

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Informatica
A.A. 2021/2022 – Prova Scritta – 05/09/2022

NOME	COGNOME	MATRICOLA
------	---------	-----------

Esercizio 1

Si consideri le matrici

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1/20 & 1/20 \\ 0 & 1 & -1/2 \\ 0 & -1/2 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1/20 & 1/20 \\ 0 & 1 & -3/4 \\ 0 & -1/12 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Si mostri che il metodo di Jacobi applicato ad A_1 e A_2 è convergente.
2. Si determini in entrambi i casi un numero N di iterazioni del metodo sufficienti a garantire che

$$\| \mathbf{e}_N \|_\infty \leq \epsilon \| \mathbf{e}_0 \|_\infty$$

con $\epsilon > 0$ fissato, $\mathbf{e}_k = \mathbf{x}_k - \mathbf{x}$ e \mathbf{x} soluzione del sistema lineare.

3. Dette J_1 e J_2 le corrispondenti matrici di iterazione si mostri che $\rho(J_1) > \rho(J_2)$, con $\rho(A)$ il raggio spettrale della matrice A . Dopo 10 passi si trova $\| J_1^{10} \|_\infty \simeq 9.7656e-04$ e $\| J_2^{10} \|_\infty \simeq 9.5367e-07$ illustrando la dipendenza della convergenza dal raggio spettrale.

Esercizio 2 Per la determinazione della radice cubica di $a > 0$ si considera il metodo delle tangenti applicato all'equazione

$$f(x) = x^2 - \frac{a}{x} = 0$$

1. Si mostri che il metodo è convergente per ogni $x_0 > 0$.
2. Si determini $f''(a^{1/3})$. Cosa si conclude riguardo la velocità di convergenza?
3. Scrivere una funzione Matlab che dati in input $a, x_0 \in \mathbb{R}^+$ e $it \in \mathbb{N}$ implementa il metodo delle tangenti applicato all'equazione $f(x) = 0$ con punto iniziale x_0 . riportando in output il vettore formato dalle prime it iterate.