

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Informatica
A.A. 2021/2022 – Prova Scritta A – 16/05/2022

NOME	COGNOME	MATRICOLA
------	---------	-----------

Esercizio 1 Sia $A = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $n \geq 2$, definita come

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = 1; \\ \alpha & \text{se } i = j + 1; \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Per $n = 3$ si ottiene

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \end{bmatrix}.$$

1. Si determini i valori di α per cui :
 - (a) A è predominante diagonale;
 - (b) A è invertibile.
2. Si determini i valori di α per cui A ammette unica la fattorizzazione LU e per tali valori si calcoli la fattorizzazione.
3. Si determini la condizione su α affinché il comando `lu(A)` in MatLab restituisca una fattorizzazione LU della matrice A o in altri termini il metodo di eliminazione gaussiana con pivoting parziale applicato ad A non esegua scambi di righe.

Esercizio 2 Si consideri l'equazione

$$f(x) = x^3 + e^x = 0$$

1. Si determini il numero di soluzioni reali dell'equazione. Per ogni soluzione si determini un'intervallo di separazione.
2. Si dica se il metodo delle tangenti applicato per la risoluzione dell'equazione $f(x) = 0$ con punto iniziale $x_0 \in \{-1, -1/2\}$ genera una successione convergente.
3. Scrivere una funzione Matlab che dati in input $tol, x_0 \in \mathbb{R}$, calcola la successione generata dal metodo delle tangenti applicato per la risoluzione dell'equazione $f(x) = 0$ a partire da x_0 arrestandosi quando $|x_k - x_{k-1}| \leq tol$ e restituendo in uscita la coppia (x_k, k) .