

descrizione regioni e contorni

Raimondo Schettini
DISCo - Università di Milano Bicocca
Raimondo.schettini@unimib.it



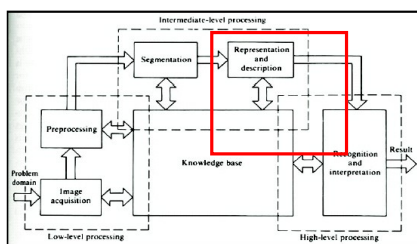
1

I docenti per lezioni ed esercitazioni si avvalgono di slide. Le slide superano abbondantemente il migliaio. Sono state fatte, rifatte, perfezionate negli anni, ma per quanto possano essere ben fatte non saranno mai, da sole, un esaustivo supporto per lo studio. Per comprendere gli argomenti si suggerisce caldamente di seguire attivamente il corso e di prendere appunti. Per lo studio a casa si suggerisce di usare le slide e gli appunti come indice agli argomenti da studiare sul libro, o sui libri a disposizione. Da quest'anno le slide verranno rese disponibili PRIMA delle lezioni.

Le slide sono rese disponibili in formato elettronico e sono per uso personale.

2

Elaborazione delle immagini



3

Analisi di immagini

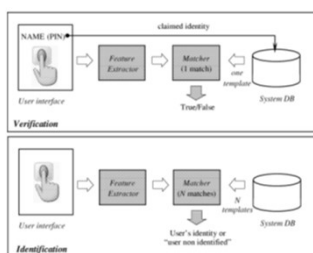


L'analisi dell'immagine (rappresentazione e descrizione) o degli oggetti dell'immagine serve per:

- per classificare le immagini (globalmente).
- per misurare, localizzare, riconoscere gli oggetti nella scena

4

Riconoscimento vs. classificazione

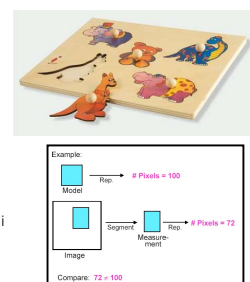


5

Matching / Riconoscimento

- 1) rappresentazione/descrizione del modello (può essere anche l'immagine stessa del modello)
- 2) identificazione di possibili candidati (ROI) nell'immagine (e.g. mediante segmentazione o sliding windows)
- 3) rappresentazione/descrizione dei candidati nell'immagine
- 4) confronto delle rappresentazioni / descrizioni dei modelli e dei candidati
- 5) decisione

Esempi di riconoscimento



6

Rappresentazione e descrizione

La **rappresentazione** di una regione può essere basata su caratteristiche **esterne** (cioè del boundary), su caratteristiche **interne** (cioè legate ai pixel che la compongono), o su caratteristiche topologiche (cioè legate a caratteristiche che rimangono inalterate quando una figura viene deformata a piacere)

In generale, una rappresentazione esterna è conveniente quando sono importanti le caratteristiche di forma della regione, mentre una rappresentazione interna è più adeguata se si ritengono importanti caratteristiche della superficie, come il colore o la tessitura.

Spesso più tipi di caratteristiche sono importanti (per esempio, nel retrieval di immagini basato sul contenuto)

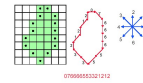
Una volta scelte le caratteristiche da rappresentare, ne va effettuata una **descrizione** appropriata allo scopo finale della elaborazione, mediante appositi **descrittori (features)**

7

Rappresentazione e descrizione

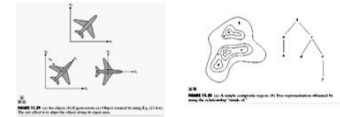
Tre possibili approcci per la rappresentazione e la descrizione:

contorni



- regioni

- * binarie vs non binarie
- ** relazioni fra regioni



- proprietà topologiche della regione



8

Rappresentazione e descrizione



- palla
- sfera

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

Oggetto (concreto)
un oggetto e' qualcosa che puo' essere visto o toccato

Astrazione
Un concetto indipendente dai casi particolari

Rappresentazione
Un modo per simbolizzare un oggetto



9

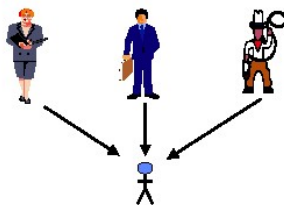
Rappresentazione

- Idealmente la descrizione dovrebbe essere:
- sufficiente (per il raggiungimento dello scopo)
- di ampia applicabilità (capace di descrivere molte classi di oggetti)
- non ambigua (due oggetti distinti non possono avere la medesima rappresentazione)
- unica (ogni oggetto distinto ha una univoca descrizione)
- stabile rispetto al rumore
- invariante per rotazione, traslazione e scala (solo se richiesto)
- generativa (e' possibile ricostruire l'oggetto a partire dalla sua rappresentazione)
- conveniente (per gli scopi dell'applicazione)

10

Rappresentazione e descrizione

- sufficiente (per il raggiungimento dello scopo)



- dipende dall'applicazione

11

Rappresentazione e descrizione

di ampia applicabilità (capace di descrivere molte classi di oggetti)



12

Rappresentazione e descrizione

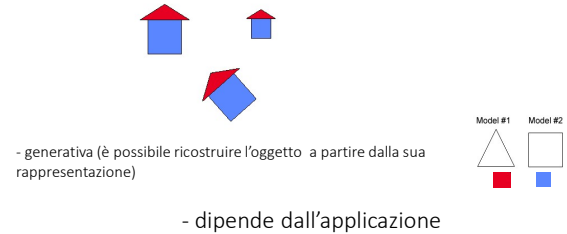
- non ambigua (due oggetti distinti non possono avere la medesima rappresentazione)
- unica (ogni oggetto distinto ha una univoca descrizione)



13

Rappresentazione e descrizione

- invariante per rotazione, traslazione e scala



14

Rappresentazione e descrizione

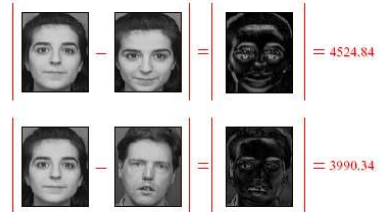
- stabile rispetto al rumore o a piccole perturbazioni



15

Rappresentazione e descrizione

- stabile rispetto al rumore o a grandi perturbazioni

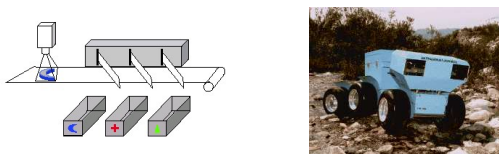


- Nella pratica non sempre la differenza fra pixel omologhi è significativa.
- E' spesso necessario trasformare/elaborare l'immagine per avere descrizioni più robuste al rumore o possibili perturbazioni

16

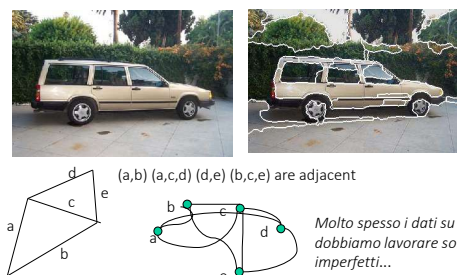
Rappresentazione e descrizione

- conveniente (per gli scopi dell'applicazione)



17

Rappresentazione e descrizione



18

Rappresentazione e descrizione



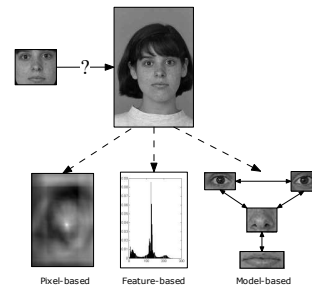
1985

2002

Molto spesso non riusciamo ad individuare le feature da usare se non in termini troppi vaghi. Altrettanto spesso le feature a cui noi ci riferiamo o ci piacerebbe usare sono di "alto livello".

19

Rappresentazione e descrizione



20

Rappresentazione e descrizione



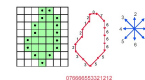
Supponiamo fatto il labeling delle componenti connesse. Ogni componente connessa e' una regione. Come possiamo distinguere automaticamente i chicchi di riso dai bulloni?

