Vorlesung 4

Alexander Mattick Kennung: qi69dube

Kapitel 1

5. Mai 2020

große Varianz über fließkommaungenauigkeit führt bei stark schwankenden funktionen zu großen ungenauigkeiten! (spez. bei iterativen verfahren).

$$\int_0^1 x^n e^{0.1x} dx$$

Der fehler wird durch jeden iterationsschritt durchpropagiert und dadurch verstärkt!

Idee:

Rückwärtsiteration: $I_n = 10e^{0.1} - 10n * I_{n-1}$

$I_{n-1} = \frac{10e^{0.1}}{10n}$ man beginnt bei schätzwert $\tilde{I}_{10}$

und läuft davon rückwärts.

je besser der schätzwert, desto schneller die Konvergenz, man kann z.B immer, wenn n ausgerechnet werden soll $I_{n+10} = 0$ schätzen und dann 10 mal rückwärts approximieren. Wenn man bessere entwicklungszahl für I_{n+k} hat braucht man vllt keine 10 schritte.

Algorithmen, die fehler verstärken heißen **instabil.** Algorithmen, die dies nicht tun heißen **stabil**

"Curse of dimensionality", man versucht die eingangsdimensionalität zu minimieren.

1 Lin ALg

Lösen iterativ für große sparse matrices. evtl nie genauer Wert, keine feste iterationszahl

Lösen direkt für kleine, exakte matrizen und lösungen. exakte Lösung(bis auf float-fehler), feste anzahl schritte e.g. $O(n^3)$

direkt: Gauss-verfahren

direkt: Faktorisieren $Ax = b \to A = A_1 A_2$

Dann leichtere lösen; $A_1 y = d$ und $A_2 z = e$ also erst $A_1 y = b$ lösen und dann in $A_2 x = y$ LR-Zerlegung $A = LR$ wobei L eine (linke) untere Dreiecksmatrix und R eine (rechte) obere Dreiecksmatrix ist (LU-Decomposition)

QR-Zerlegung $A = QR$, Q ist eine orthogonale matrix, R eine (rechte) obere Dreiecksmatrix.

Eine nxn Matrix heißt orthogonal, falls eine dieser bedingungen gilt:

$Q^T Q = Id$

$QQ^T = Id$ (also $Q^{-1} = Q^T$

Spalten oder Zeilen von Q bilden eine Orthonormalbasis

Abbildung Q ist winkel und längentreu

Q erhält das skalarprodukt $Qx \circ Qy = x \circ y$

Winkel $cos(x,y) = \frac{x \circ y}{||x||||y||}$

Orthogonale Matritzen sind Drehungen oder Spiegelungen.

$$R = \begin{bmatrix} cos(\phi) & -sin(\phi) \\ sin(\phi) & cos(\phi) \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} cos(2\phi) & sin(2\phi) \\ sin(2\phi) & -cos(2\phi) \end{bmatrix}$$