

## Segmentazione di immagini per regioni

Raimondo Schettini  
DISCo - Università di Milano Bicocca  
Raimondo.schettini@unimib.it



1

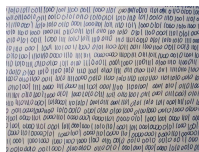
I docenti per lezioni ed esercitazioni si avvalgono di slide. Le slide superano abbondantemente il migliaio. Sono state fatte, rifatte, perfezionate negli anni, ma per quanto possano essere ben fatte non saranno mai, da sole, un esaustivo supporto per lo studio. Per comprendere gli argomenti si suggerisce caldamente di seguire attivamente il corso e di prendere appunti. Per lo studio a casa si suggerisce di usare le slide e gli appunti come indice agli argomenti da studiare sul libro, o sui libri a disposizione. Da quest'anno le slide verranno rese disponibili PRIMA delle lezioni.

Le slide sono rese disponibili in formato elettronico e sono per uso personale.

2

## Binarizzazione

In numerosissime applicazioni le immagini da elaborare sono intrinsecamente binarie: l'immagine "ideale" della scena è costituita da due soli livelli di grigio significativi, un livello chiaro ed un livello scuro. Tipico esempio un testo dattiloscritto o manoscritto.



Spesso però in acquisizione si ottiene un'immagine che occupa una porzione significativa dell'intervallo dei livelli di grigio disponibili. Le principali ragioni della comparsa di questi livelli spuri sono: l'illuminazione non perfettamente omogenea; il rumore di acquisizione, la non uniformità del sensore, la risoluzione...



Per "binarizzazione dell'immagine", intendiamo la trasformazione dell'immagine a livelli di grigio in un'immagine a due soli livelli (immagine binaria) mantenendo il contenuto informativo fondamentale della scena.

3

## Segmentazione a soglia

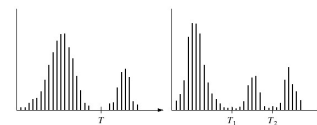


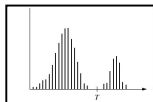
FIGURE 10.26 (a) Gray-level histograms that can be partitioned by (a) a single threshold, and (b) multiple thresholds.

L'istogramma (a) presenta due modi dominanti  
L'istogramma (b) presenta tre modi dominanti

Tratteremo il caso (b) più avanti

4

## Segmentazione a soglia



Se si assume che

- i pixel dell'immagine possano appartenere solo a due classi (sfondo, oggetti di interesse)
- il livello di grigio dei pixel permetta di discriminare le due classi

Allora è possibile segmentare l'immagine mediante una soglia  $T$

Diversi valori di  $T$  determineranno un diverso assegnamento dei pixel dell'immagine alle due classi

- Il risultato dipende fortemente dall'immagine (proprietà degli oggetti e condizioni di illuminazione)

5

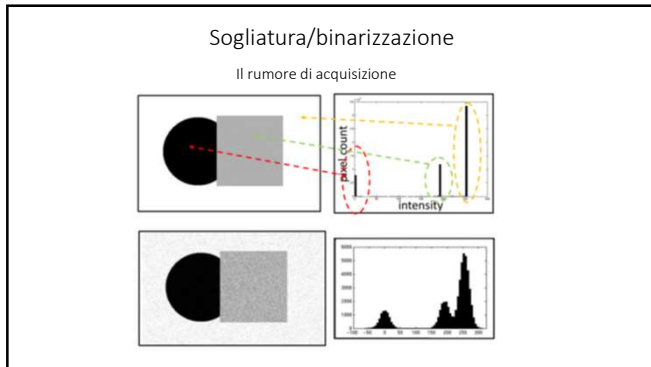
## Soglia/binarizzazione

Il successo del processo di binarizzazione dipende dalla separazione dei modi (picchi) dell'istogramma.

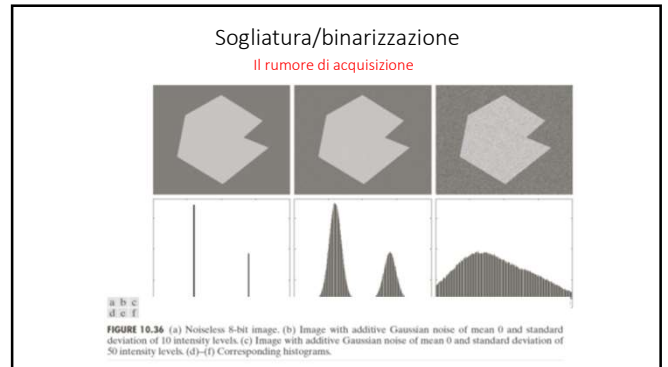
I fattori principali che determinano la forma dell'istogramma sono:

- Il rumore di acquisizione;
- L'uniformità dell'illuminazione;
- Le proprietà di riflettanza dell'immagine;
- Le dimensioni degli oggetti nella scena.