21

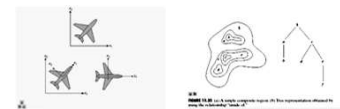
Rappresentazione e descrizione

Tre possibili approcci per la rappresentazione e la descrizione:

contorni



- regioni
* binarie vs non binarie
** relazioni fra regioni



- proprietà topologiche



22

Rappresentazione e descrizione

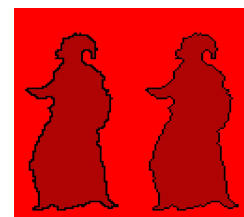
Per confrontare le descrizioni degli oggetti ho bisogno di definire una distanza. Una distanza deve soddisfare le seguenti proprietà

- $P_1 : d(I, I) = d(J, J)$ self - similarity
- $P_2 : d(I, J) \geq d(I, I)$ minimality
- $P_3 : d(I, J) = d(J, I)$ symmetry
- $P_4 : d(I, K) + d(K, J) \geq d(I, J)$ triangular inequality

23

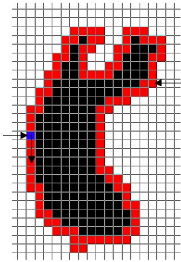
Estrazione del contorno

Il contorno C di una figura F è il sottoinsieme di F i cui punti hanno distanza unitaria da F*.



24

Estrazione del contorno



Per l'estrazione del contorno di un oggetto (ovvero della sequenza ordinata di pixel che lo compongono) viene normalmente impiegata una semplice tecnica di inseguimento che percorre il bordo sempre nella stessa direzione fino ad incontrare un pixel già visitato.

25

Estrazione del contorno

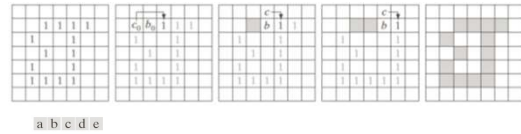
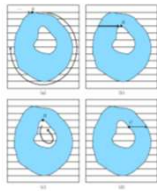


FIGURE 11.1 Illustration of the first steps in the boundary-following algorithm. The point to be processed next is labeled in black, the points yet to be processed are gray, and the points found by the algorithm are labeled as gray squares.

Più difficile di quanto sembri. Ci sono molti casi particolari. L'algoritmo è descritto nel libro in dettaglio.

26

Estrazione del contorno esterno/interno



Etichettatura combinata di regioni e contorno. L'immagine viene attraversata dall'alto a sinistra in basso a destra una riga alla volta. In (a), si trova il primo punto A sul bordo esterno della regione. Partendo dal punto A, i pixel sul bordo lungo il contorno esterno vengono visitati ed etichettati fino a raggiungere nuovamente A. In (b), si trova il primo punto B su un contorno interno. I pixel lungo il contorno interno vengono visitati ed etichettati fino a raggiungere nuovamente il punto B (c). In (d), si trova un punto C già etichettato su un contorno interno. La sua etichetta si propaga lungo la riga dell'immagine all'interno della regione.

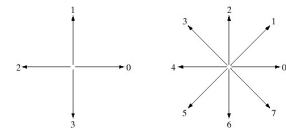
27

Chain code

Il chain code (o Codice di Freeman) descrive esattamente oggetti binari. Il contorno è considerato come un percorso 4- o 8-connesso.

Dato un punto di inizio (x,y), si codifica la sequenza ordinata dei singoli passi di cui consiste il contorno. I passi sono ordinati come in figura.

FIGURE 11.1 Direction numbers for (a) 4-directional chain code, and (b) 8-directional chain code.



Forte compressione dei dati. Generativo. Non invariante. Molto sensibile al rumore.

28

Chain code

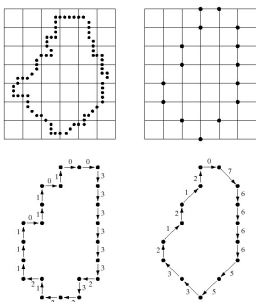


FIGURE 11.2 (a) Digital boundary with resampling grid superimposed. (b) Result of resampling. (c) 4-directional chain code. (d) 8-directional chain code.

Per ridurre la sensibilità al rumore si effettua un ricomponento.

- come facciamo ad eliminare la dipendenza dal punto di inizio ?
- ed a renderlo invariante per rotazione ?

29

Chain code

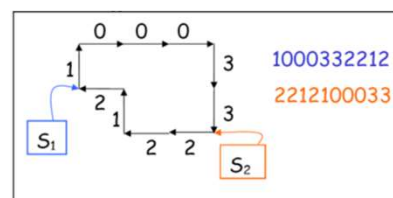


Figura 1 Chain code risultanti per due diversi punti di partenza S_1 e S_2

30

Chain code

4-contorno con 102 codici

```
0010100110003330001100010001110101211111211
21222213222230003033232222121111212111223
33333333333333333333
```

8-contorno, con 81 codici

```
001102107660002100100221123222323444354446
00775544433223432244666666666666666666666
```

A partire dal chain code si possono calcolare area, perimetro ed altre feature...e.g. La lunghezza del contorno è pari al numero di codici in N4 e dalla formula: $L8 = npari + V2$ ndispari in N8

31

Chain code

Chain code

067644222 066444201 444201066

Curvatura: differenza dei chain code

-6-11202002 -6020022-11 0022-11-602

Curvatura normalizzata = modulo 8

2712202002 202002271 002271202

La codifica della forma e' la permutazione che produce il numero piu' piccolo

002271202

32

Shape number

Chain code: 000030032232221211
Difference: 300031033013003130
Shape no: 000310330130031303

FIGURE 11.12
Steps in the generation of a shape number.

33

Estrazione del contorno

FIGURE 11.5 (a) Noisy image. (b) Image smoothed with a 9×9 averaging mask. (c) Smoothed image, thresholded using Otsu's method. (d) Longest outer boundary of (c). (e) Subsampled boundary (the points are shown enlarged for clarity). (f) Connected points from (e).

34

Approssimazione poligonale

FIGURE 11.3
(a) Object boundary enclosed by cells.
(b) Minimum perimeter polygon.

Poligono di minimo perimetro. Dato il boundary, lo si pensi contenuto in un insieme di celle concatenate. Il poligono di minimo perimetro è quello che si adatta meglio alla geometria della striscia di celle, appoggiandosi alle pareti delle celle e in genere seguendo il percorso più breve. *Algoritmo descritto in dettaglio nel libero.*

35

Approssimazione poligonale

FIGURE 11.6 (a) An object boundary (black curve). (b) Boundary enclosed by cells (in gray). (c) Minimum-perimeter polygon obtained by allowing the boundary to shrink. The vertices of the polygon are created by the corners of the inner and outer walls of the gray region.

36

Approssimazione poligonale

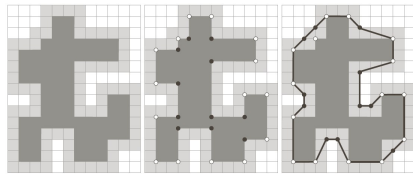


FIGURE 11.7 (a) Region (dark gray) resulting from enclosing the original boundary by cells (see Fig. 11.6). (b) Convex (white dots) and concave (black dots) vertices obtained by following the boundary of the dark gray region in the counterclockwise direction. (c) Concave vertices (black dots) displaced to their diagonal mirror locations in the outer wall of the bounding region; the convex vertices are not changed. The MMP (black boundary) is superimposed for reference.

Approssimazione poligonale

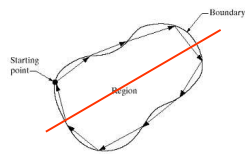


FIGURE 11.8 (a) 500 x 500 binary image. (b) 8-connected boundary. (c) through (i) MMPs obtained using square cells of sizes 2, 3, 4, 6, 8, 16, and 32, respectively (the vertices were joined by straight lines for display). The number of boundary points in (h) is 1900. The numbers of vertices in (c) through (i) are 206, 160, 127, 92, 66, 32, and 13, respectively.

Approssimazione poligonale

Gli algoritmi per l'approssimazione poligonale possono essere classificati in:

- algoritmi di accrescimento
- algoritmi di scomposizione
- algoritmi misti



Approssimazione poligonale

Algoritmo di accrescimento: esempio.

- 1) identificazione di un punto di inizio e specifica dell'errore massimo H
- 2) Accrescimento del tratto considerato sino a che questi e' contenuto in una finestra di altezza H
- 3) approssimazione del tratto considerato con un segmento
- 4) Iterazione dei passi 2) e 3)



Approssimazione poligonale

Algoritmo di scomposizione: esempio.

