

# L'amplificatore operazionale

Elena Acinapura, Matteo Zortea

16 Ottobre 2020

## Sommario

Gli amplificatori operazionali sono componenti capaci di presentare diversi comportamenti a seconda del loro impiego, e questa versatilità fa sì che essi si trovino una vastissima gamma di applicazioni nella fisica e nell'elettronica. In questa relazione si presenta lo studio di alcune loro modalità di funzionamento quali il follower, l'amplificatore differenziale, il derivatore, e vengono sfruttati per studiare la curva caratteristica di un diodo.

# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>3</b>
<b>1 L'operazionale come follower</b>	<b>3</b>
<b>2 L'operazionale come amplificatore</b>	<b>6</b>
2.1 Amplificatore invertente e non invertente . . . . .	6
2.2 Amplificatore differenziale . . . . .	6
<b>3 L'operazionale come derivatore</b>	<b>8</b>
<b>4 L'operazionale per studiare il comportamento dei diodi</b>	<b>9</b>
<b>Conclusione</b>	<b>11</b>
<b>Appendice</b>	<b>12</b>

# Introduzione

Gli amplificatori operazionali – chiamati anche semplicemente operazionali oppure op-amp – sono componenti elettronici, costituiti internamente da resistenze, condensatori e transistor, che assumono comportamenti particolari a seconda del loro utilizzo. Nella figura 1 è rappresentato lo schema generale di un op-amp, dove si evidenziano i pin d’interesse in questa relazione: due pin di alimentazione, due pin di ingresso (invertente e non invertente) e un pin d’uscita.

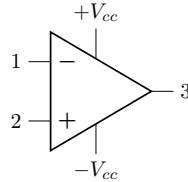


Figura 1: Schema dell’amplificatore operazionale. I pin 1 e 2 sono rispettivamente le entrate invertente e non invertente, il pin 3 è l’output.

In tutte le sezioni seguenti verrà sempre utilizzata come tensione di alimentazione  $V_{cc} = 12V$ , e i due pin di alimentazione verranno omessi per brevità negli schemi dei circuiti.

Gli op-amp, di base, fanno sì che in uscita vi sia una tensione  $V_{out}$  pari a  $G(V_+ - V_-)$ , dove però  $G$  è un fattore caratteristico del componente che dipende molto da parametri interni e poco controllabili, come il grado di impurità dei transistor e la temperatura, giusto per citarne alcuni. Per questo motivo, gli op-amp sono incredibilmente più utili quando utilizzati con meccanismi di *retroazione*: detto in parole semplici e senza pretese di dare una trattazione completa della retroazione, l’uscita viene ricollegata a uno dei due pin di ingresso.

In questa relazione si approfondisce il comportamento dell’op-amp implementando la retroazione in diversi modi. Dapprima, nel capitolo 1, si studierà cosa accade quando l’uscita viene collegata direttamente a uno dei due pin di entrata, realizzando in un caso il cosiddetto *follower*. Si stimeranno inoltre parametri fondamentali dell’operazionale quali impedenza in ingresso e in uscita.

Successivamente, nel capitolo 2, si studierà il comportamento quando l’uscita è collegata a una o entrambe le entrate tramite resistenze. Come si vedrà, questo permetterà di realizzare degli *amplificatori*, programmandone il guadagno in modo preciso e affidabile tramite le suddette resistenze.

Come terza cosa si mostrerà che, usando un condensatore e una resistenza, è possibile far sì che l’uscita dell’operazionale sia la *derivata* del segnale in ingresso. Per concludere, si sfrutterà l’op-amp per studiare la curva I-V caratteristica di un diodo.

## 1 L’operazionale come follower

### Materiale utilizzato

- 1 op-amp UA741
- 3 resistenze rispettivamente da  $100\ \Omega$ ,  $1\ M\Omega$ ,  $10\ M\Omega$
- 1 trimmer da  $1\ k\Omega$

### Comportamento con retroazione

La prima fase ha come scopo lo studio dell’operazionale quando la sua uscita è collegata in retroazione a una delle due entrate.

Vengono realizzati i due circuiti rappresentati in figura 2, collegando l’uscita dell’operazionale prima all’entrata invertente (figura 2(a)) e poi a quella non invertente (figura 2(b)). Il segnale  $V_{in}$  in ingresso in entrambi i casi è un’onda sinusoidale di frequenza  $1\ kHz$  e ampiezza picco-picco di  $1\ V$ . Si visualizzano con l’oscilloscopio le forme d’onda di  $V_{in}$  e  $V_{out}$ .

