CALCOLO NUMERICO CORSO B
Corso di Laurea in Informatica
A.A. 2022/2023 – Simulazione II Prova in Itinere – 19/04/2023

NOME	COGNOME	MATRICOLA

Esercizio 1

Sia $A = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $n \geq 2$, la matrice definita da

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1 \text{ se } i = j; \\ \alpha \text{ se } (j = 1, i > j) \text{ o } (j = n, i < j); \\ 0 \text{ altrimenti.} \end{cases}$$

Per $n = 4$ si ha

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \alpha \\ \alpha & 1 & 0 & \alpha \\ \alpha & 0 & 1 & \alpha \\ \alpha & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Si dica per quali valori di α A risulta predominante diagonale per righe e per colonne.

2. Si determini i valori di α per cui il metodo di Gauss-Seidel applicato ad A risulta convergente.

3. Si determini i valori di α per cui il metodo di Jacobi applicato ad A risulta convergente.

4. Per $\alpha = -1/4$ si determini un numero K di passi del metodo di Jacobi applicato ad A sufficienti a garantire $\parallel \boldsymbol{e}_K \parallel_\infty / \parallel \boldsymbol{e}_0 \parallel_\infty \leq 2^{-48}$. Si determini quindi il costo computazionale dell'esecuzione di K passi del metodo di Jacobi.

Esercizio 2 Sia

$$f(x) = 1/e^{2x^2-1} - x = 0.$$

1. Si determini il numero di soluzioni reali dell'equazione. .

2. Si dica se il metodo iterativo $x_{k+1} = e^{1-2x_k^2}$ è localmente convergente a queste soluzioni.