



UNIVERSITÀ DI PISA

Dipartimento di Informatica
Corso di Laurea Triennale in Informatica

Corso a Libera Scelta - 6 CFU

Introduzione all'Intelligenza Artificiale

Professore:

Prof. Alessio Micheli
Prof. Claudio Gallicchio

Autore:

Filippo Ghirardini

Anno Accademico 2023/2024

Contents

1	Introduzione	3
1.1	Obiettivi dell'IA	3
1.1.1	Modellare	3
1.1.2	Risultati	3
1.2	Storia dell'IA	3
1.3	Reti neurali	4
1.3.1	Deep Learning	4
2	Agenti intelligenti	5
2.1	Caratteristiche	5
2.1.1	Percezioni e azioni	5
2.2	Agente razionale	5
2.3	Ambienti	6
2.4	Programma agente	7
2.4.1	Tabella	7
2.4.2	Agenti reattivi	7
2.4.3	Agenti basati su modello	8
2.4.4	Agenti con obiettivo	9
2.4.5	Agenti con valutazione di utilità	9
2.4.6	Agenti che apprendono	9
2.4.7	Tipi di rappresentazione	10
3	Agenti risolutori di problemi	11
3.1	Processo di risoluzione	11
3.2	Assunzioni	11
3.3	Formulazione del problema	11
3.4	Algoritmo di ricerca	11
3.5	Ricerca della soluzione	14
3.6	Strategie di ricerca	14
3.6.1	Breadth First	14
3.6.2	Depth first	15
3.6.3	Depth Limited	16
3.6.4	Iterative Depth	16
3.6.5	Uniform Cost	16
3.6.6	Confronto	17
3.7	Direzione	18
3.7.1	Ricerca bidirezionale	18
3.8	Problematiche	18
3.8.1	Cicli	18
3.8.2	Ridondanze	18
4	Ricerca euristica	20
5	Ricerca locale	21
5.1	Hill climbing	21
5.1.1	8 regine	22
5.2	Tempra simulata	22
5.2.1	Scelta dei parametri	22
5.3	Local beam	23
5.3.1	Versione stocastica	23
5.3.2	Algoritmi genetici ed evolutivi	23
5.4	Spazi continui	24
5.5	Ambienti realistici	24
5.5.1	Albero AND-OR	24

Introduzione all'Intelligenza Artificiale

Realizzato da: Ghirardini Filippo

A.A. 2023-2024

1 Introduzione

1.1 Obiettivi dell'IA

1.1.1 Modellare

Modellare fedelmente l'essere umano:

- **Agire umanamente:** Test di Turing¹
- **Pensare umanamente:** modelli cognitivi per descrivere il funzionamento della mente umana

1.1.2 Risultati

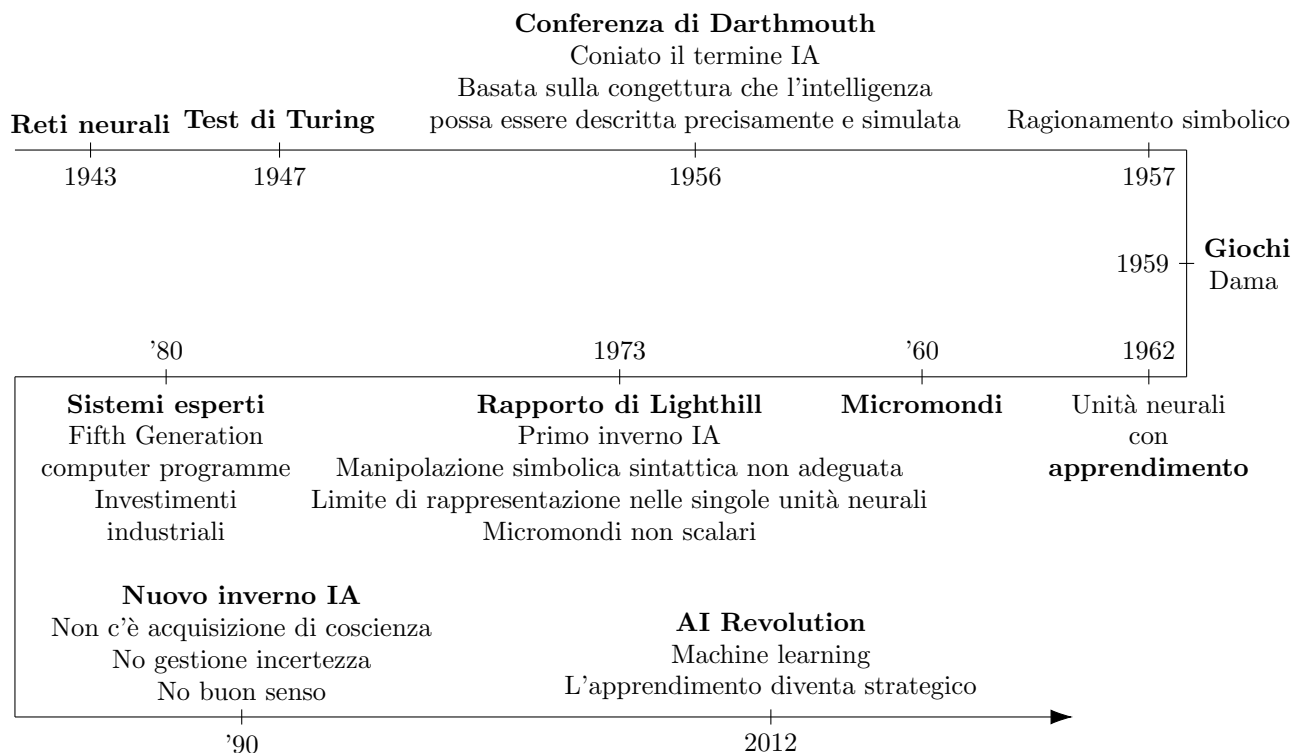
Raggiungere i risultati ottimali:

- Pensare razionalmente
- Agenti razionali: percepiscono l'ambiente, operano autonomamente e si adattano. Fanno la cosa giusta agendo in modo da ottenere il miglior risultato calcolando come agire in modo efficace e sicuro in una varietà di situazioni nuove. Ha alcuni vantaggi:
 1. Estendibilità e generalità
 2. Misurabilità dei risultati rispetto all'obiettivo

I limiti dipendono dai rischi, dall'etica e dalla complessità computazionale.

1.2 Storia dell'IA

Nasce sin dall'antichità con il desiderio dei filosofi di sollevare l'uomo dalle fatiche del lavoro. Dal 1940 c'è un'esplosione di popolarità che però si alterna tra periodi di crisi e di grandi avanzamenti.



¹Ci sono due umani e una macchina. Tutti questi conversano tramite un computer. Se l'esaminatore non riesce a distinguere l'essere umano dalla macchina allora vince quest'ultima.

Esempio 1.2.1 (Scacchi). Un esempio propedeutico è quello dell'applicazione dell'IA al gioco degli scacchi, definita **IA debole**. Negli anni '60 c'erano principalmente due opinioni al riguardo:

- Newell e Simon sostenevano che in 10 anni le macchine sarebbero state campioni negli scacchi
- Dreyfus sosteneva che una macchina non sarebbe mai stata in grado di giocare a scacchi

Nel 1997 la macchina Deep Blue sconfigge il campione mondiale di scacchi Kasparov. Viene naturale farsi alcune domande...

- Ha avuto **fortuna**?
- Ha avuto un **vantaggio psicologico**? La macchina eseguiva le mosse immediatamente e Kasparov si sentiva come l'ultimo baluardo umano.
- **Forza brutta**? La macchina calcolava 36 miliardi di posizioni ogni 3 minuti

Oggi l'Intelligenza Artificiale eccelle in tutti i giochi. L'ultimo a "cadere" è stato il Go nel 2016. Allo stesso tempo però il livello delle persone è aumentato giocando contro le macchine.

