Übung 7

Alexander Mattick Kennung: qi69dube

Kapitel 1

2. Juli 2020

X,Y sind ZV $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$

$\Omega = \mathbb{N}_0$ $\mathcal{A} = \mathbb{P}(\Omega)$

1.

$$f_X(k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$$

2.

$$f_Y(k) = e^{-\mu} \frac{\mu^k}{k!}$$

Beide sind voneinander UNABHÄNIG!!

$Z = X + Y$ ist definiert $(\Omega_z, \mathcal{A}_Z, \mathbb{P}_z)$

$\Omega_z = \mathbb{N}_0$ weil $\mathbb{N}_0$ abgeschlossene Gruppe über Addition.

Die Summe der Messräume gibt den neuen Messraum:

$\Omega_Z = (\Omega_Y + \Omega_X) = \mathbb{N}_0$

$\mathcal{A} = P(\Omega_z)$

Die Summe der beiden ZV liefert $x + y = z \implies x = z - y$

$$f_Z(n) = \sum_{k=0}^{n} f_X(k) \cdot f_Y(n-k) = \sum_{k=0}^{n} e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\mu} \frac{\mu^{n-k}}{(n-k)!}$$

$$e^{-\lambda-\mu} \sum_{k=0}^{n} \frac{\lambda^k}{k!} \frac{\mu^{n-k}}{(n-k)!}$$

Erweitern mit n!

$$e^{-\lambda-\mu} \sum_{k=0}^{n} \frac{\lambda^k}{k!} \frac{\mu^{n-k} n!}{(n-k)! n!} = \frac{e^{-\lambda-\mu}}{n!} \sum_{k=0}^{n} \frac{\lambda^k}{k!} \frac{\mu^{n-k} n!}{(n-k)!} = \frac{e^{-\lambda-\mu}}{n!} \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \lambda^k \mu^{n-k} n! = \frac{e^{-\lambda-\mu}}{n!} (\lambda + \mu)^n = f_Z(n)$$