Compito di Algebra Lineare
16 Dicembre 2021

Cognome e nome: ....

Numero di matricola: .... Corso e Aula: ....

<u>IMPORTANTE:</u> Scrivere il nome su ogni foglio. Mettere **<u>TASSATIVAMENTE</u>** nei riquadri le risposte, e nel resto del foglio lo svolgimento.

Esercizio 1. Consideriamo i seguenti vettori colonna

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad v_2 = \begin{bmatrix} t \\ 3t \\ 1-2t \\ t \end{bmatrix} \quad v_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ t^2-2 \\ t+2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

dove $t \in \mathbb{R}$ è un parametro reale. Per quali valori di t si ha che v_1, v_2, v_3 sono vettori indipendenti?.

valori di t

Esercizio 2. Consideriamo un'applicazione lineare $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che

$$F \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{e} \qquad F \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

(1) Scrivere la matrice di F rispetto alle basi standard.
(2) Scrivere la matrice di $F^{-1} \circ F^{-1}$ rispetto alle basi standard.

F	$F^{-1} \circ F^{-1}$

Esercizio 3. Consideriamo $\mathbb{R}^3$ col prodotto scalare standard. Sia $A : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare che nella base standard è rappresentata dalla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

1) Trovare gli autovalori di A.
2) Trovare una base ortonormale di $\mathbb{R}^3$ che diagonalizzi A.

Autovalori	Base

Esercizio 4. Consideriamo la matrice a coefficienti in $\mathbb{R}$

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

Sia V lo spazio vettoriale delle matrici 2×2 a coefficienti in $\mathbb{R}$. Calcolare la dimensione del nucleo e dell'immagine dell'applicazione lineare $L : V \to V$ tale che per ogni matrice X vale

$$L(X) = XB - BX$$

dimensione nucleo	dimensione immagine