Definizione 1.2.1 (IA debole). *Al contrario dell'IA forte, non ha lo scopo di possedere abilità cognitive generali, ma piuttosto di essere in grado di risolvere esattamente un singolo problema.*

1.3 Reti neurali

Le reti neurali sono caratterizzate da:

- **Flessibilità**: capacità di acquisizione automatica di conoscenza e di adattamento automatico a contesti diversi e dinamici
- **Robustezza**: capacità di trattare incertezza e rumorosità del mondo reale
- Rappresentazione appresa dai dati in forma **sub-simbolica**
- Possibilità di usare più strati di reti neurali con diversi livelli di astrazione (**Deep Learning**)

1.3.1 Deep Learning

Abbinando alla capacità dei modelli di machine learning una grande quantità di dati e degli High Performance Computer, si è favorito molto il deep learning.

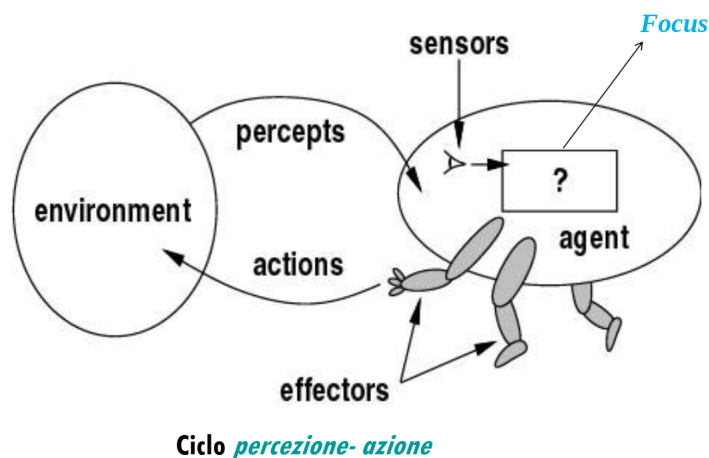
Dal 2010 le reti neurali profonde hanno iniziato a diffondersi molto nelle grandi industrie, riscuotendo successo ad esempio:

- **Computer vision**: ad esempio la classificazione del cancro della pelle
- **Natural Language Processing**: ad esempio IBM Watson o Google DeepL

Questa tecnologia ha raggiunto prestazioni a livello di quelle umane.

2 Agenti intelligenti

L'approccio moderno dell'IA (AIMA) è quello di costruire degli **agenti intelligenti**. La visione ad agenti offre un quadro di riferimento e una prospettiva più generale. È utile anche perché è **uniforme**.



Noi ci concentreremo sul programma che sta al centro dell'agente e che consiste in un ciclo di percezione-azione.

2.1 Caratteristiche

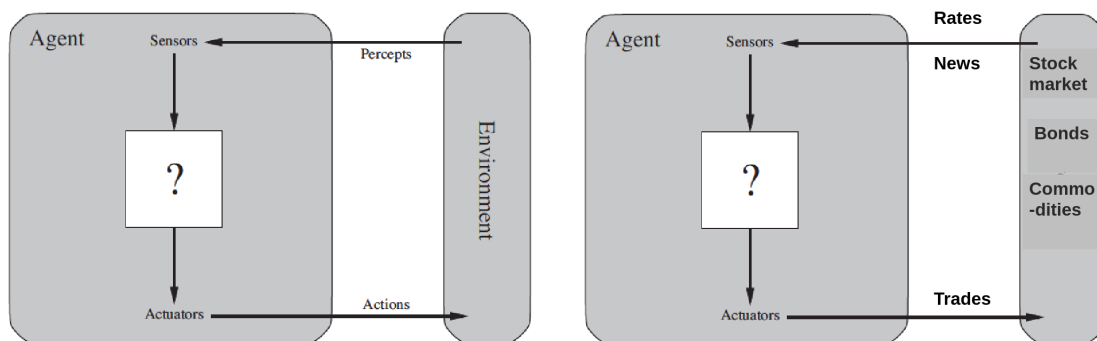
Un agente ha alcune caratteristiche:

- **Situati**: ricevono *percezioni* da un ambiente e agiscono mediante **azioni** (attuatori)

2.1.1 Percezioni e azioni

Le percezioni corrispondono agli **input** dai sensori. La **sequenza percettiva** sarà la storia completa delle percezioni.

La scelta dell'azione è *funzione* unicamente della sequenza percettiva ed è chiamata **funzione agente**. Il compito dell'IA è costruire il programma agente.



2.2 Agente razionale

Definizione 2.2.1 (Agente razionale). *Un agente razionale interagisce con il suo ambiente in maniera efficace (fa la cosa giusta).*

Si rende quindi necessario un **criterio di valutazione** oggettivo dell'effetto delle azioni dell'agente. La valutazione della prestazione deve avere le seguenti caratteristiche:

- **Esterna**
-

-

Definizione 2.2.2 (Agente razionale). *Per ogni sequenza di percezioni compie l'azione che massimizza il valore atteso della misura delle prestazioni, considerando le sue percezioni passate e la sua conoscenza pregressa.*

Osservazione 2.2.1. Si basa sulla razionalità e non sull'onniscienza e onnipotenza: non conosce alla perfezione il futuro ma può apprendere e ha dei limiti nelle sue azioni.

Raramente tutta la conoscenza sull'ambiente può essere fornita a priori dal programmatore. L'agente razionale deve essere in grado di modificare il proprio comportamento con l'esperienza. Può **migliorare** esplorando, apprendendo, aumentando l'autonomia per operare in ambienti differenti o mutevoli.

Definizione 2.2.3 (Agente autonomo). *Un agente è autonomo nella misura in cui il suo comportamento dipende dalla sua capacità di ottenere esperienza e non dall'aiuto del progettista.*

2.3 Ambienti

Definire un problema per un agente significa innanzitutto caratterizzare l'ambiente in cui opera. Viene utilizzata la descrizione **PEAS**:

- **P**erformance
- **E**nviroment
- **A**ctuators
- **S**ensors

Prestazione	Ambiente	Attuatori	Sensori
Arrivare alla destinazione, sicuro, veloce, ligio alla legge, viaggio confortevole, minimo consumo di benzina, profitti massimi	Strada, altri veicoli, pedoni, clienti	Sterzo, acceleratore, freni, frecce, clacson, schermo di interfaccia o sintesi vocale	Telecamere, sensori a infrarossi e sonar, tachimetro, GPS, contachilometri, accelerometro, sensori sullo stato del motore, tastiera o microfono

L'ambiente deve avere le seguenti proprietà:

- Osservabilità:
 - Se è **completamente osservabile** l'apparato percettivo è in grado di dare conoscenza completa dell'ambiente o almeno tutto ciò che è necessario per prendere l'azione
 - Se è **parzialmente osservabile** sono presenti limiti o inaccuratezze dell'apparato sensoriale
- Agente singolo o multi-agente:
 - L'ambiente ad agente **singolo** può anche cambiare per eventi, non necessariamente per azioni di agenti
 - Quello **multi-agente** può essere *competitivo* (scacchi) o *cooperativo*
- Predicibilità:
 - **Deterministico**: quando lo stato successivo è completamente determinato dallo stato corrente e dall'azione (e.g. scacchi)
 - **Stocastico**: quando esistono elementi di incertezza con associata probabilità (e.g. guida)
 - **Non deterministico**: quando si tiene traccia di più stati possibili risultato dell'azione ma non in base ad una probabilità

- Episodico o sequenziale:
 - **Episodico**: quando l'esperienza dell'agente è divisa in episodi atomici indipendenti in cui non c'è bisogno di pianificare (e.g. partite diverse)
 - **Sequenziale**: quando ogni decisione influenza le successive (e.g. mosse di scacchi)
- Statico o dinamico:
 - **Statico**: il mondo non cambia mentre l'agente decide l'azione (e.g. cruciverba)
 - **Dinamico**: cambia nel tempo, va osservata la contingenza e tardare equivale a non agire (e.g. taxi)
 - **Semi-dinamico**: l'ambiente non cambia ma la valutazione dell'agente sì (e.g. scacchi con timer)
- Valori come lo stato, il tempo, le percezioni e le azioni possono assumere valori **discreti** o **continui**. Il problema è combinatoriale nel discreto o infinito nel continuo.
- **Noto** o **ignoto**: una distinzione riferita alla conoscenza dell'agente sulle leggi fisiche dell'ambiente (le regole del gioco). È diverso da osservabile.