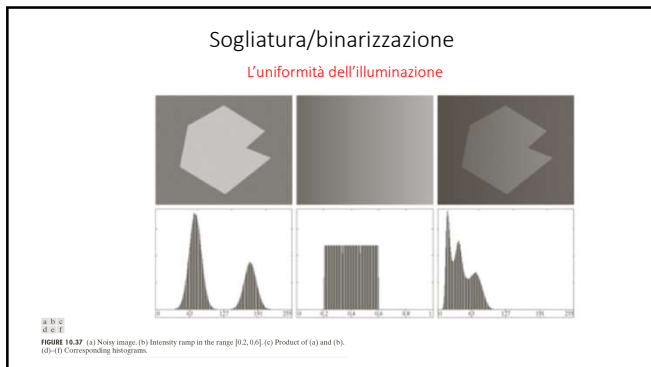
6



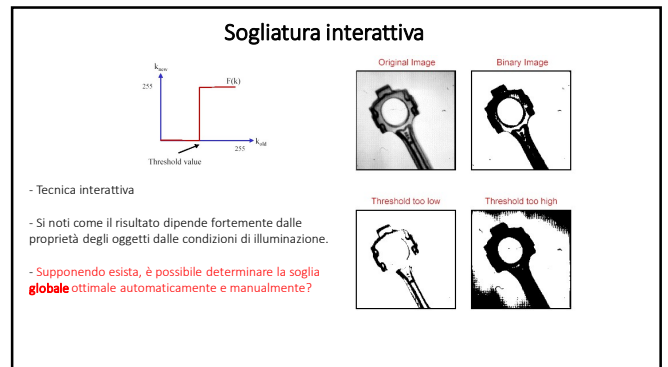
7



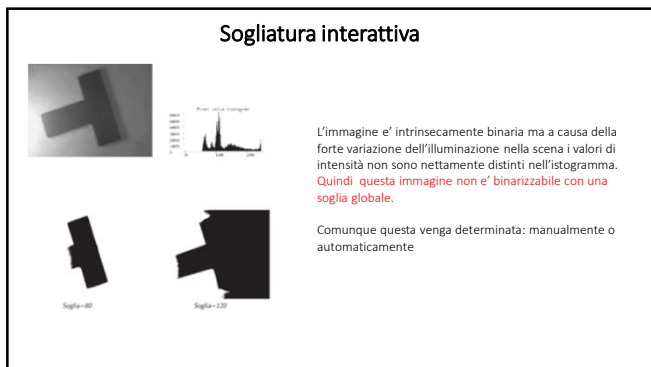
8



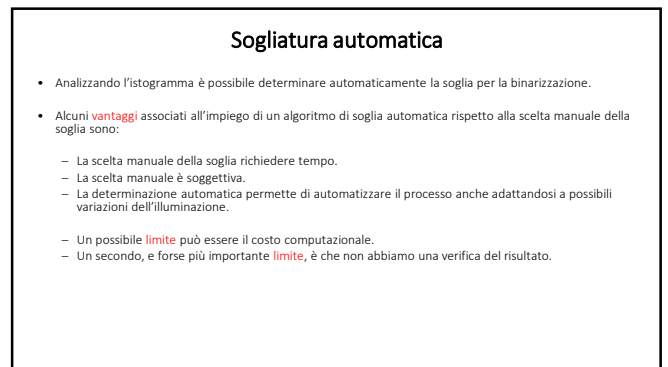
9



10



11



12

### Sogliatura automatica

$$g(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{se } f(x,y) > T \\ 0 & \text{se } f(x,y) \leq T \end{cases} \quad \text{Vogliamo trovare } T \text{ automaticamente}$$

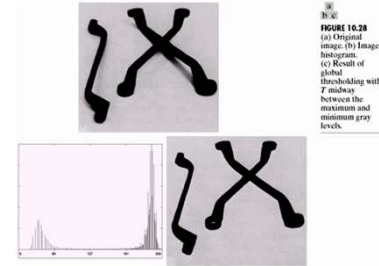
Nella sua forma più generale si può esprimere così:

$$T = T[x,y,p(x,y),f(x,y)]$$

- Dove  $p(x,y)$  rappresenta una proprietà locale del pixel considerato.

- La soglia è detta **globale** se  $T$  dipende solo da  $f(x,y)$ ,
- la soglia è detta **locale** se dipende sia da  $f(x,y)$  che da  $p(x,y)$
- la soglia è detta **dinamica** se dipende da  $(x,y)$

### Sogliatura automatica



La soglia  $T$  è la media fra il massimo e minimo dei valori di grigio dell'immagine. Si basa sul presupposto che, grosso modo, metà dei pixel appartenga all'oggetto e metà allo sfondo.

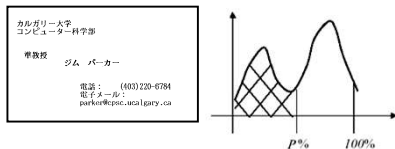
13

14

### Sogliatura automatica

Metodo del P-tile

- Si assume nota l'area o la percentuale dell'immagine occupata dagli oggetti e sceglie la soglia in base a tale valore.
- Solitamente usato per segmentare pagine di testo (caratteri/sfondo) in applicazioni con documenti molto simili fra loro.



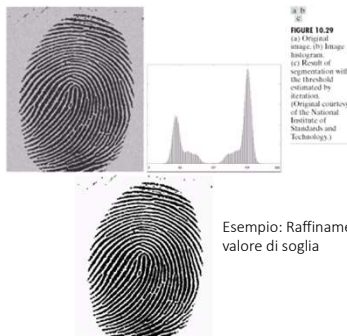
### Sogliatura automatica

Raffinamento **iterativo** del valore di soglia

- 1) Si seleziona una soglia  $T$  (eg. valore medio).
- 2) Si segmenta l'immagine in base a  $T$ .
- 3) Si calcola il valore medio delle due classi/regioni ( $m_1, m_2$ ).
- 4) Si seleziona una nuova soglia  $T = (m_1 + m_2)/2$ .
- 5) Si ripetono i passi 2, 3, 4 fino a quando i valori medi si stabilizzano.

15

16

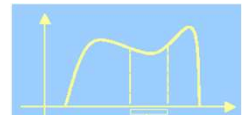


Esempio: Raffinamento iterativo del valore di soglia

### Sogliatura ad isteresi

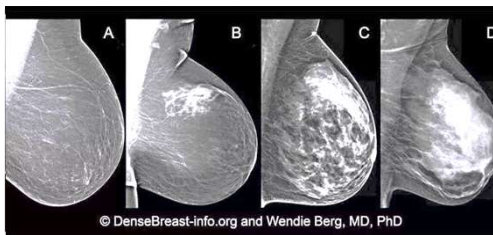
- Si usa una soglia  $T_1$  per estrarre il nucleo dell'oggetto.
- La segmentazione viene raffinata tramite un'altra soglia  $T_2 > T_1$ :

- 1) Si selezionano 2 soglie  $T_1, T_2$  con  $T_2 > T_1$ .
- 2) Si partiziona l'immagine in 3 classi:  
R1, contenente i pixel con livello di grigio  $\leq T_1$ .  
R2, contenente i pixel con  $T_1 < \text{livello di grigio} < T_2$ .  
R3, contenente i pixel con livello di grigio  $\geq T_2$ .
- 3) Si visita ogni pixel  $(x,y)$  di R2 e se ha un vicino ( $w,z$ ) in R1, allora si assegna  $(x,y)$  ad R1.
- 4) Si ripete (3) finché non ci sono più pixel da riassegnare.
- 5) I pixel  $(x,y)$  rimasti in R2 vengono assegnati alla classe R3.



