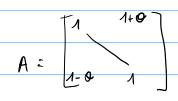
## Esercizio 1



Der queli valori di o A é predomi non te d'agonale Sulle righe centrali 170 OK

Sille prime 17 |1+0 | <=> -1 < 1+0 e1 <=> -2 < 8 < 0 @

0 < 0 < 2

Quindi HAi perché (1) AND (2) homo intersezione vuo to

2 Jacobi e Gouss-Seidel sono applicabili?

Dobbiamo reilicare che le matrici M sono invertibili la Jacobi Mé la diagonale mandre
in GS é la triangolare. In ogni caso la diagonale he tutti valori sempre # 0

quindi sono sempre applicabili

3 CONVERGENZA GS -> Dero analizzare una condizione NECESSARIA e SUFFICIENTE

$$\text{M. costruisco} \quad G = M^{-1}N = \begin{bmatrix} 1 \\ 1-\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0$$

Cosa possiamo dire sul reggio spettrele di G? Gé triangolare superiore, quindi gli auto velori sono sulla diegonale:  $\chi = 0$   $\lambda = 1 - 0^2$  Quindi  $p(G) = |1 - 0^2|$ 

La condizione necessario e sufficiente dice che

$$\rho(G)$$
 <1 <-> -1<1- $\theta^2$ <1 <-> -2< $\theta^2$ <0 <-> 0< $\theta^2$ <2 <->  $\theta^2$ <3 <->  $\theta^2$ <4 <->  $\theta^2$ <4 <->  $\theta^2$ <5 <->  $\theta^2$ <6 <->  $\theta^2$ <7 <->  $\theta^2$ <7 <->  $\theta^2$ <6 <->  $\theta^2$ <7 <->  $\theta^2$ 

$$J = I^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -1-0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1-0 \\ 0-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1-0 \\ 0-1 \end{bmatrix}$$

(Ili autovolori sono le radia del polinamio carelloristico det (XI-J)

det 
$$\begin{bmatrix} \lambda & 1+0 \\ 1-0 & \lambda \end{bmatrix} = \lambda^{m-2} \cdot \det \begin{pmatrix} \lambda & 1+0 \\ 1-0 & \lambda \end{pmatrix} = \lambda^{m-2} \left(\lambda^2 - (1-0^2)\right)$$

(Metodo di Loplace)

Un'elternative per colodore gli eutovolori cre: con la RELAZIONE COSTITUTIVA:

$$Y = \lambda \times e \Rightarrow \begin{cases} -(1+0) \times_{m} = \lambda \times_{1} & -(1+0) \times_{m} = \lambda \times_{1} \\ 0 = \lambda \times_{2} e \Rightarrow \lambda_{2} = 0 \Rightarrow \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(1+0) \times_{m} = \lambda \times_{1} & -(1+0) \times_{m} = \lambda \times_{1} \\ (\theta - 1) \times_{1} = \lambda \times_{1} & -(\theta - 1) (1+\theta) \times_{m} = \lambda \times_{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(1+0) \times_{m} = \lambda \times_{1} \\ (\theta - 1) \times_{1} = \lambda \times_{1} & -(\theta - 1) (1+\theta) \times_{m} = \lambda \times_{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(1+0) \times_{m} = \lambda \times_{1} \\ (\theta - 1) \times_{1} = \lambda \times_{1} & -(\theta - 1) (1+\theta) \times_{m} = \lambda \times_{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(1+0) \times_{m} = \lambda \times_{1} \\ (\theta - 1) \times_{1} = \lambda \times_{1} & -(\theta - 1) (1+\theta) \times_{1} = \lambda \times_{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(1+0) \times_{m} = \lambda \times_{1} \\ (\theta - 1) \times_{1} = \lambda \times_{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(1+0) \times_{m} = \lambda \times_{1} \\ (\theta - 1) \times_{1} = \lambda \times_{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(1+0) \times_{m} = \lambda \times_{1} \\ (\theta - 1) \times_{1} = \lambda \times_{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(1+0) \times_{1} = \lambda \times_{1} \\ (\theta - 1) \times_{1} = \lambda \times_{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(1+0) \times_{1} = \lambda \times_{1} \\ (\theta - 1) \times_{1} = \lambda \times_{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(1+0) \times_{1} = \lambda \times_{1} \\ (\theta - 1) \times_{1} = \lambda \times_{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(1+0) \times_{1} = \lambda \times_{1} \\ (\theta - 1) \times_{1} = \lambda \times_{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(1+0) \times_{1} = \lambda \times_{1} \\ (\theta - 1) \times_{1} = \lambda \times_{1} \end{cases}$$

