

Relazione 3 - Diodi e Ponte di Graetz

Università degli Studi di Trento - Laboratorio di Fisica II

Matteo Zortea, Elena Acinapura - Gruppo B01

Anno Accademico 2019-2020 - 13 gennaio 2020

Sommario

In questa relazione vengono presentati dei risultati riguardo l'analisi dei diodi e dei diodi zener. In particolare, nella prima parte si studiano le caratteristiche tensione-corrente di questi componenti, per poi utilizzarli nello studio di un circuito raddrizzatore a ponte di Graetz. Vengono quindi analizzate alcune specifiche di quest'ultimo, ponendo a confronto due particolari configurazioni circuitali. Si riporta anche una previsione teorica delle quantità calcolate, in modo da poter confrontare i dati misurati con quelli calcolati ed elaborare ipotesi sulle eventuali discrepanze osservate.

Introduzione

I diodi sono componenti elettronici la cui curva caratteristica i - V non è lineare, e il cui comportamento cambia a seconda della loro polarizzazione. Queste loro caratteristiche possono essere sfruttate in molte applicazioni, tra le quali la creazione di un circuito in grado di trasformare un segnale in corrente alternata in uno in corrente continua. Ciò è possibile combinando opportunamente dei diodi in quello che viene chiamato ponte di Graetz, e attraverso l'utilizzo di un diodo zener per stabilizzare il segnale in uscita. In questa esperienza viene presentato lo studio del comportamento di diodi in polarizzazione diretta e di un diodo zener in polarizzazione inversa, e successivamente lo studio di un circuito che, con l'utilizzo di un ponte di Graetz, trasforma un segnale in corrente alternata in un segnale in corrente continua.

Strumenti e Materiali

- 4 diodi 1N4007
- 1 diodo zener BZX85C 5V1
- Condensatore da $220\mu F$
- Resistenza a decade variabile
- Resistenza da $100\ \Omega$ nominali
- Oscilloscopio
- Trasformatore di tensione alternata $220V - 7.5V$ RMS
- Multimetro digitale (DMM)
- Tester ICE
- Breadboard e connettori vari

Parte 1 Studio del comportamento dei diodi

La prima parte dell'esperienza riguarda lo studio del comportamento dei diodi al variare della tensione e della corrente, allo scopo di ottenere un modello del loro funzionamento da utilizzare nelle fasi successive. Sono stati studiati 4 diodi 1N4007 in polarizzazione diretta, successivamente utilizzati per comporre un ponte di Graetz, e un diodo Zener BZX85C 5V1, utilizzato in polarizzazione inversa. In entrambe le sezioni seguenti, per misurare la tensione ai capi dei diodi è stato usato un multimetro digitale da banco; dal momento che per molte misure la cifra indicata dallo strumento non si è dimostrata stabile, invece di utilizzare come incertezza quella indicata nel manuale si è deciso di considerare come certe tutte le cifre stabili nella lettura, e si è quantificata l'incertezza in base al grado di variabilità della prima cifra instabile, preferendo sopravvalutare le incertezze piuttosto che sottovalutarle. Per le misure di corrente, invece, è stato utilizzato il tester ICE in configurazione amperometro, e come incertezza sulla misura è stata considerata la risoluzione di lettura, prendendo la deviazione standard della distribuzione piatta.

Diodi in polarizzazione diretta

In un diodo utilizzato in polarizzazione diretta la relazione tra la tensione ai capi del diodo, V_D e la corrente che vi scorre attraverso, i_D , è in buona approssimazione di tipo esponenziale, nella forma

$$i_D(V_D) = \alpha e^{\beta V_D} \quad (1)$$

o, equivalentemente,

$$V_D(i_D) = A + B \log(i_D) \quad (2)$$

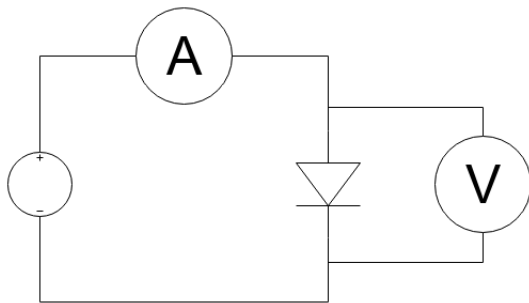


Figura 1: Circuito utilizzato per lo studio dei diodi in polarizzazione diretta.

In questa parte dell'esperienza si è voluto verificare che i 4 diodi a disposizione seguano effettivamente relazioni di questo tipo, e stimare i valori dei coefficienti.

Si è quindi utilizzato il circuito rappresentato in figura 1 alimentato con diversi valori di corrente continua per effettuare misure di V_D e i_D in diversi range di valori. Per via delle tempistiche a disposizione per effettuare le misure, si è deciso di prendere 23 dati su un solo diodo, in modo da ricostruire in modo preciso la curva $i - V$ di questo, e di prendere soltanto 10 misure per i restanti 3 diodi, con l'intenzione di paragonare i dati di questi con

la curva ottenuta per il primo diodo, e valutare in questo modo l'entità della variabilità tra diodi nominalmente dello stesso tipo.

Si sono concentrate le misure nell'intervallo tra $0.4V$ e $0.9V$, dal momento che questo è l'intervallo d'uso dei diodi usati nelle fasi successive dell'esperienza. Nell'analisi dei dati non si è tenuto conto della non idealità degli strumenti di misura: la resistenza interna dell'amperometro infatti è irrilevante ai fini dello studio della curva I-V (il valore della corrente letto è proprio quello che riguarda il diodo indipendentemente dal valore della resistenza), e le caratteristiche di resistenza interna DMM come misuratore di tensione sono tali da poter considerare trascurabile la corrente che vi scorre attraverso.

Ottenuti i dati sperimentali per il primo diodo, si è fruttata l'equazione 2 per effettuare una regressione lineare tra V_D e $\log(i_D)$ e trovare i coefficienti A e B, utilizzando la tecnica dei minimi quadrati. Questa scelta è stata dettata dalla necessità, nelle fasi successive dell'esperienza, di avere un modello per la tensione ai capi del diodo in funzione della corrente. Tuttavia, i dati sono stati rappresentati nella figura 2 ponendo i_D sulle ordinate e V_D sulle ascisse, essendo più d'uso comune. La linea teorica rappresentata in figura, quindi, è stata ottenuta invertendo l'espressione 2 con i coefficienti determinati sperimentalmente.