Definizione 2.3.1 (Simulatore). *Un simulatore è uno strumento software che si occupa di:*

- *Generare stimoli*
- *Raccogliere le azioni in risposta*
- *Aggiornare lo stato*
- *Attivare altri processi che influenzano l'ambiente*
- *Valutare la prestazione degli agenti (media su più istanze)*

*Gli esperimenti su classi di ambienti con condizioni variabili sono essenziali per **generalizzare**.*

2.4 Programma agente

L'agente sarà quindi composto da un'architettura e da un programma. Il programma dell'agente implementa la funzione agente $Ag : Percezioni \rightarrow Azioni$.

```
function Skeleton-Agent (percept) returns action
  static: memory, agent memory of the world
  memory <- UpdateMemory(memory, percept)
  action <- Choose-Best-Action(memory)
  memory <- UpdateMemory(memory, action)
  return action
```

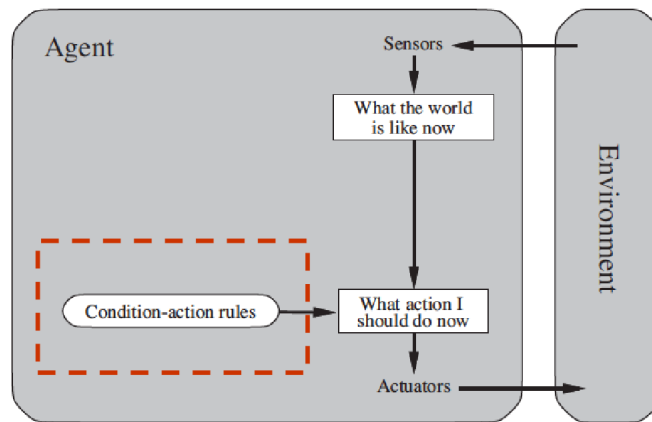
2.4.1 Tabella

Un agente basato su tabella esegue una scelta come un accesso ad una tabella che associa un'azione ad ogni possibile sequenza di percezioni.

Ha una **dimensione ingestibile**, è difficile da costruire, non è autonomo ed è di difficile aggiornamento (apprendimento complesso).

2.4.2 Agenti reattivi

L'agente agisce in base a quello che percepisce senza salvare nulla in memoria.



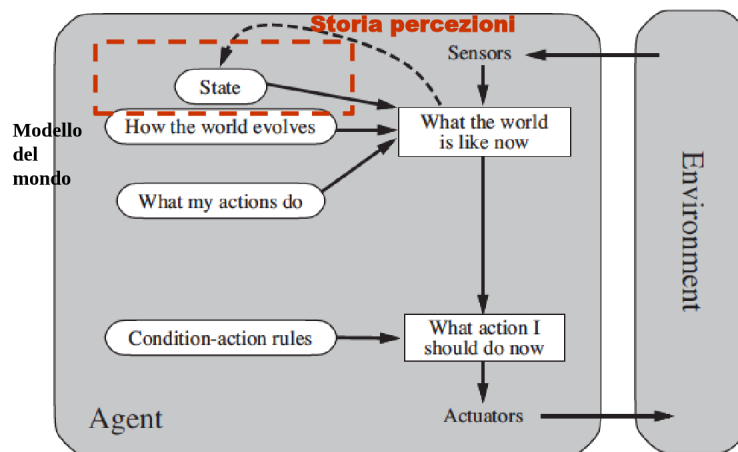
```

function Agente-Reattivo-Semplice (percezione)
    returns azione
    persistent: regole, un insieme di regole
    condizione-azione (if-then)
    stato <- Interpreta-Input(percezione)
    regola <- Regola-Corrispondente(stato, regole)
    azione <- regola.Azione
    return azione

```

2.4.3 Agenti basati su modello

L'agente ha uno stato che mantiene la storia delle percezioni e influenza il modello del mondo.



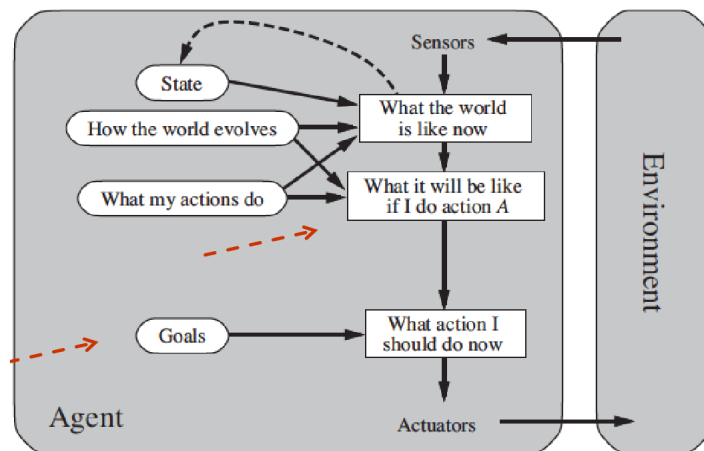
```

function Agente-Basato-su-Modello (percezione)
    returns azione
    persistent: stato, una descrizione dello stato corrente
                modello, conoscenza del mondo
                regole, un insieme di regole condizione-azione
                azione, azione più recente
    stato <- Aggiorna-Stato(stato, azione, percez., modello)
    regola <- Regola-Corrispondente(stato, regole)
    azione <- regola.Azione
    return azione

```

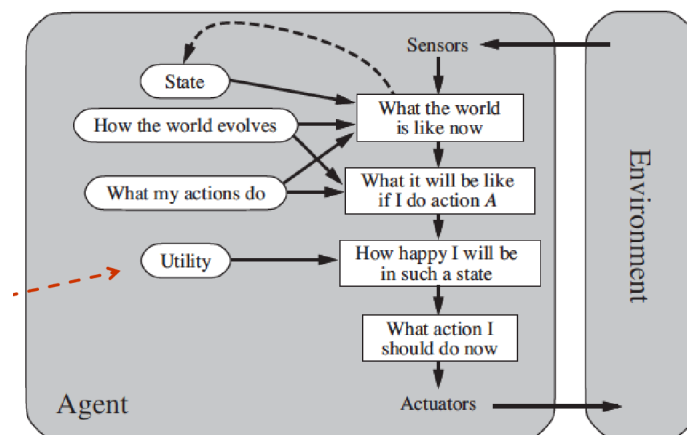
2.4.4 Agenti con obiettivo

Fin'ora l'agente aveva un obiettivo predeterminato dal programma. In questo caso invece viene specificato anche il **goal** che influenza le azioni. Abbiamo quindi più **flessibilità** ma meno efficienza.



