

CALCOLO NUMERICO  
Corso di Laurea in Informatica  
A.A. 2021/2022 – Prova Scritta 31/01/2021

---

NOME	COGNOME	MATRICOLA
------	---------	-----------

---

**Esercizio 1** Sia  $A = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $n \geq 1$ , definita come

$$a_{i,j} = \begin{cases} 2 & \text{se } j = i > 1; \\ 1 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Per  $n = 3$  si ottiene

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

1. Si determini  $E$  matrice elementare di Gauss tale che  $E A \mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_1$  con  $\mathbf{e}_1$  primo vettore della base canonica di  $\mathbb{R}^n$ .
2. Si dica se  $A$  ammette fattorizzazione LU ed in caso affermativo si determini tale fattorizzazione.
3. Scrivere una funzione MatLab che dato in ingresso  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$  risolve il sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  con costo lineare.

**Esercizio 2** Si consideri l'equazione

$$f(x) = \cos(x) + x - 2 = 0$$

1. Si mostri che l'equazione ha una sola soluzione reale  $\alpha$  con  $\alpha \in [\pi/2, \pi]$ .
2. Si mostri che il metodo iterativo  $x_{k+1} = 2 - \cos(x_k)$ ,  $k \geq 0$ , genera una successione convergente ad  $\alpha$  per ogni scelta del punto iniziale in  $[\pi/2, \pi]$ .
3. Si scriva una funzione MatLab che dato in ingresso  $x_0$  e  $tol$  determina la successione generata dal metodo iterativo con punto iniziale  $x_0$  restituendo in uscita  $x_{k+1}$  tale che  $|x_{k+1} - x_k|/|x_k| \leq tol$ .