



**Portafogli a confronto:
Titoli selezionati dello S&P 500 vs ETF SPY
Analisi con Treasury Bond e modello GARCH multivariato**

Corso di Metodi Probabilistici e Statistici per i Mercati Finanziari
Laurea Magistrale in Ingegneria Informatica

A.A. 2024/25
Matteo Basili

Agenda

- Obiettivi
- Introduzione e Contesto
- Raccolta Dati
- Analisi Univariata (Modello GARCH)
- Analisi Multivariata (MGARCH)
- Costruzione dei Portafogli e Confronto

Obiettivi del Progetto

- Confrontare due approcci di costruzione di portafoglio:
 - Titoli selezionati dello S&P 500 + Treasury Bond
 - ETF SPY + Treasury Bond
- Analizzare la dinamica congiunta delle serie storiche tramite modelli GARCH multivariati
- Valutare la diversificazione e il profilo di rischio-rendimento nei due scenari
- Evidenziare le differenze tra una gestione “attiva” (selezione titoli) e una “passiva” (ETF)

Introduzione e Contesto

ETF, S&P 500 e Treasury Bond



ETF (Exchange Traded Fund): fondo d'investimento quotato in borsa che replica un indice, un settore o un paniere di asset

- Funzionano come un “cestino di frutta”: compri un paniere già assortito invece di singoli titoli
- Garantisce **diversificazione immediata**



S&P 500: principale indice azionario statunitense, composto dalle 500 maggiori aziende USA per capitalizzazione



Treasury Bond (T-Bond): titolo di stato USA considerato **privo di rischio**, usato per stabilizzare il portafoglio e valutare il profilo rischio-rendimento

Portafoglio

- Insieme di attività finanziarie possedute da un investitore
- **Obiettivo:** massimizzare rendimento e/o minimizzare rischio
- Ogni attività ha un **peso** (proporzione del capitale investito)
- Il rendimento atteso del portafoglio è la media ponderata dei rendimenti delle singole attività:

$$E(R_p) = \sum w_i \cdot E(R_i)$$

- La somma dei pesi: $\sum w_i = 1$

Volatilità e Complessità del Mercato

- La volatilità misura quanto i prezzi di un'attività finanziaria variano nel tempo → indica il **rischio di mercato**
- I mercati mostrano comportamenti complessi: periodi di alta e bassa volatilità tendono a raggrupparsi (**volatility clustering**)
- Modelli con varianza costante non catturano queste dinamiche

Modelli GARCH

- **GARCH** = *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*
- Stimano la volatilità **condizionata**, cioè variabile nel tempo
- La volatilità attuale dipende da:
 - volatilità passata
 - magnitudine dei movimenti passati
- Adatti a prevedere periodi turbolenti o stabili nei mercati

Modello GARCH in Formule

$$X_t = \sigma_t W_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i X_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

dove:

- X_t = shock al tempo t
- σ_t^2 = varianza condizionata (volatilità) al tempo t
- W_t = rumore bianco (media 0, varianza 1, distrib. es. Normale o Student-t)
- α_0 = costante positiva
- α_i = peso degli shock passati
- β_j = peso della volatilità passata

Raccolta dei Dati

- **Periodo analizzato:** 31/07/2023 → 22/08/2025
 - *Training set:* ~ 92% (31/07/2023 → 20/06/2025)
- **Dati storici**
 - **Frequenza:** giornaliera
 - **Variabili:** Open, High, Low, Close, *Adj Close*, Volume
- **Fonti**
 - *Yahoo Finance* (via API `yfinance`) per azioni ed ETF
 - *U.S. Department of the Treasury* per dati sui Treasury Bonds
- **Ticker analizzati**
 - SPY – S&P 500 ETF (USA)
 - AAPL – Apple Inc.
 - UNH – UnitedHealth Group
 - JPM – JPMorgan Chase & Co.
 - AMZN – Amazon.com Inc.
 - XOM – Exxon Mobil Corp.



Analisi Univariata

(Pre-)Analisi Univariata – Stazionarietà

- I modelli GARCH richiedono una **serie stazionaria**
- Se la serie non è stazionaria → la varianza condizionata non è ben definita
- Prima di stimare GARCH → bisogna verificare la presenza di **unit root**

Stazionarietà dei Titoli Rischiosi

- Prezzi di chiusura aggiustati

ADF Test

| Ticker | ADF – none p-value | ADF – drift p-value | ADF – trend p-value | Stazionarietà |
|--------|-----------------------|------------------------|------------------------|---------------|
| SPY | 0.94142 | 0.752652 | 0.351598 | ✗ |
| AAPL | 0.649811 | 0.483848 | 0.622406 | ✗ |
| UNH | 0.363206 | 0.797584 | 0.919827 | ✗ |
| JPM | 0.97682 | 0.914043 | 0.0460269 | ✗ |
| AMZN | 0.872699 | 0.454509 | 0.332359 | ✗ |
| XOM | 0.774494 | 0.122806 | 0.234096 | ✗ |

KPSS Test

| Ticker | KPSS – Level p-value | KPSS – Trend p-value | Stazionarietà |
|--------|-------------------------|-------------------------|---------------|
| SPY | < 0.01 | < 0.01 | ✗ |
| AAPL | < 0.01 | < 0.01 | ✗ |
| UNH | < 0.01 | < 0.01 | ✗ |
| JPM | < 0.01 | ≈ 0.025 | ✗ |
| AMZN | < 0.01 | < 0.01 | ✗ |
| XOM | < 0.01 | < 0.01 | ✗ |

Stazionarietà dei Titoli Rischiosi (2)

- I test precedenti suggeriscono la presenza di unit root → bisogna trasformare i dati in una forma stazionaria
- **Rendimenti logaritmici**

ADF Test

| Ticker | ADF – none p-value | ADF – drift p-value | ADF – trend p-value | Stazionarietà |
|--------|-----------------------|------------------------|------------------------|---------------|
| SPY | 2.42E-30 | 1.52E-29 | 3.19E-32 | ✓ |
| AAPL | 2.98E-28 | 2.74E-27 | 3.92E-29 | ✓ |
| UNH | 2.50E-38 | 2.01E-36 | 1.34E-44 | ✓ |
| JPM | 1.16E-29 | 7.04E-37 | 1.59E-47 | ✓ |
| AMZN | 7.99E-40 | 1.07E-36 | 3.39E-48 | ✓ |
| XOM | 1.22E-39 | 6.73E-37 | 2.37E-47 | ✓ |

