Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMath C2

Name, Vorname: Dieringer, Nico

StudOn-Kennung: yb68ecaj

Blatt-Nummer: 2

Übungsgruppen-Nr.: 7

Die folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei:

4, –, 6

17/18 * 18 = 17

A4)

$a_1 = 1 \quad a_{n+1} = \frac{1}{2} a_n + \sqrt{a_n}$

a) I.A.: $a_1 = 1 \quad (\in (0,4))$ ✓

I.V.: Es gilt $a_n \in (0,4)$ für $n \in \mathbb{N}$

I.S.: $n \to n+1$

z.z. $a_{n+1} \in (0,4)$

$a_{n+1} = \frac{1}{2} a_n + \sqrt{a_n} \overset{I.V.}{=} \frac{1}{2} \cdot "(0,4)" + \sqrt{"(0,4)"}$ ← wird nie >2

Besser zwei mal abschätzen, einmala_n+

$= "(0,2)" + "(0,2)"$

$\Rightarrow \in (0,4)$

b) mon. wachsend, wenn gilt: $a_{n+1} - a_n \geq 0$

da brauchst du mehr scl

$\left(\frac{1}{2} a_n + \sqrt{a_n}\right) - (a_n) = \sqrt{a_n} - \frac{1}{2} a_n \geq 0$ (für $a_n \in (0,4)$)

c) Die Folge ist mon. wachsend + besitzt obere Schranke.

$a_n \in (0,4) \to$ könnte vielleicht gegen 4 konvergieren...

$a_n = \frac{1}{2} a_n + \sqrt{a_n} \to 0 = -\frac{1}{2} a_n + \sqrt{a_n}$

„+1" für „große" Werte irrelevant

Es gibt eine zweite Lösung, warum ist es

$\to a_n = 4$ ist eine Lösung $\to \lim_{n \to \infty} a_n = 4$

A5) a) I.A.: $a_0 = \frac{x_1^0 - x_2^0}{x_1 - x_2} = \frac{1-1}{x_1 - x_2} = \frac{0}{x_1 - x_2} = 0$ ✓

I.V.: Es gilt $a_n = \frac{x_1^n - x_2^n}{x_1 - x_2} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

I.S.: $n \to n+1$ ...

b) (i) Ja, das liegt am Endomorphismenring

(ii) " " "

c)

	(i)	(ii)	(iii)
a_0	$= 0$	$= 0$	$= 0$
a_1	$= 1$	$= 1$	$= 1$
a_2	$= 1$	$= 4$	$= 0$
a_3	$= 2$	$= 23$	$= -1$
a_4	$= 3$	$= 120$	$= 0$
a_5	$= 5$	$= 641$	$= 1$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	Fibonacci-Reihe		

A6) a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n^3-n}{n(3n^2+2)}\right) = \lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n(2n^2-1)}{n(3n^2+2)}\right) = \frac{2}{3}$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\left(\frac{5+2n}{1+n}\right)^3\right) = \lim\limits_{n\to\infty}\left(\left(\frac{2n}{n}\right)^3\right) = 2\cdot 2\cdot 2 = 8$

c) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{2n^2+n+1} - \sqrt{2n^2+9n}\right) = \lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n^2+n+1-2n^2-9n}{\sqrt{2n^2+n+1}+\sqrt{2n^2+9}}\right) =$

$= \lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n\cdot\left(-8+\frac{1}{n}\right)}{n\cdot\left(\sqrt{2+\frac{1}{n}+\frac{1}{n^2}}+\sqrt{2+\frac{8}{n^2}}\right)}\right) = \frac{-\cancel{\infty}8}{2\sqrt{2}} = -2\sqrt{2}$

d) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(n^3 - \sqrt{n^6+n^2+1}\right) = \lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^6-(n^6+n^2+1)}{n^3+\sqrt{n^6+n^2+1}}\right) =$

$= \lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+1}{n^3+\sqrt{n^6+n^2+1}}\right) = 0$

e) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[4]{n^4+n^3} - \sqrt[4]{n^4-n^3}\right) = \lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt[2]{n^4+n^3} - \sqrt[2]{n^4-n^3}}{\sqrt[4]{n^4+n^3}+\sqrt[4]{n^4-n^3}} =$

$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^4+n^3-n^4+n^3}{\left(\sqrt[4]{n^4+n^3}+\sqrt[4]{n^4-n^3}\right)\left(\sqrt[2]{n^4+n^3}+\sqrt[2]{n^4-n^3}\right)}\right) = \lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{2n^3}{n\cdot\left(\sqrt[4]{1+\frac{1}{n}}+\sqrt[4]{1-\frac{1}{n}}\right)\cdot n^2\cdot\left(\sqrt[2]{1+\frac{1}{n}}+\sqrt[2]{1-\frac{1}{n}}\right)}\right)$

$= \frac{2}{2\cdot 2} = \frac{1}{2}$

f) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^2}{n+2} - \frac{n^2}{n+1}\right) = \lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^2(n+1)-n^2(n+2)}{(n+2)(n+1)}\right) = \lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^3+n^2-n^3-2n^2}{n^2+3n+3}\right) =$

$= \lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{-n^2}{n^2\left(1+\frac{3}{n}+\frac{3}{n^2}\right)}\right) = \lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{-1}{1}\right) = -1$