CALCOLO NUMERICO

Corso di Laurea in Informatica A.A. 2022/2023 – Prova Scritta – 13/12/2022

NOME COGNOME MATRICOLA

Esercizio 1

Sia $A \in \mathbb{R}^{3\times3}$ la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

- 1. Si mostri che A è invertibile.
- 2. Si mostri che il metodo di Jacobi applicato ad A non è convergente.
- 3. Si mostri che il metodo di Gauss-Seidel applicato ad A è convergente.

Esercizio 2 Si consideri l'equazione

$$f(x) = x^3 - \sin(x) = 0.$$

- 1. Si mostri che l'equazione ammette una sola soluzione reale positiva.
- 2. Si mostri che il metodo delle tangenti applicato ad f(x) con punto iniziale $x_0 = 1$ genera una successione convergente alla radice.
- 3. Si scriva una funzione MatLab che dato in ingresso x_0 e tol determina la successione generata dal metodo delle tangenti applicato ad f(x) con punto iniziale x_0 restituendo in uscita x_{k+1} tale che $|x_{k+1} x_k|/|x_k| \le tol$.