KPSS Test

| Ticker | KPSS – Level p-value | KPSS – Trend p-value | Stazionarietà |
|--------|-------------------------|-------------------------|---------------|
| SPY | > 0.10 | > 0.10 | ✓ |
| AAPL | > 0.10 | > 0.10 | ✓ |
| UNH | > 0.10 | > 0.10 | ✓ |
| JPM | > 0.10 | > 0.10 | ✓ |
| AMZN | > 0.10 | > 0.10 | ✓ |
| XOM | > 0.10 | > 0.10 | ✓ |

Eteroschedasticità (Non Condizionata)

- Controlliamo la stazionarietà in varianza, ovvero se le serie sono omoschedastiche o eteroschedastiche

Breusch-Pagan Test

| Ticker | BP p-value | Eteroschedasticità (non condizionata) |
|--------|---------------|--|
| SPY | 0.00293477 | ✓ |
| AAPL | 0.00286534 | ✓ |
| UNH | 0.00171608 | ✓ |
| JPM | 0.0037719 | ✓ |
| AMZN | 0.114901 | ✗ |
| XOM | 0.0469679 | ✗ |

White Test

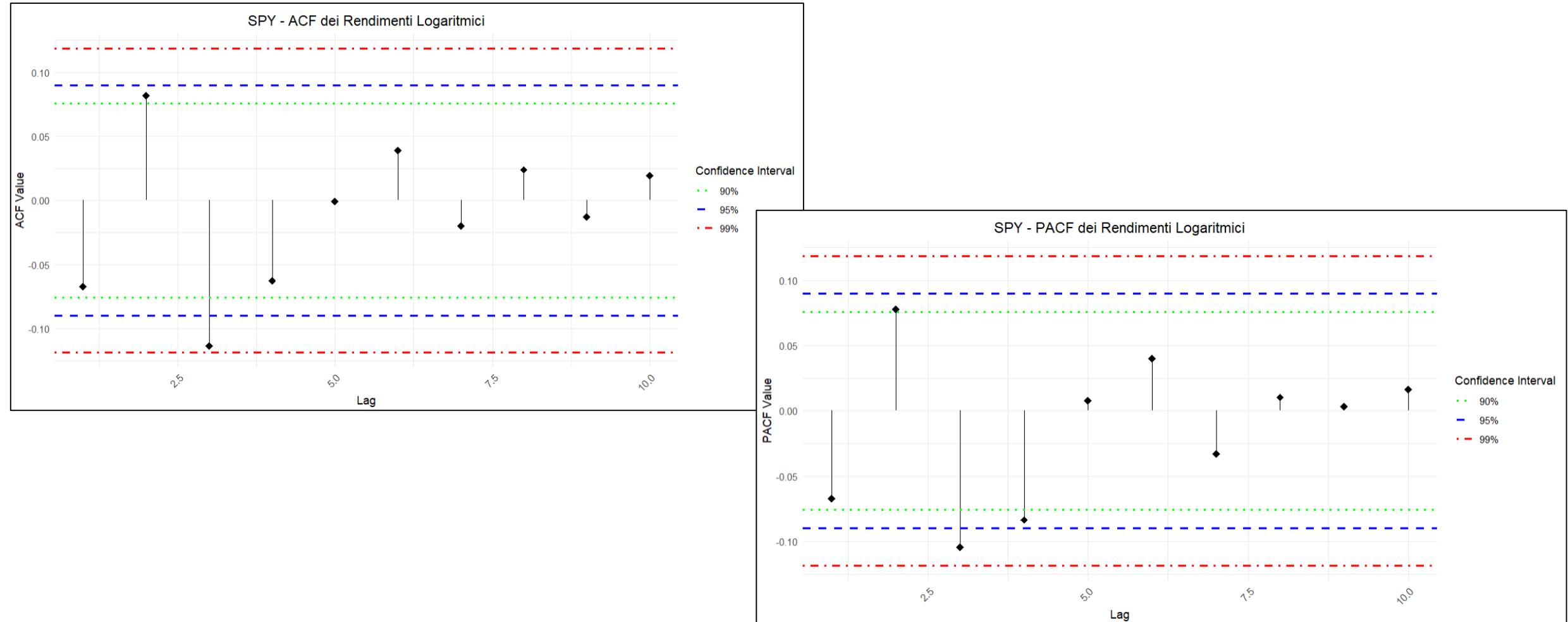
| Ticker | W p-value | Eteroschedasticità (non condizionata) |
|--------|--------------|--|
| SPY | 0.00195975 | ✓ |
| AAPL | 0.00208461 | ✓ |
| UNH | 0.0009485 | ✓ |
| JPM | 0.0148826 | ✗ |
| AMZN | 0.0343536 | ✗ |
| XOM | 0.00690813 | ✓ |

