Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMathC2

Name, Vorname: Wurm, Jens

StudOn- Kennung: qy28qise

Blatt- Nummer: 03

Übungsgruppe- Nr. 7

Die Folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei: Alle

8.5/10*30=25.5

A1) a) (i) $\dfrac{5 + (-1)^n + \frac{1}{n} \cdot \sin(n)}{n^2} \Rightarrow = 0$ $\quad \hat{=} \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5+(-1)^n}{n^2}$ $\quad \left.\begin{array}{l} n \text{ gerade} = \dfrac{6}{n^2} \\ n \text{ ungerade} = \dfrac{4}{n^2} \end{array}\right\} \underline{\underline{=0}}$

$\lim\limits_{n\to\infty} \in \{-1,1\}$ $\qquad \lim\limits_{n\to\infty} = 0$

(ii) $\dfrac{n}{n^2+1} \cdot \underbrace{\dfrac{5\sin(2n) - 2\sin(3n)}{6+\cos(4n)-\cos(5n)}}_{\hat{=}\text{Rest}} = \dfrac{1}{n+\frac{1}{n}} \cdot \text{Rest} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1 \cdot \text{Rest}}{n + \underbrace{\frac{1}{n}}_{=0}} \quad \dfrac{1}{\infty} \cdot \text{Rest} = 0 \cdot \text{Rest} = 0$

b) (i) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \Rightarrow$ inf 0, sup ∞ / , HP / , TP 0

(ii) " " $\Rightarrow$ inf -1, sup 1, HP 1, TP -1

(iii) " " $\Rightarrow$ inf -11, sup ∞ / , HP / , TP -11

(iv) " " $\Rightarrow$ wenn $q<0$: wenn n gerade: inf 0, sup ∞, HP / , TP 0
" " ungerade: inf $-\infty$, sup 0, HP 0, TP /
wenn $q=0$: $n \neq 0$, da 0^0 undefiniert: immer 0
wenn $q>0$: inf 0, sup ∞, HP / , TP 0

A8) a) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{2+k}$ Divergenzkriterium: $\lim\limits_{k\to\infty} \frac{k}{2+k} = 1$

Folge

Da die Reihe gegen 1 und nicht gegen 0 geht, divergent

b) $\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{k-1}{3k^2+2k}\right)^{\frac{k}{2}}$ Wurzelkrit.: $\sqrt[k]{\left(\frac{k-1}{3k^2+2k}\right)^{\frac{k}{2}}} = \left(\frac{k-1}{3k^2+2k}\right)^{\frac{1}{2}}$

$$= \left(\frac{k\left(1-\frac{1}{k}\right)}{k(3k+2)}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1-\frac{1}{k}}{3k+2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \lim_{k\to\infty} \frac{1}{k} = 0 \quad \Rightarrow \frac{1-0}{3k+2} \quad \lim_{k\to\infty} \frac{1}{3k+2} = \frac{1}{\infty} = 0$$

=> Reihe ist konvergent

c) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k)}{k^k}$ Wurzelkriterium: $\sqrt[k]{\left|\frac{\sin(k)}{k^k}\right|} = \frac{\sqrt[k]{|\sin(k)|}}{k}$

$\lim\limits_{k\to\infty} \frac{\sqrt[k]{|\sin(k)|}}{k} = \frac{\sqrt[k]{|\sin(k)|}}{\infty} = 0$ => Reihe konvergent

A8) d) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{k+2}-\sqrt{k-1}}{2^k} = \sum \frac{\left(\sqrt{k+2}-\sqrt{k-1}\right)\left(\sqrt{k+2}+\sqrt{k-1}\right)}{2^k\left(\sqrt{k+2}+\sqrt{k-1}\right)\ (\hat{=}HN)} = \sum \frac{k+2-k+1}{HN} = \frac{3}{HN}$

Wurzelkrit.: $\sqrt[k]{\frac{3}{HN}} = \frac{\sqrt[k]{3}}{\sqrt[k]{2^k}\cdot\sqrt[k]{\sqrt{k+2}+\sqrt{k-1}}} = \frac{1}{2\cdot\underbrace{\sqrt[k]{\sqrt{k+2}+\sqrt{k-1}}}_{\lim\limits_{k\to\infty} = 1}} = \frac{1}{2\cdot 1} = \frac{1}{2} < 1$

= Reihe konvergiert

A9) a) (i) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{4k+3}{2k^2-4} \hat{=} \sum_{k=2}^{\infty} \frac{4k}{2k^2} \hat{=} \sum_{k=2}^{\infty} \frac{4}{2k}$, $\lim_{k \to \infty} \frac{4}{2k} = \frac{2}{\infty} = 0+0 \Rightarrow$ Konvergent

(ii) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{4k^2+3}{3k^2-4} \hat{=} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{4k^2}{3k^2}$ $\quad \lim_{k=\infty} \frac{4k^2}{3k^2} = \frac{4}{3} \Rightarrow$ Konvergiert

(iii) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k}}$ | $\lim_{k \to \infty} \frac{1}{\sqrt{k}} = \frac{1}{\sqrt{\infty}} \hat{=} \frac{1}{\infty} = 0+0 \Rightarrow$ konvergiert

b) (i) (1+2) beide haben mindestens einen Häufungspunkt, da beide beschränkt sind

(3) $\frac{\sin(n)}{n} = \underbrace{\sin(n)}_{\text{beschränkt}} \cdot \underbrace{\frac{1}{n}}_{\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} = 0}$ } konvergiert gegen 0+0, hat HP

(ii) am einfachsten bei c_n, da dies gegen 0+0 konvergiert, daher Häufungspunkt = $\{0\}$

