

Esercizio 1. Per le matrici seguenti

- a) determinare gli autovalori;
- b) decidere se la matrice è diagonalizzabile su \mathbb{R} ;
- b) decidere se la matrice è invertibile.

Attenzione! In alcuni esercizi dei parametri reali a, b, c, d sono presenti. In questi casi le risposte possono dipendere dei valori dei parametri.

(1)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \end{bmatrix}$$

(2)

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ 0 & a & d \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$

(3)

$$\begin{bmatrix} 1 & a & 0 \\ 1 & a & 1 \\ 0 & -a & 1 \end{bmatrix}$$

(4)

$$\begin{bmatrix} 0 & 2a & a \\ 0 & a+2 & 0 \\ a & -2 & a^2-1 \end{bmatrix}$$

(5)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 16 \\ 1 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Esercizio 2. Sia $A \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ una matrice che ammette $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ come autovettore con autovalore 3

e $\begin{bmatrix} 2 \\ -6 \end{bmatrix}$ come autovettore con autovalore 5.

a) Calcolare $A \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$.

b) Trovare una matrice diagonale D e una matrice invertibile P tali che $A = PDP^{-1}$.