Autocorrelazione

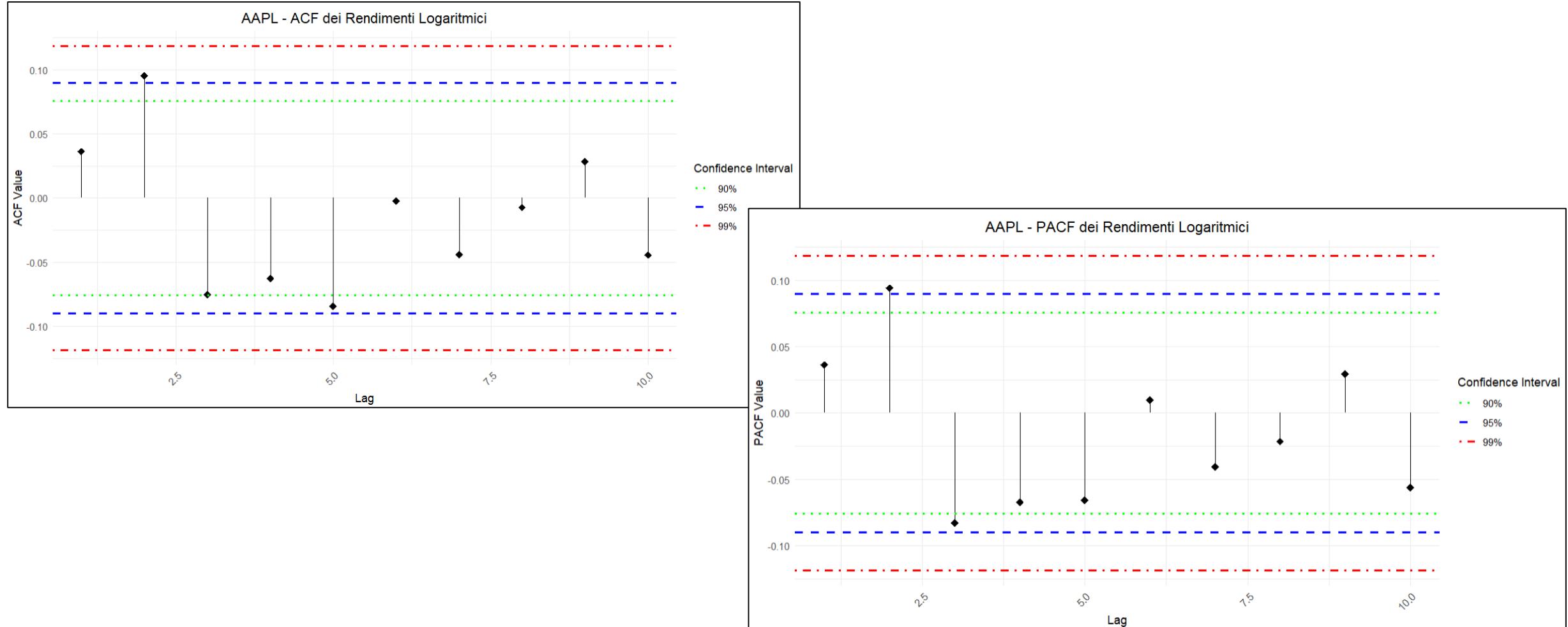
Ljung-Box Test

| Lag | LB – SPY p-value | LB – AAPL p-value | LB – UNH p-value | LB – JPM p-value | LB – AMZN p-value | LB – XOM p-value | Autocorrelazione (SPY, AAPL, UNH, JPM, AMZN, XOM) |
|-----|---------------------|----------------------|---------------------|---------------------|----------------------|---------------------|--|
| 1 | 0.142402974 | 0.42862879 | 0.03083367 | 0.9804463 | 0.5411195 | 0.914216 | ✗,✗,✗,✗,✗,✗ |
| 2 | 0.068563197 | 0.08356372 | 0.07749714 | 0.4248511 | 0.3828777 | 0.6627074 | ✗,✗,✗,✗,✗,✗ |
| 3 | 0.009148828 | 0.05318466 | 0.16356259 | 0.5315523 | 0.5759212 | 0.748159 | ✓,✗,✗,✗,✗,✗ |
| 4 | 0.00934996 | 0.04839087 | 0.21902999 | 0.3931914 | 0.7335104 | 0.8601217 | ✓,✗,✗,✗,✗,✗ |
| 5 | 0.019654094 | 0.0236798 | 0.32309448 | 0.46006 | 0.8205593 | 0.8603154 | ✗,✗,✗,✗,✗,✗ |
| 6 | 0.027823087 | 0.0435093 | 0.44202997 | 0.4151109 | 0.8971367 | 0.922973 | ✗,✗,✗,✗,✗,✗ |
| 7 | 0.045103743 | 0.05274746 | 0.52995827 | 0.4568116 | 0.8560526 | 0.4141386 | ✗,✗,✗,✗,✗,✗ |
| 8 | 0.066511746 | 0.08332647 | 0.59184484 | 0.3921891 | 0.8678792 | 0.5180905 | ✗,✗,✗,✗,✗,✗ |
| 9 | 0.098930951 | 0.11089577 | 0.61431763 | 0.4905039 | 0.8777684 | 0.3083904 | ✗,✗,✗,✗,✗,✗ |
| 10 | 0.135751491 | 0.12187167 | 0.69675598 | 0.5661378 | 0.9218515 | 0.393736 | ✗,✗,✗,✗,✗,✗ |

