

CALCOLO NUMERICO CORSO B
Corso di Laurea in Informatica
A.A. 2023/2024 – Prova Scritta – 24/05/2024

NOME	COGNOME	MATRICOLA
------	---------	-----------

Esercizio 1

Sia $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $n \geq 2$, la matrice definita da

$$A = I_n - \alpha \mathbf{e} \mathbf{e}^T, \quad \mathbf{e}^T = [1, \dots, 1], \quad \alpha \in \mathbb{R},$$

e si consideri il metodo iterativo definito dal partizionamento $M = I_n$ e $N = \alpha \mathbf{e} \mathbf{e}^T$.

1. (**Punti 3**). Si calcoli $A\mathbf{e}$. Si mostri che per $\alpha = 1/n$ A non è invertibile.
2. (**Punti 5**). Si determini la matrice di iterazione P del metodo. Si mostri che il metodo è convergente se $|\alpha| < 1/n$.
3. (**Punti 5**). Si determini i valori del parametro α per cui il metodo è convergente.
4. (**Punti 5**). Si determini il costo computazionale del metodo per iterazione.

Esercizio 2 Si consideri l'equazione

$$f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0.$$

1. (**Punti 5**). Si determini il numero di soluzioni reali dell'equazione determinando per ogni soluzione un intervallo di separazione.
2. (**Punti 5**). Si dica se il metodo delle tangenti con punto iniziale $x_0 \in \{-2, 2\}$ genera una successione convergente e, nel caso, se ne specifichi il limite.
3. (**Punti 5**). Si dica se il metodo iterativo $x_{k+1} = g(x_k)$, $k \geq 0$, $g(x) = (x^3 + 1)/3$ è localmente convergente in un intorno delle radici dell'equazione.