- 1) dividere la curva in tratti compresi fra i vertici piu' "pronunciati"
- 2) Identificare i tratti che non soddisfano il criterio scelto. E.g massimo errore maggiore di una data soglia
- 3) Dividere i tratti che non soddisfano il criterio usando il punto più lontano dalla retta approssimante
- 4) Per ogni tratto, iterare i punti 2) e 3)
- 5) approssimazione dei tratti risultanti con segmenti



Approssimazione poligonale

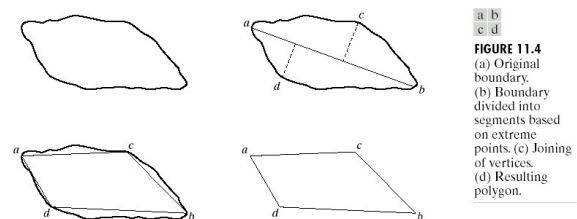
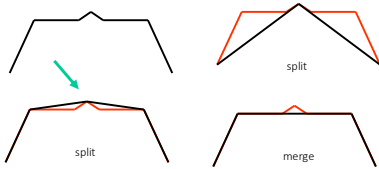


FIGURE 11.4 (a) Original boundary. (b) Boundary divided into segments based on extreme points. (c) Joining of vertices. (d) Resulting polygon.

Approssimazione poligonale

Algoritmo misto (split and merge) esempio.

- 1) Applicazione di un algoritmo di scomposizione
- 2) soppressione dei vertici spuri



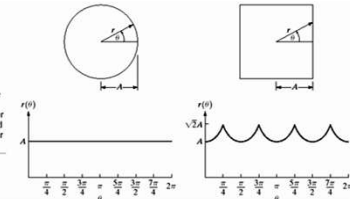
Come faccio a dire che un vertice e' spurio ?

Signature

FIGURE 11.5

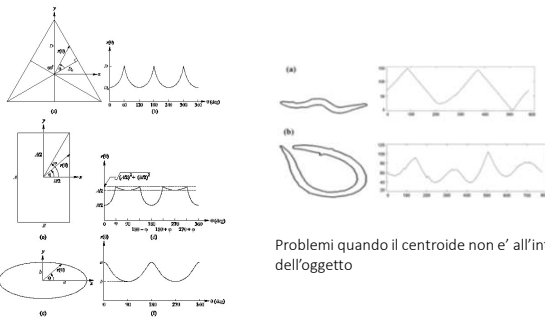
Distance-versus-angle signatures. In (a) $r(\theta)$ is constant. In (b), the signature consists of repetitions of the pattern

$$r(\theta) = A \sec \theta \text{ for } 0 \leq \theta \leq \pi/4 \text{ and } r(\theta) = A \csc \theta \text{ for } \pi/4 < \theta \leq \pi/2.$$



- Riduce la dimensione dei dati. I dati sono o vanno quantizzati. E' **invariante per traslazione**
- Per ottenere l'**invarianza per rotazione** si sceglie il punto di origine nel punto più lontano dal centroide
- Diverse strategie per ottenere l'**invarianza per scala**: l'idea è di normalizzare i valori nel range [0,1]

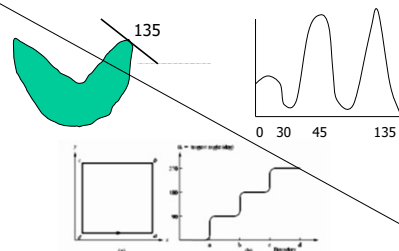
Signature



Problemi quando il centroide non e' all'interno dell'oggetto

Tangent-Angle Signature

- La signature puo' essere generata misurando anche altre caratteristiche



Signature

La signature permette di semplificare la descrizione delle forme passando da due ad una dimensione (2D->1D)
Dalle signature si possono estrarre informazioni ancora più compatte. Ad esempio?

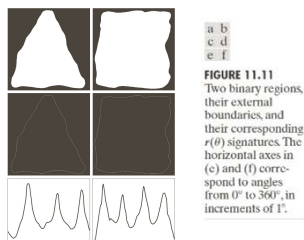


FIGURE 11.11 Two binary regions, their external boundaries, and their corresponding $r(\theta)$ signatures. The horizontal axes in (c) and (f) correspond to angles from 0° to 360° , in increments of 1° .

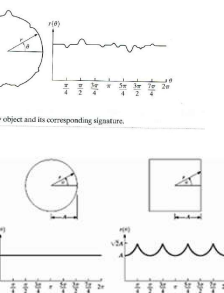
Signature

FIGURE 12.2 A binary object and its corresponding signature.

FIGURE 11.5

Distance-versus-angle signatures. In (a) $r(\theta)$ is constant. In (b), the signature consists of repetitions of the pattern

$$r(\theta) = A \sec \theta \text{ for } 0 \leq \theta \leq \pi/4 \text{ and } r(\theta) = A \csc \theta \text{ for } \pi/4 < \theta \leq \pi/2.$$



Come faccio a confrontare le signature e ad affermare che l'oggetto rappresentato è una circonferenza ?

Signature

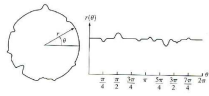
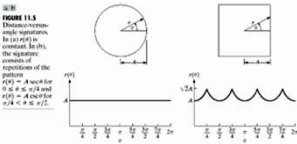


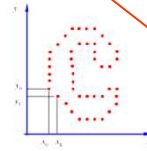
FIGURE 11.2 A noisy object and its corresponding signature.



$$d = \left(\sum_{i=1}^m (f_i^q - f_i')^2 \right)^{1/2}$$

where $f_i^q = (f_1^q, f_2^q, \dots, f_m^q)$ and $f_i' = (f_1', f_2', \dots, f_m')$ are the feature vectors of the two shapes respectively

Descrittori di Fourier



Si consideri un contorno digitale costituito da K punti, nel piano xy : A partire da un punto arbitrario, per esempio (x_0, y_0) , si esprimano le coordinate dei K punti nella forma

$$x(k) = x_0 + y(k) = y_0$$

supponendo di percorrere il contorno in senso antiorario.

Il boundary può pertanto essere rappresentato dalla sequenza di coordinate:

$$s(k) = [x(k), y(k)], k = 0, 1, 2, \dots, K-1$$

Inoltre, trattando l'asse x come asse reale e l'asse y come asse immaginario, ogni $s(k)$ può essere considerato come un numero complesso:

$$s(k) = x(k) + jy(k)$$

49

50

Descrittori di Fourier

Questo cambiamento di rappresentazione (il contorno è rimasto invariato) ha il vantaggio di ridurre il problema da 2-D a 1-D.

La DFT di $s(k)$, è:

$$a(u) = 1/K \sum_{k=0}^{K-1} s(k) e^{-j2\pi uk/K}$$

Per $u = 0, 1, 2, \dots, K-1$.

I coefficienti complessi $a(u)$ sono chiamati descrittore di Fourier del contorno.

Antitrasformando i coefficienti si ripristina il contorno

$$s(k) = \sum_{u=0}^{K-1} a(u) e^{j2\pi uk/K} \quad k = 0, 1, 2, \dots, K-1$$

Descrittori di Fourier

Si supponga di utilizzare nella ricostruzione soltanto i primi P coefficienti di Fourier, che equivale a porre $a(u) = 0$ per $u > P-1$ nella equazione precedente. Ne risulta una ricostruzione approssimata di $s(k)$.

$$\hat{s}(k) = \sum_{u=0}^{P-1} a(u) e^{j2\pi uk/K} \quad k = 0, 1, 2, \dots, K-1$$

Ovviamente il contorno approssimato è costituito ancora da K_p punti, anche se per la ricostruzione di ciascun punto viene utilizzato un numero inferiore di coefficienti.

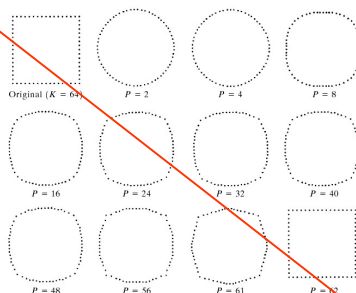
Inoltre, al diminuire di P diminuisce il livello di dettaglio nella rappresentazione: bastano pochi coefficienti di ordine basso (basse "frequenze") per definire l'andamento generale della forma del boundary, ne occorrono molti di ordine elevato (alte "frequenze") per catturare i dettagli (vertici, lati rettilinei, etc.).