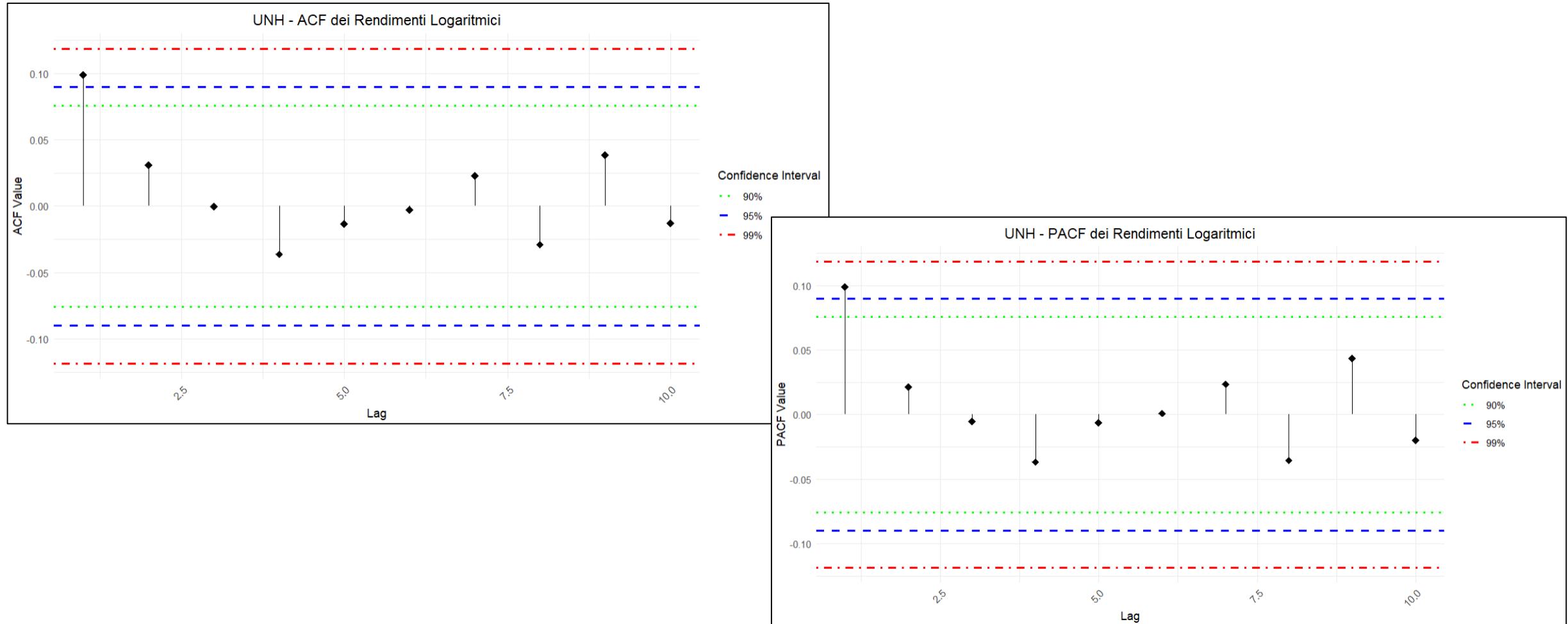
Autocorrelogrammi – SPY



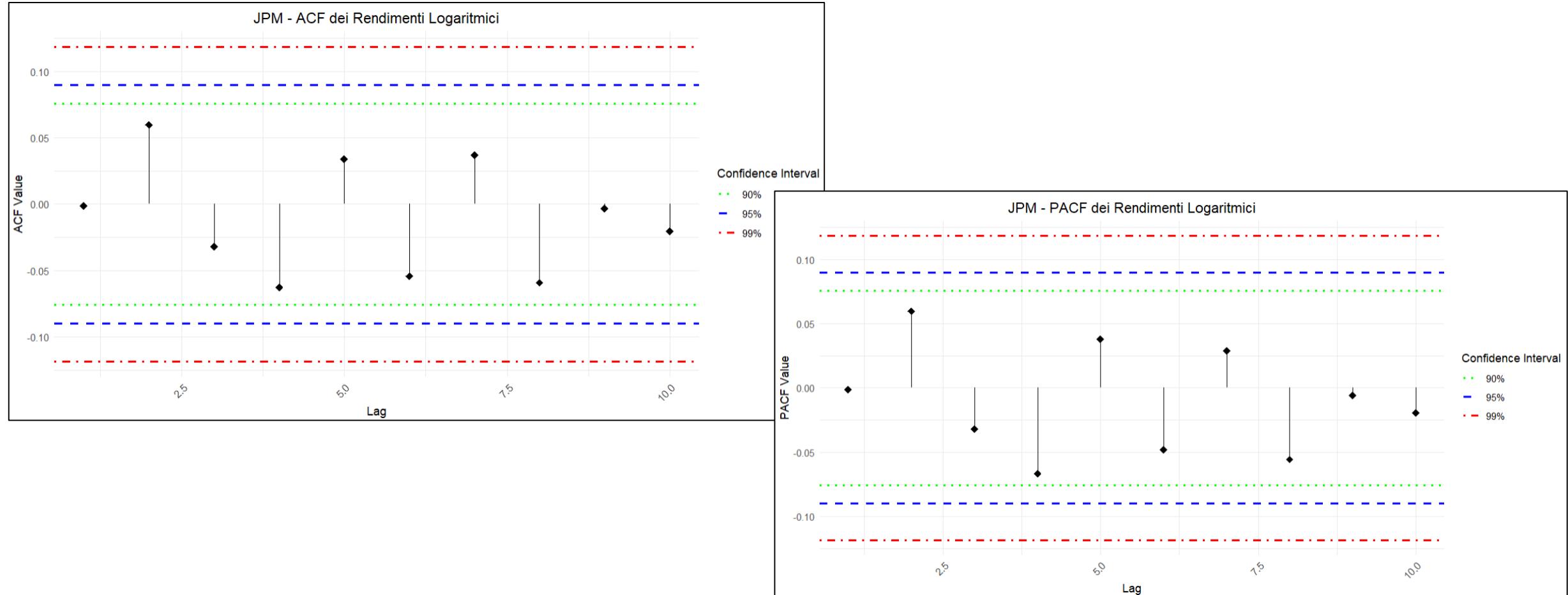
Autocorrelogrammi – AAPL



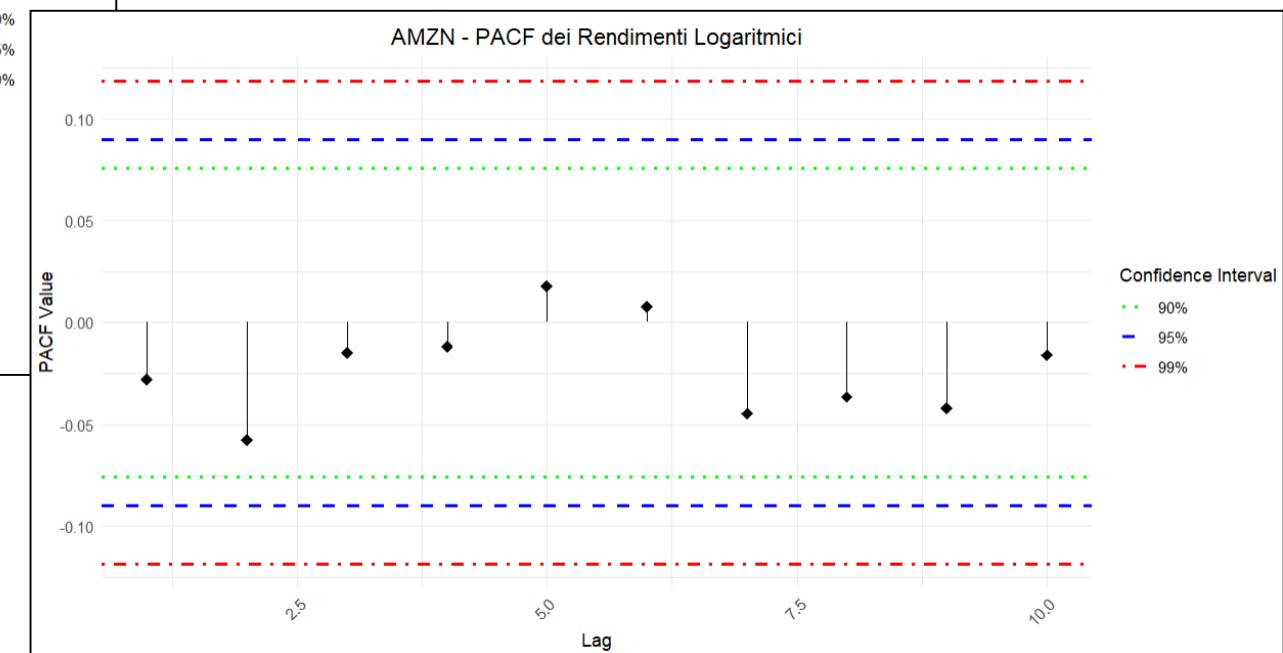
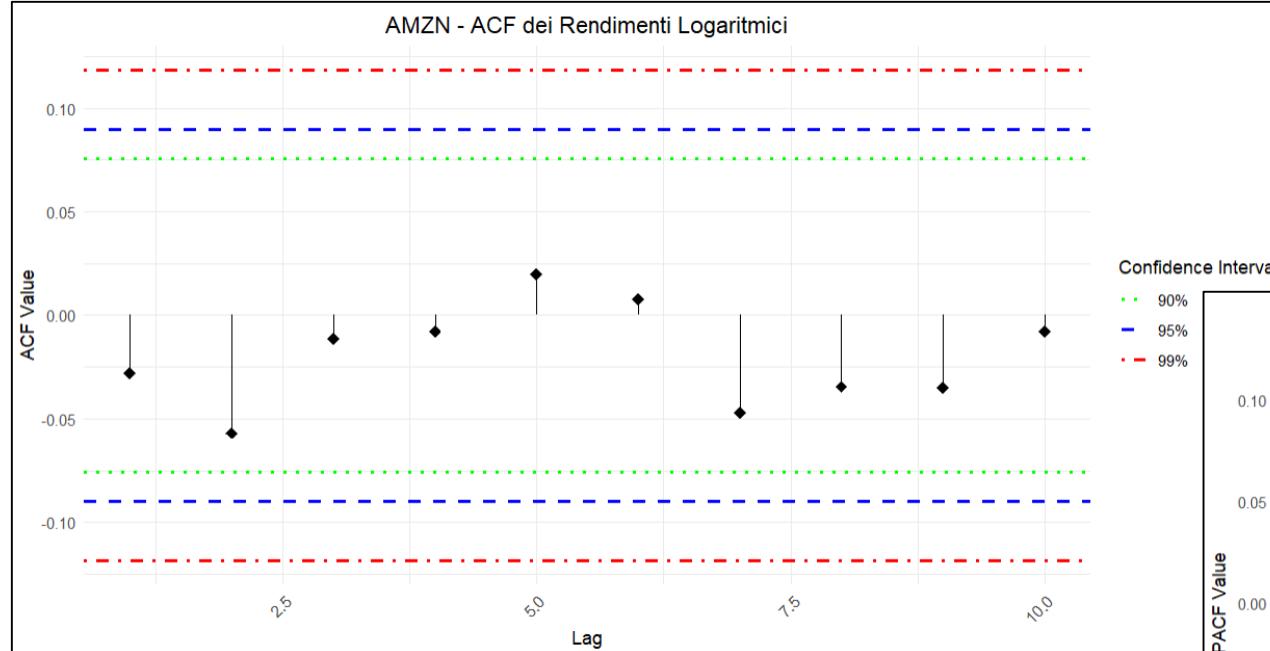
Autocorrelogrammi – UNH