Nella configurazione (a) si osserva che  $V_{out}$  e  $V_{in}$  sono uguali: questa configurazione viene infatti chiamata *follower* perché  $V_{out}$  segue perfettamente  $V_{in}$ . Ci si potrebbe chiedere a cosa serve avere un circuito che lascia inalterato l’input. La risposta è che in realtà non tutto rimane inalterato: l’operazionale è dotato di una sua impedenza in ingresso e in uscita che hanno un impatto quando l’operazionale viene

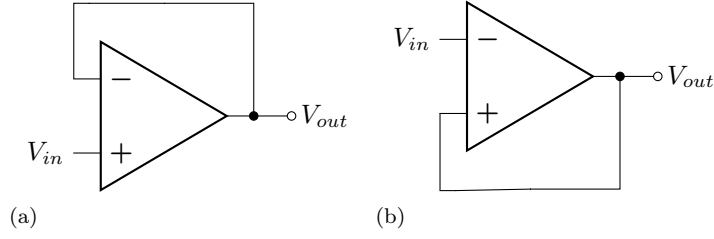


Figura 2: Le configurazioni in cui l'uscita è collegata in retroazione a una delle due entrate.

inserito all'interno di un circuito. In particolare, in molte situazioni si desiderano una grande impedenza in ingresso e una piccola impedenza in uscita, che (si vedrà), sono proprio le caratteristiche dell'operazionale.

Nella configurazione (b), invece,  $V_{out}$  è un segnale costante a 12 V: in questo caso l'operazionale non si comporta da follower, e l'uscita non sembra dipendere da  $V_{in}$ .

### Impedenza in ingresso e in uscita

Una volta osservato il comportamento dell'operazionale nelle due configurazioni precedenti, si intende studiare l'impedenza in ingresso  $Z_{in}$  e quella in uscita  $Z_{out}$  dell'operazionale, quando si trova in regime di follower (ovvero con uscita ed entrata invertente allo stesso potenziale). A tale scopo si realizzano i circuiti rappresentati in figura 3. Per praticità, d'ora in poi si ometterà l'indicazione dell'alimentazione dell'op-amp, che rimarrà sempre quella rappresentata in figura 2. Inoltre, per tutti i circuiti di questa sezione viene utilizzato come  $V_{in}$  un'onda sinusoidale di frequenza 1 kHz e ampiezza picco-picco di 1 V.

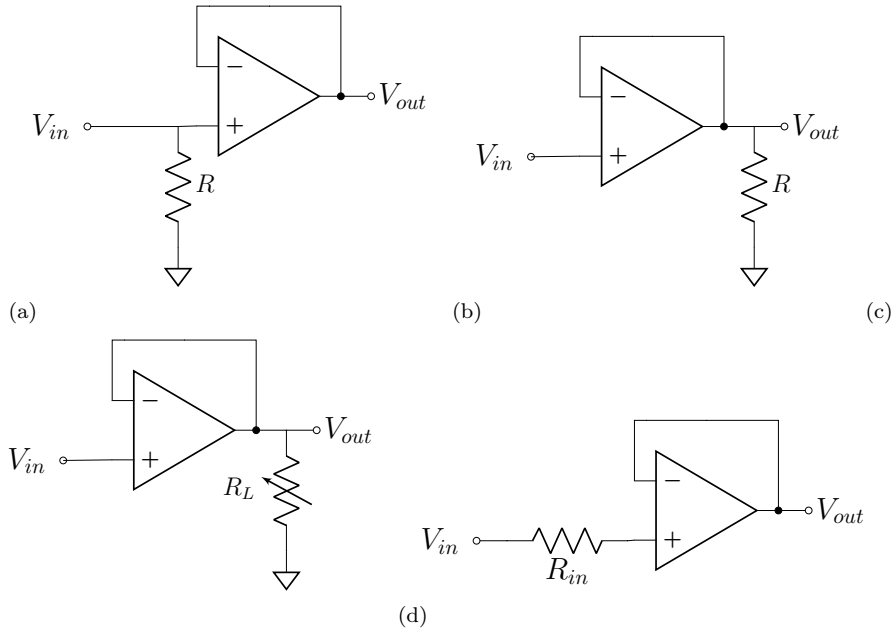


Figura 3: Configurazioni per la stima dell'impedenza in ingresso e in uscita dell'operazionale.