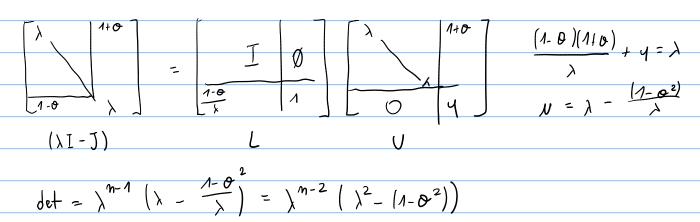
$$\begin{cases} -(1+0) \times_{1} = \lambda \times_{1} \\ (\theta - 1) \times_{1} = \lambda \times_{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(1+0) \times_{1} = \lambda \times_{1} \\ (\theta - 1) \times_{1} = \lambda \times_{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(1+0) \times_{1} = \lambda \times_{1} \\ (\theta - 1) \times_{1} = \lambda \times_{1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -(1+0) \times_{1} = \lambda \times_{1} \\ (\theta - 1) \times_{1} = \lambda \times_{1} \end{cases}$$

## L'ultimo metodo per trovare di entovelori é tramite la fattorizzazione LU:



Determinare quanti passi di GS sono sufficienti per garantire che

$$\frac{\|\ell_{\kappa}\|_{\infty}}{\|\ell_{o}\|_{\infty}} \leq 2^{-48} \qquad \frac{N.B.}{\|\ell_{o}\|_{\infty}} \leq \frac{N.B.}{\ell_{o}} \leq \frac{N.B.}{\ell$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{3}{4} \end{bmatrix} \qquad \begin{aligned} \|G\|_{\infty} &= \frac{3}{4} & \Rightarrow \frac{\|e_{\kappa}\|_{\infty}}{\|e_{0}\|_{\infty}} &\in \left(\frac{3}{4}\right)^{\kappa} = 7 \left(\frac{3}{4}\right)^{\kappa} \leq 2^{-48} \\ \left(\frac{3}{4}\right)^{\kappa} &\leq 2^{-48} & \epsilon = 7 \kappa \log_{2} \frac{3}{4} \leq -48 \end{aligned}$$

$$K \leq \frac{-48}{\log_2 \frac{3}{4}}$$

$$K7 = \frac{-48}{\log_2 \frac{3}{4}}$$

$$ERRATO \Rightarrow CORRETIO$$

$$perché \log_2 \frac{3}{4} \neq 0$$

$$K = \begin{bmatrix} -48 \\ \log_2 \frac{3}{4} \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} -48 \\ \log_2 \frac{3}{4} \end{bmatrix}$$

Se avessimo anelizzato per Josobi con  $0 = -\frac{1}{2}$  le norme sorebbe 71 e quindi non Convergente

- 5 Determinare il costo computazionale di un'iterazione del metodo di Jacobi
- ll costo é pari egli elementi => 0 (n)
  non nulli di A

  Peró se scriviamo il metodo di Jacobi

$$X^{(K+1)} = \begin{bmatrix} -(1+0) \times m + b_1 \\ -(1+0) \times m + b_1 \end{bmatrix} Q_{vind} \text{ feccio 2 operation;}$$

$$X^{(K+1)} = \begin{bmatrix} -(1+0) \times m + b_1 \\ b_2 \\ -1+0 \end{bmatrix} Q_{vind} \text{ feccio 2 operation;}$$

$$Y^{(K+1)} = \begin{bmatrix} -(1+0) \times m + b_1 \\ b_2 \\ -1+0 \end{bmatrix} Q_{vind} \text{ feccio 2 operation;}$$

