

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Informatica
A.A. 2022/2023 – Prova Scritta – 10/01/2023

NOME	COGNOME	MATRICOLA
------	---------	-----------

Esercizio 1

Sia $A = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $n \geq 3$, la matrice definita da

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j; \\ \alpha & \text{se } i = n, j = 1; \\ \gamma & \text{se } i = 1, j = n; \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

1. Si determini i valori di α e γ per cui A è invertibile.
2. Si determini i valori di α e γ per cui il metodo di Gauss-Seidel applicato ad A è convergente.
3. Si scriva una funzione MatLab che dato in ingresso \mathbf{b} e tol implementa il metodo di Gauss-Seidel applicato per la risoluzione del sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ a partire da $\mathbf{x}_0 = \mathbf{b}$ restituendo in uscita un'approssimazione \mathbf{x}_k di \mathbf{x} con $\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}\|_\infty \leq tol$. Si determini il costo computazionale di un' iterazione del metodo.

Esercizio 2 Si consideri l'equazione

$$f(x) = e^{2x+3} + x = 0.$$

1. Si mostri che l'equazione ammette una sola soluzione reale denotata con α .
2. Si mostri che il metodo delle tangenti applicato ad $f(x)$ genera successioni convergenti ad α per ogni scelta del punto iniziale $x_0 \in \mathbb{R}$.
3. Si mostri che il metodo iterativo $x_{k+1} = g(x_k)$, $k \geq 0$, $g(x) = -e^{2x+3}$, non è localmente convergente in α .