51

52

Descrittori di Fourier

FIGURE 11.14 Examples of reconstruction from Fourier descriptors. P is the number of Fourier coefficients used in the reconstruction of the boundary.



Descrittori di Fourier



FIGURE 11.20 (a) Boundary of human chromosomes (2800 points). (b) (c) Boundary reconstructed using 100, 200, 400, 800, 1600, and 2800 Fourier descriptors, respectively. These numbers are approximately 3.5%, 7%, 14%, 28%, 56%, and 100% of 2800, respectively.

53

54

Descrittori di Fourier

Un piccolo numero di descrittori di Fourier di bassa frequenza può pertanto essere usato per *discriminare* tra boundary di forme differenti.

Ricordando le proprietà della trasformata di Fourier, le variazioni dei descrittori di Fourier in seguito a rotazione, traslazione, cambiamento di scala o del punto iniziale del contorno possono essere facilmente espresse, come mostrato nella tabella seguente:

Transformation	Boundary	Fourier Descriptor
Identity	$s(k)$	$a(u)$
Rotation	$s_r(k) = s(k)e^{i\theta}$	$a_r(u) = a(u)e^{i\theta u}$
Translation	$s_t(k) = s(k) + \Delta u$	$a_t(u) = a(u) + \Delta u \delta(u)$
Scaling	$s_s(k) = as(k)$	$a_s(u) = a(u)$
Starting point	$s_p(k) = s(k - k_0)$	$a_p(u) = a(u)e^{-i2\pi k_0 u / N}$

TABLE 11.1
Some basic
properties of
Fourier
descriptors.

55

Descrittori del contorno- momenti



La $g(r)$ può essere vista come una variabile random discreta v_i , il cui istogramma è $p(v_i)$, per i compreso tra 0 e $A-1$.

$$\mu_n(v) = \sum_{i=0}^{A-1} (v_i - m)^n p(v_i) \quad \text{dove} \quad m = \sum_{i=0}^{A-1} v_i p(v_i)$$

$$\sigma^2(v) = \mu_2(v) = \sum_{i=0}^{A-1} (v_i - m)^2 p(v_i)$$

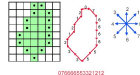
Invarianti per rotazione,
Possono essere resi invarianti per scala normalizzando r e $g(r)$

56

Rappresentazione e descrizione

Tre possibili approcci per la rappresentazione e la descrizione:

contorni



- regioni

- * binarie vs non binarie
- ** relazioni fra regioni

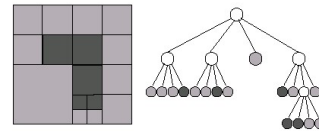


- proprietà topologiche



57

Descrizione di regioni



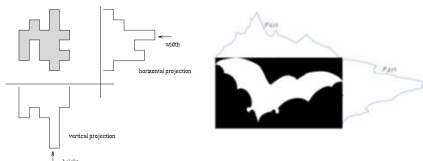
- di ampia applicabilità (capace di descrivere molte classi di oggetti)
- non ambigua (due oggetti distinti non possono avere la medesima rappresentazione)
- unica (ogni oggetto distinto ha una univoca descrizione)
- **abbastanza** stabile rispetto al rumore
- **NON** invariante per rotazione, traslazione e scala
- generativa (e' possibile ricostruire l'oggetto a partire dalla sua rappresentazione)
- **Oneroso il confronto**

58

Proiezioni

Un'utile descrittore di tipo globale è fornito dalle *proiezioni*, che forniscono la distribuzione dei pixel della regione secondo alcune direzioni. La *proiezione verticale* è definita come il numero di pixel appartenenti alla regione in ogni colonna. La *proiezione orizzontale* è definita come il numero di pixel appartenenti alla regione in ogni riga.

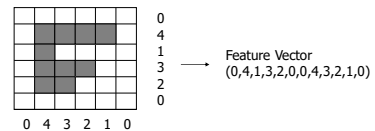
E' possibile definire anche *proiezioni diagonali*, che contano il numero di pixel appartenenti alla regione sulle diagonali. **Per il confronto cosa uso?**



$$\left. \begin{aligned} P_v(x) &= \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) \\ P_h(y) &= \sum_{x=0}^{N-1} f(x,y) \end{aligned} \right\}$$

59

Proiezioni

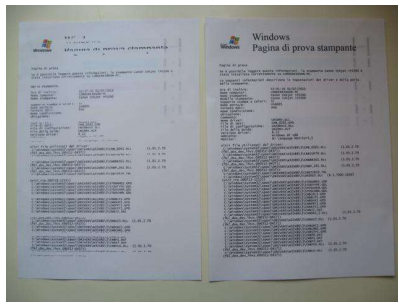
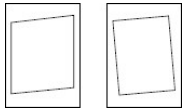


le proiezioni orizzontali e verticali sono poi trattate come istogrammi (eventualmente normalizzati).

$$d_h(I_q, I_d) = \left(\sum_{i=1}^n (H(I_q, i) - H(I_d, i))^2 \right)^{1/2}$$

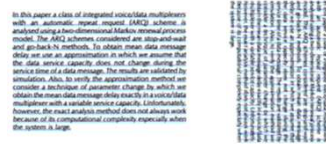
60

Proiezioni



Proiezioni

Oltre ad essere impiegate come descrittori globali, le proiezioni possono essere usate per separare regioni differenti. La presenza di un intervallo a valore nullo identifica, infatti, un gap tra regioni distinte. In una tecnica nota come *signature parsing* le proiezioni verticali vengono usate per separare regioni orizzontali distinte (es. Righe di un testo); successivamente, si considerano, su ogni regione, le proiezioni orizzontali per separare regioni verticali distinte (es. caratteri su una riga di testo). Alternando queste due fasi in maniera ricorsiva è possibile identificare singoli oggetti distribuiti orizzontalmente e verticalmente in una regione ampia, come caratteri e disegni in una pagina di testo.



61

62

Descrizione di regioni

AREA

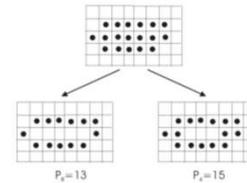
$$A = \sum_{p \in \text{ROI}} 1 \quad \Rightarrow \quad \text{Conteggio dei pixel appartenenti all'oggetto}$$

Region no.	Ratio of light to dark (log)
1	0.234
2	0.440
3	0.547
4	0.597

FIGURE 11.14 Infrared images of the American at night. (Courtesy of NOAA.)

Descrizione di regioni

- Il **perimetro** è definito come la lunghezza della curva che congiunge i punti appartenenti al contorno interno dell'oggetto.
- Un punto appartiene al contorno interno dell'oggetto se appartiene all'oggetto e almeno uno dei suoi vicini appartiene allo sfondo.
- Esistono quindi due possibili definizioni del contorno interno basate sulle due possibili definizioni di connessione



63

64

Descrizione di regioni

- a) P_8 sottostima la "lunghezza effettiva" del **perimetro**
 b) P_4 sovrastima la "lunghezza effettiva" del **perimetro**
 Quindi...una stima migliore del perimetro effettivo può essere ottenuta valutando il valor medio di P_8 e P_4 .

$$\bar{P} = \frac{P_8 + P_4}{2} \quad \left(\text{nell'esempio precedente: } \bar{P} = \frac{13 + 15}{2} = 14 \right)$$

Il pixel rappresenta in realtà una area unitaria, Il contorno dell'oggetto può quindi "attraversare" il pixel in modo diverso:

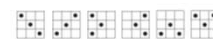


$$\bar{P}_s = \# \{p_k : p_{k+1} \in n_4(p_k)\} + \sqrt{2} \cdot \# \{p_k : p_{k+1} \in \{n_8(p_k) - n_4(p_k)\}\}$$

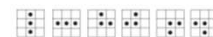
Descrizione di regioni

Nel calcolo del **perimetro**, per evitare l'inseguimento del contorno, è possibile assegnare ai pixel un peso dipendente dalla configurazione dei vicini:

a) 2 vicini diagonali \Rightarrow peso $\sqrt{2}$



b) 2 vicini orizzontali o verticali \Rightarrow peso 1



c) 1 vicino orizzontale o verticale ed 1 vicino diagonale \Rightarrow peso $\frac{1}{2} + \sqrt{2}$



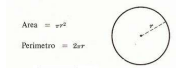
65

66

Descrizione di regioni

La **Compattezza**, detta anche "Form Factor", e' definita in base all'area ed il perimetro dell'oggetto.

$$C = \frac{4\pi A}{P^2}$$



$$C = \frac{4\pi \cdot \pi r^2}{4\pi^2 r^2} = 1 \quad (\text{costante})$$



$$C = \frac{4\pi \cdot l^2}{16l^2} = \frac{\pi}{4} \cong 0.7854 \quad (\text{costante})$$



$$C = \frac{4\pi \frac{l^2}{2}}{l^2 (2 + \sqrt{2})^2} = \frac{2\pi}{(2 + \sqrt{2})^2} \cong 0.539 \quad (\text{costante})$$

la compattezza invariante rispetto a variazioni di scala

67

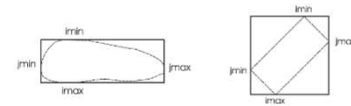
Descrizione di regioni

Baricentro $B(i_b, j_b) \Rightarrow i_b = \frac{1}{A} \sum_{p(i,j) \in R} i, j_b = \frac{1}{A} \sum_{p(i,j) \in R} j$

Rettangolarita':



$R(O) = A(O)/A(R)$
dove $A(R)$ e' l'area del minimo rettangolo che contiene l'oggetto.
Dipende dall'orientamento della regione.