I valori trovati per A e B sono

$$A = 0.9096 \pm 0.0003 \text{ V} \quad B = 0.04596 \pm 0.00006 \Omega \quad (3)$$

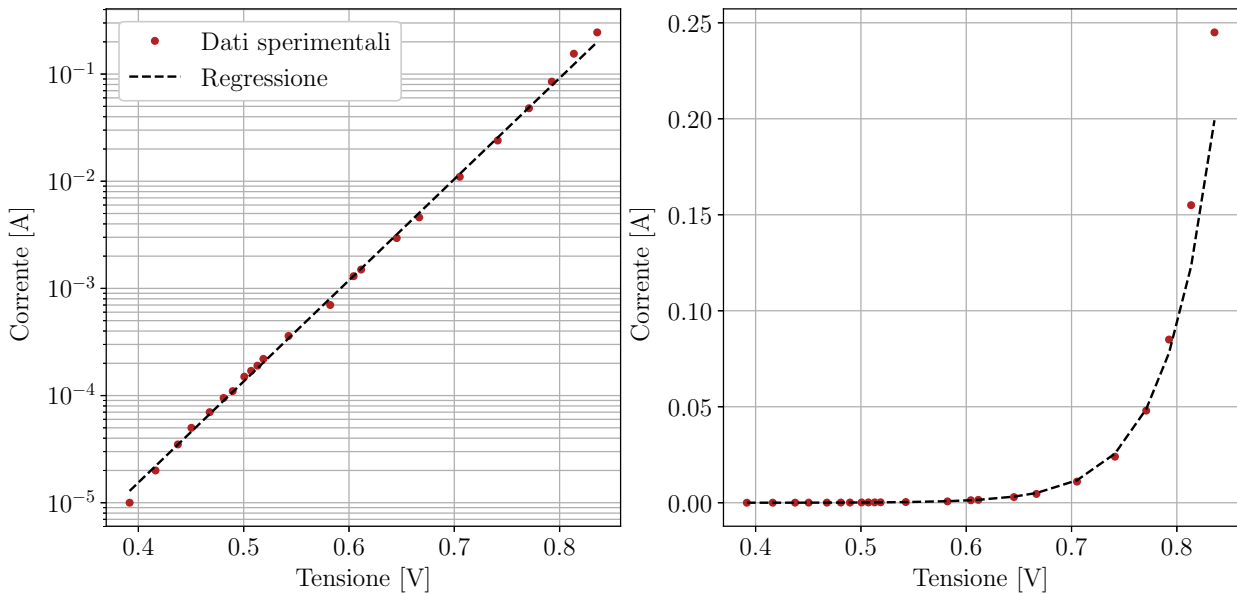


Figura 2: **Diodo in polarizzazione diretta**

A sinistra sono rappresentati i dati sperimentali della corrente in funzione della tensione, con assi logaritmici, in modo da evidenziare la linearità sfruttata nella regressione, e a destra con assi normali, per evidenziare l'andamento esponenziale reale dei dati. È stata sovrapposta la linea ottenuta per regressione dai dati sperimentali. Non sono state riportate le incertezze perché troppo piccole rispetto alla scala visualizzata.

Si può osservare che qualitativamente la relazione esponenziale ipotizzata tra i e V è confermata dai dati sperimentali. Si nota che i dati a tensioni maggiori hanno correnti più alte di quelle ottenute con la regressione.

Per i restanti 3 diodi, per cui si sono prese meno misure, si sono rappresentati i dati assieme a quelli del primo diodo, così da valutarne la compatibilità. Il risultato è visibile nella figura 3, dove si osserva che effettivamente i quattro diodi possiedono un comportamento compatibile tra loro e che il modello ricavato per il primo diodo lo descrive adeguatamente. Si è deciso di non usare i dati degli altri diodi per fare ulteriori regressioni, dal momento che per quelli si sono prese meno misure e i risultati potrebbero essere meno precisi; si è deciso così di descrivere tutti diodi mediante la stessa curva $i - V$ ricavata per il primo

diodo, considerando che la variabilità tra i diodi è limitata e con la consapevolezza di poter giustificare piccole variazioni dalle curve teoriche con questa variabilità.

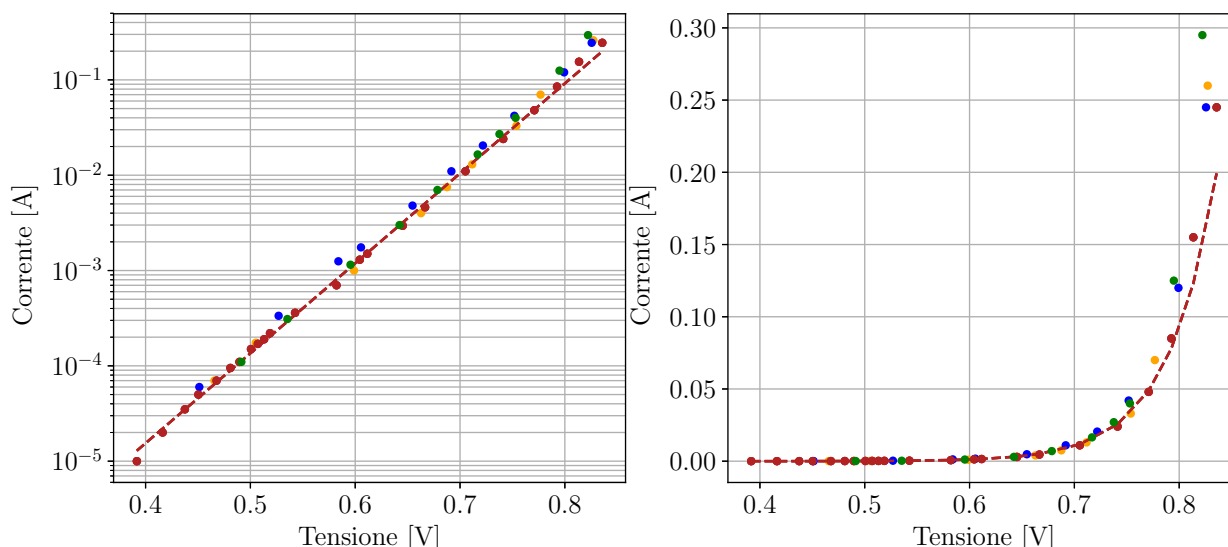


Figura 3: **Diodi a confronto**

Sono rappresentati i dati sperimentali dei quattro diodi in colori diversi (rosso, giallo, blu, verde). Il diodo analizzato precedentemente è rappresentato in rosso, e così il suo modello ottenuto per regressione.

Non sono state riportate le incertezze perché troppo piccole rispetto alla scala visualizzata.

Diodo Zener in polarizzazione inversa

Quando ai diodi viene applicata una tensione negativa, si osserva che la corrente che vi scorre è tanto piccola da essere approssimabile come nulla nella maggior parte delle applicazioni comuni, fino però a un determinato punto, detto tensione *di reverse breakdown*. In corrispondenza di tale punto inizia a scorrere una corrente apprezzabile, e si può osservare che da questo punto in poi, a fronte di una piccola variazione della tensione sul diodo, vi è un brusco aumento della corrente circolante. In corrispondenza della tensione di breakdown si osserva una **relazione lineare** tra corrente e tensione.

Un diodo Zener è un diodo il cui punto di reverse breakdown è **determinabile e riproducibile con grande precisione**, e per tale motivo i diodi Zener vengono sfruttati in polarizzazione inversa.

Lo scopo di questa sezione è presentare lo studio di uno Zener 5V1, la cui tensione nominale di reverse breakdown è di 5.1 V. Si intende produrre un modello per il comportamento del diodo attorno ai 5.1 V, e in particolare trovare il valore della resistenza opposta dallo Zener, r_Z , per questi valori di tensione. Per realizzare tali obiettivi è stato realizzato il circuito visibile in figura 4, alimentato in corrente continua. Siccome è necessario compiere misure avendo il controllo della variazione della corrente, più che della tensione, la tecnica utilizzata è stata quella mantenere costante la tensione in uscita dal generatore, e di

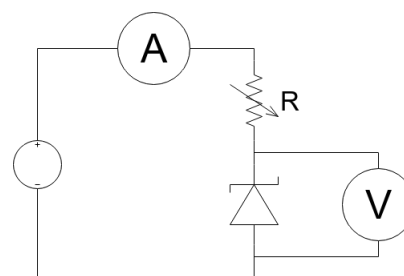


Figura 4: Circuito utilizzato per lo studio del diodo Zener in polarizzazione inversa.

sfruttare una scatola decade per variare a piacere il valore di R , e dunque il valore della corrente nel circuito. Gli strumenti di misura utilizzati sono quelli riportati all'inizio della sezione, e per questa fase si sono prese 20 misure di corrente e tensione.