Deckblatt für die Abgabe der Übungsaufgaben
IngMathC2

Name, Vorname: Wurm, Jens

StudOn- Kennung: qy28qise

Blatt- Nummer: 03

Übungsgruppe- Nr. 7

Die Folgenden Aufgaben gebe ich zur Korrektur frei: Alle

A1) a) (i) $\dfrac{5 + (-1)^n + \frac{1}{n} \cdot \sin(n)}{n^2} \Rightarrow = 0$

$\lim\limits_{n\to\infty} \{-1, 1\}$ $\qquad \lim\limits_{n\to\infty} = 0$

$= \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5 + (-1)^n}{n^2}$ $\qquad$ n gerade $= \dfrac{6}{n^2}$, $\quad$ n ungerade $= \dfrac{4}{n^2}$ $\Big\} = 0$

(ii) $\dfrac{n}{n^2+1} \cdot \underbrace{\dfrac{5\sin(2n) - 2\sin(3n)}{6 + \cos(4n) - \cos(5n)}}_{\hat{=}\ \text{Rest}} = \dfrac{1}{n + \frac{1}{n}} \cdot \text{Rest} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n + \underbrace{\frac{1}{n}}_{=0}} \cdot \text{Rest} = \dfrac{1}{\infty} \cdot \text{Rest} = 0 \cdot \text{Rest} = 0$

b) (i) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \Rightarrow$ inf 0, sup ∞, HP /, TP 0

(ii) " " $\Rightarrow$ inf -1, sup 1, HP 1, TP -1

(iii) " " $\Rightarrow$ inf -11, sup ∞, HP /, TP -11

(iv) " " $\Rightarrow$ wenn $q < 0$: wenn n gerade: inf 0, sup ∞, HP /, TP 0
" " ungerade: inf $-\infty$, sup 0, HP 0, TP /
wenn $q = 0$: $n \neq 0$, da 0^0 undefiniert: immer 0
wenn $q > 0$: inf 0, sup ∞, HP /, TP 0

A8) a) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{2+k}$ Divergenzkriterium: $\lim_{k \to \infty} \frac{k}{2+k} = 1$

Da die Reihe gegen 1 und nicht gegen 0 geht, divergent

b) $\sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{k-1}{3k^2+2k}\right)^{\frac{k}{2}}$ Wurzelkrit.: $\sqrt[k]{\left(\frac{k-1}{3k^2+2k}\right)^{\frac{k}{2}}} = \left(\frac{k-1}{3k^2+2k}\right)^{\frac{1}{2}}$

$$= \left(\frac{k(1-\frac{1}{k})}{k(3k+2)}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1-\frac{1}{k}}{3k+2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad \lim_{k \to \infty} \frac{1}{k} = 0 \quad \Rightarrow \frac{1-0}{3k+2} \quad \lim_{k \to \infty} \frac{1}{3k+2} = \frac{1}{\infty} = 0$$

=> Reihe ist konvergent

c) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin(k)}{k^k}$ Wurzelkriterium: $\sqrt[k]{\frac{\sin(k)}{k^k}} = \frac{\sqrt[k]{\sin(k)}}{k}$

$\lim_{k \to \infty} \frac{\sqrt[k]{\sin(k)}}{k} = \frac{\sqrt[k]{\sin(k)}}{\infty} = 0$ => Reihe konvergent

A8) d) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{k+2}-\sqrt{k-1}}{2^k} = \frac{(\sqrt{k+2}-\sqrt{k-1})(\sqrt{k+2}+\sqrt{k-1})}{2^k(\sqrt{k+2}+\sqrt{k-1})\ (\hat{=} HN)} = \frac{k+2-k+1}{HN} = \frac{3}{HN}$

Wurzelkrit.: $\sqrt[k]{\frac{3}{HN}} = \frac{\sqrt[k]{3}}{\sqrt[k]{2^k} \cdot \sqrt[k]{\sqrt{k+2}+\sqrt{k-1}}} = \frac{1}{2 \cdot \underbrace{\sqrt[k]{\sqrt{k+2}+\sqrt{k-1}}}_{\lim_{k \to \infty} = 1}} = \frac{1}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2} < 1$

= Reihe konvergiert

A9) a/ (i) $\sum_{K=2}^{\infty} \frac{4K+3}{2K^2-4} \hat{=} \sum_{K=2}^{\infty} \frac{4K}{2K^2} \hat{=} \sum_{K=2}^{\infty} \frac{4}{2K}$ / $\lim_{K\to\infty} \frac{4}{2K} = \frac{2}{\infty} = 0+0$ => Konvergenz

(ii) $\sum_{K=0}^{\infty} \frac{4K^2+3}{3K^2-4} \hat{=} \sum_{K=0}^{\infty} \frac{4K^2}{3K^2}$ $\lim_{K=\infty} \frac{4K^2}{3K^2} = \frac{4}{3}$ => konvergiert

(iii) $\sum_{K=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{K}}$ | $\lim_{K\to\infty} \frac{1}{\sqrt{K}} = \frac{1}{\sqrt{\infty}} \hat{=} \frac{1}{\infty} = 0+0$ => konvergiert

b/ (i) (1+2) beide haben mindestens einen Häufungspunkt, da beide beschränkt sind

(3) $\frac{\sin(n)}{n} = \underbrace{\sin(n)}_{} \cdot \underbrace{\frac{1}{n}}_{}$

beschränkt $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$ } konvergiert gegen 0+0, hat HP

(ii) am einfachsten bei c_n, da dies gegen 0+0 konvergiert, daher Häufungspunkt = {0}

Anmerkung: A7) b) iv) Wenn q>0, dann existiert kein Tiefpunkt.

D.h. der „TP 0“ ist falsch, es muss heißen „TP /“