68

Descrizione di regioni

L' **area** A , nel caso piu' semplice, e' il numero dei pixel della regione (valore relativo).

Il **perimetro** P e' definito come la lunghezza del contorno di una regione. Esistono due modi per calcolare la lunghezza del perimetro:

- numero dei pixel costituenti il contorno;
- somma delle distanze euclidee tra un pixel di contorno ed il successivo *.

*Se N e' il numero dei pixel di contorno la distanza d_i tra i pixel p_i e p_{i+1} assume valore 1 per i pixel 4-vicini e valore radice di 2 per i pixel posti sulle diagonali principali

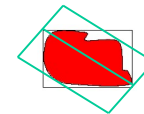
Il **compattezza** C (a volte e' chiamato **Frastagliamento** f) stima il grado di irregolarità della forma considerata (assume valore 1 quando la regione e' un circolare)

69

Descrizione di regioni

Il **diametro** B di un contorno puo' essere definito come $Diam(B) = \max_{h,k} [Dist(p_h, p_k)]$

Il **minimo rettangolo** puo' essere definito a partire dal diametro



Il rapporto dei lati del rettangolo e' una misura di **eccentricità** della forma e ci dice quanto l'oggetto e' allungato

Orientamento: angolo tra la direzione diametro dell'oggetto e il verso positivo dell'asse orizzontale

70

Descrizione di regioni

Numero di Euler: $E = C - H$

dove C di componenti connessi dell'immagine e H numero di buchi (lacune)

- puo' assumere valori negativi
- invariante a trasformazioni rubber sheet e' una proprietà dell'immagine ma se l'immagine contiene un solo oggetto puo' essere usata come caratteristica visuale dello stesso



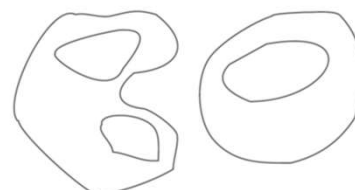
$$E = C - H$$

FIGURE 11.19 Regions with Euler number equal to 0 and -1, respectively.

71

Descrizione di regioni

$$E = C - H$$



$$C=2, H=3 \rightarrow E = C - H = -1$$

72

Descrizione di regioni



Example:

7 objects
3 holes

Euler = 4

$$E = C - H$$

- come possiamo fare a calcolare il numero di Euler ?

Una soluzione partendo da queste considerazioni ?

S = pixel degli oggetti

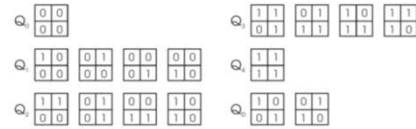
T = altri pixel

background = componente connessa che "tocca" i bordi dell'immagine

buco = componente connessa che non appartiene al background

Descrizione di regioni

L'algoritmo standard per il calcolo del numero di Euler si basa sul confronto dell'immagine con dei pattern 2x2 di pixels che vengono detti *Bit Quads*.



E' possibile dimostrare che:

$$E_1 = \frac{1}{4} [n(Q_1) - n(Q_3) + 2n(Q_D)], \quad E_8 = \frac{1}{4} [n(Q_1) - n(Q_3) - 2n(Q_D)]$$

73

74

Descrizione di regioni



Q1=6, Q3=0, QD=1
E4=2, E8=1



Q1=8, Q3=0, QD=4
E4=4, E8=0



Q1=4, Q3=4, QD=0
E4=0, E8=0

Descrizione di regioni

Si definisce momento mn -esimo dell'immagine la grandezza

$$m_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x^p y^q f(x, y) dx dy$$

con $m, n \geq 0$. La quantità $m + n$ è detta ordine del momento.

Momenti di ordine $(p+q)$ di una immagine $g(x, y)$ di dimensioni $M \times N$

$$m_{pq} = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} x^p y^q g(x, y)$$

75

76

Descrizione di regioni

Consideriamo l'immagine binaria $(n_r \cdot n_c)$

$$F(i, j) \begin{cases} = 1 & (i, j) \in R \\ = 0 & (i, j) \notin R \end{cases}$$

Momenti di ordine $(m+n)$ dell'immagine binaria $F(i, j)$ di dimensioni (n_r, n_c)

$$M_{mn} = \sum_{i=0}^{n_r-1} \sum_{j=0}^{n_c-1} i^m j^n F(i, j)$$

Se l'immagine contiene un solo oggetto i momenti sono proprietà legate alla forma dell'oggetto. Evidentemente una volta che l'immagine binaria sia stata etichettata e' possibile calcolare i momenti di ciascun oggetto.

Descrizione di regioni

Alcuni momenti corrispondono a proprietà che abbiamo già introdotto:

$$M_{00} = \sum_{i=0}^{n_r-1} \sum_{j=0}^{n_c-1} F(i, j) = A \quad (\text{Area})$$

$$M_{10} = \sum_{i=0}^{n_r-1} \sum_{j=0}^{n_c-1} i F(i, j) \Rightarrow \frac{M_{10}}{M_{00}} = i_b \quad (\text{coordinata } i \text{ del baricentro})$$

$$M_{01} = \sum_{i=0}^{n_r-1} \sum_{j=0}^{n_c-1} j F(i, j) \Rightarrow \frac{M_{01}}{M_{00}} = j_b \quad (\text{coordinata } j \text{ del baricentro})$$

Si può dimostrare che l'insieme infinito dei momenti determina univocamente la forma dell'oggetto. E' possibile quindi utilizzare i momenti come descrittori di forma e distinguere oggetti aventi forma diversa sulla base di un sotto-insieme, opportunamente determinato, dell'insieme dei momenti.

77

78

Descrizione di regioni

Descrittori invarianti rispetto a traslazione-rotazione-scala

I momenti precedentemente definiti non sono invarianti rispetto alla traslazione (quanto piu' l'oggetto si allontana dall'origine tanto maggiori sono i valori dei momenti).

E' possibile ottenere dei momenti **invarianti rispetto alla traslazione**, che vengono detti **momenti centrali**, considerando un sistema di riferimento baricentrico:

$$M'_{mn} = \sum_{i=0}^{n_x-1} \sum_{j=0}^{n_y-1} (i - i_b)^m (j - j_c)^n F(i, j)$$

I **momenti centrali** non sono invarianti rispetto alla rotazione. I momenti centrali possono quindi essere usati come descrittori di forma solo se l'orientamento degli oggetti e' fisso.

79

Descrizione di regioni

Descrittori invarianti rispetto a traslazione-rotazione-scala

Hu ha mostrato che a partire dai **momenti centrali** e' possibile definire dei descrittori che risultano essere invarianti rispetto a traslazione, rotazione e scaling.

Hu ha provato l'invarianza dei suoi descrittori rispetto a traslazione, rotazione e scaling nel caso continuo. Nell'applicazione pratica su immagini digitali queste grandezze si dimostrano generalmente ragionevolmente costanti per versioni modificate di una stessa forma. Le variazioni sono dovute agli inevitabili errori di discretizzazione.