La configurazione 3(a) viene realizzata con  $R = 100 \Omega$ . I segnali  $V_{in}$  e  $V_{out}$  risultano nuovamente uguali, però la loro ampiezza picco-picco vale  $660 \pm 20$  mV, quindi inferiore a 1 V, valore impostato sul generatore d'onda. Questo è motivato dal fatto che l'impedenza in uscita del generatore è di  $\simeq 50 \Omega$ , e forma quindi un partitore con la resistenza da  $100 \Omega$  utilizzata prima dell'operazionale. Infatti, se l'impedenza in entrata dell'operazionale è molto maggiore dell'impedenza equivalente di tale partitore, allora ci si aspetta che il valore picco-picco di  $V_{in}$  sia pari a

$$V_{pp} = 1 \text{ V} \frac{100}{100 + 50} \simeq 666 \text{ mV} \quad (1)$$

come infatti si trova. Questa configurazione permette quindi di dedurre che l'impedenza in entrata all'operazionale è molto maggiore dell'impedenza equivalente del partitore, che vale qualche decina di Ohm.

La configurazione 3(b) viene realizzata con  $R = 100\ \Omega$ . Si osserva che  $V_{out}$  replica nuovamente il segnale  $V_{in}$ , senza un abbassamento dell'ampiezza picco-picco. Questo permette di concludere che, detta  $Z_{out}$  l'impedenza in uscita dall'operazionale,

$$Z_{out} \ll 100\ \Omega \quad (2)$$

Infatti, sfruttando il teorema di Thevenin, si può vedere il circuito come un partitore formato da  $Z_{out}$  e dalla resistenza  $R$  da  $100\ \Omega$ . Conseguentemente, il valore di  $V_{out}$  sarà

$$V_{out} = \frac{R}{Z_{out} + R} V_{in} = K V_{in} \quad (3)$$

Avendo osservato sperimentalmente che  $K \simeq 1$ , si deduce appunto che  $Z_{out} \ll R$ .

La resistenza  $R$  viene sostituita, nella configurazione 3(c) da un trimmer da  $1\ \text{k}\Omega$  che rappresenta una resistenza variabile  $R_L$ . Se ne modifica il valore, osservando che, quando  $R_L$  scende sotto un certo valore critico, si verifica il *clamping* di  $V_{out}$ . Si trova che valore critico di  $R_L$  sotto il quale si osserva il clamping vale

$$R^* \simeq 25\ \Omega \quad (4)$$

Si può spiegare questo fenomeno alla luce del fatto che l'uscita dell'operazionale si trova in corrispondenza del collettore di un transistor. Il transistor permette che l'op-amp si comporti da follower fintanto che si trova in regime attivo, ma quando il potenziale del collettore si abbassa fino a eguagliare quello dell'emettitore, il transistor entra in *saturazione*, non riesce più ad aumentare la corrente nel collettore, e quindi il potenziale del collettore rimane costante al valore di saturazione: si osserva quindi il clamping del segnale.

Concludendo questa prima sezione sull'operazionale utilizzato come follower, si realizza il circuito 3(d) per ottenere una stima di  $Z_{in}$ . Viene usato prima un valore di  $R_{in} = 1\ \text{M}\Omega$ , e successivamente  $R_{in} = 10\ \text{M}\Omega$ .  $R_{in}$  e  $Z_{in}$  formano un partitore resistivo, quindi ci si aspetta che

$$V_{out} = \frac{Z_{in}}{Z_{in} + R_{in}} V_{in} = K V_{in} \quad (5)$$

Quello che si osserva è che effettivamente  $V_{out}$  è ridotto in ampiezza rispetto a  $V_{in}$ , ma anche che presenta un offset che lo porta a essere traslato verso il basso rispetto a  $V_{in}$ . Quest'ultimo fenomeno è più accentuato con  $R_L = 10\ \text{M}\Omega$ .

Andando a misurare l'ampiezza picco-picco di  $V_{out}$  in particolare con  $R_L = 10\ \text{M}\Omega$  si ricava

$$K = 0.984 \pm 0.002 \quad \Rightarrow \quad Z_{in} = \frac{K}{1-K} R_{in} = 0.60 \pm 0.09\ \text{G}\Omega \quad (6)$$

## 2 L'operazionale come amplificatore

Un dispositivo op-amp può essere utilizzato anche come amplificatore di segnali: vengono qui studiate tre configurazioni circuitali: l'amplificatore invertente, non invertente e differenziale.