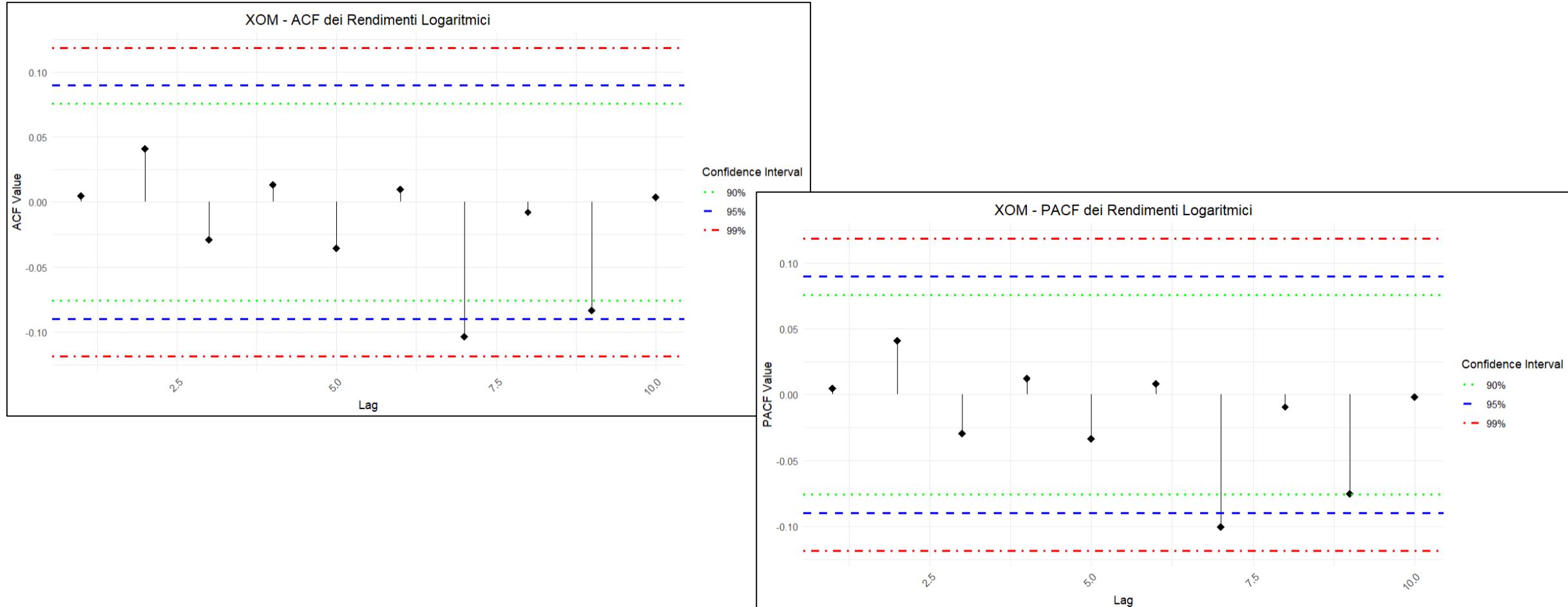
Autocorrelogrammi – JPM



Autocorrelogrammi – AMZN



Autocorrelogrammi – XOM



Eteroschedasticità Condizionata

- Se tale condizione non fosse presente, allora sarebbe inappropriato utilizzare un modello GARCH