17

18



© DenseBreast-info.org and Wendie Berg, MD, PhD

19

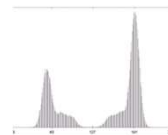
## Sogliatura automatica-Otsu (1979)

Idea di base:

La scelta di un valore di soglia implica la suddivisione dei pixel dell'immagine in due gruppi. L'assunzione alla base dell'algoritmo è che la soglia ottima sia quella che suddivide l'immagine nei due gruppi più possibile "omogenei" al loro interno.

Il criterio di omogeneità può essere espresso mediante un parametro statistico, la **varianza intra-gruppo**  $\sigma_w^2$

L'algoritmo di binarizzazione si basa sulla ricerca del valore di soglia che minimizza la grandezza la varianza intra-gruppo  $\sigma_w^2$  di seguito definita



20

## Sogliatura automatica-Otsu (1979)

Per ogni soglia  $t$  si definiscono due gruppi minori e maggiori di  $t$  di cui si può conoscere la varianza; lo scopo è di rendere omogenei tali gruppi.

Probabilità che un pixel appartenga ad uno dei due gruppi

$$q_1(t) = \sum_{i=1}^t p(i) \quad q_2(t) = \sum_{i=t+1}^L p(i)$$

Medie e varianze dei due gruppi di pixel sono

$$\begin{aligned} \mu_1(t) &= \frac{\sum_{i=1}^t i p(i)}{q_1(t)} & \sigma_1^2(t) &= \frac{\sum_{i=1}^t (i - \mu_1(t))^2 p(i)}{q_1(t)} \\ \mu_2(t) &= \frac{\sum_{i=t+1}^L i p(i)}{q_2(t)} & \sigma_2^2(t) &= \frac{\sum_{i=t+1}^L (i - \mu_2(t))^2 p(i)}{q_2(t)} \end{aligned}$$

21

## Sogliatura automatica-Otsu (1979)

A partire dalle relazioni precedenti è possibile definire la varianza intra-gruppo, in cui lo scarto quadratico di ciascun pixel è valutato rispetto al valor medio del gruppo cui appartiene.

$$\sigma_w^2(t) = q_1(t)\sigma_1^2(t) + q_2(t)\sigma_2^2(t)$$

È la **varianza intra-gruppo** (within-group variance) tanto più è piccola tanto più i due gruppi sono raggruppati "vicino" ai valori medi

la **varianza intra-gruppo** è la somma da **minimizzare**, ossia bisogna valutare quale tra le possibili  $t$  minimizza la somma pesata delle varianze.

La soglia migliore - quella che minimizza la **varianza intra-gruppo** - può essere cercata per tentativi ( $t = 1, \dots, L$ ), ma è piuttosto oneroso dal punto di vista computazionale; per ogni livello di grigio è necessario calcolare  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $\sigma_1^2$ ,  $\sigma_2^2$  e  $q_1$  ( $q_2 = 1 - q_1$ ). Si può ottimizzare la ricerca.

22

## Sogliatura automatica-Otsu (1979)

La varianza inter-gruppo  $\sigma_b^2$  esprime il grado di "separazione" fra i due gruppi individuati tramite la soglia  $t$ .

Valgono le relazioni:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= [q_1(t)\sigma_1^2(t) + q_2(t)\sigma_2^2(t)] + [(\mu_1(t) - \mu)^2 q_1(t) + (\mu_2(t) - \mu)^2 q_2(t)] \\ \sigma^2 &= \sigma_w^2(t) + \sigma_b^2(t) \end{aligned}$$

Poiché  $\sigma^2$  è indipendente da  $t$ , la relazione trovata implica che la massimizzazione di  $\sigma_b^2$  equivale alla minimizzazione di  $\sigma_w^2$

Massimizzare di  $\sigma_b^2$  è più vantaggioso perché non richiede il calcolo delle varianze. Infatti si può dimostrare che

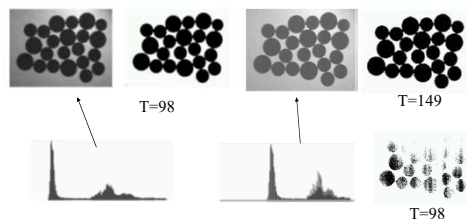
$$\sigma_b^2(t) = q_1(t) (1 - q_1(t)) (\mu_1(t) - \mu_2(t))^2$$

La ricerca del valore  $t$  che massimizza  $\sigma_b^2$  richiede il calcolo di solo di  $q_1(t)$ ,  $\mu_1(t)$ ,  $\mu_2(t)$ . Inoltre sussistono le relazioni ricorsive

$$\begin{aligned} q_1(t+1) &= q_1(t) + p(t+1) \\ \mu_1(t+1) &= \frac{q_1(t)\mu_1(t) + (t+1)p(t+1)}{q_1(t+1)} \\ \mu_2(t+1) &= \frac{\mu - q_1(t+1)\mu_1(t+1)}{1 - q_1(t+1)} \end{aligned}$$

23

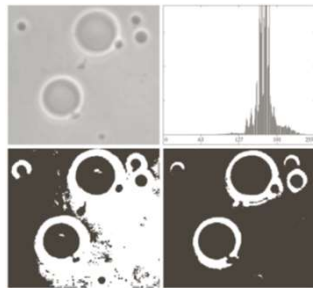
## Sogliatura automatica-Otsu (1979)



La binarizzazione si "adatta" alle condizioni di illuminazione.

24

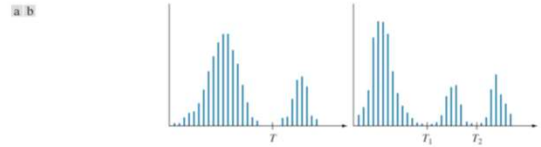
### Sogliatura automatica-Otsu (1979)



**FIGURE 10.39**  
(a) Original image.  
(b) Histogram (high peaks were clipped to highlight details in the lower values).  
(c) Segmentation result using the basic global algorithm from Section 10.3.2.  
(d) Result obtained using Otsu's method. (Original image courtesy of Professor Daniel A. Hammer, the University of Pennsylvania.)