Viene prima definita una normalizzazione dei momenti centrali:

$$V_{mn} = \frac{M'_{mn}}{(M'_{00})^\alpha}, \quad \alpha = \frac{m+n}{2} + 1$$

80

Descrizione di regioni

I **Momenti assoluti invarianti** (per scala, posizione e orientazione) di Hu sono sette

$$h_1 = V_{20} + V_{02}$$

$$h_2 = (V_{20} - V_{02})^2 + 4V_{11}^2$$

$$h_3 = (V_{30} - 3V_{12})^2 + (V_{03} - 3V_{21})^2$$

$$h_4 = (V_{30} + V_{12})^2 + (V_{03} + V_{21})^2$$

81

Descrizione di regioni

Momenti assoluti invarianti (per scala, posizione e orientazione) di Hu

$$h_5 = (V_{30} - 3V_{12})(V_{30} + V_{12})((V_{30} + V_{12})^2 - 3(V_{03} + V_{21})^2) + (3V_{21} - V_{03})(V_{03} + V_{21})(3(V_{30} + V_{12})^2 - (V_{03} + V_{21})^2)$$

$$h_6 = (V_{20} - V_{02})((V_{30} + V_{12})^2 - (V_{03} + V_{21})^2) + 4V_{11}(V_{30} + V_{12})(V_{03} + V_{21})$$

$$h_7 = (3V_{21} - V_{03})(V_{30} + V_{12})((V_{30} + V_{12})^2 - 3(V_{03} + V_{21})^2) + (3V_{12} - V_{30})(V_{03} + V_{21})(3(V_{30} + V_{12})^2 - (V_{03} + V_{21})^2)$$

Invariante per trasformazioni speculari

82

Descrizione di regioni

Verifichiamo con un esempio l'invarianza rispetto allo scaling dei momenti normalizzati V_{mn} :

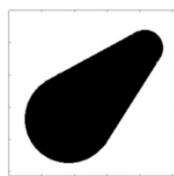


Immagine 256x256



Immagine 128x128 (S = 1/2)



Immagine 64x64 (S = 1/4)

83

Descrizione di regioni

Verifichiamo con un esempio l'invarianza rispetto allo scaling dei momenti normalizzati V_{mn} :

Momenti Centrali M'_{mn}			
	256x256	128x128	64x64
M'_{00}	$6.1067 \cdot 10^7$	$3.8184 \cdot 10^6$	$2.3967 \cdot 10^5$
M'_{02}	$6.4680 \cdot 10^7$	$4.0366 \cdot 10^6$	$2.5315 \cdot 10^5$
M'_{11}	$-3.9126 \cdot 10^7$	$-2.4467 \cdot 10^6$	$-1.5327 \cdot 10^5$
M'_{20}	$-1.4325 \cdot 10^8$	$-4.4165 \cdot 10^6$	$-1.3700 \cdot 10^5$
M'_{03}	$3.0780 \cdot 10^8$	$9.7300 \cdot 10^6$	$3.1312 \cdot 10^5$
M'_{21}	$8.0244 \cdot 10^8$	$2.4995 \cdot 10^7$	$7.9233 \cdot 10^5$
M'_{12}	$-8.9164 \cdot 10^8$	$-2.7851 \cdot 10^7$	$-8.8653 \cdot 10^5$

$$M'_{mn} = \sum_{i=0}^{n_x-1} \sum_{j=0}^{n_y-1} (i - i_b)^m (j - j_c)^n F(i, j)$$

$$V_{mn} = \frac{M'_{mn}}{(M'_{00})^\alpha}, \quad \alpha = \frac{m+n}{2} + 1$$

84

Descrizione di regioni

Verifichiamo con un esempio l'invarianza rispetto allo scaling dei momenti normalizzati V_{mn} :

$$M'_{mn} = \sum_{i=0}^{n_x-1} \sum_{j=0}^{n_y-1} (i - i_0)^m (j - j_0)^n F(i, j)$$

$$V_{mn} = \frac{M'_{mn}}{(M'_{00})^{\alpha}}, \quad \alpha = \frac{m+n}{2} + 1$$

Momenti Normalizzati V_{mn} :

	256x256	128x128	64x64
V_{20}	0.1035	0.1037	0.1037
V_{02}	0.1096	0.1096	0.1096
V_{11}	-0.0663	-0.0664	-0.0663
V_{30}	-0.0016	-0.0015	-0.0015
V_{03}	0.0033	0.0034	0.0035
V_{21}	0.0087	0.0087	0.0088
V_{12}	-0.0097	-0.0097	-0.0098

Descrizione di regioni

$$M'_{mn} = \sum_{i=0}^{n_x-1} \sum_{j=0}^{n_y-1} (i - i_0)^m (j - j_0)^n F(i, j)$$

Spread (S) rappresenta il momento d'inertia della regione intorno al suo centroide, ed è **invariante per rotazione e per traslazione**.

$$S = M'_{02} + M'_{20}$$

Ellisse con assi α, β . I valori di α, β sono **invarianti per traslazione e rotazione** in quanto dipendono dalla distribuzione spaziale della forma, ma non dalla sua posizione relativa agli assi dell'immagine

$$\alpha = \sqrt{\frac{2[M'_{20} + M'_{02} + \sqrt{(M'_{20} - M'_{02})^2 + 4M_{11}^2}]}{M'_{00}}}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{2[M'_{20} + M'_{02} - \sqrt{(M'_{20} - M'_{02})^2 + 4M_{11}^2}]}{M'_{00}}}$$

85

86

Descrizione di regioni

Orientamento: angolo tra l'asse principale dell'oggetto e l'asse x

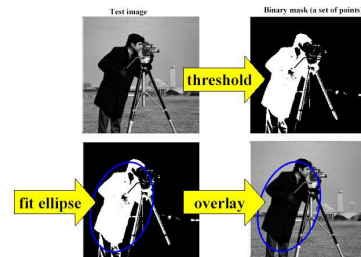
$$\phi = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2M'_{11}}{M'_{20} - M'_{02}}\right)$$

Thickness: calcolata come rapporto degli assi principali dell'oggetto, indica in modo approssimativo la forma di una regione connessa, quindi è invariante per scala, rotazione e traslazione.

$$t = \frac{\beta}{\alpha} = \begin{cases} \approx 0 & \text{per regione sottile ed allungata} \\ \approx 1 & \text{per regione circolare} \end{cases}$$



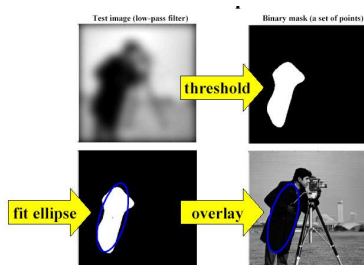
Descrizione di regioni



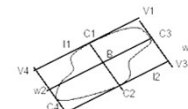
87

88

Descrizione di regioni



Descrizione di regioni



Minimo Rettangolo Orientato

- 1) Si calcola l'asse maggiore
- 2) si calcola l'asse minore (il suo ortogonale passante per il baricentro)
- 3) si calcolano i 4 punti di massima distanza dagli assi C1,C2,C3,C4
- 4) si calcolano gli assi paralleli agli assi maggiori e minori passanti per C1,,C4 (l1,l2,w1,w2)
- 5) si calcolano i vertici del **Minimo Rettangolo (orientato)** V1,V2,V3 e V4 come intersezione di tali assi

Rettangolarita': $R(O) = \text{Area}(O) / \text{Area}(RO)$

A(O) area dell'oggetto diviso Area del Minimo Rettangolo orientato

89

90

Minimo insieme convesso

Un insieme R (nel caso in considerazione una regione) si dice che è convesso, se, e solo se, per qualunque coppia di punti P_i e P_j appartenenti ad R , il segmento associato P_iP_j risulta completamente incluso in R .



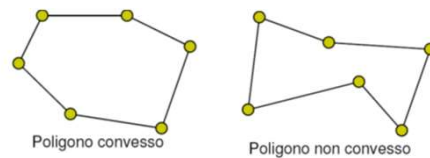
Figura 7 Esempi di regione (a) convessa e (b) non convessa

91

Minimo insieme convesso

In un poligono convesso:

1. gli angoli interni sono tutti $< 180^\circ$
2. un segmento che unisce due vertici del poligono giace completamente dentro al poligono



92

Minimo insieme convesso

- Convex hull (H): minimo insieme concesso che contiene l'oggetto S
- (H meno S) è a volte ricorsivamente analizzato per generare una rappresentazione di S
- H può essere usato per segmentare il contorno. Se questi non è abbastanza regolare si può smussare preventivamente.
- Molti algoritmi per generare il Convex hull



FIGURE 11.6
(a) A region S , and its convex deficiency (shaded).
(b) Partitioned boundary.

