Vorlesung 4

Alexander Mattick Kennung: qi69dube

Kapitel 1

29. Mai 2020

LGS $Ax = b$ mit $Dim(x) > Dim(m)$

i.A. nicht lösbar!

Aber man kann den $||Ax - b|| = mse(Ax, b)$ minimieren.

$||Ax - b|| = \sqrt{< Ax - b, Ax - b >}$

$\iff \frac{1}{2} < Ax - b, Ax - b > \rightarrow \min$

$\iff \frac{1}{2}(< Ax, Ax - b > - < b, Ax - b >) \rightarrow \min$

$\iff \frac{1}{2}(< Ax, Ax > - < Ax, b > - < b, Ax > + < b, b >) \rightarrow \min$

$\overset{reelleZahlen}{\iff} \frac{1}{2}(< Ax, Ax > -2 < Ax, b > + < b, b >) \rightarrow \min$

$\overset{reelleZahlen}{\iff} \frac{1}{2}((Ax)^T Ax - 2(Ax)^T b + b^T b) \rightarrow \min$

$\overset{reelleZahlen}{\iff} \frac{1}{2}(x^T A^T Ax - 2x^T A^T b + b^T b) \rightarrow \min$

ableiten:

$$\nabla(\frac{1}{2}(x^T A^T Ax - 2x^T A^T b + b^T b))) = \frac{1}{2}(2A^T Ax - 2A^T b) = A^T Ax - A^T b \overset{!}{=} 0 \iff A^T Ax = A^T b$$

Weil $A^T A$ positive definit ist (solange A vollen rang hat), ist x das minimum (und nicht etwa max/plateu)

1a)

Punkte $(1, 1), (3, 2), (5, 6), (7, 8)$

Gesucht gerade, die möglichst genau approximiert $g(x) = a_0 + a_1 x$

$$\begin{bmatrix} g(1) = & a_1 + a_2 * 1 & = 1 \\ g(3) = & a_1 + a_2 * 3 & = 2 \\ g(5) = & a_1 + a_2 * 5 & = 6 \\ g(7) = & a_1 + a_2 * 7 & = 8 \end{bmatrix}$$