Per studiare l'intera transizione da valori quasi nulli di corrente a valori apprezzabili di quest'ultima (ma pur sempre nel limite della potenza massima dissipabile!), si sono prese misure anche al di sotto di 5.1 V. Tuttavia, dal momento che tensione e corrente seguono un modello lineare soltanto per valori di tensione superiori a 5.1V, si sono selezionate soltanto le misure con $V_D > 5.1V$ per effettuare una regressione lineare con la tecnica dei minimi quadrati. Si sono così ottenuti i coefficienti nella relazione

$$V_Z = r_Z i_Z + V_0$$

trovando

$$r_Z = 2.73 \pm 0.04 \, \Omega$$

$$V_0 = 5.067 \pm 0.002 \, V$$

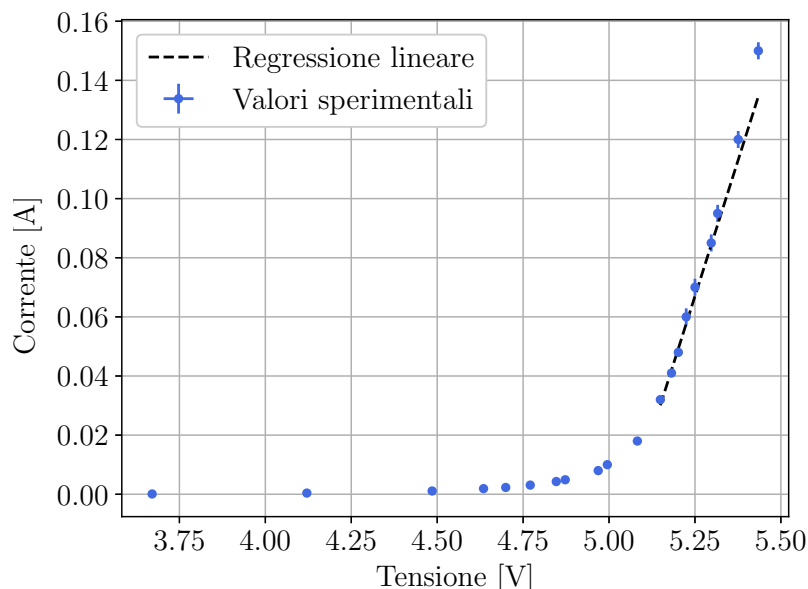


Figura 5: Dati sperimentali di corrente e tensione per il diodo zener, e regressione lineare per valori di tensione superiori alla tensione di reverse breakdown.

Alternativamente, si è anche espressa la corrente nello zener in funzione della tensione, forma che sarà utile in seguito, come

$$i_Z(V_Z) = A + BV_Z$$

trovando

$$A = -1.81 \pm 0.01 \, A$$

$$B = 0.358 \pm 0.002 \, \Omega^{-1}$$

Nella figura 5 sono riportati i dati sperimentali e la retta risultata da tale regressione. Si può notare che il valore di r_Z trovato sperimentalmente rispetta il limite massimo di $10 \, \Omega$ assicurato dal produttore. Inoltre la relazione tra corrente e tensione dopo la tensione di reverse breakdown si mostra **compatibile con una legge lineare**. Per concludere, anche nel

caso dello Zener si osserva che il valore a tensione più alta presenta una corrente maggiore di quella che seguirebbe un andamento lineare coerente coi dati a tensione più bassa. È possibile che questo comportamento sia dovuto all'utilizzo del diodo con valori di tensione troppo elevati; si può considerare però che tali valori non sono comunque mai raggiunti nelle applicazioni con il ponte di Graetz illustrare nelle sezioni successive, e si è quindi ritenuto ragionevole accettare di descrivere il comportamento dello Zener con le relazioni trovate per regressione.

Parte 2 Studio del ponte di Graetz

Il ponte di Graetz è un dispositivo realizzato combinando opportunamente 4 diodi, secondo quanto visibile in figura 6. Tale disposizione dei diodi permette di avere una corrente in uscita dal ponte sempre positiva, anche quando la tensione in ingresso è negativa, e per questo il ponte di Graetz viene chiamato anche "raddrizzatore di picco". Se collegato ad un carico e ad un condensatore, tipicamente dalla grande capacità, è possibile sfruttare il ponte e gli effetti capacitivi del condensatore per stabilizzare un segnale in corrente alternata; tale configurazione è visibile in figura 7. Inoltre, l'utilizzo di un ulteriore diodo zener usato in polarizzazione inversa e posto in parallelo con il carico e il condensatore, permette un'ulteriore stabilizzazione del segnale, che altrimenti risentirebbe di instabilità causata dagli effetti della scarica del condensatore. In questo modo, con il circuito visibile in figura 11, è possibile trasformare quindi un segnale in corrente alternata in un segnale in buona approssimazione in corrente continua.

Lo scopo di questa parte dell'esperienza è studiare il comportamento del circuito sta-

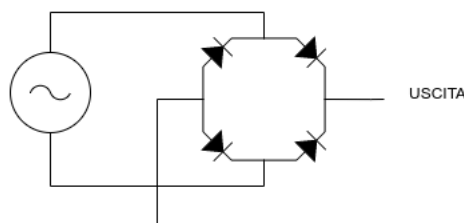


Figura 6: Ponte di Graetz

La disposizione dei diodi fa sì che ci sia sempre una corrente positiva in uscita.

bilizzatore appena illustrato, sia senza che con il diodo zener. In particolare, si intende focalizzare l'attenzione sulle caratteristiche della tensione in uscita dal circuito al variare della corrente erogata al carico, misurandone il picco e il cosiddetto "ripple", vale a dire la differenza tra la tensione massima e quella minima raggiunte. Il circuito è stato alimentato dalla tensione di rete passando per un trasformatore, ovvero in corrente alternata con una frequenza di 50 Hz e con un valore efficace $V_{RMS} = 7.5V$. Per misurare il picco e il ripple della tensione in uscita è stato utilizzato un oscilloscopio, utilizzando come incertezze sulla scala verticale il 3% della scala visualizzata. Per variare la corrente erogata al circuito si è usata una scatola decade per variare a piacimento il valore della resistenza del carico; l'incertezza su tale valore è quella indicata dal costruttore della decade, ovvero l'1% del valore impostato. Nelle sezioni seguenti viene proposto il modello teorico per descrivere il ponte di Graetz con e senza lo zener, e i dati teorici vengono confrontati con quelli sperimentali.

