Il nostro problema originario:

$$\begin{cases} -\Delta u = f & \Omega \\ u = V_E \quad \Gamma_{em}, \quad u = 0 & \Gamma_{coll} \\ \partial_n u = g \equiv 0 & \Gamma_N \end{cases}$$

In forma variazionale:

$$a(u,v) = (\nabla u, \nabla v)_{L^2}$$

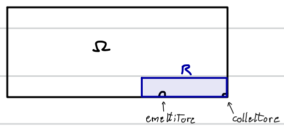
$$F(v) = 0 = \langle g, v \rangle$$

Dalla pubblicazione, pag. 1, vorremmo stimare l'errore tramite una apposita goal function

$$\eta = | M(u) - M(u_h) | \leq \varepsilon$$

$$M : V \to \mathbb{R}$$

e come M, per cominciare, avremmo voluto prendere il valore del potenziale in una zona significativa, denominata R, della mesh. In questo modo η rappresenta l'errore medio assoluto tra il potenziale esatto e il potenziale computato.



$$M(v) = \frac{1}{Area_R} \int_R v(x)\, dx \qquad M(v_h) = \frac{1}{|DOF\ in\ R|} \sum_{i \in DOF\ in\ R} v_h^i$$

Cosicché $\quad \eta \leq \frac{1}{|DOF\ in\ R|} \sum_{i \in DOF\ in\ R} | u(x_i) - u_h^i |$

Seguendo il ragionamento a pag.4

Risolviamo il weak problem

$a^*(z,v) = M(v) \quad \forall v \in V^* \qquad (3.6)$

che nel nostro caso (a simmetrica) non è altro che: $\qquad a(z,v) = M(v) \qquad [P]$

Se riuscissimo a risolvere [P], a questo punto potremmo stimare come:

$$| M(u) - M(u_h) | = \cancel{F(z)} - a(u_h, z) = - \int_\Omega \nabla u_h \cdot \nabla z$$

Dubbi:

1) Come imporre il RHS?

Idea: funzione m st $\quad m = \begin{cases} 1 & R \\ 0 & \Omega \setminus R \end{cases}$

In questo modo: $\quad M(v) = \langle m, v \rangle = \int_R v(x)\, dx$

A posteriori dividiamo system_rhs / area R.

2) Ha senso calcolare ben due gradienti di quantità discrete?

3) Non vorremmo aver mal interpretato lo scopo della pubblicazione. Abbiamo tralasciato gli algoritmi di generazione della forma bilineare del problema duale, potendola tranquillamente ricavare analiticamente.

Non ci siamo ancora avventurati nei cicli di raffinamento consecutivo, descritti nell'algoritmo 2, a pag 12.

Preferiremmo avere chiaro che questa sia la strada da intraprendere, prima di proseguire.

Idea alternativa:

Il tutorial step_14 di dealii propone di risolvere problema primario e duale e di calcolare una stima pesata dell'errore.

Ci sembra affine alla metodologia di questa pubblicazione, ma con una notevole spiegazione applicativa.

Le sembra una buona soluzione?

Col suo via libera, ci mettiamo subito al lavoro.