2.4.5 Agenti con valutazione di utilità

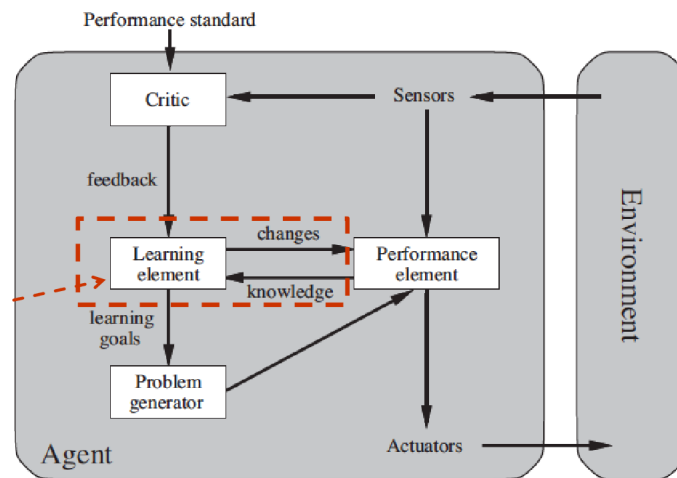
In questo caso ci sono **obiettivi alternativi** o più modi per raggiungerlo. L'agente deve quindi decidere verso dove muoversi e si rende necessaria una **funzione utilità** che associ ad un obiettivo un numero reale. La funzione terrà anche conto della probabilità di successo (**utilità attesa**).



2.4.6 Agenti che apprendono

Questo tipo di agente include la capacità di **apprendimento** che produce cambiamenti al programma e ne migliora le prestazioni, adattando i comportamenti.

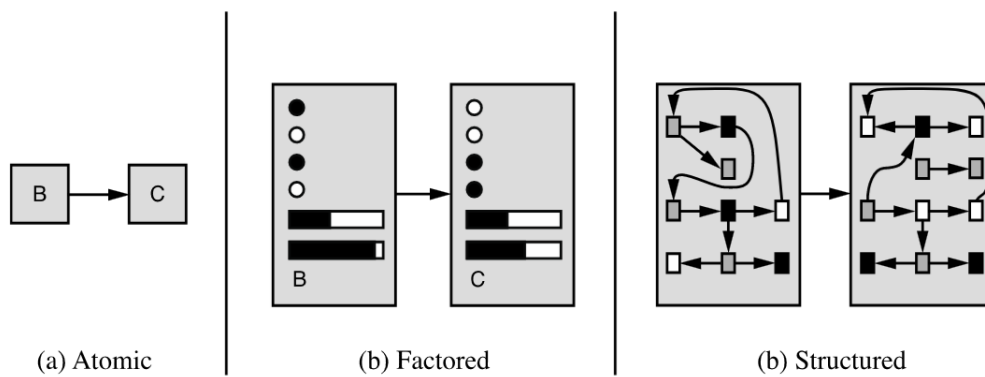
L'elemento **esecutivo** è il programma stesso, quello **critico** osserva e dà feedback ed infine c'è un generatore di problemi per suggerire nuove situazioni da esplorare.



2.4.7 Tipi di rappresentazione

Gli stati e le transizioni possono essere rappresentati in tre modi:

- **Atomica:** solo con gli stati
- **Fattorizzata:** con più variabili e attributi
- **Strutturata:** con l'aggiunta delle relazioni



3 Agenti risolutori di problemi

Gli agenti risolutori di problemi adottano il paradigma della risoluzione di problemi come **ricerca** in uno **spazio di stati**. Sono agenti con **modello** (storia percezioni e stati) che adottano una rappresentazione **atomica** degli stati.

Sono particolari gli agenti con **obiettivo** che pianificano l'intera sequenza di mosse prima di agire.

3.1 Processo di risoluzione

I passi da seguire sono i seguenti:

1. **Determinazione di un obiettivo**, ovvero un insieme di stati in cui l'obiettivo è soddisfatto
2. **Formulazione** del problema tramite la rappresentazione degli stati e delle azioni
3. Determinazione della **soluzione** mediante la ricerca
4. **Esecuzione** del piano

Esempio 3.1.1 (Viaggio con mappa). Supponiamo di voler fare un viaggio. Il processo di risoluzione sarebbe il seguente:

1. Raggiungere Bucarest
2.
 - Azioni: guidare da una città all'altra
 - Stato: città su mappa

3.2 Assunzioni

Assumiamo che l'ambiente in questione sia **statico**, **osservabile**, **discreto** e **deterministico** (assumiamo un mondo ideale).

3.3 Formulazione del problema

Un problema può essere definito formalmente mediante 5 componenti:

1. **Stato iniziale**
2. **Azioni** possibili
3. **Modello di transizione**: $ris : stato \times azione \rightarrow stato$, uno stato *successore* $ris(s, a) = s'$
4. **Test obiettivo** per capire tramite un insieme di stati obiettivo se il goal è raggiunto $test : stato \rightarrow \{true, false\}$
5. **Costo del cammino**: composto dalla somma dei costi delle azioni, dove un passo ha costo $c(s, a, s')$. Un passo non ha mai costo negativo.

I punti 1, 2 e 3 definiscono implicitamente lo **spazio degli stati**. Definirlo esplicitamente può essere molto costoso.

3.4 Algoritmo di ricerca

Gli algoritmi di ricerca prendono in input un problema e restituiscono un **cammino soluzione**. Dobbiamo misurare le **prestazioni**: trova una soluzione? Quanto costa trovarla? Quanto è efficiente?

$$costo_{totale} = costo_{ricerca} + costo_{cammino_{sol}}$$

Esempio 3.4.1 (Arrivare a Bucarest). Partiamo con la formulazione del problema:

1. **Stato iniziale**: la città di partenza, ovvero Arad
2. **Azioni**: spostarsi in una città collegata vicina

$Azioni(In(Arad)) = \{Go(Sibiu), Go(Zerind), \dots\}$

3. Modello di transizione:

$Risultato(In(Arad), Go(Sibiu)) = In(Sibiu)$

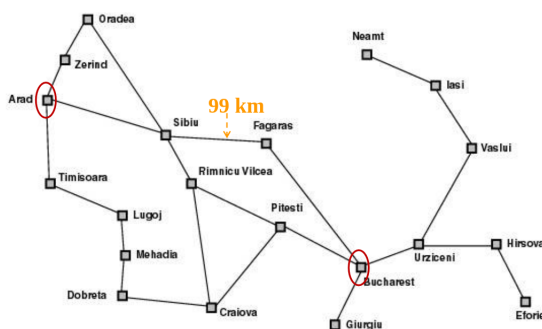
4. Test obiettivo:

$\{In(Bucarest)\}$

5. Costo del cammino:

somma delle lunghezze delle strade

In questo esempio lo spazio degli stati coincide con la rete dei collegamenti tra le città.



Esempio 3.4.2 (Puzzle dell'8). Partiamo con la formulazione del problema:

1. **Stati:** tutte le possibili configurazioni della scacchiera
2. **Stato iniziale:** una configurazione tra quelle possibili
3. **Obiettivo:** una configurazione del tipo

1	2	3
8		4
7	6	5

4. **Azioni:** le mosse della casella vuota
5. **Costo cammino:** ogni passo costa 1

In questo esempio lo spazio degli stati è un grafo con possibili cicli (ci possiamo ritrovare in configurazioni già viste). Il problema è NP-completo: per 8 tasselli ci sono $\frac{9!}{2} = 181.000$ stati.

Esempio 3.4.3 (8 regine). Supponiamo di dover collocare 8 regine su una scacchiera in modo tale che nessuna regina sia attaccata da altre.

1. **Stati:** tutte le possibili configurazioni della scacchiera con 0-8 regine
2. **Goal test:** avere 8 regine sulla scacchiera, di cui nessuna è attaccata
3. **Azioni:** aggiungi una regina

In questo esempio lo spazio degli stati sono le possibili scacchiere, ovvero $64 \times 63 \times \dots \times 57 \simeq 1.8 \times 10^{14}$. Proviamo ad utilizzare una formulazione diversa:

1. **Stati:** tutte le possibili configurazioni della scacchiera in cui *nessuna regina è minacciata*
2. **Goal test:** avere 8 regine sulla scacchiera, di cui nessuna è attaccata
3. **Azioni:** aggiungere una regina nella colonna vuota più a destra ancora libera in modo che non sia minacciata

Lo spazio degli stati passa a 2057, anche se comunque rimane esponenziale per k regine. Vediamo infine un'ultima formulazione:

1. **Stati:** scacchiere con 8 regine, una per colonna
2. **Goal test:** nessuna delle regine già presenti è attaccata
3. **Azioni:** sposta una regina nella colonna se minacciata
4. **Costo cammino:** zero

Qui lo spazio degli stati è di qualche decina di milione.