$$Y^{(K+1)} = \begin{bmatrix} -(1+0) \times m + b_1 \\ b_2 \\ -1+0 \end{bmatrix} Q_{vind} \text{ feccio 2 operation;}$$

$$Y^{(K+1)} = \begin{bmatrix} -(1+0) \times m + b_1 \\ b_2 \\ -1+0 \end{bmatrix} Q_{vind} \text{ feccio 2 operation;}$$

$$Y^{(K+1)} = \begin{bmatrix} -(1+0) \times m + b_1 \\ b_2 \\ -1+0 \end{bmatrix} Q_{vind} \text{ feccio 2 operation;}$$

$$Y^{(K+1)} = \begin{bmatrix} -(1+0) \times m + b_1 \\ b_2 \\ -1+0 \end{bmatrix} Q_{vind} \text{ feccio 2 operation;}$$

$$Y^{(K+1)} = \begin{bmatrix} -(1+0) \times m + b_1 \\ b_2 \\ -1+0 \end{bmatrix} Q_{vind} \text{ feccio 2 operation;}$$

$$Y^{(K+1)} = \begin{bmatrix} -(1+0) \times m + b_1 \\ b_2 \\ -1+0 \end{bmatrix} Q_{vind} \text{ feccio 2 operation;}$$

$$Y^{(K+1)} = \begin{bmatrix} -(1+0) \times m + b_1 \\ b_2 \\ -1+0 \end{bmatrix} Q_{vind} \text{ feccio 2 operation;}$$

$$Y^{(K+1)} = \begin{bmatrix} -(1+0) \times m + b_1 \\ b_2 \\ -1+0 \end{bmatrix} Q_{vind} \text{ feccio 2 operation;}$$

$$Y^{(K+1)} = \begin{bmatrix} -(1+0) \times m + b_1 \\ b_2 \\ -1+0 \end{bmatrix} Q_{vind} \text{ feccio 2 operation;}$$

$$Y^{(K+1)} = \begin{bmatrix} -(1+0) \times m + b_1 \\ b_2 \\ -1+0 \end{bmatrix} Q_{vind} \text{ feccio 2 operation;}$$

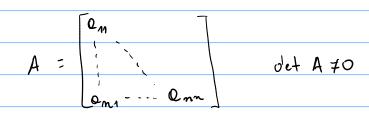
$$Y^{(K+1)} = \begin{bmatrix} -(1+0) \times m + b_1 \\ b_2 \\ -1+0 \end{bmatrix} Q_{vind} \text{ feccio 2 operation;}$$

$$Y^{(K+1)} = \begin{bmatrix} -(1+0) \times m + b_1 \\ b_2 \\ -1+0 \end{bmatrix} Q_{vind} \text{ feccio 2 operation;}$$

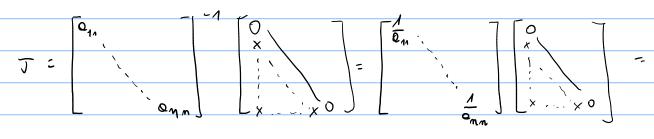
$$Y^{(K+1)} = \begin{bmatrix} -(1+0) \times m + b_1 \\ b_2 \\ -1+0 \end{bmatrix} Q_{vind} \text{ feccio 2 operation;}$$

$$Y^{(K+1)} = \begin{bmatrix} -(1+0) \times m + b_1 \\ b_2 \\ -1+0 \end{bmatrix} Q_{vind} \text{ feccio 3 operation;}$$

## ESERCIZIO 2

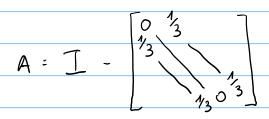


1 Determinare se il mutodo di Jacobi è convergente



Osservezione: une metrice tricingolare dopo n passi di moltiplicazione per sé sdessa diventora Nucla Jn = 9

Quindi in quei così il metodo iterativo divento. DiRETTO e restituisce direttomente il risultato senza errore.



① Considerere un metodo iferativo con M=I e N=3 Dimostrere che questo metodo é convergente

Date le complessité nel colcolo del reggio spetrale analizzionno la condizione Sufficiente: é predominante diagonale quindi convergente