### Materiale utilizzato

- 1 op-amp OP07
- 4 resistenze di cui rispettivamente 2 da 10 kΩ e 2 da 100 kΩ

### 2.1 Amplificatore invertente e non invertente

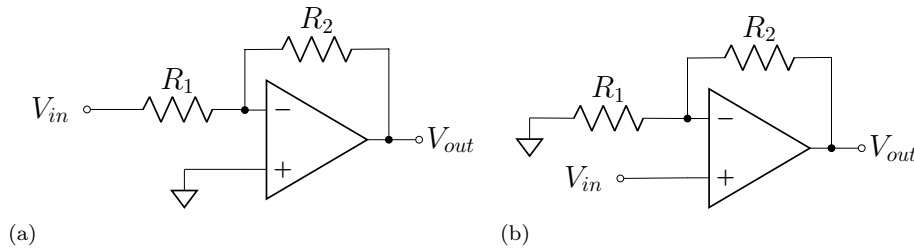


Figura 4: Op-amp collegato in configurazione amplificatore invertente (figura (a)) e amplificatore non invertente (figura (b))

Un op-amp collegato in configurazione amplificatore invertente ad un segnale in ingresso (figura 4 (a)) è in grado di amplificare quest'ultimo secondo la relazione

$$V_{out} = -\frac{R_2}{R_1} V_{in}$$

D'altro canto la formula del guadagno di un op-amp collegato in configurazione non invertente (figura 3 (b)) è

$$V_{out} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{in}$$

Scelti i valori delle resistenze  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$  si sceglie come segnale in ingresso un'onda sinusoidale di frequenza 1 kHz e ampiezza picco-picco 1 V.

I valori di tensione in ingresso e uscita dall'op-amp in funzione del tempo vengono misurati con l'oscilloscopio ed esportati per l'analisi; quindi si esegue un fit a modello sinusoidale come descritto in Appendice per ricostruire l'ampiezza del segnale. I risultati sono riportati nella tabella 1.

	<b>V<sub>in</sub></b>	<b>V<sub>out</sub></b>	<b>G</b>
<b>Invertente</b>	$1.00 \pm 0.02 \text{ V}$	$10.0 \pm 0.2 \text{ V}$	$-10.0 \pm 0.1$
<b>Non invertente</b>	$1.00 \pm 0.02 \text{ V}$	$11.0 \pm 0.2 \text{ V}$	$11.0 \pm 0.1$

Tabella 1: In tabella sono riportati, per ciascuna configurazione circuitali, i valori di ampiezze picco-picco delle onde in ingresso e in uscita, calcolate tramite regressione a sinusoide dai dati sperimentali. Il guadagno è calcolato come rapporto tra le ampiezze 0-picco in uscita e in ingresso.

In entrambi i casi la configurazione circuitali permette di fissare un guadagno a piacere scegliendo opportunamente le due resistenze, rendendo l'uscita dell'op-amp, in prima approssimazione, indipendente dal guadagno intrinseco dello stesso, variabile e sensibilmente dipendente da fattori non facilmente controllabili come la temperatura.

### 2.2 Amplificatore differenziale

Un op-amp collegato come in figura (5) funziona da amplificatore differenziale: la differenza di potenziale tra i terminali in ingresso ( $V_+ - V_-$ ) viene amplificata di un fattore fissato dai valori delle resistenze secondo la relazione

$$V_{out} = \frac{R_2}{R_1} (V_+ - V_-)$$

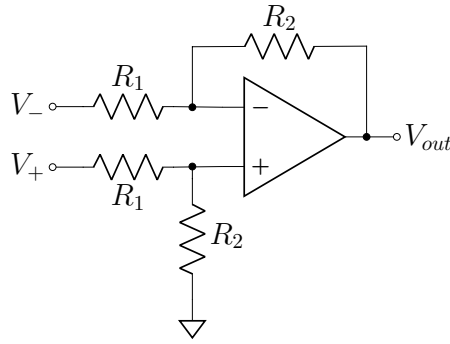


Figura 5: Op-amp in configurazione amplificatore differenziale

Questo vale nel caso in cui le resistenze si scelgano uguali a coppie, come nella figura. Noi abbiamo scelto  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$  e  $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$ .

Il circuito viene analizzato utilizzando 3 diverse combinazioni di onde in ingresso. Indicando con  $V$ ,  $f$ ,  $\phi$  rispettivamente ampiezza 0-picco, frequenza e fase iniziale di un'onda sinusoidale, le 3 configurazioni sono

- Configurazione  $C1$ :  $V_+ = V_- = 250 \text{ mV}$ ,  $f_1 = f_2 = 1 \text{ kHz}$ ,  $\phi_2 = \phi_1$
- Configurazione  $C2$ :  $V_+ = V_- = 250 \text{ mV}$ ,  $f_1 = f_2 = 1 \text{ kHz}$ ,  $\phi_2 - \phi_1 = 20^\circ$
- Configurazione  $C3$ :  $V_+ = V_- = 250 \text{ mV}$ ,  $f_1 = 1 \text{ kHz}$ ,  $f_2 = 999 \text{ Hz}$ ,  $\phi_2 = \phi_1$

Come atteso per la configurazione  $C1$ , l'uscita rimane nulla e costante nel tempo (la differenza ad ogni istante dei segnali in ingresso è nulla), mentre nelle altre due configurazioni si osserva un segnale non nullo in uscita in quanto i parametri delle due onde ingresso non corrispondono.