Engle ARCH Test

| Lag | ARCH – SPY p-value | ARCH – AAPL p-value | ARCH – UNH p-value | ARCH – JPM p-value | ARCH – AMZN p-value | ARCH – XOM p-value | Eteroschedasticità condizionata (SPY, AAPL, UNH, JPM, AMZN, XOM) |
|-----|-----------------------|------------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|-----------------------|--|
| 1 | 1.68E-07 | 3.86E-07 | 0.3093108 | 1.89E-05 | 5.27E-03 | 7.38E-10 | ✓, ✓, ✗, ✓, ✓, ✓ |
| 2 | 7.64E-07 | 1.21E-06 | 0.1027419 | 1.05E-04 | 1.67E-02 | 6.02E-09 | ✓, ✓, ✗, ✓, ✓, ✓ |
| 3 | 2.82E-15 | 1.44E-09 | 0.2020361 | 6.02E-05 | 2.84E-02 | 6.95E-10 | ✓, ✓, ✗, ✓, ✓, ✓ |
| 4 | 5.34E-16 | 2.57E-14 | 0.2926928 | 3.95E-05 | 1.00E-06 | 5.16E-14 | ✓, ✓, ✗, ✓, ✓, ✓ |
| 5 | 2.45E-15 | 5.01E-14 | 0.4215873 | 1.14E-04 | 2.51E-06 | 1.26E-13 | ✓, ✓, ✗, ✓, ✓, ✓ |

Risultati – Titoli Rischiosi

- **SPY** → Effetti ARCH significativi (1%) → **GARCH appropriato**
- **AAPL** → Effetti ARCH significativi (1%) → **GARCH appropriato**
- **UNH** → Nessuna eteroschedasticità condizionata significativa ($p > 0.10$) → **GARCH non appropriato**
- **JPM** → Effetti ARCH significativi (1%) → **GARCH appropriato**
- **AMZN** → Effetti ARCH significativi (1% ai lag 1, 4, 5; 5% ai lag 2, 3) → **GARCH appropriato**
- **XOM** → Effetti ARCH significativi (1%) → **GARCH appropriato**
- **Conclusione:**
 - *Il modello GARCH sarà stimato per SPY, AAPL, JPM, AMZN e XOM*
 - *UNH esclusa dalle analisi*

Stima e Selezione dei Modelli GARCH

- **Configurazioni testate:**
 - $p, q \in \{0, \dots, 4\}$, con $p = q = 0$ escluso
 - Distribuzioni: Normale, Skewed Student-t (sstd), Skewed GED (sged)
- **Criteri di selezione:**
 - Solo modelli convergenti
 - Ordinamento tramite **AICc** e **BIC**
 - Scelta del modello migliore che soddisfa le seguenti condizioni sui **residui standardizzati**:
 - Assenza di autocorrelazione (test Ljung-Box, ACF, PACF)
 - Coerenza con la distribuzione ipotizzata (test SW, JB, KS, QQ-Plot)
 - Stazionarietà e omoschedasticità non condizionata (test KPSS, Breusch-Pagan, White)
 - Assenza di eteroschedasticità condizionata (test ARCH)
- **Libreria utilizzata:** *rugarch*

Modelli GARCH(p,q) Selezionati

- Dopo il processo di stima e validazione:
 - **SPY** → GARCH(4,1), distribuzione sged
 - **AAPL** → GARCH(1,3), distribuzione sstd
 - **JPM** → GARCH(1,0), distribuzione sstd
 - **AMZN** → GARCH(1,1), distribuzione sstd
 - **XOM** → GARCH(1,1), distribuzione sged

Analisi Residui Standardizzati – Esempio

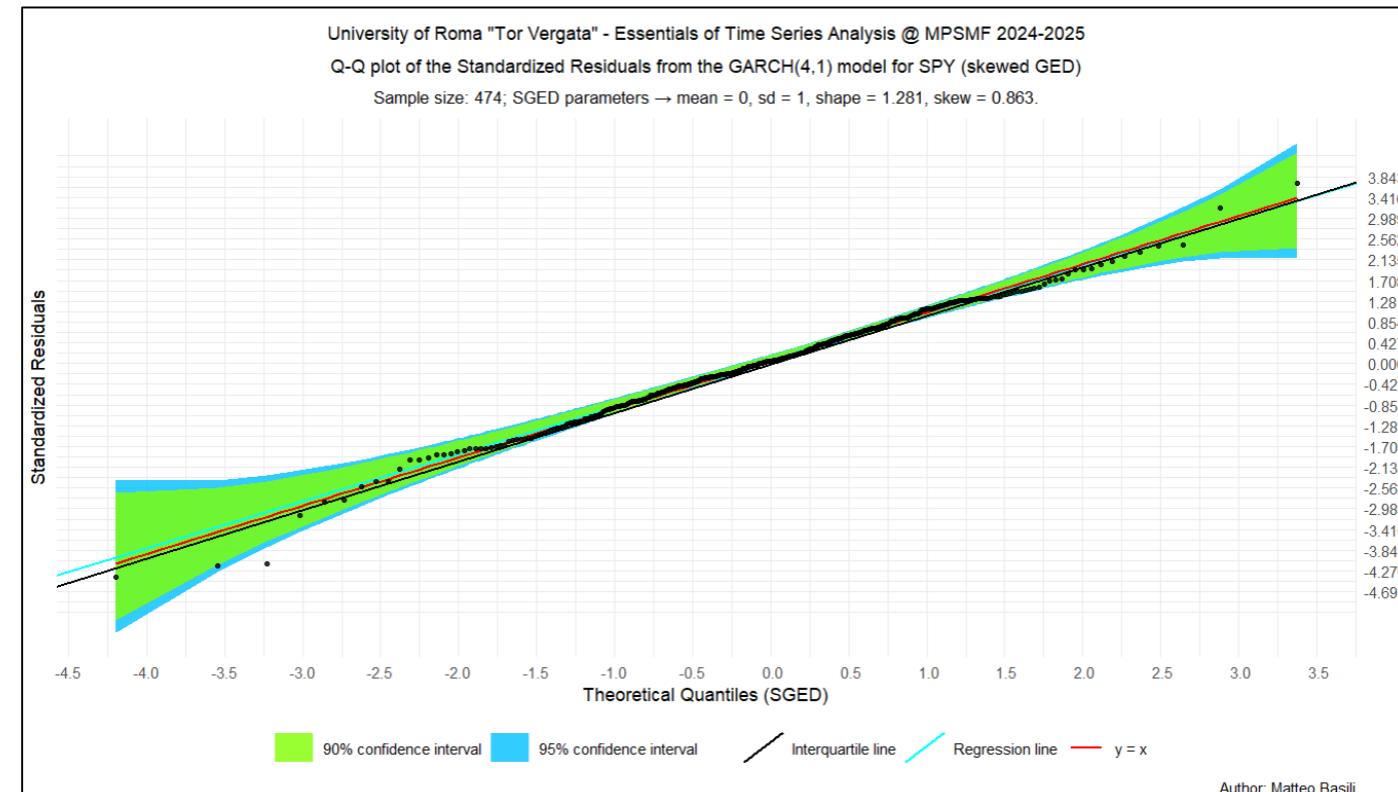
- SPY → GARCH(4,1) sged
 - Coerenza con la distribuzione ipotizzata
 - Normalità
 - Shapiro-Wilk (SW)
 - Jarque-Bera (JB)

