

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Informatica
A.A. 2022/2023 – Simulazione I Prova in Itinere

NOME	COGNOME	MATRICOLA
------	---------	-----------

Esercizio 1 Sia $A_n = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $n \geq 3$, definita da

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \text{ o } (i,j) = (1,n); \\ i & \text{se } i = j + 1; \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Per $n = 4$ si ottiene

$$A_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Si mostri che A ammette fattorizzazione LU. Si determini la fattorizzazione LU di A .
2. Si studi il condizionamento del fattore triangolare L . In particolare si mostri che $\kappa_1(L) \geq n!$.
3. Si determini $\cup_{i=1}^n \mathcal{K}_i$, dove \mathcal{K}_i è l' i -esimo cerchio di Gerschgorin relativo alla matrice A . Si dica se è corretta la seguente proposizione “ λ autovalore di $A \Rightarrow 1 - n \leq \lambda \leq 1 + n$ ”.

Esercizio 2 Sia $f(x) = 2/(1 - x^2)$, $x \neq \pm 1$.

1. Si studi il condizionamento del calcolo di $f(x)$.
2. Si studi la stabilità degli algoritmi per il calcolo di $f(x)$ associati alle seguenti rappresentazioni della funzione

$$f(x) = \frac{2}{1 - x^2} = \frac{2}{(1 - x)(1 + x)}.$$