

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Informatica
A.A. 2022/2023 – Simulazione I Prova in Itinere

NOME	COGNOME	MATRICOLA
------	---------	-----------

Esercizio 1 Sia $A_n = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $n \geq 3$, definita da

$$a_{i,j} = \begin{cases} 2\alpha & \text{se } i = j; \\ 1 & \text{se } i = j + 1 \text{ o } j = n, i \neq n; \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Per $n = 4$ si ottiene

$$A_4 = \begin{bmatrix} 2\alpha & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2\alpha & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2\alpha & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2\alpha \end{bmatrix}.$$

1. Si determini i valori di α per cui A_N è predominante diagonale per righe.
2. Si determini i valori di α per cui A_n è predominante diagonale per colonne.
3. Si determini i valori di α per cui A_n ammette fattorizzazione LU. Per tali valori si determini la fattorizzazione.
4. Si mostri che per $|\alpha| \geq 1/2$ l'algoritmo di eliminazione gaussiana con pivoting parziale restituisce la fattorizzazione LU di A_n .

Esercizio 2 Sia $f(x) = \sqrt{\log(e^x)}$, $x \geq 0$.

1. Si studi il condizionamento del calcolo di $f(x)$.
2. Si studi la stabilità dell'algoritmo per il calcolo di $f(x)$ assumendo di disporre di funzioni di libreria $EXP(x) = e^x(1 + \epsilon_1)$, $LOG(x) = \log(x)(1 + \epsilon_2)$, $SQRT(x) = \sqrt{x}(1 + \epsilon_3)$ con $|\epsilon_i| \leq u$.