| Test | Statistica | p-value | Normalità |
|------|------------|----------|-----------|
| SW | 9.68E-01 | 1.42E-08 | ✗ |
| JB | 1.24E+02 | 0.00E+00 | ✗ |

Esempio (2)

- SPY → GARCH(4,1) sged
 - Coerenza con la distribuzione ipotizzata
 - Q-Q plot
 - Kolmogorov-Smirnov (KS)

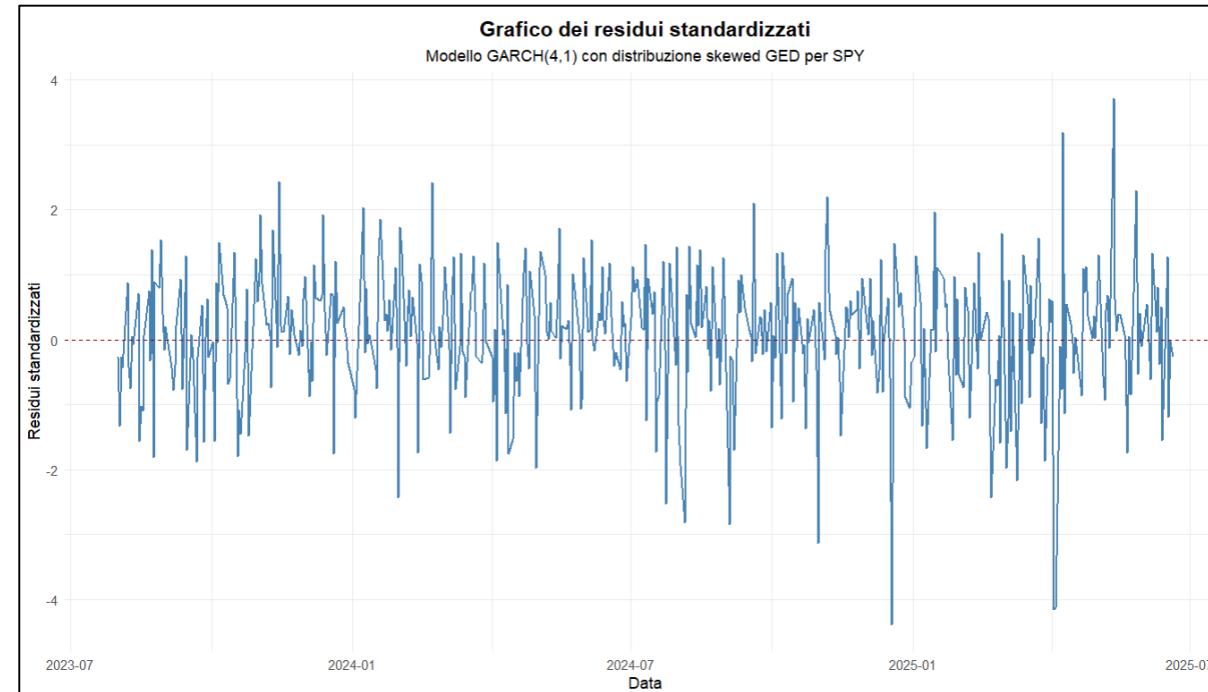
| Test | Statistica | p-value | Compatibilità SGED |
|------|------------|----------|--------------------|
| KS | 4.53E-02 | 2.85E-01 | ✓ |



Esempio (3)

- SPY → GARCH(4,1) sged
 - Stazionarietà
 - KPSS (Level)

| Test | Statistica | p-value | Stazionarietà |
|--------------|------------|---------|---------------|
| KPSS – Level | 1.27E-01 | > 0.10 | ✓ |



Esempio (4)

- SPY → GARCH(4,1) sged
 - Omoschedasticità non condizionata
 - Breusch-Pagan (BP)
 - White (W)

| Test | Statistica | p-value | Eteroschedasticità (non condizionata) |
|------|------------|----------|--|
| BP | 3.55E+00 | 5.96E-02 | ✗ |
| W | 4.33E+00 | 1.15E-01 | ✗ |

