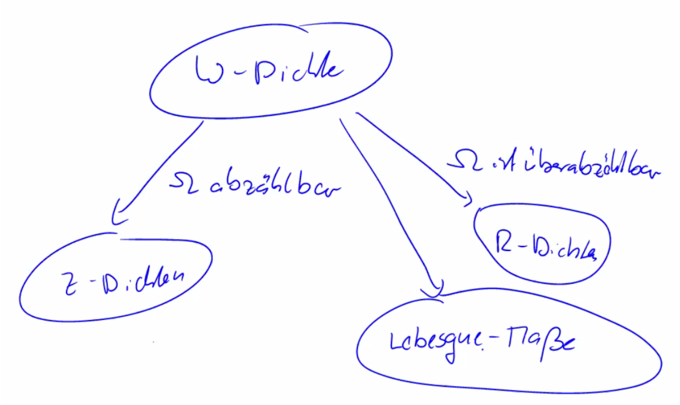
Vorlesung 4

Alexander Mattick Kennung: qi69dube

Kapitel 1

16. Mai 2020



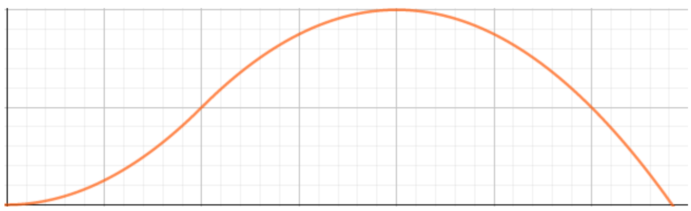
Verteilungsfunktion:

$\lim_{x\to\infty} F(x) = 1$

$F \in C^0(\mathbb{R})$(Rechtsseitig stetig)

gilt $0 \leq F(x) \leq 1, Bild(f) \in [0,1]$

F ist monoton wachsend.

Die wahrscheinlichkeitsdichtefunktion von F ist $f(x)$: 

- Bernoulli
- Laplace
- geometrisch
- Poisson
- Normal
- Studentsche t-verteilung
- uniform

$q \in (0,1),\ f(k) = (1-q)q^k \forall k \in \mathbb{N}$

$P(\mathbb{N}) = P(\sum_{k=1}^{\infty}\{k\}) = \sum_{k=1}^{\infty} P(\{k\}) = \sum_{k=1}^{\infty} f(k) = \sum_{k=1}^{\infty}(1-q)q^k = (1-q)\sum_{k=1}^{\infty} q^k = (1-q)\cdot\frac{1}{1-q} = 1$. Also ist die Verteilung eine Zähldichte (weil $P(k) \geq 0, \forall k$ gilt, so auch jede partialsumme)

Gemischte Verteilung:

$P(x) = \alpha_D P_D(x) + \alpha_R P_R(x)$ mit $\alpha_D + \alpha_R = 1$

(also eine linearkombination einer kontinuierlichen und diskreten verteilung)

Verteilungsfunktion:

$F(x) := P((-\infty, x]), x \in \mathbb{R}$ ist die Verteilungsfunktion von P.

Es gilt $P((a,b]) = F(b) - F(a)$

$F(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} f(t)dt \implies P((a,b]) = F(b) - F(a)$

Wenn F die VF eines W-Maßes P ist, dann gilt:

- F ist isoton (d.h. nicht monoton fallend)
- F ist normiert mit Grenzwerten 0 und 1
- F ist rechtsseitig stetig
- F bisitzt linksseite Grenzwerte $F(x-) = \lim\limits_{h \to 0^+} F(x-h) = P((\infty, x))$
- Für die Einpunktmenge gilt $P(\{x\}) = F(x) - F(x-)$

1 Normalverteilung

$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} \; x \in \mathbb{R}$

man schreibt $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ diese Verteilung ist additiv mit anderen Normalverteilungen

$\mathcal{N}(\mu_1, \sigma_1^2) + \mathcal{N}(\mu_2, \sigma_1^2) = \mathcal{N}(\mu_2 + \mu_1, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$

Die Verteilungsfunktio ist $\Phi(x) = \int_{\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du, x \in \mathbb{R}$

also $\Phi(\frac{x-\mu}{\sigma})$ für eine $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$

Φ ist nur für positive Werte definiert, allerdings gilt $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$