

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Informatica
A.A. 2021/2022 – Prova Scritta Online 31/01/2022

$\gamma =$ MATRICOLA

Esercizio 1 Sia $A = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $n \geq 1$, definita come

$$a_{i,j} = \begin{cases} \gamma & \text{se } j = i > 1; \\ 1 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Per $n = 3$ si ottiene

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \gamma & 1 \\ 1 & 1 & \gamma \end{bmatrix}.$$

1. Si determini E matrice elementare di Gauss tale che $E A \mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_1$ con \mathbf{e}_1 primo vettore della base canonica di \mathbb{R}^n .
2. Si dica se A ammette fattorizzazione LU ed in caso affermativo si determini tale fattorizzazione.
3. Scrivere una funzione MatLab che dato in ingresso $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ risolve il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con costo lineare.

Esercizio 2 Si consideri l'equazione

$$f(x) = \cos(x) + x - \gamma = 0.$$

1. Si mostri che l'equazione ha una sola soluzioni reale α .
2. Si mostri che il metodo iterativo $x_{k+1} = \gamma - \cos(x_k)$, $k \geq 0$ è localmente convergente in α .
3. Si scriva una funzione MatLab che dato in ingresso x_0 e tol determina la successione generata dal metodo iterativo con punto iniziale x_0 restituendo in uscita x_{k+1} tale che $|x_{k+1} - x_k|/|x_k| \leq tol$.