### Sogliatura automatica -Otsu (1979)

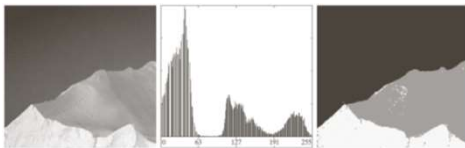
$$g(x,y) = \begin{cases} a & \text{if } f(x,y) > T_2 \\ b & \text{if } T_1 < f(x,y) \leq T_2 \\ c & \text{if } f(x,y) \leq T_1 \end{cases} \quad (10-47)$$



**FIGURE 10.32**  
Intensity histograms that can be partitioned (a) by a single threshold, and (b) by dual thresholds.

### Sogliatura automatica-Otsu (1979)

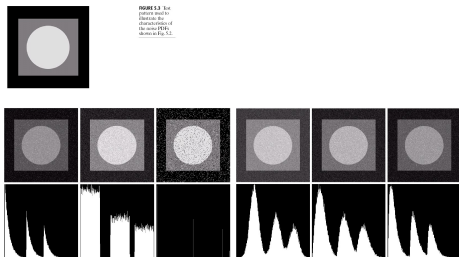
Il metodo di Otsu puo' essere generalizzato a piu' classi, vedi [ultima edizione del libro](#)



**FIGURE 10.45** (a) Image of iceberg. (b) Histogram. (c) Image segmented into three regions using dual Otsu thresholds. (Original image courtesy of NOAA.)

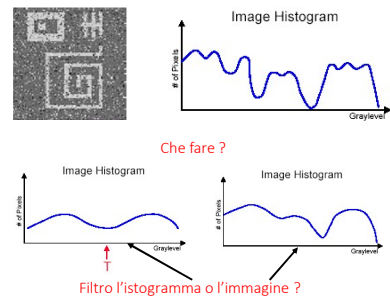
Pre-filtering dell'immagine

### Richiami: rumore

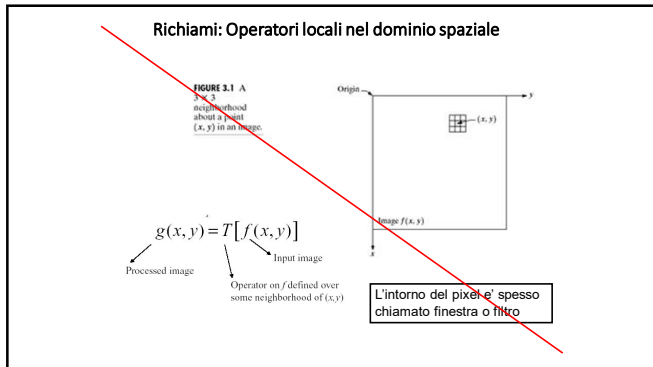


**FIGURE 10.1** (Continued) Images and histograms resulting from adding Gaussian, Rayleigh, and gamma noise to the image shown in Fig. 10.1.

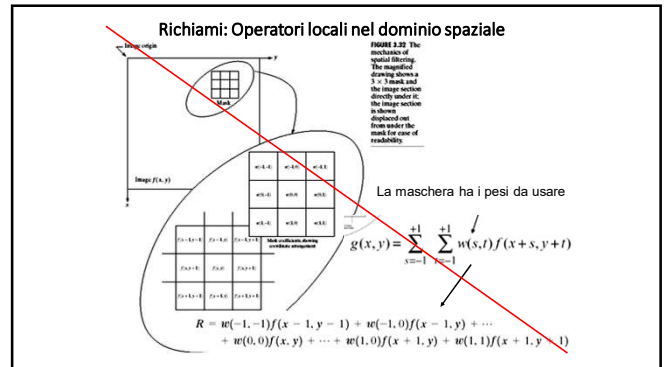
### Sogliatura automatica - prefiltering



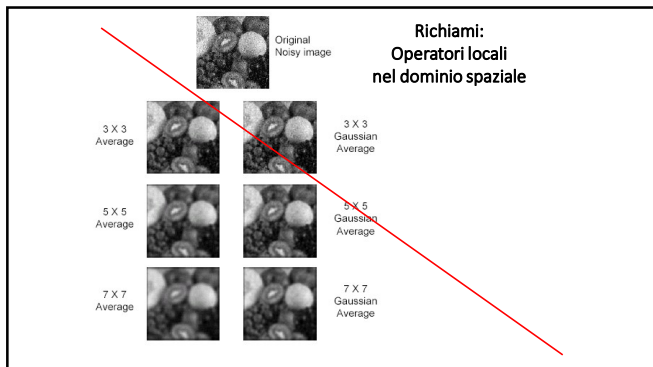
Filtro l'istogramma o l'immagine ?