Studio del ponte di Graetz senza diodo zener

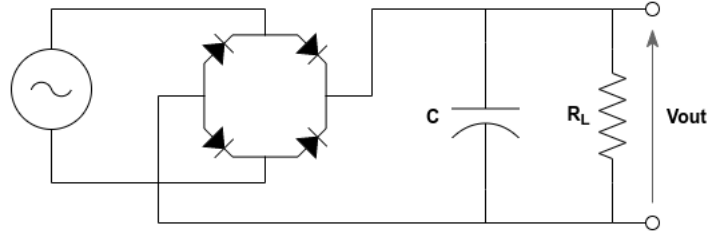


Figura 7: Ponte di Graetz collegato ad un condensatore e un carico resistivo.

Si è studiata la tensione in uscita dal circuito al variare della corrente che scorre nel carico, i_L , prima di introdurre il diodo zener nel circuito, che appare quindi come descritto in figura 7. La corrente i_L è stata controllata variando il valore del carico R_L , ed è stata inoltre presa un'ulteriore misura a circuito aperto, con $i_L = 0$.

Massima tensione in uscita

I diodi sono componenti la cui caratteristica I-V non è lineare: da questo consegue di non poter sempre esplicitare algebricamente le grandezze cercate nel circuito nelle equazioni necessarie per l'analisi. Si è quindi optato per scrivere un'equazione che contenesse la grandezza di interesse attraverso le leggi di Kirchhoff, e quindi risolvere quest'ultima numericamente.

Notando che in ciascuna semionda della tensione in ingresso, $V_{in}(t) = V_0 \sin(\omega t)$, due soli diodi conducono contemporaneamente (a coppie alterne), si ha che la tensione in uscita $V_{out}(t)$ soddisfa ad ogni istante la relazione

$$V_{out}(t) = V_{in}(t) - 2V_D(i_L) = V_0 \sin(\omega t) - 2V_D\left(\frac{V_{out}(t)}{R}\right)$$

dove la funzione $V_D(i)$ sta ad indicare la relazione che lega tensione e corrente nel diodo, ricavata nella parte 1 dell'esperienza. In particolare, si trova che il valore massimo di tensione in uscita, V^{max} , si avrà quando la tensione in ingresso è massima, e quindi l'equazione diventa

$$V^{max} = V_0 - 2V_D(i_L) = V_0 - 2\left[A + B \ln\left(\frac{V^{max}}{R}\right)\right]$$

Si è quindi cercata una soluzione a quest'ultima equazione e i risultati così ottenuti sono riportati e confrontati con quelli sperimentali nella tabella 1 e graficamente nella figura 8. Si è cercato di propagare le incertezze misurabili nei calcoli teorici effettuati, al fine di avere una misura dell'incertezza anche per il modello teorico, ma la risoluzione numerica delle equazioni non si presta a metodi di propagazione delle incertezze immediati e statisticamente significativi. Si sono comunque fatti dei tentativi per valutare l'influenza delle incertezze sperimentali nei risultati dei calcoli teorici, ma le incertezze sui dati teorici così ottenute sono risultate talmente piccole che non sono apparse ragionevoli o significative. I dati previsti dal modello teorici sono riportati quindi privi di incertezza, a significare che le incertezze relative ottenute sono talmente piccole che nel confronto tra dati teorici e sperimentali prevale di molti ordini di grandezza l'incertezza sperimentale. Purtroppo questo è un limite dell'avere voluto risolvere le equazioni del circuito in modo

preciso, senza voler ricorrere ad approssimazioni.

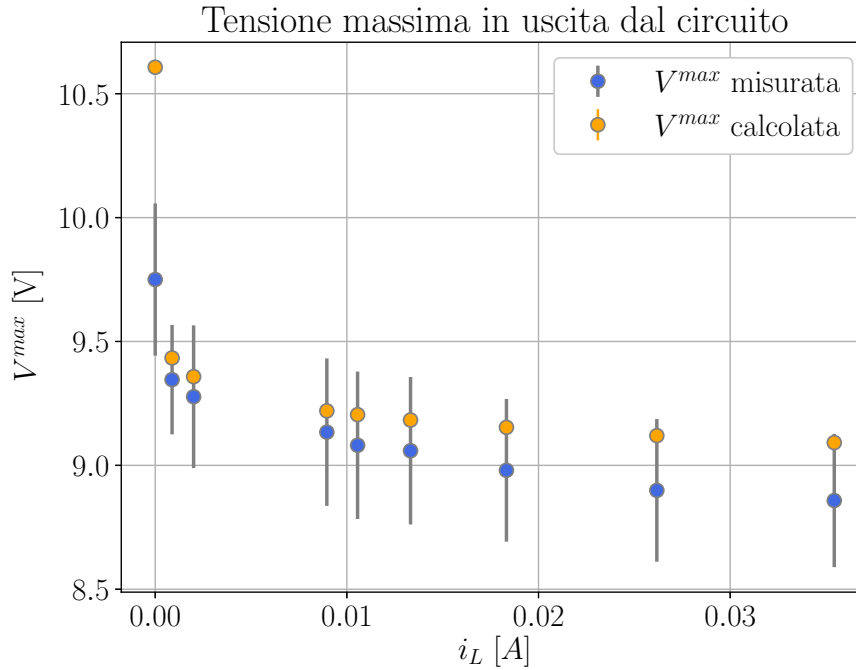


Figura 8: **Tensione massima senza zener**

Sono rappresentati i valori teorici e sperimentali della tensione massima in uscita dal circuito raddrizzatore, in funzione della corrente che scorre nella resistenza R . Il dato a $i_L = 0$ si riferisce ai dati a circuito aperto.

R [Ω]	1020	860	680	250	4630	10625	C.A.	340	490
δR [Ω]	10	9	7	3	46	106	/	3	5
$V_{max, teo}$ [V]	9.220	9.205	9.183	9.092	9.358	9.434	C.A.	9.120	9.154
$V_{max, exp}$ [V]	9.1	9.1	8.9	9.3	9.3	9.8	8.9	9.0	
$\delta V_{max, exp}$ [V]	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.2	0.3	0.3	0.3

Tabella 1: **Tensione massima senza zener**

I dati riportati riassumono il confronto tra modello teorico e misura sperimentale della massima differenza di potenziale osservabile in uscita con un carico R , al variare di quest'ultimo.

Dai dati presentati si può osservare che i valori ottenuti sperimentalmente sono compatibili con quelli teorici entro l'intervallo di incertezza di misura, sebbene si osservi che i dati teorici sono sempre sistematicamente in eccesso rispetto a quelli sperimentali. Questo fenomeno è probabilmente attribuibile alla presenza di resistenze parassite di difficile quantificazione, nonché all'influenza dello strumento di misura. Si osserva inoltre che il dato a circuito aperto è nettamente al di sotto del valore teorico previsto; non si è riusciti a motivare del tutto questo fatto, ma un'ipotesi è che possa influire la presenza dell'oscilloscopio, che non è stato considerato nel modello teorico ma che rappresenta un'ulteriore componente che **permette il passaggio di corrente, per quanto piccola**, e che in assenza di un altro carico resistivo potrebbe influire maggiormente.

