

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Informatica
A.A. 2021/2022 – Prova Scritta 10/01/2021

NOME	COGNOME	MATRICOLA
------	---------	-----------

Esercizio 1 Sia $A = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $n \geq 1$, definita come

$$a_{i,j} = \begin{cases} \alpha_i & \text{se } j = i + 1 \text{ o } j = 1, i = n \\ 1 & \text{se } j = i; \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Per $n = 3$ si ottiene

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_1 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha_2 \\ \alpha_3 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Mostrare che $|\alpha_i| < 1$, $1 \leq i \leq n$, è condizione sufficiente per la convergenza del metodo di Jacobi applicato ad A .
2. Per $n = 3$ mostrare che $|\alpha_i| < 1$, $1 \leq i \leq 3$, non è condizione necessaria per la convergenza del metodo di Jacobi applicato ad A .
3. Scrivere una funzione MatLab che dato in ingresso $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$ e $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ restituisce in uscita il vettore \mathbf{x}_1 generato da un'iterazione del metodo di Jacobi applicato per la risoluzione di $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ a partire da \mathbf{x}_0 . Valutarne il costo computazionale.

Esercizio 2 Si consideri l'equazione

$$f(x) = \log(x) - \frac{2 - x^2}{2x + 2} = 0$$

1. Determinare il numero di soluzioni reali dell'equazione.
2. Si dica motivando la risposta se il metodo delle tangenti applicato per la risoluzione dell'equazione con punto iniziale $x_0 = 1$ genera una successione convergente.
3. Si dica motivando la risposta se il metodo delle tangenti applicato per la risoluzione dell'equazione con punto iniziale $x_0 = 2$ genera una successione convergente.