X = b + BY$**, dann ist** $X \sim N(b + Ba, BKB^T)$**-verteilt.**

Ziel ist $b + Ca = 0$ und $CKC^T = E_n$ einheitsmatrix

$K = AA^T$ gilt, $CAA^TC^T = E_n$, wenn $C = A^{-1}$

$\sum_{i=1}^n Y_i$ ist $N(\sum_{i=1}^n a_i, \sum_{i=1}^n K_{i,j})$-verteilt