Tensione di ripple

La tensione di ripple di un segnale è definita come la differenza tra il valore massimo e il valore minimo della tensione in uscita, all'interno di un periodo di questa (che, si ricorda, è la metà del periodo della tensione in entrata per via del ponte di diodi). La tensione massima in uscita è stata già calcolata nel paragrafo precedente, pertanto resta da calcolare il valore minimo di $V_{out}(t)$, ovvero V^{min} . In questo caso conviene pensare alla tensione in uscita come alla differenza di potenziale ai capi del condensatore. Il condensatore continua a caricarsi fino a quando $V_{in}(t)$ raggiunge il suo picco, e successivamente comincia a scaricarsi sulla resistenza R , essendo il generatore isolato grazie ai diodi che non permettono il ritorno di corrente. La legge che descrive la scarica del condensatore è quindi

$$V_C(t) = V^{max} e^{-t/\tau}$$

con $\tau = RC$. La fase di scarica termina quando il potenziale in entrata al ponte di diodi, attenuato dalla caduta di tensione sui due diodi in conduzione, eguaglia il potenziale sul condensatore, quindi il valore di tensione minimo ai capi del condensatore viene raggiunto quando

$$V_C(t) = |V_{in}(t)| - 2V_D(i) \quad \Rightarrow \quad V_C(t) = |V_0 \sin(\omega t)| - 2 \left[A + B \ln \left(\frac{V_C(t)}{R} \right) \right]$$

cioè quando i diodi sono nuovamente polarizzati direttamente e il condensatore ricomincia a caricarsi. **Risolvendo l'equazione numericamente** con il metodo riportato in appendice, è stato quindi ricavato l'istante t_0 in cui termina la scarica ed è stato calcolato il valore $V_C(t_0)$, che corrisponde proprio a V^{min} . Nella figura 9 sono raffigurate le diverse tensioni presenti nel circuito, e si mostra graficamente il significato di V^{min} .

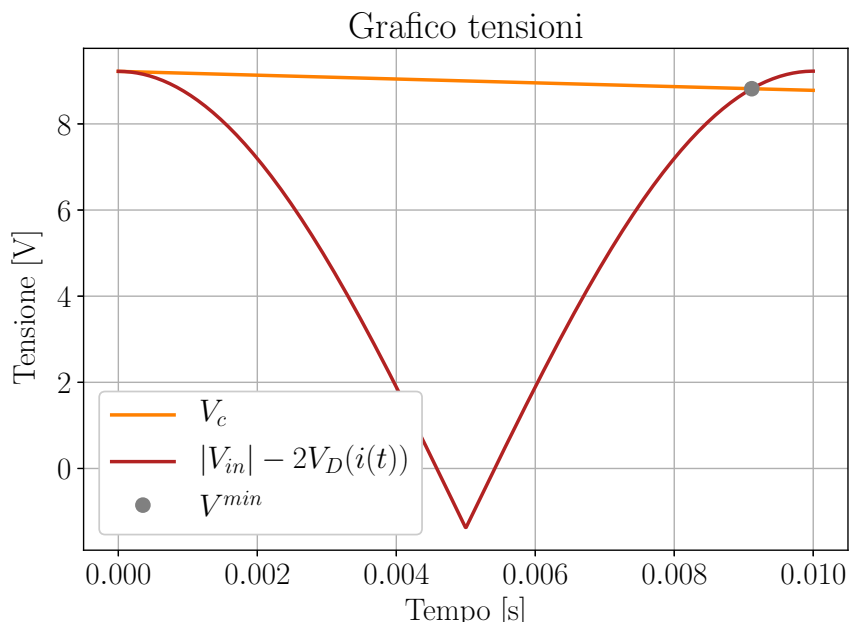


Figura 9: **Tensioni nel circuito**

Il condensatore si scarica finché i diodi non sono polarizzati direttamente, ovvero la tensione sul condensatore eguaglia $|V_{in}(t)| - 2V_D(i)$. In questo grafico sono rappresentate queste tensioni teoriche per uno tra i valori di corrente misurati, a scopo illustrativo. La tensione di ripple teorica è la differenza tra il valore della tensione sul condensatore a inizio scarica e il valore della tensione al punto di intersezione indicato.

Una volta trovati i valori di V^{min} , si è calcolata V_{ripple} come $V^{max} - V^{min}$; i valori trovati sono riportati e confrontati con i dati sperimentali in tabella 2 e in figura 10. Si è scelto di raffigurarli in funzione non di i_L ma di R_L , dal momento che la corrente che scorre nel carico varia durante la fase di scarica, e si è quindi ritenuto più significativo indicare V_{ripple} in funzione di R_L .

Si è osservato che il valore di ripple dipende fortemente dalla massima tensione in uscita dal ponte. Si è quindi ritenuto significativo riportare anche il valore del rapporto V_{ripple}/V^{max} , indicato con r , in percentuale, per un confronto più intrinseco e significativo tra i dati sperimentali e teorici.

R [Ω]	1020	860	680	250	4630	10625	340	490	C.A.
δR [Ω]	10	9	7	3	46	106	3	5	/
V_{rip, teo} [V]	0.403	0.471	0.584	1.397	0.096	0.043	1.077	0.783	0
V_{rip, exp} [V]	0.32	0.38	0.47	1.07	0.09	0.04	0.08	0.3	0.0001
$\delta V_{rip, exp}$ [V]	0.01	0.01	0.01	0.03	0.003	0.001	0.03	0.02	0.0002
r_{teo} [%]	4.37	5.12	6.36	15.36	1.03	0.46	11.81	8.55	0
r_{mis} [%]	3.53	4.21	5.22	12.13	0.92	0.43	9.47	6.96	0.0005

Tabella 2: **Tensioni di ripple senza zener**

Nella tabella sono riassunti i risultati della tensione di ripple ottenuti dall'analisi teorica del circuito e vengono confrontati con le misure sperimentali. r indica il rapporto

$$V_{ripple}/V^{max}.$$

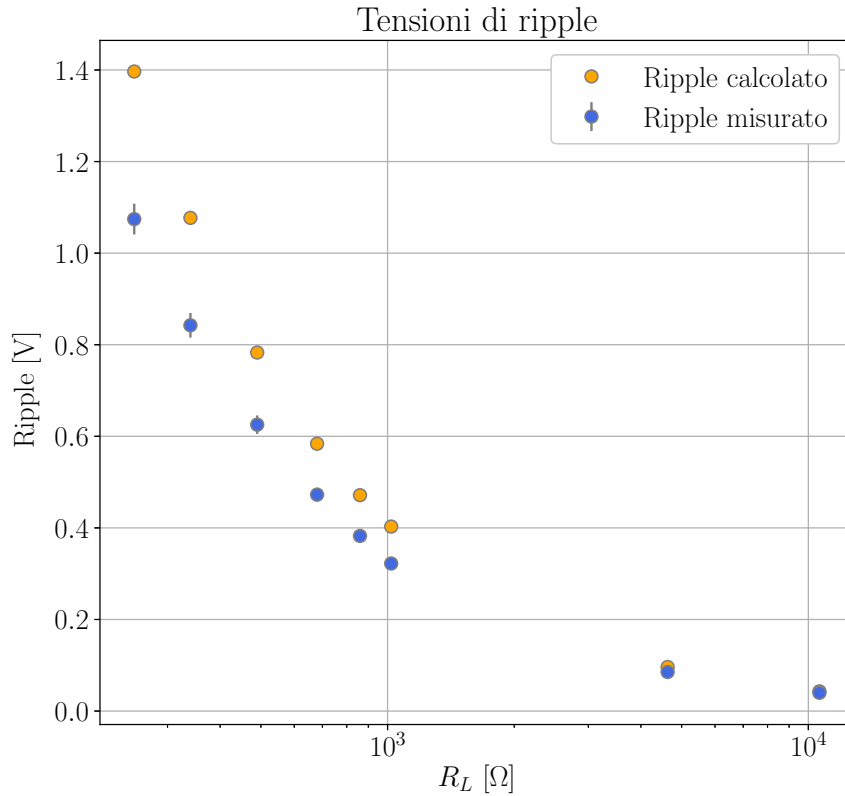


Figura 10: **Tensioni di ripple**

Confronto tra le tensioni di ripple teoriche e quelle misurate, in funzione del carico R_L . L'asse delle ascisse è su scala logaritmica.