In particolare nella configurazione  $C3$  si può osservare il fenomeno del *battimento*: la somma di due sinusoidi a diversa frequenza produce una sinusoide di frequenza pari a  $\frac{f_1+f_2}{2}$  modulata in ampiezza da una sinusoide di frequenza  $\frac{f_1-f_2}{2}$ . La figura 6 riporta la forma d'onda catturata con l'oscilloscopio.

La frequenza dell'onda modulante si può ricavare a partire dalla misura del semiperiodo dell'onda ( $\Delta X$  in figura) e si ha quindi

$$f_{mod} = \frac{1}{T} = \frac{1}{2 \Delta X} = 0.5 \pm 0.01 \text{ Hz}$$

pienamente compatibile col valore teorico  $\tilde{f}_{teo} = \frac{f_1-f_2}{2} = 0.5 \text{ Hz}$ .

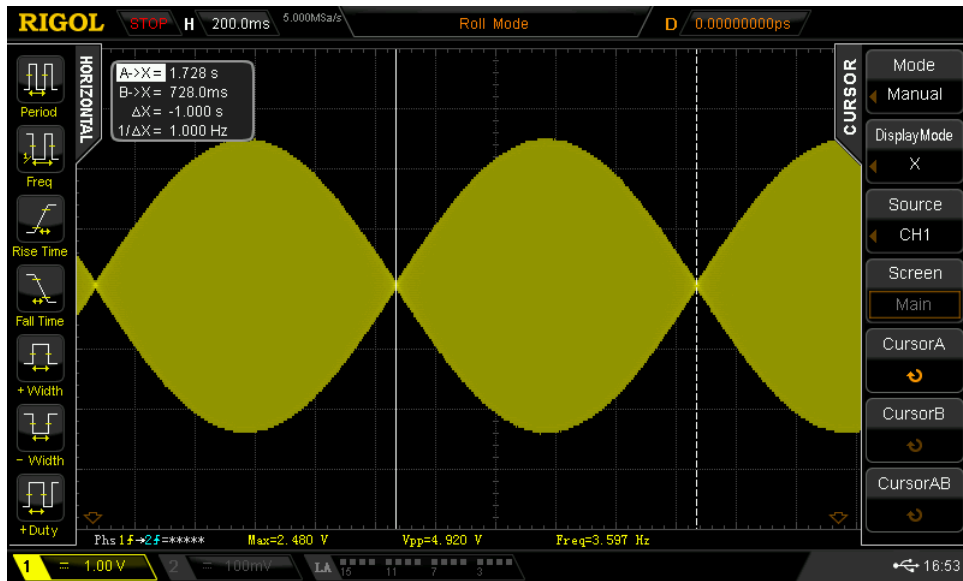


Figura 6: Battimento

La schermata dell'oscilloscopio raffigura l'onda modulante che si origina quando due sinusoidi di frequenza diversa vengono sommate con un op-amp in configurazione amplificatore differenziale. L'onda oscilla con frequenza pari alla semi-differenza delle frequenze in ingresso.

### 3 L'operazionale come derivatore

#### Materiale utilizzato

- 1 op-amp OP07
- 1 resistenza da 1 k $\Omega$
- 1 condensatore da 10 nF

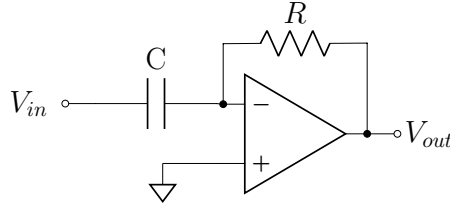


Figura 7: Op-amp collegato in configurazione derivatore

Un op-amp collegato come in figura 7 è detto in configurazione *derivatore*. Infatti, assumendo corrente nulla nel ramo dell'ingresso invertente, si ha che

$$V_{out} = G(V_+ - V_-) = -G(RI_R - V_{out}) = -G\left(RC \frac{dV_c}{dt} - V_{out}\right)$$

da cui

$$V_{out} = -\left(\frac{G}{1+G}\right)RC \frac{dV_c}{dt} \approx -RC \frac{dV_{in}}{dt}$$

Scelti i valori di resistenza  $R = 1 \text{ k}\Omega$  e capacità  $C = 10 \text{ nF}$  si utilizza come onda in ingresso una sinusoide di ampiezza 1 V e frequenza 1 kHz.