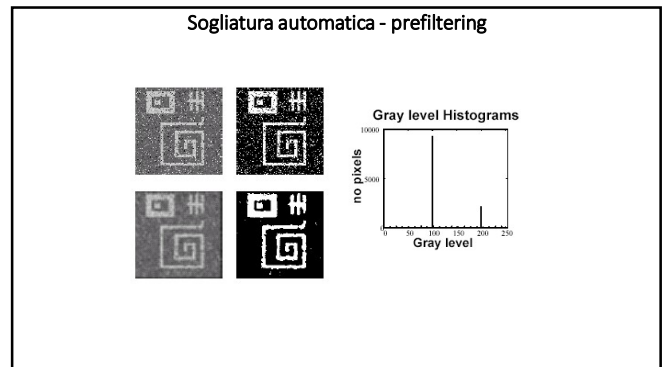
31



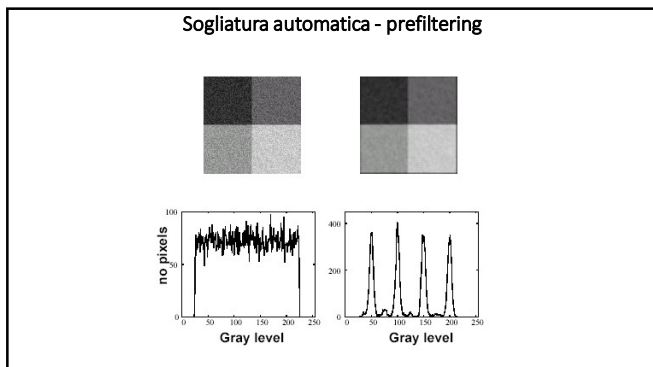
32



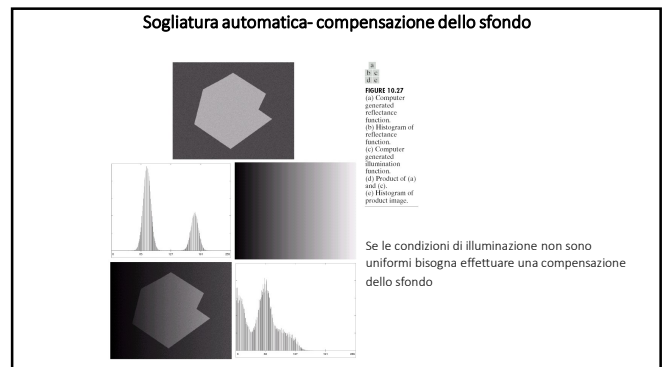
33



34



35



36

### Correzione puntuale dell'illuminazione

- L'illuminazione della scena può non essere uniforme.
- L'ottica può attenuare maggiormente la luce in certe zone.
- I sensori possono essere non perfettamente omogenei in sensitività.

Se la degradazione dell'immagine è di natura sistemica possiamo procedere come segue.

- $g(x,y)$ , immagine ideale (non degradata)
- $e(x,y)$  descrive il cambiamento rispetto al sistema ideale
- $f(x,y)$ , immagine degradata.

$$f(x,y) = e(x,y)g(x,y)$$

$e(x,y)$  può essere stimata se si acquisisce una immagine costante  $f_c(x,y)$  di cui si conosce la brightness (livello di grigio)  $C$ .

$$f_c(x,y) = e(x,y) C \rightarrow e(x,y) = f_c(x,y) / C$$

$$g(x,y) = f(x,y) / e(x,y) = f(x,y) C / f_c(x,y)$$

- Applicabile solo se la degradazione è stabile, **sistema calibrabile**

### Sogliatura automatica- locale

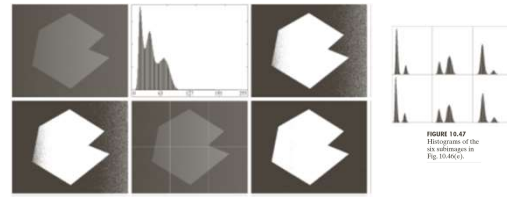


FIGURE 10.46 (a) Noisy shaded image and (b) its histogram. (c) Segmentation of (a) using the iterative global algorithm from Section 10.3.2. (d) Result obtained using Otsu's method. (e) Image subdivided into six subimages. (f) Result of applying Otsu's method to each subimage individually.

Funziona, ma che assunzione abbiamo fatto?

### Sogliatura automatica- locale

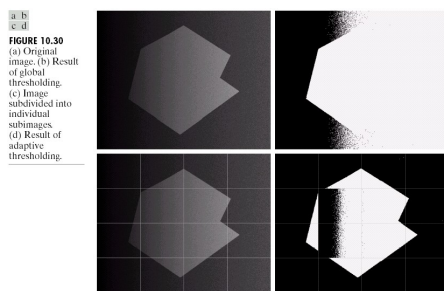
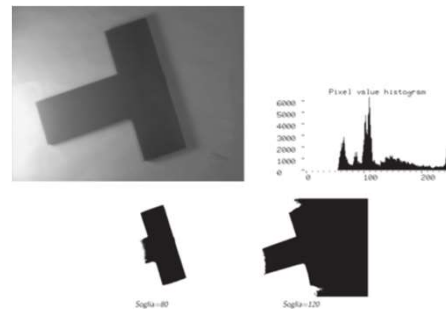
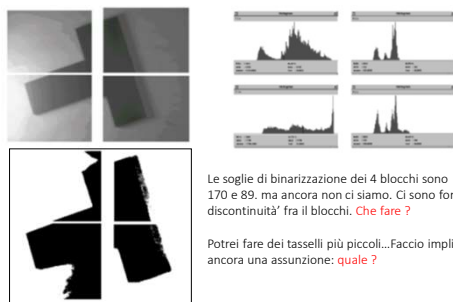


FIGURE 10.30 (a) Original image. (b) Result of global thresholding. (c) Image subdivided into individual subimages. (d) Result of adaptive thresholding.

### Sogliatura automatica- locale



### Sogliatura automatica- locale



Le soglie di binarizzazione dei 4 blocchi sono: 123, 82, 170 e 89, ma ancora non ci siamo. Ci sono forti discontinuità fra i blocchi. **Che fare?**

Potrei fare dei tasselli più piccoli...Faccio implicitamente ancora una assunzione: **quale?**

### Sogliatura automatica- locale

- Una possibile **soluzione** al problema consiste nell'assegnare il valore di soglia determinato per il blocco esclusivamente al punto centrale del blocco, e ricavare poi la soglia per tutti gli altri pixel dell'immagine mediante un **procedimento di interpolazione**.
- In questo caso la soglia viene ad essere una funzione del punto,  $T = T(x, y)$ .
- Spesso, per ottenere una funzione  $T = T(x, y)$  maggiormente regolare si adotta una suddivisione dell'immagine in blocchi parzialmente sovrapposti ("overlapped partitioning").
- La funzione  $T = T(x, y)$  può essere ricavata a partire dai valori assegnati ai punti centrali di ogni blocco mediante **interpolazione bilineare**:

$$\begin{matrix} \eta(0,0) & & \eta(1,0) \\ \eta(0,1) & \eta(x,y) & \eta(1,1) \end{matrix}$$

$$T(x,0) = [T(1,0) - T(0,0)]x + T(0,0)$$

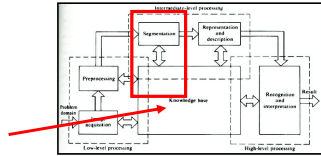
$$T(x,1) = [T(1,1) - T(0,1)]x + T(0,1)$$

$$T(x,y) = [T(x,1) - T(x,0)]y + T(x,0)$$

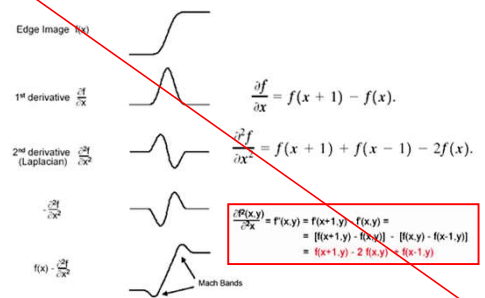
### Sogliatura automatica- uso del gradiente

La possibilità di una valida selezione della soglia può essere incrementata se si riesce a ricondurre l'istogramma ad esibire picchi alti e stretti, separati da valli profonde.