L'andamento teorico rispecchia quello osservato, seppur con una deviazione che appare crescere sistematicamente al diminuire della resistenza, e quindi al crescere della corrente che scorre nel circuito. Per questo motivo si ritiene ragionevole attribuire questa deviazione a effetti resistivi parassiti non quantificati come resistenze nei contatti o in uscita dal generatore. Si vuole comunque notare che aumentando il valore del carico resistivo, e quindi limitando la corrente erogata, il ripple diminuisce significativamente.

Ponte di Graetz con diodo zener stabilizzatore

Come si è notato nella sezione precedente, il segnale in uscita dal circuito precedentemente analizzato è ancora piuttosto **instabile**, e il ripple in molti casi è ancora una frazione non ignorabile della tensione massima raggiunta. È possibile rimediare a ciò e stabilizzare il segnale in uscita utilizzando un diodo zener inserito come indicato nella figura 11. La resistenza R inserita in serie, dal valore di $99.98 \pm 0.01 \Omega$ serve a limitare la corrente nel circuito. In questa fase è stata misurata sia la tensione in uscita, V_{out} , sia la tensione ai

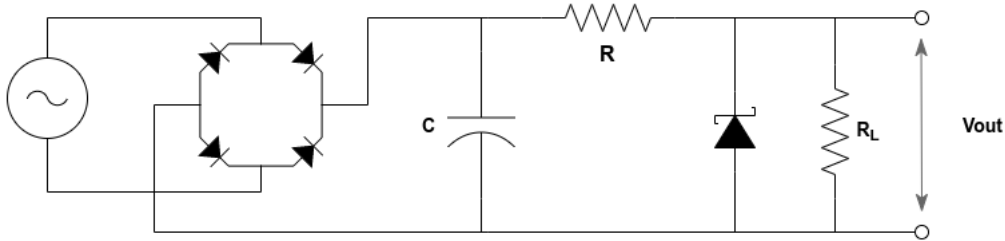


Figura 11: Ponte di Graetz con l'aggiunta di un diodo zener.

capi del condensatore, V_C .

Tensione massima in uscita

Per formulare un modello che preveda la tensione massima in uscita in funzione della corrente che scorre nel carico, i_L , si è innanzitutto considerato che quando V_{out} è massima, anche V_C è massima, e dunque non scorre corrente da o verso il condensatore. Questo permette di affermare che la corrente i che scorre nei diodi del ponte sia la medesima che scorre all'interno di R . Applicando le leggi di Kirchhoff alle maglie quando $V_{in}(t) = V_0$, si ricavano le seguenti relazioni, che conducono ad un'equazione la cui unica incognita è la tensione massima in uscita V^{max}

$$V_C^{max} = V_0 - 2V_D(i)$$

$$V_C^{max} - V^{max} = iR = i_Z(V^{max})R + V^{max} \frac{R}{R_L}$$

$$V^{max} = V_0 - 2V_D\left(i_Z(V^{max}) + \frac{V^{max}}{R_L}\right) - i_Z(V^{max})R - V^{max} \frac{R}{R_L}$$

Si è quindi risolta numericamente quest'ultima equazione per trovare il valore teorico di V^{max} in funzione di R_L . I valori calcolati sono riportati e confrontati con i valori sperimentali nella tabella 3 e nella figura 12.

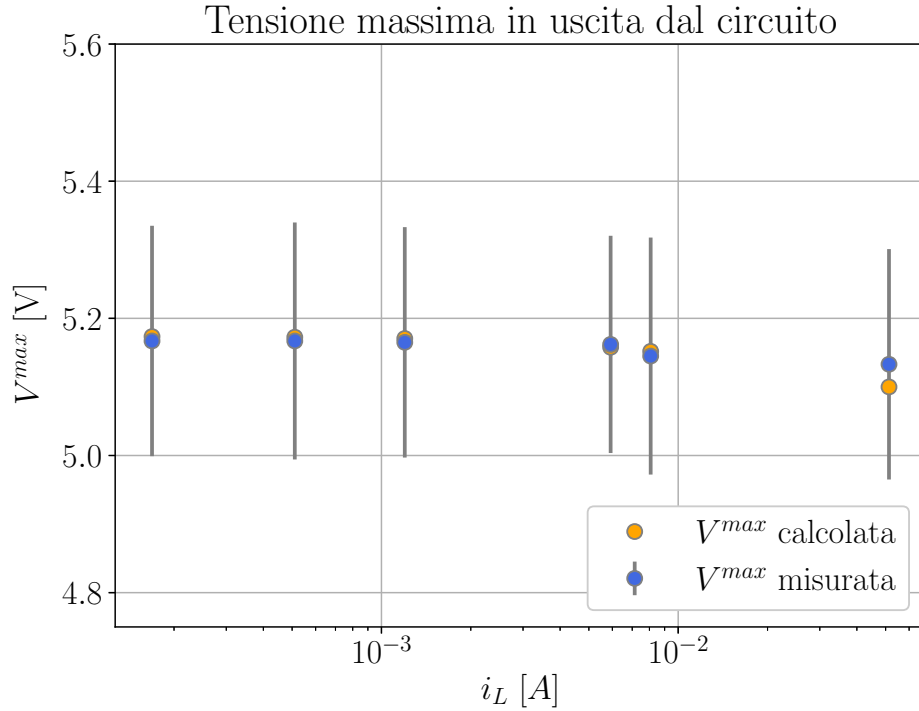


Figura 12: **Tensione massima**

Confronto tra la tensione massima misurata e quella prevista dal modello teorico. L'asse orizzontale è in scala logaritmica.

R [Ω]	10122	30644	872	4310	100	637	C.A.
δR [Ω]	101	306	9	43	1	6	/
V_{max, teo} [V]	5.1725	5.1734	5.1578	5.1706	5.1000	5.1519	5.1739
V_{max, exp} [V]	5.2	5.2	5.2	5.2	5.1	5.1	5.2
$\delta V_{max, exp}$ [V]	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2

Tabella 3: **Tensione massima con lo zener**

Nella tabella sono riportati i valori teorici e sperimentali delle massime tensioni in uscita. Tutte le misure risultano compatibili con quelle calcolate entro il relativo intervallo di incertezza.

Si osserva che la tensione massima raggiunta in uscita è, giustamente, dominata dallo zener, e infatti risulta compresa in un intorno di 5.1V e pressoché costante, a differenza di quanto si osservava nella sezione precedente, dove la tensione massima dipendeva inversamente dal carico inserito.

Tensione di ripple

Per trovare la tensione di ripple è necessario trovare la tensione minima raggiunta in uscita. Per fare ciò si è agito come nella sezione senza diodo zener, ovvero trovando l'intersezione tra la scarica del condensatore e $|V_{in}(t)| - 2V_D(i)$, soltanto che con la presenza dello zener il calcolo è complicato dal fatto che occorre trovare i parametri di scarica del condensatore, e che occorre considerare che la corrente che scorre attraverso i diodi non è la stessa che scorre nel carico.