Capiamo quindi che formulazioni diverse del problema portano a spazi di stati di dimensioni diverse.

Esempio 3.4.4 (Dimostrazione di teoremi). Dato un insieme di premesse:

$$\{s, t, q \Rightarrow p, r \Rightarrow p, v \Rightarrow q, t \Rightarrow r, s \Rightarrow v\} \quad (1)$$

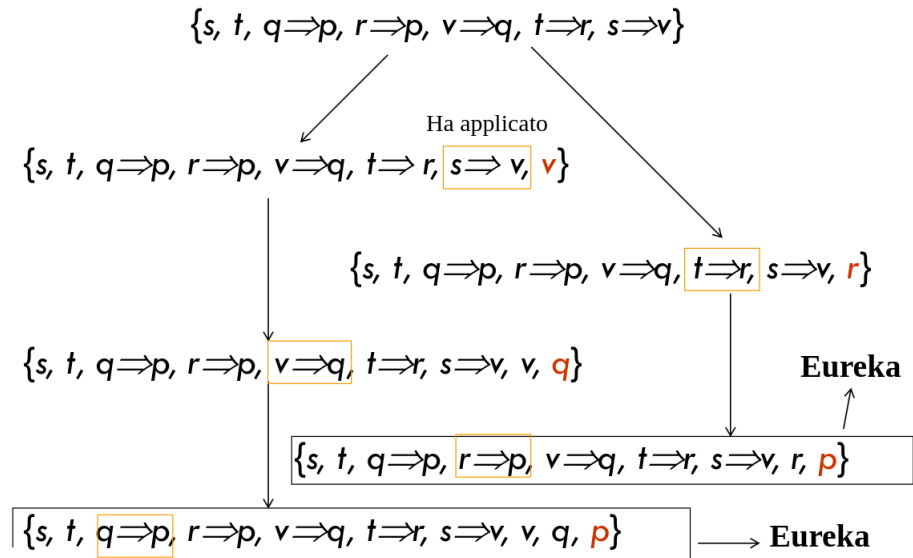
dimostrare una proposizione p utilizzando solamente la regola di inferenza *Modus Ponens*:

$$(p \wedge p \Rightarrow q) \Rightarrow q$$

Scriviamo la formulazione del problema:

- **Stati:** insieme di proposizioni
- **Stato iniziale:** le premesse
- **Stato obiettivo:** un insieme di proposizioni contenente il teorema da dimostrare
- **Operatori:** l'applicazione del Modus Ponens

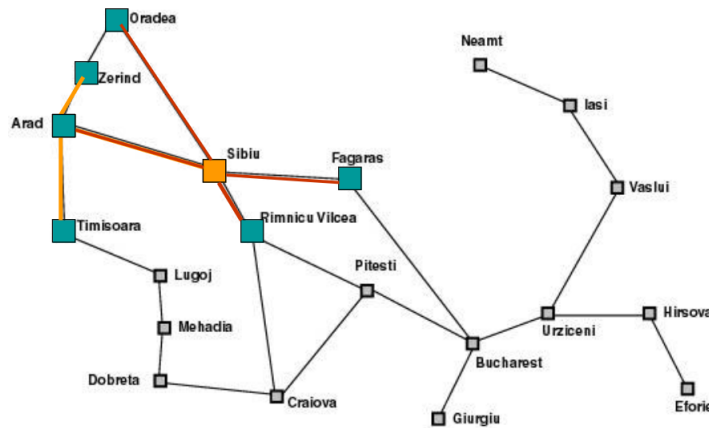
Lo spazio degli stati è quindi il seguente:



3.5 Ricerca della soluzione

La ricerca della soluzione consiste nella generazione di un **albero di ricerca** a partire dalle possibili sequenze di azioni che si sovrappone allo spazio degli stati.

Ad esempio per il caso di Bucarest:



Espandiamo ogni nodo con i suoi possibili successori (frontiera).

Definizione 3.5.1 (Frontiera). *Lista dei nodi in attesa di essere espansi (le foglie dell'albero di ricerca).*

Osservazione 3.5.1. Si noti che un nodo dell'albero è diverso da uno stato. Infatti possono esistere nodi dell'albero di ricerca con lo stesso stato (si può tornare indietro).

3.6 Strategie di ricerca

Ci sono diversi tipi di strategia per la ricerca della soluzione:

- FIFO
- LIFO
- Coda con priorità

3.6.1 Breadth First

Come esplorare il grafo dello spazio degli stati a livelli progressivi di stessa profondità.

Per ogni nodo lo espandiamo, analizziamo i suoi figli (senza scendere ulteriormente di livello) e dopo averli fatti tutti scende di livello seguendo il principio FIFO.

Il seguente è il codice della **ricerca ad albero**, ovvero dove non si torna su un nodo già visitato.

```
function Ricerca-Ampiezza-A
  returns soluzione oppure fallimento
  nodo = un nodo con stato il problema.stato-iniziale e costo-di-cammino=0
  if problema.Test-Obiettivo(nodo.Stato) then return Soluzione(nodo)
  frontiera = una coda FIFO con nodo come unico elemento
  loop do
    if Vuota?(frontiera) then return fallimento
    nodo = POP(frontiera)
    for each azione in problema.Azioni(nodo.Stato) do
      figlio = Nodo-Figlio(problema, nodo, azione) [costruttore: vedi AIMA]
      if Problema.TestObiettivo(figlio.Stato) then return Soluzione(figlio)
      frontiera = Inserisci(figlio, frontiera) /* frontiera gestita come coda FIFO
    end
```

Il seguente è invece quello della **ricerca su grafo**:

```

function Ricerca-Ampiezza-g
  returns soluzione oppure fallimento
  nodo = un nodo con stato il problema.stato-iniziale e costo-di-cammino=0
  if problema.Test-Obiettivo(nodo.Stato) then return Soluzione(nodo)
  frontiera = una coda FIFO con nodo come unico elemento
  esplorati = insieme vuoto
loop do
  if Vuota?(frontiera) then return fallimento
  nodo = POP(frontiera); aggiungi nodo.Stato a esplorati
  for each azione in problema.Azioni(nodo.Stato) do
    figlio = Nodo-Figlio(problema, nodo, azione)
    if figlio.Stato non e in esplorati e non in frontiera then
      if Problema.TestObiettivo(figlio.Stato) then return Soluzione(figlio)
  frontiera = Inserisci(figlio, frontiera) /* in coda
end

```

Analizziamone la complessità partendo dalle seguenti assunzioni:

- Fattore di **branching** b : numero massimo di successori
- **Depth** del nodo obiettivo più superficiale
- Lunghezza **massima** dei cammini nello spazio degli stati

La strategia è ottimale se tutti gli operatori hanno lo stesso costo k , ovvero se $g(n) = k \cdot \text{depth}(n)$, dove $g(n)$ è il costo del cammino per arrivare ad n .

La complessità nel *tempo* (nodi generati) sarà

$$T(b, d) = 1 + b + b^2 + \dots + b^d \rightarrow O(b^d)$$

mentre in *spazio* (nodi in memoria):

$$O(b^d)$$

È chiaro che l'algoritmo scali male, soprattutto per quanto riguarda lo spazio.

3.6.2 Depth first

In questo algoritmo si parte da un nodo e si scende nel primo figlio, procedendo appunto in profondità. Arrivati alle foglie si torna indietro ai figli precedentemente non visitati. In memoria tengo solamente i fratelli del path corrente ed elimino i rami già esplorati.