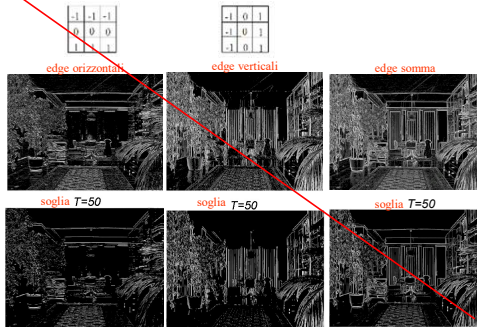
Diversi approcci in tale direzione prendono in considerazione l'uso delle informazioni che possono essere tratte da una immagine gradiente mettendole in relazione alle dimensioni (attese) degli oggetti e dello sfondo (i.e. se si può usare una base di conoscenza)



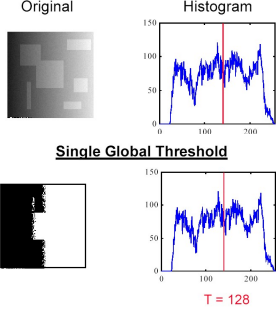
### Richiami sui metodi derivativi



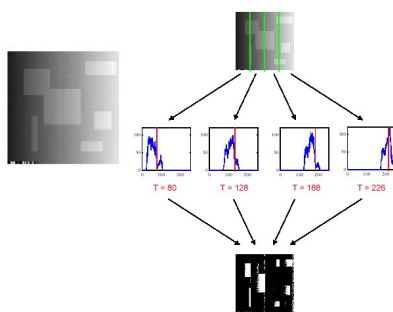
### Richiami sui metodi derivativi



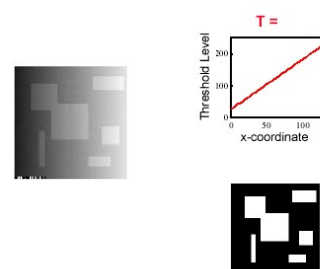
### Sogliatura automatica- uso del gradiente



### Sogliatura automatica- uso del gradiente



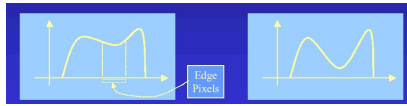
### Sogliatura automatica- uso del gradiente





### Sogliatura automatica- uso del gradiente

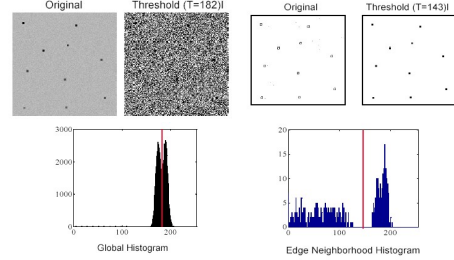
- Spesso gli istogrammi non sono spiccatamente bimodali.
- Se sappiamo che gli oggetti di interesse occupano circa la stessa area dello sfondo...  
...allora possiamo escludere il pixel di gradiente alto gradiente.



ASSUNZIONE-

Se gli oggetti occupano una piccola area rispetto allo sfondo  
... allora costruiamo un istogramma dei soli pixel ad alto gradiente

### Sogliatura automatica- uso del gradiente



L'area degli oggetti e' molto piccola. Problemi nel definire la soglia.  
l'istogramma relativo solo a ai pixel di alto gradiente è meno dipendente alle dimensioni degli oggetti.

### Sogliatura automatica- uso del gradiente

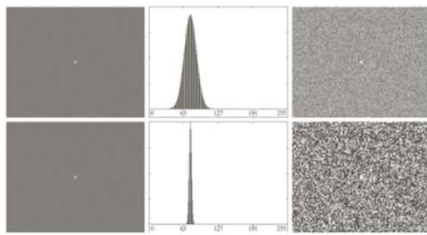


FIGURE 10.41 (a) Noisy image and (b) its histogram. (c) Result obtained using Otsu's method. (d) Noisy image smoothed using a  $5 \times 5$  averaging mask and (e) its histogram. (f) Result of thresholding using Otsu's method. Thresholding failed in both cases.

### Sogliatura automatica- uso del gradiente

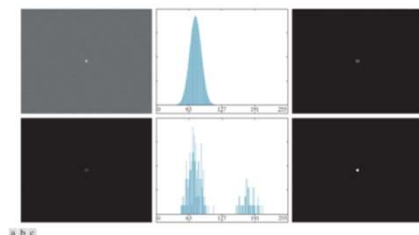


FIGURE 10.39 (a) Noisy image from Fig. 10.36(a) and (b) its histogram. (c) Mask image formed as the gradient magnitude image thresholded at the 99.7 percentile. (d) Image formed as the product of (a) and (c). (e) Histogram of the nonzero pixels in the image in (d). (f) Result of segmenting image (a) with the Otsu threshold based on the histogram in (e). The threshold was 134, which is approximately midway between the peaks in this histogram.

### Sogliatura automatica- uso del laplaciano

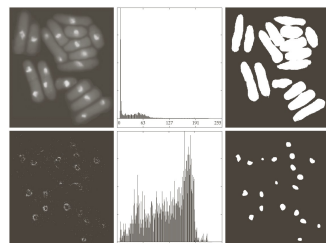


FIGURE 10.43 (a) Image of yeast cells, (b) Histogram of (a), (c) Segmentation of (a) with Otsu's method using the histogram in (b), (d) Thresholded absolute Laplacian, (e) Histogram of the nonzero pixels in the product of (a) and (d), (f) Original image thresholded using Otsu's method based on the histogram in (e). (Original image courtesy of Professor Susan L. Forberg, University of Southern California.)