Si è quindi innanzitutto trovata la legge di scarica del condensatore scrivendo le leggi di Kirchhoff quando i diodi non conducono perché tutti in polarizzazione inversa. Indicando con i la corrente che scorre attraverso R , con i_L quella attraverso R_L e con i_Z quella

attraverso lo zener, si ottiene

$$V_{out}(t) = V_C(t) + RC \frac{dV_C}{dt} \quad (4)$$

e inoltre

$$V_{out}(t) = [i - i_Z(V_{out}(t))] R_L = -[C \frac{dV_C}{dt} + i_L(V_{out})] R_L$$

dove si utilizza la legge $i_Z(V) = A + BV$. Uguagliando opportunamente le due espressioni di $V_{out}(t)$ si ottiene un'equazione differenziale che si può risolvere per separazione di variabili. La soluzione è un esponenziale decrescente con tempo caratteristico

$$\tau = \frac{C [R + R_L(1 + BR)]}{1 + R_L B}$$

e ha la forma

$$V_C(t) = V_C^{max} e^{-t/\tau} - V^* \left(1 + e^{-t/\tau} \right)$$

dove V^* vale

$$V^* = \frac{R_L A}{1 + R_L B}$$

mentre per il valore V_C^{max} si è usato il valore misurato sperimentalmente. Dunque, analogamente alla sezione precedente, la scarica termina quando i diodi ricominciano a condurre, ovvero al tempo t_0 per cui risulta vera l'uguaglianza

$$|V_{in}(t)| - 2V_D(i_Z + i_L) = V_C(t)$$

Essendo ora a conoscenza dell'espressione della scarica del condensatore, si può scrivere l'espressione di V_{out} (e quindi delle correnti i, i_z, i_L) in funzione della tensione sul condensatore dalla relazione (4). Risolvendo numericamente l'ultima equazione scritta si ricava il tempo t_0 , e si ottiene il valore V_{out}^{min} come $V_{out}(t_0)$. Si calcola di conseguenza la tensione di ripple come $V_{ripple} = V_{out}^{max} - V_{out}^{min}$. I valori ottenuti con questo modello vengono confrontati con i dati sperimentali nella tabella 4 e in figura 13, dove sono stati rappresentati sempre in funzione di R_L come nella sezione precedente.

R [Ω]	10122	30644	872	4310	100	637	C.A.
δR [Ω]	101	306	9	43	1	6	/
V_{ripple, teo} [V]	0.044	0.042	0.043	0.044	0.115	0.044	0
V_{ripple, mis} [V]	0.030	0.032	0.04	0.05	0.165	0.029	0.028
$\delta V_{ripple, mis}$ [V]	0.002	0.002	0.02	0.03	0.002	0.002	0.002

Tabella 4: **Ripple con lo zener**

Confronto tra le misure del ripple in uscita dal circuito e valori calcolati, nella configurazione con il diodo zener.

Si osserva innanzitutto come la tensione di ripple sia molto più ridotta con l'introduzione dello zener: senza lo zener alcune misure presentavano un ripple anche superiore al 10% V_0 , mentre con lo zener il ripple risulta sempre inferiore a 0.4% V_0 per tutte le misure, eccetto che per la resistenza da 100 Ω , che invece presenta un ripple molto elevato.

Si vuole ora riportare un confronto tra il ripple sul condensatore e il ripple in uscita dal circuito, nella configurazione con il diodo zener. In particolare, oltre a confrontare

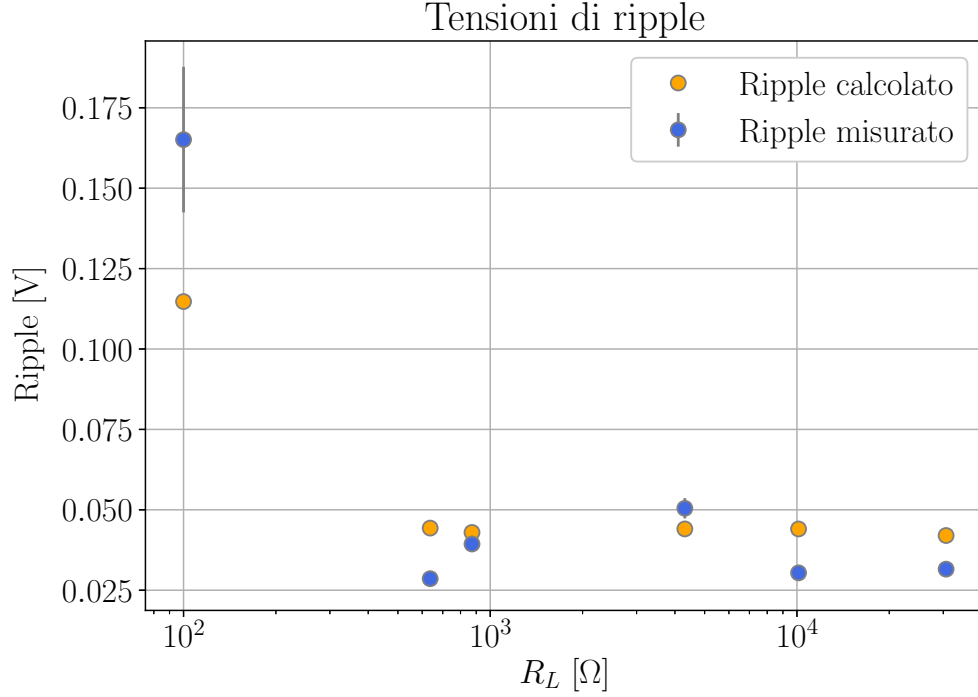


Figura 13: **Tensioni di ripple**

Confronto tra le tensioni di ripple teoriche e sperimentali, in funzione del carico R_L .
L'asse delle ascisse è in scala logaritmica.

dati teorici con sperimentali, si vuole dare un'idea della compatibilità delle misure con la relazione approssimata

$$V_{ripple,out} = \frac{R_z}{R} V_{ripple,C} \quad (5)$$

Il ripple teorico sul condensatore è stato calcolato dall'espressione di V_c in funzione di V_{out} sopra riportata, utilizzando a questo scopo il tempo di scarica trovato nella sezione precedente. Nel seguente grafico sono riportati sia i valori sperimentali che teorici della quantità $V_{ripple,out}/V_{ripple,C}$

Anche in questo caso il dato a $R_L = (100 \pm 1) \Omega$ va escluso dalla trattazione. Si nota subito dal grafico che i punti teorici sembrano essere disposti lungo una retta orizzontale, cioè che la quantità $V_{ripple,out}$ non dipende dal valore di R_L in prima approssimazione. Per rendere quantitativo quest'osservazione si è operata una regressione lineare a due parametri ($y = A + Bx$) sui dati sperimentali basata sul modello dell'equazione (5). Il risultato ottenuto è

$$A = (0.019 \pm 0.003) V \quad B = (0.015 \pm 0.004) V$$

Entrambi i valori non risultano pienamente compatibili con quelli attesi

$$A^* = 0 V \quad B^* = (0.0273 \pm 0.0005) V$$

ma questo fatto si spiega sapendo che la formula (5) è soltanto un'approssimazione della relazione più complicata ottenibile da (4).