Possono esserci tre versioni possibili:

- **Albero**: data m la lunghezza massima dei cammini nello spazio degli stati e b il fattore di diramazione, la **complessità** in *tempo* è $O(b^m)$ (può essere maggiore di $O(b^d)$) mentre in *spazio* è $b \cdot m$. Rispetto al Breadth First, non è né completo né ottimale, ma ci garantisce un notevole risparmio in memoria
- **Grafo**: la memoria corrisponde a tutti i possibili stati, diventando quindi completo nello spazio finito (non in quello infinito)
- **Ricorsiva**: ancora più efficiente per la memoria perché mantiene solo il cammino corrente ($O(m)$). Viene realizzata con un algoritmo di *backtracing* che salva lo stato su uno stack a cui torna in caso di fallimento.

```

function Ricerca-DF-A (problema)
  returns soluzione oppure fallimento
  return Ricerca-DF-ricorsiva(CreaNodo(problema.Stato-iniziale), problema)

function Ricerca-DF-ricorsiva(nodo, problema)
  returns soluzione oppure fallimento
  if problema.TestObiettivo(nodo.Stato) then return Soluzione(nodo)
  else
  for each azione in problema.Azioni(nodo.Stato) do
    figlio = Nodo-Figlio(problema, nodo, azione)
    risultato = Ricerca-DF-ricorsiva(figlio, problema)
    if risultato != fallimento then return risultato
  return fallimento

```

3.6.3 Depth Limited

La ricerca in profondità limitata arriva fino ad un dato livello l . È completa solo se si conosce il limite superiore d per la profondità della soluzione e $d < l$. Non è ottimale e ha complessità in tempo $O(b^l)$ e in spazio $O(b \cdot l)$

3.6.4 Iterative Depth

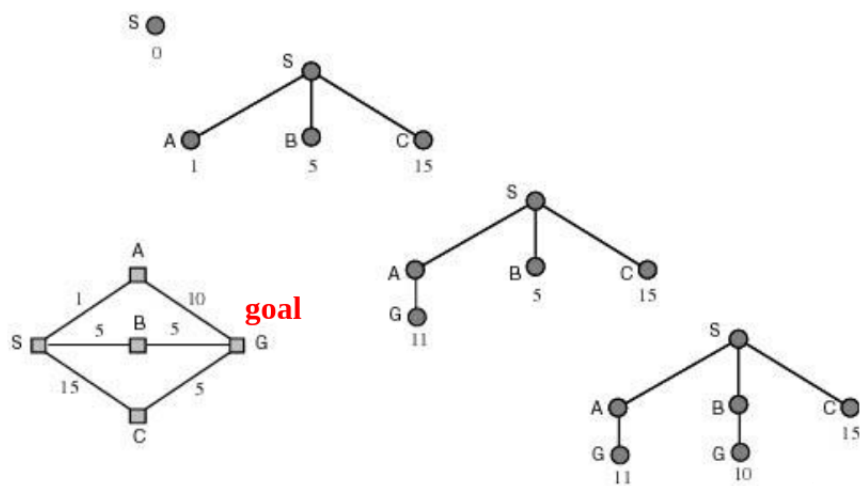
Questo approccio prevede di provare l'algoritmo depth limited con limite di profondità $l = 0, 1, \dots$ fino a trovare la soluzione. È il miglior compromesso tra breadth first e depth first:

- Complessità in **tempo** $O(b^d)$ se ammette soluzione
- Complessità in **spazio** $O(b \cdot d)$ se ammette soluzione

Quindi ha la *completezza* e l'*ottimalità* del breadth first e la complessità in *spazio* della depth first.

3.6.5 Uniform Cost

Partendo da una ricerca in ampiezza, la generalizziamo: si sceglie il nodo di costo minore sulla frontiera e si espande sui contorni di costo uguale.



Codice per la ricerca su albero:

```
function Ricerca-UC-A (problema)
  returns soluzione oppure fallimento
  nodo = un nodo con stato il problema.stato-iniziale e costo-di-cammino=0
  frontiera = una coda con priorit  con nodo come unico elemento
  loop do
    if Vuota?(frontiera) then return fallimento
    nodo = POP(frontiera)
    if problema.TestObiettivo(nodo.Stato) then return Soluzione(nodo)
    for each azione in problema.Azioni(nodo.Stato) do
      figlio = Nodo-Figlio(problema, nodo, azione)
      frontiera = Inserisci(figlio, frontiera) /* in coda con priorit  */
  end
```

Codice per la ricerca su grafo:

```
function Ricerca-UC-G (problema)
  returns soluzione oppure fallimento
  nodo = un nodo con stato il problema.stato-iniziale e costo-di-cammino=0
  frontiera = una coda con priorit  con nodo come unico elemento
  esplorati = insieme vuoto
  loop do
    if Vuota?(frontiera) then return fallimento
    nodo = POP(frontiera);
    if problema.TestObiettivo(nodo.Stato) then return Soluzione(nodo)
    aggiungi nodo.Stato a esplorati
    for each azione in problema.Azioni(nodo.Stato) do
      figlio = Nodo-Figlio(problema, nodo, azione)
      if figlio.Stato non in esplorati e non in frontiera then
        frontiera = Inserisci(figlio, frontiera) /* in coda con priorit 
      else if figlio.Stato in frontiera con Costo-cammino piu alto then
        sostituisci quel nodo frontiera con figlio */
  end
```

Questo algoritmo   **ottimo** e **completo** purch  il costo degli archi sia $\epsilon > 0$. Assunto C^* come costo della soluzione ottima, $\lfloor \frac{C^*}{\epsilon} \rfloor$   il numero di mosse nel caso peggiore. La complessit    quindi $O(b^{1+\lfloor \frac{C^*}{\epsilon} \rfloor})$.

Note 3.6.1. Quando ogni azione ha lo stesso costo, la complessit  si avvicina a quella della breadth first: $O(b^{1+d})$.

3.7 Direzione

Un problema importante   quello della **direzione** della ricerca, che pu  essere:

- In **avanti** o guidata da *dati*: si esplora lo spazio di ricerca dallo stato iniziale all'obiettivo
- All'**indietro** o guidata dall'*obiettivo*: si esplora lo spazio di ricerca partendo da uno stato goal e riconducendosi ad un sotto-goal fino a trovare uno stato iniziale

Per scegliere la direzione bisogna tenere in conto di quale ha il **fattore di diramazione** minore. Si preferisce la ricerca all'*indietro* quando l'obiettivo   ben definito (e.g. theorem proving) mentre quella in *avanti* quando ci sono molteplici obiettivi (e.g. design).

3.7.1 Ricerca bidirezionale

Nella ricerca bidirezionale si procede in entrambe le direzioni fino ad incontrarsi. La **complessit **  :

- *Tempo*: $O(\sqrt{b^d})$ assumendo che il test dell'intersezione delle due direzioni sia costante

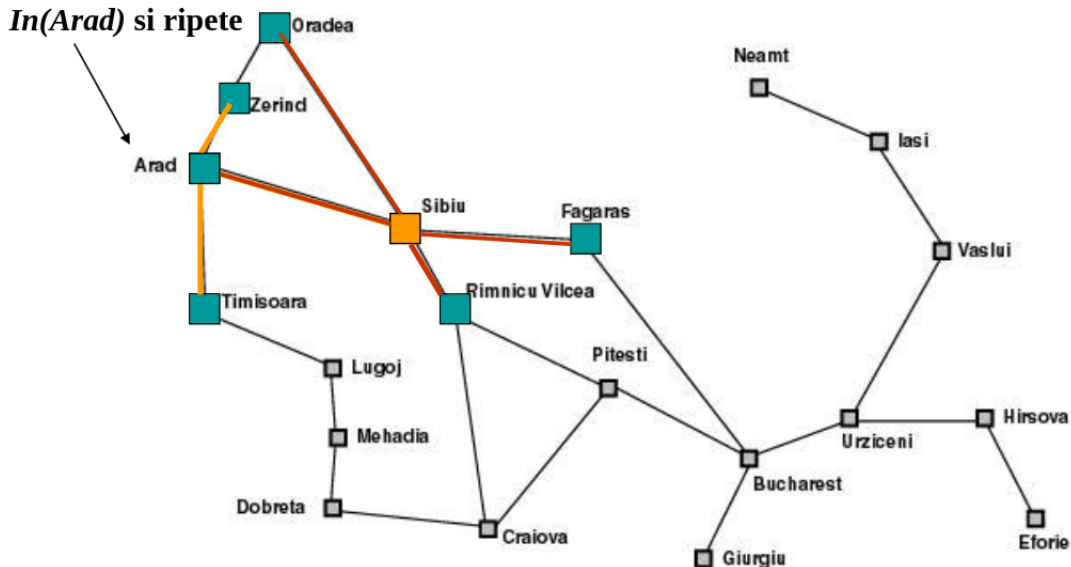
- *Spazio*: $O(\sqrt{b^d})$, poiché almeno tutti i nodi di una direzione saranno in memoria

Si noti che non sempre è applicabile, come nel caso in cui i predecessori non siano definiti o ci siano troppi stati obiettivo.