L'onda in uscita attesa è un'onda con fase relativa  $+\pi/2$  rispetto a quella ingresso, e ampiezza pari a

$$\tilde{V}_{out} = \omega RC \tilde{V}_{in} = 2\pi 10^{-2} \tilde{V}_{in} \simeq 62.8 \text{ mV}$$

Il valore sperimentale ottenuto tramite regressione a sinusoide con la tecnica spiegata in Appendice è  $\tilde{V}_{out, mis} = 64.5 \pm 0.1 \text{ mV}$ . Nel grafico in figura 8 è possibile osservare come l'onda in uscita sia sfasata di  $\pi/2$  rispetto a quella in ingresso.

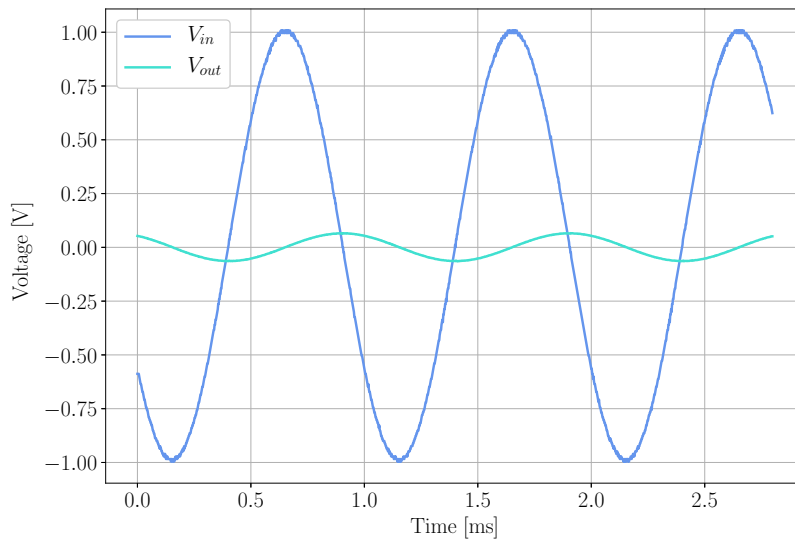


Figura 8: Onde in ingresso e in uscita dall'op-amp in configurazione derivatore



Si possono utilizzare anche delle forme d'onda "meno regolari" in ingresso al circuito, come un'onda triangolare o un'onda quadra. Dal punto di vista matematico queste due funzioni non presentano una funzione derivata definita in ogni punto (I punti di massimo/minimo nell'onda triangolare sono punti angolosi, i fronti di salita e discesa dell'onda quadra presentano derivata infinita): questo sarebbe un problema per quanto riguarda le misure (ad esempio vorrebbe dire una tensione infinita nel caso dell'onda quadra). Tuttavia dal punto di vista sperimentale tali onde non sono mai ideali: il fronte di salita/discesa di un'onda quadra è in realtà una rampa a pendenza finita costante e il punto angoloso di un'onda triangolare è in realtà una curva con raggio di curvatura locale molto piccolo (dipende dalla bontà del generatore).

In figura 9 è possibile vedere l'azione del derivatore quando l'input al circuito è un'onda triangolare, la cui derivata assume due valori costanti a seconda che il fronte sia in salita o in discesa, mentre si osserva che nel punto angoloso  $V_{out}$  è molto irregolare.