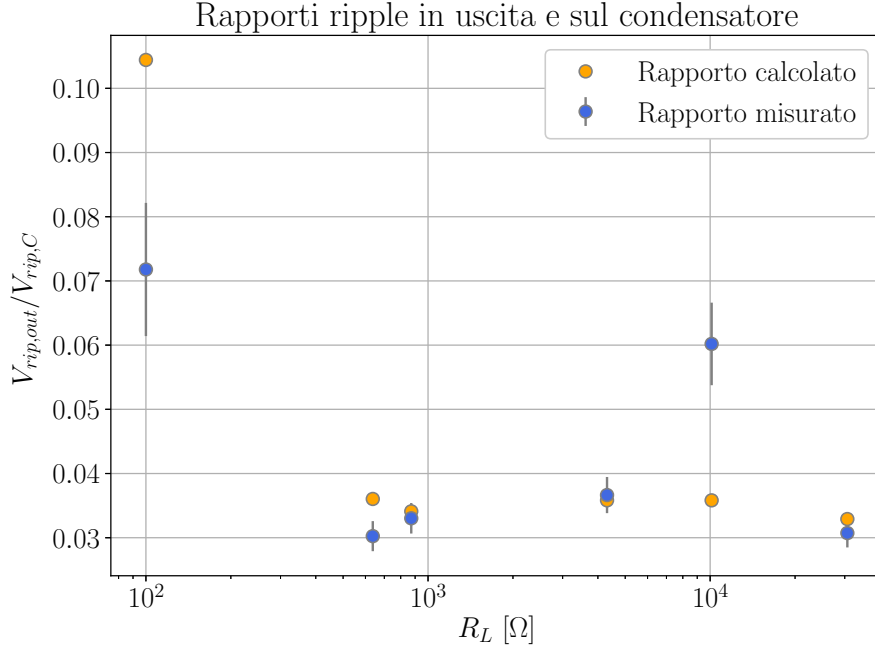


Figura 14: **Rapporto tensioni di ripple**

La figura riporta i rapporti tra i valori della tensione sul condensatore e in uscita dal circuito, sia calcolati (arancio) che sperimentali (blu).

Parte 3 Resistenza equivalente in uscita

Si è infine voluta stimare la resistenza equivalente in uscita dal circuito quando attraverso il carico scorre una certa corrente i_L . Grazie al teorema di Thevenin, infatti, si può affermare che

$$V_{out} = V_{CA} - i_L R_{eq}$$

Si vuole stimare l'entità di R_{eq} per il circuito con il ponte di Graetz e il diodo zener analizzato negli ultimi paragrafi della sezione precedente. A tal fine, risulta molto utile la misura della tensione in uscita presa a circuito aperto, che può essere usata come V_{CA} , e inoltre considerando che $i_L = V_{out}/R_L$, si ottiene

$$R_{eq} = R_L \left(\frac{V_{CA}}{V_{out}} - 1 \right)$$

Si sono quindi calcolati i diversi valori di R_{eq} per ciascuna coppia R_L , V_{out} , e propagate le incertezze secondo la tecnica di propagazione standard per grandezze statisticamente indipendenti. I valori così trovati sono riassunti nella tabella 5.

Per ottenere un unico valore finale, si è calcolata la media pesata delle diverse stime di R_{eq} , escludendo però nel calcolo il valore per $R_L = 100 \Omega$. Il valore ottenuto è

$$R_{eq} = 4.62 \pm 0.02 \Omega$$

$R_L = 100 \Omega$ rappresenta un valore critico, in corrispondenza del quale il comportamento del circuito non è più ottimale, e per tale valore si osserva una variazione notevole di R_{eq} dalle altre stime. Includerlo nel calcolo della media pesata, quindi, avrebbe influenzato notevolmente il risultato finale. Si pensa che questo comportamento possa essere spiegato dal fatto che, per valori molto bassi di resistenza nel carico, la corrente che scorre attraverso il diodo zener è molto bassa, e non valgono più le approssimazioni lineari tra

$R_L [\Omega]$	$R_{eq} [\Omega]$
100 ± 1	28.9 ± 0.3
490 ± 5	4.79 ± 0.05
832 ± 8	4.56 ± 0.05
1160 ± 12	4.35 ± 0.04
3531 ± 35	4.61 ± 0.05
8754 ± 88	4.77 ± 0.08
21376 ± 213	4.58 ± 0.08

Tabella 5: Resistenza in uscita dal circuito

corrente e tensione ottenute nello studio dello zener. Per piccole variazioni di corrente, quindi, la tensione non è più stabile attorno a un valore, e osservando il grafico dei punti sperimentali sullo zener si nota che la pendenza della curva diminuisce per $V_Z < 5.1V$, ovvero la resistenza dello zener aumenta.

Conclusioni

L'esperienza ha messo in luce come il comportamento non lineare dei diodi possa essere sfruttato per modificare un segnale in ingresso, e come un diodo zener si riveli particolarmente utile ed efficace per stabilizzare un segnale. L'utilizzo combinato dei diodi con componenti più semplici, come resistenze e condensatori, ha permesso di trasformare con successo un segnale in corrente alternata in uno in corrente continua, e l'esperienza è stata particolarmente utile per quantificare le caratteristiche e l'instabilità finali del segnale prodotto. Allo stesso tempo, il comportamento non lineare dei diodi si è mostrato difficile da trattare analiticamente per formulare un modello teorico dei circuiti, e difatti sono spesso state utilizzate tecniche numeriche di risoluzione delle equazioni, che però hanno portato a una buona corrispondenza tra il modello teorico e i dati sperimentali.

Appendice

Di seguito si vuole spiegare brevemente il metodo con cui sono state risolte numericamente le equazioni. Si prenda ad esempio l'equazione per la massima tensione in uscita in assenza del diodo zener, ovvero

$$V_{out} = V_0 - 2V_D \left(\frac{V_{out}}{R} \right) = V_0 - 2 \left(A + B \ln \left(\frac{V_{out}}{R} \right) \right)$$

che può essere generalizzata ad un'equazione della forma $g(x) = f(x)$ ponendo $x = V_{out}$ e di conseguenza $g(x) = x$ e $f(x) = V_0 - 2 \left(A + B \ln \left(\frac{x}{R} \right) \right)$. Si pensi ora a $g(x)$ e $f(x)$ come a due curve nello spazio in funzione di x . Si può quindi cercare la soluzione all'equazione cercando quel valore \bar{x} (\bar{V}_{out} nell'esempio) che minimizza la distanza tra le due curve, ovvero il valore per cui è minima la quantità $|g(x) - f(x)|$. Dunque, si genera una sequenza di valori x_1, \dots, x_n (ovvero $V_{out,1}, \dots, V_{out,n}$), e si calcola la quantità $|g(x) - f(x)|$ (nell'esempio $|V_{out} - (V_0 - 2V_D (\frac{V_{out}}{R}))|$) per ognuno di essi e si cerca per quale valore è minima. Tale metodo non risulta essere molto preciso se confrontato ad esempio con il metodo di bisezione o con il metodo delle secanti, ma risulta di semplice applicazione ed inoltre vi sono cause di altra natura (come resistenze non considerate) che dominano sicuramente l'incertezza sul valore di V_{out} .