Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben IngMathC2

Name, Vorname: Mauer, Leon

StudOn-Kennung: se84quze

Blatt-Nummer: 6

Übungsgruppen-Nr: 7

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

A15, A16, ______, ______

13/20*20=13

se84quze Leon Mauer

A15

a) $$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} = \lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} = \infty$$ (Harmonische Reihe)

b)

zu streichende Fläche: $5 \cdot \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{k}$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{5}{k^2} - \frac{1}{(k+1)^2} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{5}{k^2} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(k+1)^2}$$

$\Rightarrow$ beide Reihen konvergent

$\Rightarrow$ endlicher Bedarf an Farbe

c) Das Volumen $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^3}$, und diese Reihe sind konvergent, da der Exponent im Nenner > 1 ist

$\Rightarrow$ Es reicht endlich viel Beton

se84quze Leon Mauer

d)

Ges: Kantenlänge a_k, sodass a_k^2 (Oberflächeninhalt) divergent und a_k^3 (Volumen) konvergent

$a_k = \frac{1}{k^\alpha}$, falls $3\alpha > 1$ und $2\alpha \leq 1$

$\alpha = \frac{1}{2}$

die kantenlänge wäre dar

$\Rightarrow$ Kantenlänge des Würfels$_k$ $= \sqrt{\frac{1}{\sqrt{k}}}$

$\Rightarrow$ Bedingungen erfüllt. $\square$

se84quze Leon Mauer

A16

a)

i) $f(x) = x^3 + \sin x - \cos x \quad (0, \frac{\pi}{2})$

Es ist $f(0) = 0^3 + \sin 0 - \cos 0$

$= -1 < 0$

und $f(\frac{\pi}{2}) = (\frac{\pi}{2})^3 + \sin \frac{\pi}{2} - \cos \frac{\pi}{2}$

$= (\frac{\pi}{2})^3 + 1 + 0 > 0$ ✓

dafür fehlt noch: f ist stetig.Es w

$\Rightarrow$ Nach dem Nullstellensatz hat f somit mindestens eine Nullstelle in $(0, \frac{\pi}{2})$

ii) $f(x) = e^{-x} \cos(\pi x) - \frac{1}{2} \quad (0, \frac{1}{2})$

Es ist $f(0) = e^{-0} \cdot \cos(0) - \frac{1}{2}$

$= 1 \cdot 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} > 0$

und $f(\frac{1}{2}) = e^{-\frac{1}{2}} \cdot \cos(\frac{\pi}{2}) - \frac{1}{2}$

$= -\frac{1}{2} < 0$ ✓

$\Rightarrow$ Nach dem Nullstellensatz hat f somit mindestens eine Nullstelle in $(0, \frac{1}{2})$

b) $h(x) = f(x) - x$ auf $[a,b]$

Es ist $h(a) = b - a$ und $h(b) = a - b$ ✓

Da $a < b$, ist $h(a) \cdot h(b) < 0$

h ist auf $[a,b]$ stetig, da f stetig ist

Anwendung des Nullstellensatzes auf h:

$x_* \in (a,b)$ mit $h(x_*) = 0$

$\Rightarrow f(x_*) = x_*$ für dieses x_* ✓

c)

se84quze Leon Mauer