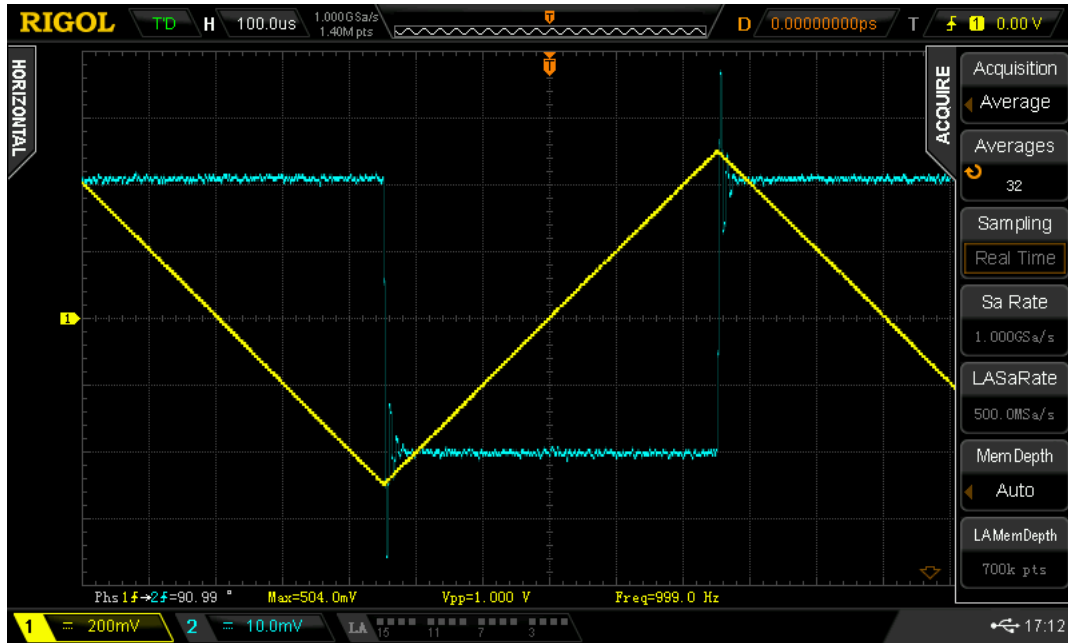


Figura 9: Derivatore con un'onda triangolare in ingresso. L'input è rappresentato in giallo (CH1) e l'output in azzurro (CH2).

## 4 L'operazionale per studiare il comportamento dei diodi

### Materiale utilizzato

- 1 op-amp OP07
- 1 resistenza da 1 k $\Omega$
- 1 diodo 1N4001

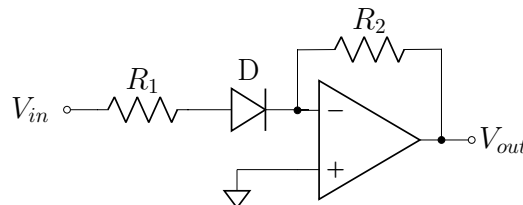


Figura 10: Op-amp collegato in configurazione derivatore

L'amplificatore operazionale può essere impiegato nello studio della caratteristica I-V di un diodo, realizzando un circuito come quello in figura 10. Nell'approssimazione in cui si assume che non scorra corrente nel ramo invertente dell'op-amp, si ha che la tensione  $V^-$  è nulla rispetto al potenziale di massa

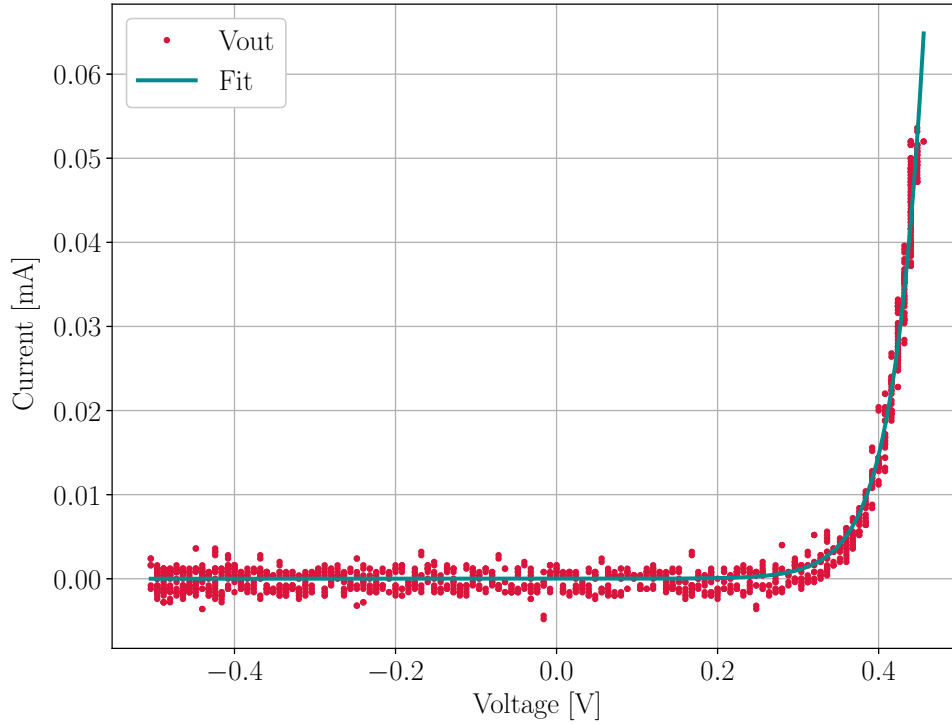


Figura 11: Il grafico riporta le misure di tensione e corrente relative ad un diodo ricavate utilizzando un circuito con amplificatore operazione. La curva sovrapposta è il risultato di un fit dei dati basato sul modello di Shockley.