3.8 Problematiche

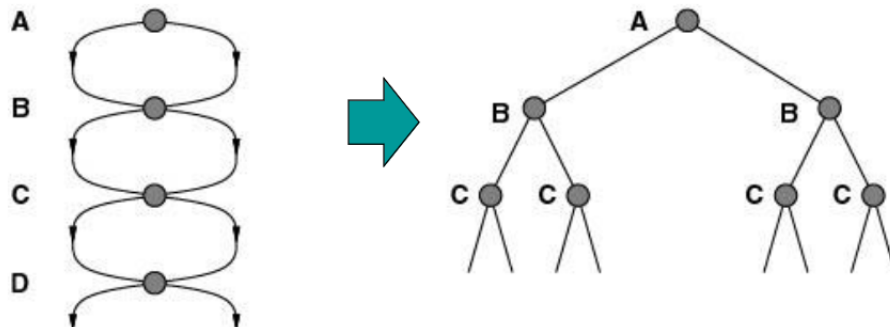
3.8.1 Cicli

I cammini ciclici rendono gli alberi di ricerca *infiniti* anche quando lo spazio degli stati è finito.



3.8.2 Ridondanze

Su spazi di stati a grafo si possono generare più volte nodi con lo stesso stato nella ricerca, anche in assenza di cicli.



Visitare questi stati è lavoro inutile. Per evitarlo serve **ricordare** gli stati già visitati, occupando ovviamente più spazio. Tre possibili soluzioni sono:

1. Non tornare nel nodo **genitore**, eliminandolo dai successori (non evita i cammini ridondanti)
2. Per evitare i **cammini ciclici** si controlla che i successori non siano antenati del nodo corrente
3. Non generare nodi con **stati già esplorati**: ogni nodo visitato deve essere salvato in memoria

Il costo può essere alto, ad esempio nella depth first la complessità in spazio torna ad essere pari a tutti gli stati.

La **ricerca** sul grafo avverrà quindi come segue:

1. Mantiene una lista di stati esplorati (lista chiusa)
2. Prima di espandere un nodo si controlla se era già stato incontrato o se è già nella frontiera
3. In quel caso, non viene espanso

Questa tecnica è ottimale solo se abbiamo la garanzia che il costo del nuovo cammino sia maggiore o uguale, ovvero non convenga.

3.9 Confronto

Confronto	BF	UC	DF	DL	ID	BDir
Completa	Si	Si(*)	No	Si(**)	Si	Si(***)
Tempo	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lfloor \frac{c^*}{\epsilon} \rfloor})$	$O(b^m)$	$O(b^l)$	$O(b^d)$	$O(\sqrt{b^d})$
Spazio	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lfloor \frac{c^*}{\epsilon} \rfloor})$	$O(b \cdot m)$	$O(b \cdot l)$	$O(b \cdot d)$	$O(\sqrt{b^d})$
Ottimale	Si(****)	Si(*)	No	No	Si(****)	Si(***)

Legenda:

- *: se costo archi $\geq \epsilon \geq 0$
- **: se si conosce il limite alla profondità della soluzione ($l > d$)
- ***: se si utilizza UC o BF
- ****: se gli archi hanno tutti lo stesso costo

4 Ricerca euristica

5 Ricerca locale

La ricerca *euristica* nello spazio di stati è troppo costosa ed è quindi necessario utilizzare metodi diversi.

Se prima gli algoritmi restituivano un cammino soluzione per raggiungere un goal, ora il goal è la soluzione stessa al problema. Gli algoritmi di ricerca locale sono adatti per problemi in cui:

- La sequenza di azioni non è importante ma conta solo lo stato goal
- Tutti gli elementi della soluzioni sono nello stato ma alcuni vincoli sono violati

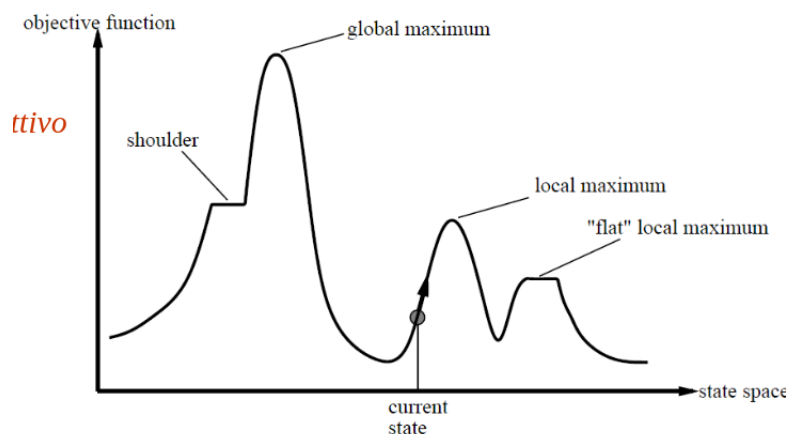
Questi algoritmi non sono sistematici e tengono traccia solo del nodo corrente spostandosi su quelli adiacenti.

Non tengono traccia dei cammini: rendono più efficiente l'occupazione della memoria e possono trovare soluzioni anche in spazi di stati molto grandi o infiniti.

Sono utili per risolvere problemi di **ottimizzazione**:

- Stato migliore secondo una funzione obiettivo f
- Lo stato di costo minore (non il cammino)

Data la funzione euristica del costo dell'obiettivo



uno stato ha una posizione sulla superficie e un'altezza che corrisponde al valore della valutazione della funzione obiettivo. Un algoritmo provoca movimento sulla superficie e l'obiettivo è raggiungere un punto in particolare (e.g. massimo locale).

5.1 Hill climbing

Sfrutta un principio di ricerca locale greedy dove vengono generati i successori e vengono valutati. Viene scelto un nodo che migliora lo stato attuale e scartati gli altri:

- **Salita rapida** (o discesa): viene scelto il migliore
- **Stocastico**: scelta random
- **Prima scelta**: viene scelto il primo

Se non ci sono successori che migliorano lo stato, l'algoritmo termina con fallimento.

```
def hill_climbing(problem):
    current = Node(problem.initial_state)
    while True:
        neighbors = [current.child_node(problem, action) for action in
                     problem.actions(current.state)]
        if not neighbors: # se current non ha successori esci e restituisci current
            break
```

```

# scegli il vicino con valore piu' alto (sulla funzione problem.value)
neighbor = (sorted(neighbors, key = lambda x: problem.value(x), reverse = True))[0]
if problem.value(neighbor) <= problem.value(current):
    break
else:
    current = neighbor # (altrimenti, se vicino migliore, continua)
return current

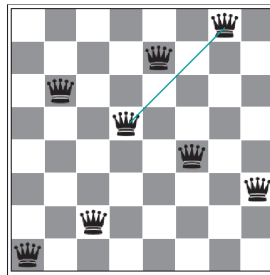
```

Non c'è frontiera a cui ritornare e si tiene un solo stato, quindi efficiente per la memoria. Il tempo necessario è variabile e dipende dal punto di partenza.

