

CALCOLO NUMERICO  
Corso di Laurea in Informatica  
A.A. 2021/2022 – Prova Scritta B – 16/05/2022

---

NOME	COGNOME	MATRICOLA
------	---------	-----------

---

**Esercizio 1** Sia  $A = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $n \geq 2$ , definita come

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = 1; \\ \alpha & \text{se } i = j + 1; \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Per  $n = 3$  si ottiene

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Si determini i valori di  $\alpha$  per cui :
  - (a)  $A$  è predominante diagonale;
  - (b)  $A$  è invertibile.
2. Si determini i valori di  $\alpha$  per cui  $A$  ammette unica la fattorizzazione LU e per tali valori si calcoli la fattorizzazione.
3. Si determini la condizione su  $\alpha$  affinché il comando `lu(A)` in MatLab restituisca una fattorizzazione LU della matrice  $A$  o in altri termini il metodo di eliminazione gaussiana con pivoting parziale applicato ad  $A$  non esegua scambi di righe.

**Esercizio 2** Si consideri l'equazione

$$f(x) = x^3 + e^x = 0$$

1. Si determini il numero di soluzioni reali dell'equazione. Per ogni soluzione si determini un'intervallo di separazione.
2. Si dica se il metodo delle tangenti applicato per la risoluzione dell'equazione  $f(x) = 0$  con punto iniziale  $x_0 \in \{-1, -1/2\}$  genera una successione convergente.
3. Scrivere una funzione Matlab che dati in input  $tol, x_0 \in \mathbb{R}$ , calcola la successione generata dal metodo delle tangenti applicato per la risoluzione dell'equazione  $f(x) = 0$  a partire da  $x_0$  arrestandosi quando  $|x_k - x_{k-1}| \leq tol$  e restituendo in uscita la coppia  $(x_k, k)$ .