93

Albero delle concavità

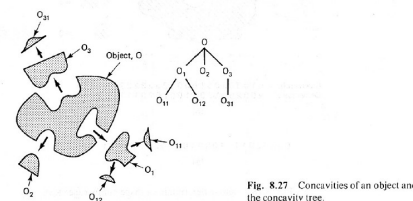


Fig. 8.27 Concavities of an object and the concavity tree.

Le singole parti possono essere descritte sia per contorni che per regioni

94

Trasformata distanza

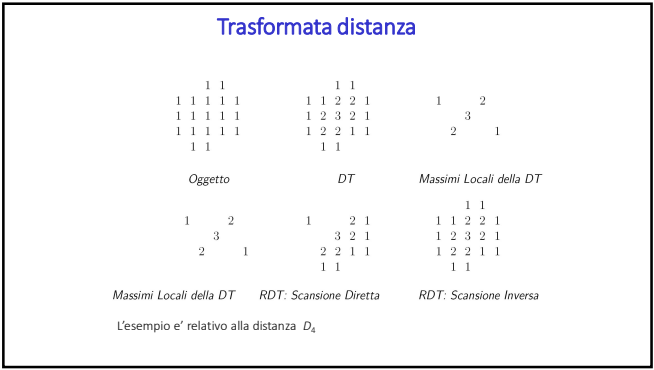
- La trasformata distanza di F rispetto a F^* è una replica di F in cui i pixel sono etichettati con il valore della loro distanza da F^* , calcolata secondo una data metrica.
- Un massimo locale è un pixel di F che nella trasformata distanza di F è caratterizzato da una distanza p da F^* maggiore o uguale della distanza da F^* dei suoi vicini n_i
- La trasformata distanza è una funzione da una immagine binaria ad una a livelli di grigio
- Nella immagine prodotta i pixel di sfondo rimangono a 0, i pixel della figura vengono etichettati con la loro distanza dallo sfondo
- La distanza dipende dal tipo di connessione che si assume per la figura (4/8 connessione)

95

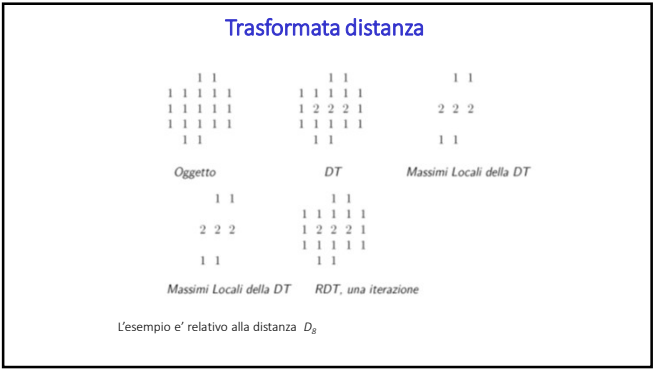
Trasformata distanza

- Per quanto la distanza sia intrinsecamente una informazione globale, essa può essere calcolata attraverso la propagazione di un'informazione locale di distanza.
- Esistono in letteratura algoritmi sequenziali ed algoritmi paralleli per il calcolo della DT. Nel caso dei primi, definito un ordine di scansione, la trasformata in p è calcolata in funzione della trasformata nei vicini già scanditi e del valore non trasformato di p . Nel caso degli algoritmi paralleli tutti i punti possono essere aggiornati simultaneamente.
- Trasformata Distanza Inversa (RDT) La trasformata distanza inversa consente di costruire a partire da un pixel etichettato con il valore di distanza d il "cerchio" di "diametro" $2d-1$ contenente tutti i pixel aventi distanza da p minore di d .

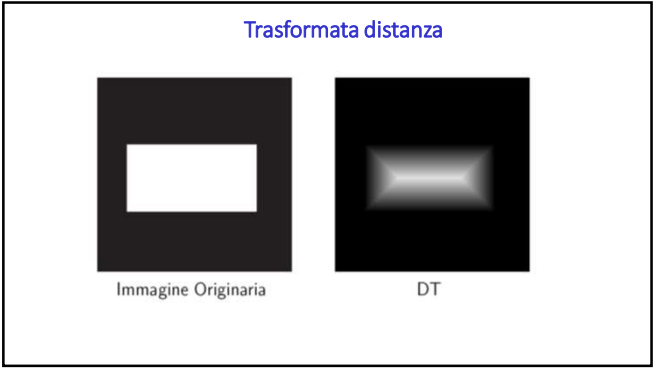
96



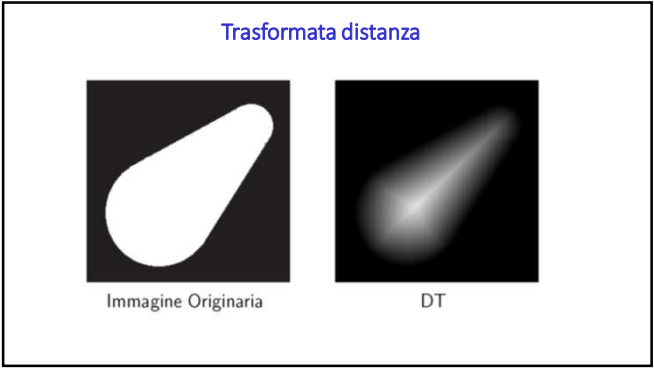
97



98



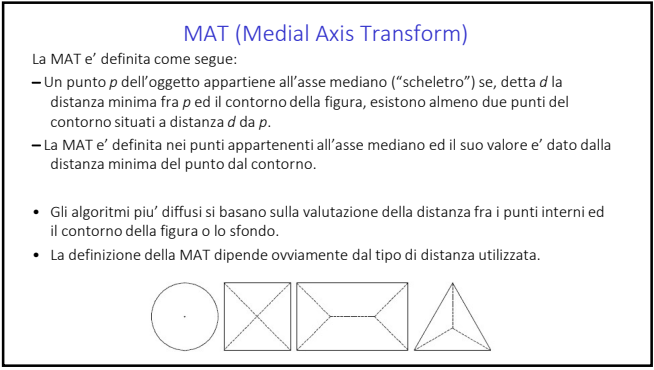
99



100



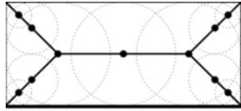
101



102

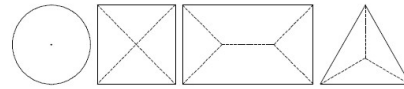
MAT (Medial Axis Transform)

L'asse mediano può anche essere definito come il luogo dei centri dei cerchi (almeno) bi-tangenti al contorno interamente contenuti nella figura. I valori dei raggi di tali cerchi sono i valori della MAT.



A partire dalla MAT è possibile ricostruire esattamente la forma dell'oggetto: la figura originaria è ottenibile come l'unione dei cerchi bi-tangenti centrati nei punti dell'asse mediano aventi raggio pari al valore della MAT. La MAT è quindi uno schema di rappresentazione generativo, ovvero che consente di compattare i dati senza alcuna perdita di informazione.

MAT (Medial Axis Transform)



A partire dalla MAT è possibile derivare dei descrittori di forma. Ad esempio, forme qualitativamente diverse possono essere distinte sulla base del numero di giunzioni ("branch points") dello asse mediano. **O identificare anomalie sul contorno**

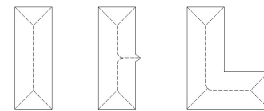
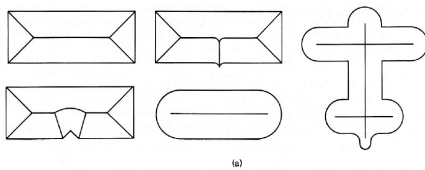


FIGURE 11.7
Medial axes
(dashed) of three
simple regions.

103

104

MAT (Medial Axis Transform)

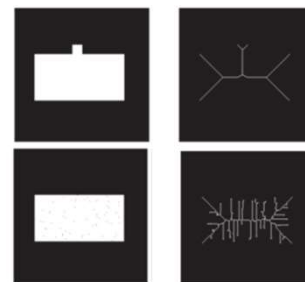


La MAT è una rappresentazione:

- **non ambigua** (due oggetti distinti non possono avere la medesima rappresentazione);
- **unica** (ogni oggetto distinto ha una univoca descrizione)

Poiché anche piccole imperfezioni del contorno hanno conseguenze molto visibili e' molto usata per il controllo qualità.