5.1.1 8 regine

Nel problema già descritto delle 8 regine, poniamo come funzione da minimizzare h il numero di coppie di regine che si attaccano a vicenda. Bisogna minimizzare h . Ogni regina può fare 7 mosse quindi abbiamo $7 \cdot 8 = 56$ possibili stati successivi. Tra i migliori con lo stesso valore di h si sceglie a caso.

Esempio 5.1.1 (8 regine). Nel caso delle 8 regine:



Possiamo migliorare l'algoritmo in alcuni modi:

1. Consentire un numero limitato di **mosse laterali**, ovvero l'algoritmo si ferma solo quando è peggiore la soluzione e non peggiore o uguale (sulle 8 regine 94% di successo ma in media 21 passi)
2. Hill-climbing **stocastico** (più lento ma soluzioni migliori)
3. Hill-climbing **prima scelta**: genera mosse a caso fino a trovarne una migliore.
4. Implementiamo un **riavvio casuale** che fa ripartire l'algoritmo da un punto a caso. Se la probabilità di successo è p , saranno necessarie $\frac{1}{p}$ iterazioni. Con molti minimi locali nella funzione obiettivo, p si abbassa e aumentano il numero di volte in cui si blocca.

5.2 Tempra simulata

Questo algoritmo combina hill-climbing con una scelta stocastica non totalmente casuale.

Ad ogni passo si sceglie un successore n' a caso:

- Se **migliora** lo stato corrente, viene espanso
- Se lo **peggiora** ($\Delta E = f(n') - f(n) \leq 0$) quel nodo viene scelto con probabilità $p = e^{\frac{\Delta E}{T}}$ $0 \leq p \leq 1$.

Questo significa che p è inversamente proporzionale al peggioramento. Con il progredire dell'algoritmo rende improbabili le mosse peggiorative.

5.2.1 Scelta dei parametri

I parametri sono il valore iniziale e il decremento di T . Il valore iniziale dovrebbe essere tale che per i valori medi di ΔE p sia circa 0.5.

5.3 Local beam

Dato l'algoritmo *beam*, vengono salvati in memoria solo k stati. Ad ogni passo si generano i successori di tutti i k stati e:

- Se si trova un goal, ci si ferma
- Altrimenti si prosegue con i k migliori tra questi

Note 5.3.1. È diverso da k restart, in quanto non si riparte da 0, e dal *beam search* perché non si tengono tutti gli stati.

5.3.1 Versione stocastica

Si introduce un elemento di casualità: i k successori vengono scelti con una probabilità maggiore per i migliori ma non tutti. Introduciamo della terminologia:

- **Organismo:** lo stato
- **Progenie:** i successori
- **Fitness:** il valore della funzione obiettivo

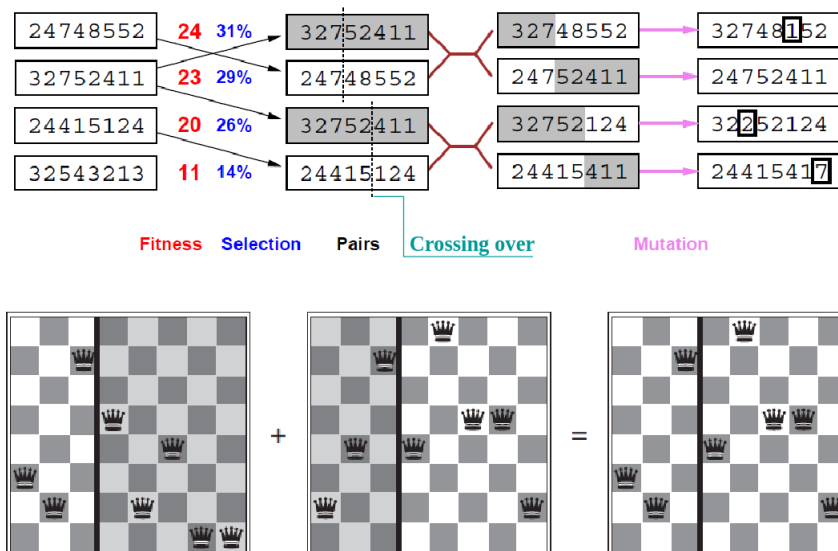
5.3.2 Algoritmi genetici ed evolutivi

Sono una variante della *beam search stocastica* in cui gli stati successori sono ottenuti combinando due stati genitore invece che per evoluzione. La **popolazione** iniziale è composta da k **individui** generati casualmente e rappresentati come una stringa. Gli individui sono valutati da una funzione di **fitness**. Vengono poi selezionati quelli per l'**accoppiamento** che danno vita alla generazione successiva in due modi:

- **Crossover:** combinando il materiale genetico
- **Casuale:** con un meccanismo di mutazione genetica

Ogni generazione dovrebbe essere migliore della precedente.

Esempio 5.3.1 (8 regine). Nel problema delle 8 regine abbiamo una popolazione di queste, dove le loro posizioni sono descritte da una stringa (ogni cifra è la riga in cui c'è la regina in quella colonna). La funzione di fitness è il numero di coppie di regine che non si attaccano. Per ogni coppia di combinazioni sulla scacchiera (scelta con la probabilità proporzionale alla fitness) viene scelto un punto di **crossing over** in maniera casuale e vengono generati due figli scambiandosi dei pezzi. Alla fine viene fatta una mutazione casuale.



Questi algoritmi fanno parte del **Natural computer** e come vantaggi hanno:

- Tendenza a salire della beam search stocastica
- Interscambio delle informazioni tra thread paralleli di ricerca in maniera indiretta

Questo tipo di algoritmi sono più efficaci se il problema ha componenti significative rappresentate in stringhe; è proprio la rappresentazione ad essere il punto critico.

5.4 Spazi continui

Lo stato è descritto da variabili **continue** in un vettore $x = x_1, \dots, x_n$. Un esempio è lo spazio tridimensionale.

L'apparente difficoltà dovuta ai fattori di ramificazione infiniti è affrontata tramite strumenti matematici quali il *gradiente*. Ad esempio l'**hill climbing iterativo** diventa:

$$x_{new} = x \pm \eta \nabla f(x)$$

sfruttando la direzione e lo spostamento che ci fornisce il gradiente invece di cercarlo tra gli infiniti successori.

Esempio 5.4.1. Prendiamo la funzione $f(x) = x^2$ con derivata prima $f'(x) = 2x$. Cerchiamo il minimo con

$$x_{new} = x - \eta f'(x)$$

Partendo ad esempio da $x = 2$ con $\eta = 0.2$, otteniamo come primo risultato $x_{new} = 2 - 0.8 = 1.2$.

5.5 Ambienti realistici

A differenza dei problemi classici, il nostro ambiente è **parzialmente osservabile** e **non deterministico**. Qui le **percezioni** sono importanti in quanto restringono gli stati possibili e informano sull'effetto dell'azione.

L'agente deve elaborare una strategia con un piano di contingenza che tenga conto delle diverse eventualità.

Esempio 5.5.1 (Aspirapolvere). Un aspirapolvere imprevedibile ha due comportamenti:

- Se aspira in una stanza sporca la pulisce ma a volte pulisce anche una stanza adiacente
- Se aspira in una stanza pulita, a volte la sporca

La soluzione non è più una sequenza ma è un albero che gestisce il piano di contingenza.

5.5.1 Albero AND-OR

È un albero che ha come nodi **OR** le scelte dell'agente e come nodi **AND** le diverse contingenze da considerare.

Esempio 5.5.2 (Aspirapolvere). Nell'esempio 5.5.1 l'albero sarebbe:

