

CALCOLO NUMERICO  
Corso di Laurea in Informatica  
A.A. 2021/2022 – Prova Scritta – 07/06/2022

---

| NOME | COGNOME | MATRICOLA |
|------|---------|-----------|
|------|---------|-----------|

---

**Esercizio 1** Sia  $A \in \mathbb{R}^{n^2 \times n^2}$ ,  $n \geq 2$ , la matrice tridiagonale a blocchi con blocchi tridiagonali definita da

$$A = \begin{bmatrix} T & I_n & & \\ I_n & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & T & I_n \\ & & I_n & T \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} -6 & 1 & & \\ 1 & \ddots & \ddots & \\ & \ddots & -6 & 1 \\ & & 1 & -6 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n},$$

con  $I_n$  matrice identità di ordine  $n$ .

1. Si mostri che  $\mathcal{K}_2(A) \leq 5$ .
2. Si mostri che i metodi di Jacobi e Gauss-Seidel applicati ad  $A$  sono convergenti
3. Si determini il costo computazionale di un passo del metodo di Gauss-Seidel applicato ad  $A$ .

**Esercizio 2** Si consideri l'equazione

$$f(x) = \log(\sin(x)) + x - 1 = 0$$

1. Si mostri che l'equazione ha un'unica soluzione reale nell'intervallo  $(0, \pi/2)$  indicata con  $\alpha$ .
2. Si dica se il metodo iterativo  $x_{k+1} = 1 - \log(\sin(x_k))$ ,  $k \geq 0$ , è localmente convergente in  $\alpha$ . Si determini un punto iniziale  $x_0$  per cui la successione generata converge ad  $\alpha$ .
3. Scrivere una funzione Matlab che dati in input  $tol, x_0 \in \mathbb{R}$ , calcola la successione generata dal metodo iterativo  $x_{k+1} = 1 - \log(\sin(x_k))$  applicato per la risoluzione dell'equazione  $f(x) = 0$  a partire da  $x_0$  arrestandosi quando  $|x_k - x_{k-1}| \leq tol$  e restituendo in uscita la coppia  $(x_k, k)$ .