

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Informatica
A.A. 2022/2023 – Prova Scritta – 07/11/2022

NOME	COGNOME	MATRICOLA
------	---------	-----------

Esercizio 1

Sia $A = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $n \geq 2$, definita da

$$a_{i,j} = \begin{cases} b & \text{se } i = j; \\ -1 & \text{se } i = j - 1 \text{ o } i = n, j = 1; \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

1. Si determini i valori del parametro b per cui A è predominante diagonale.
2. Si determini i valori del parametro b per cui il metodo di Jacobi applicato ad A è convergente.
3. Si determini il costo computazionale di un'iterazione del metodo di Jacobi applicato per la risoluzione del sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{y}$.

Esercizio 2 Sia

$$g(x) = \log(x + 2).$$

1. Si mostri che $g(x)$ ha 2 punti fissi $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, con $\alpha \leq \beta$.
2. Si dica se il metodo iterativo $x_{k+1} = g(x_k)$, $k \geq 0$, genera una successione convergente per $x_0 = 0$. In tal caso se ne determini il limite.
3. Si mostri che il metodo iterativo $x_{k+1} = G(x_k)$, $k \geq 0$, con $G(x) = x - \frac{x - g(x)}{1 - g'(x)}$ è localmente convergente in α e β .