MAT (Medial Axis Transform)

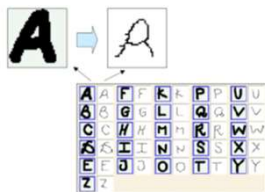


105

106

Scheletrizzazione

- In numerose applicazioni si ha a che fare con immagini che contengono linee, oggetti sottili, oggetti di forma allungata . . . In questi casi la forma dell'oggetto è rappresentabile efficacemente mediante una "linea sottile" localizzata approssimativamente in corrispondenza dell'asse mediano. Si pensi, a titolo di esempio, alle applicazioni di OCR.



Scheletrizzazione

proprietà generali:

- lo scheletro deve consistere di linee di spessore unitario
- le proprietà topologiche dell'oggetto devono rimanere immutate
- lo scheletro deve coincidere il più possibile con la linea mediana
- **deve essere poco sensibile al rumore e deve essere stabile**

Gli algoritmi di thinning (o scheletrizzazione) operano iterativamente cancellando i punti di bordo della regione, a condizione che tale cancellazione:

- non rimuova punti terminali dello scheletro
- non interrompa la connessione della regione
- non causi erosione eccessiva della regione



107

108

Scheletrizzazione

- Si settano ad 1 i pixel dell'oggetto e si settano a zero i pixel dello sfondo
 - I pixel di contorno (hanno valore 1) ed hanno almeno un pixel dell'intorno che ha il valore 0.

Algoritmo di thinning iterativo in due step (descritti nelle slide seguenti):

- (1) applicare STEP 1 ai pixel di contorno
- (2) cancellare i pixel che soddisfano la condizione
- (3) applicare STEP 2 ai pixel di contorno
- (4) cancellare i pixel che soddisfano la condizione
- (5) Iterare finché nessuno pixel può più essere cancellato

La cancellazione effettiva (1->0) di tutti i punti di contorno marcati per la cancellazione viene effettuata alla fine degli STEP, cioè solo dopo che tutti i punti di contorno sono stati esaminati, per non modificare la struttura dati durante l'esecuzione algoritmo

109

Scheletrizzazione

Dato il pixel P_1

$N()$ è il numero di vicini non nulli

$T()$ è il numero di transizioni 0-1 nella sequenza ordinata dei vicini p_2, \dots, p_9

FIGURE 11.9
Illustration of conditions (a) and (b) in Eq. (11.1-1). In this case $N(p_1) = 4$ and $T(p_1) = 3$.

0	0	1
1	p_1	0
1	0	1

p_9	p_2	p_5
p_8	p_1	p_4
p_7	p_6	p_3

110

Scheletrizzazione

$N()$ il numero di vicini non nulli

$T()$ il numero di transizioni 0-1 nella sequenza ordinata dei vicini p_2, \dots, p_9

Step 1

Elimino i pixel che soddisfano le condizioni

- $2 \leq N(p_1) \leq 6$
- $T(p_1) = 1$
- $p_2 \bullet p_4 \bullet p_6 = 0$
- $p_2 \bullet p_4 \bullet p_8 = 0$

p_9	p_2	p_5
p_8	p_1	p_4
p_7	p_6	p_3

La condizione a) è violata se il punto di contorno p_1 ha tra gli 8-vicini un solo pixel di valore 1 oppure sette pixel di valore. Se ne ha solo uno, p_1 è già un punto terminale di un segmento dello scheletro, e quindi non deve essere cancellato. Se ne ha sette, la sua cancellazione potrebbe comportare una erosione eccessiva della regione. Se ne avesse otto sarebbe un punto interno (ma noi consideriamo solo i pixel di contorno).

La condizione b) è violata quando p_1 appartiene ad un segmento spesso un pixel, per cui la sua cancellazione provocherebbe la sconnessione tra parti dello scheletro.

111

Scheletrizzazione

p_9	p_2	p_5
p_8	p_1	p_4
p_7	p_6	p_3

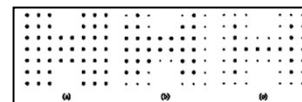
Step 1

- $2 \leq N(p_1) \leq 6$
- $T(p_1) = 1$
- $p_2 \bullet p_4 \bullet p_6 = 0$
- $p_2 \bullet p_4 \bullet p_8 = 0$

Step 2

- $2 \leq N(p_1) \leq 6$
- $T(p_1) = 1$
- $p_2 \bullet p_4 \bullet p_8 = 0$
- $p_2 \bullet p_6 \bullet p_8 = 0$

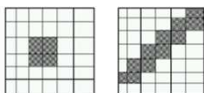
Le condizioni a e b nei due step sono uguali. Le condizioni c d e c' d' servono ad erodere i contorni delle regioni senza modificare lo scheletro



112

Scheletrizzazione

L'algoritmo termina quando nessun nuovo punto può essere cancellato. L'algoritmo non è perfetto: alcuni pattern, come quelli mostrati qui, vengono completamente erosi [Taylor].



Step 1

- $2 \leq N(p_1) \leq 6$
- $T(p_1) = 1$
- $p_2 \bullet p_4 \bullet p_6 = 0$
- $p_2 \bullet p_4 \bullet p_8 = 0$

Step 2

- $2 \leq N(p_1) \leq 6$
- $T(p_1) = 1$
- $p_2 \bullet p_4 \bullet p_8 = 0$
- $p_2 \bullet p_6 \bullet p_8 = 0$

Scheletrizzazione

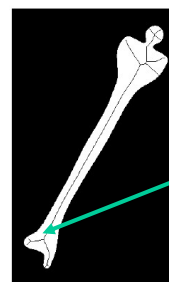


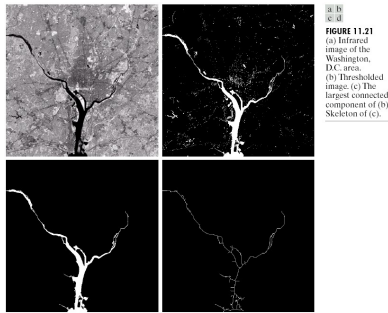
FIGURE 11.10
Human leg bone and skeleton of the region shown superimposed.

Si creano spesso strutture spurie

113

114

Scheletrizzazione



115

Scheletrizzazione

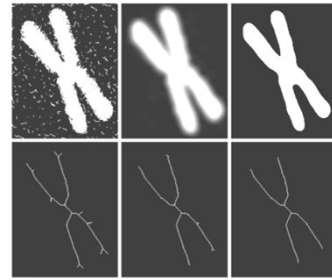
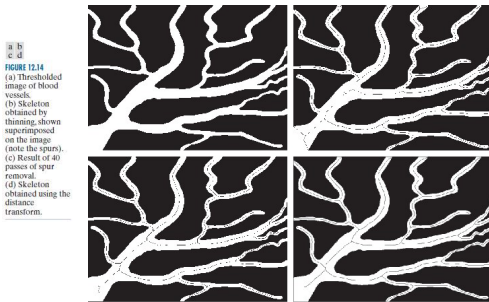


FIGURE 11.13 (a) X-ray image of a human hand. (b) Thresholded image. (c) Skeleton of (b).

116

Scheletrizzazione



117

Rappresentazione e descrizione di regioni- recap

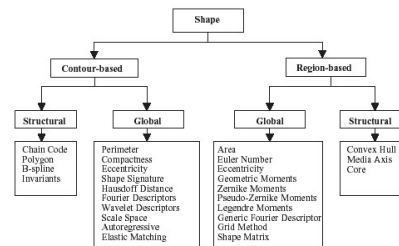
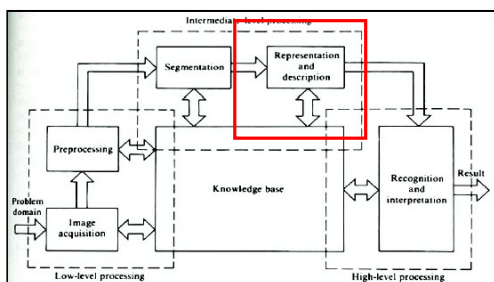


Fig. 1. Classification of shape representation and description techniques.

118

Elaborazione delle immagini



119

descrizione regioni e contorni

Raimondo Schettini
DISCo - Università' di Milano Bicocca
Raimondo.schettini@unimib.it



120