### Sogliatura LOCALE ADATTATIVA

- Posso avere una soglia distinta per ogni pixel dell'immagine il cui valore dipende delle caratteristiche dell'immagine in un blocco di dimensione opportuna centrato nel pixel.
- Sussiste il problema della dimensione del blocco. Vengono scelti generalmente blocchi piccoli ( $5 \times 5$ ,  $7 \times 7$ ,  $9 \times 9$ , ...) al fine di limitare il carico computazionale dell'elaborazione.
- Per limitare il carico computazionale, si adotta generalmente un metodo semplice per la determinazione automatica della soglia
- L'uso di una soglia locale è particolarmente adeguato per immagini in cui c'è un'alta probabilità che in un blocco piccolo siano presenti sia pixel dell'oggetto sia pixel dello sfondo.

### ESEMPIO: Sogliatura automatica- Globale



A causa dell'illuminazione non uniforme il risultato della binarizzazione mediante soglia globale non e' soddisfacente.

### ESEMPIO: Sogliatura automatica- locale



Soglia calcolata per ogni pixel soglia come il valore media relativo ad un intorno 7x7

Il testo viene abbastanza bene, lo sfondo malissimo. Perché?

$$T(x, y) = \mu(x, y)$$



### ESEMPIO: Sogliatura automatica- locale



La binarizzazione rispetto ad un intorno 7x7 dei pixel fallisce quando la finestra in esame comprende solamente pixel di sfondo. Ovvero quando non abbiamo due classi ma solamente una...

$$T(x, y) = \mu(x, y)$$



### ESEMPIO: Sogliatura automatica- locale



$$g(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{if } f(x, y) > T_{xy} \\ 0 & \text{if } f(x, y) \leq T_{xy} \end{cases}$$

$$T_{xy} = cm_{xy}$$

$$T_{xy} = a\sigma_{xy} + bm_G$$

$$T_{xy} = a\sigma_{xy} + bm_{xy}$$

L'algoritmo pu' lavorare per linee. Possibili diverse alternative Parametri (a,b,c,...) da trovare e Dimensione della finestra su cui calcolare le medie locali  $m_{xy}$  e varianza locale  $\sigma_{xy}$  o media globale immagini  $m_G$

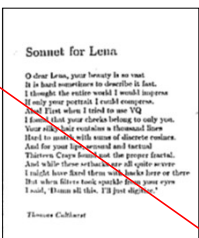
$$Q(\sigma_{xy}, m_{xy}) = \begin{cases} \text{TRUE} & \text{if } f(x, y) > a\sigma_{xy} \text{ AND } f(x, y) > bm_{xy} \\ \text{FALSE} & \text{otherwise} \end{cases}$$

### ESEMPIO: Sogliatura automatica- locale

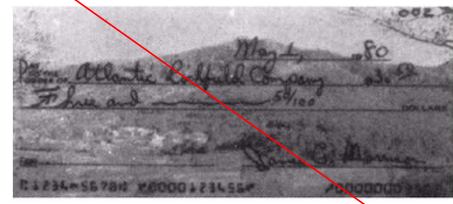


Per una immagine di testo, se l'intorno e' sufficientemente grande, e' molto probabile che la distribuzione dei livelli di grigio sia unimodale solo nell'intorno dei pixel di sfondo distanti dai caratteri. Quindi, prendo una costante C abbastanza grande da compensare le variazioni di luminosita' dello sfondo, ma non troppo...

$$\begin{cases} I(x, y) - [\mu(x, y) - C] \geq 0 \implies I(x, y) = \text{BACKGROUND} \\ I(x, y) - [\mu(x, y) - C] < 0 \implies I(x, y) = \text{OBJECT} \end{cases}$$



### Sogliatura automatica- metodi derivativi



### Sogliatura automatica- metodi derivativi

FIGURE 10.36 Image of a handwritten digit '0' with its gradient magnitude and thresholded versions.

$$s(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{se } \nabla f < T \\ + & \text{se } \nabla f \geq T \text{ e } \nabla^2 f \geq 0 \\ - & \text{se } \nabla f \geq T \text{ e } \nabla^2 f < 0 \end{cases}$$

61

### Sogliatura automatica- metodi derivativi

$$s(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{se } \nabla f < T \\ + & \text{se } \nabla f \geq T \text{ e } \nabla^2 f \geq 0 \\ - & \text{se } \nabla f \geq T \text{ e } \nabla^2 f < 0 \end{cases}$$

I simboli 0, + e - rappresentano tre livelli di grigio distinti, e  $T$  è una soglia

- I pixel non di bordo, che quindi soddisfano la prima delle tre condizioni, sono etichettati con 0.
- I pixel di bordo, sono marcati con + se si trovano dalla parte scura, e con - se si trovano dalla chiara

Scandendo per righe possiamo individuare le transizioni

Chiaro - scuro      scuro - chiaro

Analizziamo  $s(x, y)$  linea per linea, ed si etichettiamo con 1 tutti i pixel seguenti una coppia (- +) e precedenti una coppia (+ -), e con 0 tutti gli altri. Otteniamo una immagine binaria.

62

### Sogliatura automatica- metodi derivativi

FIGURE 10.37 (a) Original image, (b) Image segmented by local thresholding. (Courtesy of IBM Corporation.)

Problema: trovare automaticamente il valore di soglia  $T$

FIGURE 10.38 Histogram of pixel values. (Courtesy of IBM Corporation.)

63

### Binarizzazione mediante classificazione

64

### Binarizzazione mediante classificazione

- In alcune applicazioni l'oggetto di interesse può essere segmentato rispetto allo sfondo sulla base del colore
- Denotando quindi il colore di un pixel come:  $I(p)$  la segmentazione di un'immagine può essere ottenuta calcolando per ogni pixel la distanza (e.g. euclidea) rispetto al colore atteso ( $\mu$ ) dell'oggetto di interesse e marcando come sfondo i pixel per i quali tale distanza è inferiore ad una soglia:

$$\forall p \in I: \begin{cases} d(I(p), \mu) \leq T \rightarrow O(p) = F \\ d(I(p), \mu) > T \rightarrow O(p) = B \end{cases}$$

$$d(I(p), \mu) = \left( (I_r(p) - \mu_r)^2 + (I_g(p) - \mu_g)^2 + (I_b(p) - \mu_b)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

65

### Segmentazione mediante classificazione

FIGURE 6.43 Three approaches for enclosing data regions for RGB vector segmentation.