$(V^- = \frac{V_{out}}{G} - V^+) \approx 0$ . Si dice in questo caso che il terminale negativo dell'operazionale è una massa virtuale. In questo caso misurando la tensione in uscita si ricava la corrente nel diodo in quanto

$$V_{out} = I R_2 \quad (7)$$

Per realizzare il circuito si utilizza una resistenza da 1 k $\Omega$ . Il circuito viene alimentato con una sinusoide di ampiezza picco-picco 1 V e frequenza 5 Hz – la frequenza va tenuta bassa per ridurre l'effetto Miller, ovvero l'effetto per il quale, ad alte frequenze, diventano rilevanti anche componenti immaginarie all'interno dell'impedenza in ingresso dell'op-amp.

Con l'oscilloscopio si sono misurate le tensioni  $V_{out}$  e  $V_D$ , e, dato che si è interessati alla relazione tra esse (o meglio, alla relazione tra  $V_D$  e  $I_D$ , ma tanto  $V_{out}$  è proporzionale a  $I_D$ ), sull'oscilloscopio si è visualizzato  $V_D$  sull'asse  $x$  e  $V_{out}$  sull'asse  $y$ .

L'andamento della tensione sul diodo in funzione della sua corrente (o meglio in funzione della tensione in uscita dall'operazionale) è riportato Nella figura 11 è rappresentata la tensione  $V_{out}$  in funzione di  $V_D$ . A partire dai valori misurati è stato possibile eseguire un fit alla curva descritta dal modello di Shockley

$$I = I_s \left( e^{\frac{V_D}{nV_T}} \right) \quad (8)$$

con  $I_s$  e  $n$  parametri di fit. La tensione  $V_T$  ha un valore che dipende dalla temperatura: per  $T = 22^\circ\text{C}$  si ha  $V_T \simeq 25.4\text{ mV}$ . Dal fit si ricavano i valori

$$I_s = 0.987\text{ }\mu\text{A} \quad n = 1.485 \quad (9)$$

Si può notare anche già qualitativamente dal grafico ottenuto che il diodo inizia a condurre in modo significativo quando  $V_D \simeq 0.4\text{ V}$ .

## Conclusione

Questa esperienza ha permesso di acquisire familiarità con gli amplificatori operazionali e di vederli in azione in molte configurazioni diverse.

Si è concluso che gli op-amp sono caratterizzati da una grande impedenza in ingresso, dell'ordine di  $10^9 \Omega$ , e una impedenza in uscita molto piccola, dell'ordine di pochi  $\Omega$ . Si è inoltre osservato che l'op-amp può presentare *clamping* del segnale in uscita quando non riesce a erogare sufficiente corrente.

Si è sperimentato come sia possibile rendere l'operazionale un amplificatore di segnale tramite feedback, e di come sia possibile sceglierne il guadagno programmandolo con delle resistenze.

Sfruttando poi anche una capacità, si è mostrato che è possibile far sì che il segnale in uscita dall'op-amp sia la derivata di quello in ingresso, e infine si è visto come l'operazionale sia utile per ricavare l'equazione di Shockley di un diodo.

# Appendice

## Regressione ad un modello sinusoidale

Il procedimento seguito per stimare l'ampiezza di una senoide a fase iniziale qualunque è il seguente. Si esegue una regressione ad un modello sinusoidale del tipo  $V(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)$  e si ricavano i coefficienti  $A$  e  $B$  tramite il metodo dei minimi quadrati dopo aver linearizzato l'equazione (ovvero ponendo  $x_1 = \sin(\omega t)$  e  $x_2 = \cos(\omega t)$ ).

Da questi è immediato risalire all'ampiezza: infatti la forma d'onda è del tipo

$$V(t) = C \sin(\omega t + \phi_0) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)$$

con  $A = C \sin(\phi_0)$  e  $B = C \cos(\phi_0)$ <sup>1</sup>, e quindi

$$|A - iB| = |-iC| |e^{i\phi_0}| = |C|$$

che rappresenta l'ampiezza della senoide cercata.

---

<sup>1</sup>E' sufficiente applicare la formula di addizione del seno