- scelta dei centroidi (colori rappresentativi)
- scelta dello spazio colore
- metrica per valutare la similarità
- condizioni di appartenenza

(vedi Paragrafo 6.7 del libro)

66

### Segmentazione mediante classificazione

Il colore atteso  $\mu$ , viene tipicamente stimato a partire da una (o più) immagini di training. Interpretando quindi il colore di un pixel dell'oggetto come una variabile aleatoria a tre dimensioni, il colore atteso è ottenuto stimandone il valor medio a partire dai training sample disponibili.

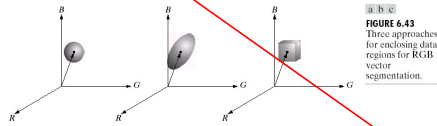


FIGURE 6.43 Three approaches for enclosing data regions for RGB vector segmentation.

67

### Segmentazione mediante classificazione

- Una caratterizzazione probabilistica più completa della distribuzione dei colori nell'oggetto di interesse può essere ottenuta stimando dai campioni non solo il valor medio ma anche la matrice di covarianza:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{rr}^2 & \sigma_{rg}^2 & \sigma_{rb}^2 \\ \sigma_{gr}^2 & \sigma_{gg}^2 & \sigma_{gb}^2 \\ \sigma_{br}^2 & \sigma_{bg}^2 & \sigma_{bb}^2 \end{pmatrix} \rightarrow \left\{ \sigma_{ij}^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (I_i(p_k) - \mu_i)(I_j(p_k) - \mu_j) \right. \\ \left. I_i, j \in \{r, g, b\} \right\}$$

La distanza euclidea può anche essere espressa in modo differente:

$$d(\mathbf{I}(p), \boldsymbol{\mu}) = \left( (I_r(p) - \mu_r)^2 + (I_g(p) - \mu_g)^2 + (I_b(p) - \mu_b)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$d(\mathbf{I}(p), \boldsymbol{\mu}) = \left( (\mathbf{I}(p) - \boldsymbol{\mu})^T (\mathbf{I}(p) - \boldsymbol{\mu}) \right)^{\frac{1}{2}}$$

68

### Segmentazione mediante classificazione

la distanza di Mahalanobis è definita come:

$$d_M(\mathbf{I}(p), \boldsymbol{\mu}) = \left( (\mathbf{I}(p) - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1} (\mathbf{I}(p) - \boldsymbol{\mu}) \right)^{\frac{1}{2}}$$

Per comprendere la differenza fra la distanza di Mahalanobis e quella Euclidea, consideriamo il caso in cui le componenti di  $\mathbf{I}(p)$  sono indipendenti (matrice di covarianza diagonale):

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{rr}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{gg}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{bb}^2 \end{pmatrix} \rightarrow \Sigma^{-1} = \begin{pmatrix} 1/\sigma_{rr}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sigma_{gg}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sigma_{bb}^2 \end{pmatrix}$$

$$d_M(\mathbf{I}(p), \boldsymbol{\mu}) = \left( (\mathbf{I}(p) - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1} (\mathbf{I}(p) - \boldsymbol{\mu}) \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{(I_r(p) - \mu_r)^2}{\sigma_{rr}^2} + \frac{(I_g(p) - \mu_g)^2}{\sigma_{gg}^2} + \frac{(I_b(p) - \mu_b)^2}{\sigma_{bb}^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$d_M(\mathbf{I}(p), \boldsymbol{\mu}) = \left( \frac{(I_r(p) - \mu_r)^2}{\sigma_{rr}^2} + \frac{(I_g(p) - \mu_g)^2}{\sigma_{gg}^2} + \frac{(I_b(p) - \mu_b)^2}{\sigma_{bb}^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

69

### Segmentazione mediante classificazione

A differenza della distanza euclidea, la distanza di Mahalanobis pesa diversamente le differenze delle componenti del vettore aleatorio, in particolare in maniera inversamente proporzionale alla varianza di ciascuna componente. Ciò significa che una data differenza in una componente contribuirà in maniera maggiore o minore alla distanza a seconda di qual è la dispersione della componente rispetto al suo valore medio.

$$d_M(\mathbf{I}(p), \boldsymbol{\mu}) = \left( \frac{(I_r(p) - \mu_r)^2}{\sigma_{rr}^2} + \frac{(I_g(p) - \mu_g)^2}{\sigma_{gg}^2} + \frac{(I_b(p) - \mu_b)^2}{\sigma_{bb}^2} \right)^{\frac{1}{2}} \leq T^2$$

Ellissoide centrato in:  $\boldsymbol{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_r \\ \mu_g \\ \mu_b \end{bmatrix}$  ed avente lunghezza dei semiasse pari a:  $\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{gg} \\ \sigma_{bb} \end{bmatrix}$

70

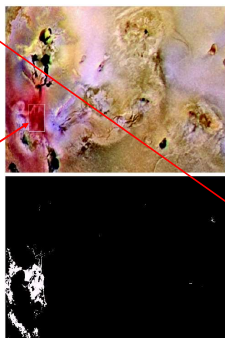


FIGURE 6.44 Segmentation in RGB space. (a) Original image with colors of interest shown enclosed by a rectangle. (b) Result of segmentation in RGB vector space. Compare with Fig. 6.42(b).

Segmentazione  
mediante classificazione

71

### Segmentazione mediante classificazione

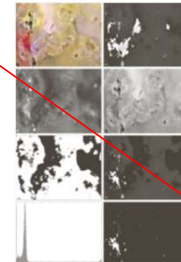


FIGURE 6.42 Image segmentation in HSI space. (a) Original. (b) Hue. (c) Saturation. (d) Intensity. (e) Binary saturation mask (black = 0). (f) Product of (b) and (e). (g) Histogram of (f). (h) Segmentation of red components in (a).

R. Schettini, DISCO, Università degli Studi di Milano Bicocca, Corso di Elaborazione delle Immagini, AA 2011/12

72

### Segmentazione mediante classificazione

- Alcuni colori sono piu' importanti di altri !!!
- Disponibilità di training set adeguati



73

### Esempio



74

### Esempio

- I pixel bianchi vengono individuati mediante classificazione
- Vengono identificate le componenti connesse
- Le componenti connesse potrebbero ora essere classificate come caratteri, loghi, rumore, ...
- I caratteri potrebbero essere ulteriormente classificati in lettere maiuscole – minuscole, ...



(Left) input RGB image

(Right) output is a labeled image.



75