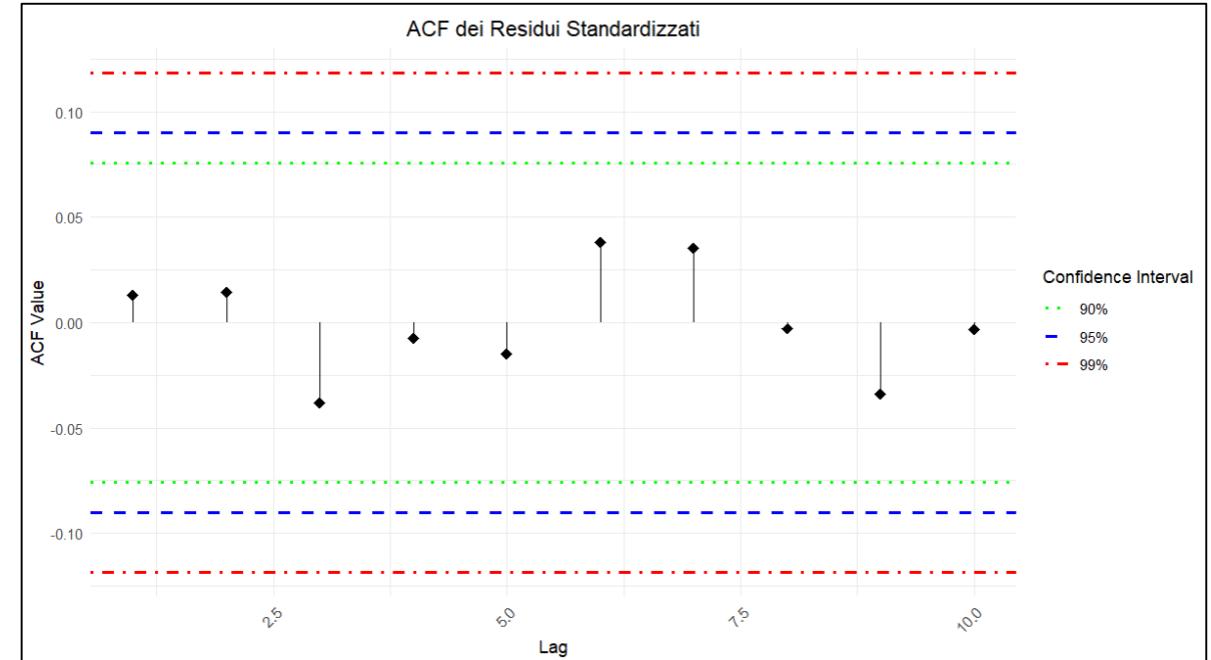
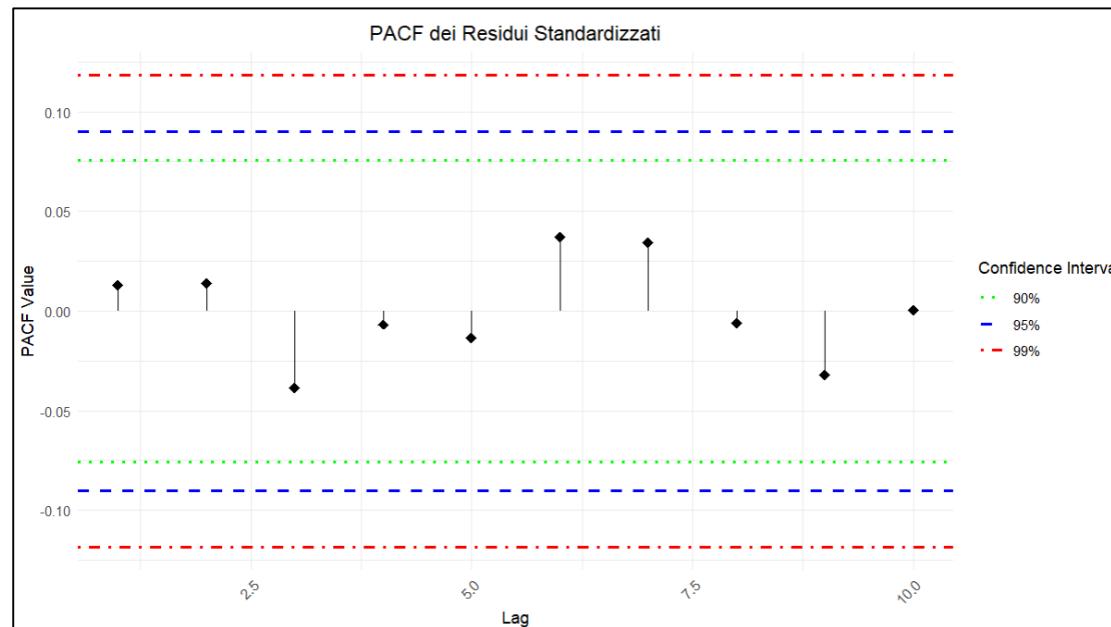
Esempio (5)

- SPY → GARCH(4,1) sged
 - Assenza di autocorrelazione
 - Ljung-Box (LB)

| Lag | LB Statistic | LB p-value | Autocorrelazione |
|-----|--------------|------------|------------------|
| 1 | 0.07871866 | 0.7790414 | ✗ |
| 2 | 0.17531404 | 0.916075 | ✗ |
| 3 | 0.87087404 | 0.8324503 | ✗ |
| 4 | 0.89830913 | 0.9248033 | ✗ |
| 5 | 1.00273746 | 0.9623447 | ✗ |
| 6 | 1.69959742 | 0.9451523 | ✗ |
| 7 | 2.29960107 | 0.941417 | ✗ |
| 8 | 2.30404156 | 0.9702435 | ✗ |
| 9 | 2.85694235 | 0.9696975 | ✗ |
| 10 | 2.86207235 | 0.9844861 | ✗ |

Esempio (6)

- SPY → GARCH(4,1) sged
 - Assenza di autocorrelazione
 - ACF
 - PACF



Esempio (7)

- SPY → GARCH(4,1) sged
 - Assenza di eteroschedasticità condizionata
 - Test ARCH di Engle

| Lag | ARCH Statistic | ARCH p-value | Eteroschedasticità condizionata |
|-----|----------------|--------------|---------------------------------|
| 1 | 5.35E+00 | 2.08E-02 | ✗ |
| 2 | 7.07E+00 | 2.91E-02 | ✗ |
| 3 | 8.30E+00 | 4.02E-02 | ✗ |
| 4 | 1.03E+01 | 3.52E-02 | ✗ |
| 5 | 1.03E+01 | 6.60E-02 | ✗ |

Tasso Risk-Free

- Il test ARCH di Engle ha mostrato una significativa eteroschedasticità nei rendimenti del tasso risk-free (componente deterministica lenta)
- Un modello GARCH *non* è appropriato per una serie priva di dinamiche di volatilità condizionata
- Assunto **costante** nel test set, pari alla media del tasso risk-free osservato nel periodo di training speculare
 - Riflette un valore realistico e coerente con le condizioni di mercato storiche
 - Evita problemi di instabilità dovuti alla modellizzazione diretta del tasso (serie breve, volatilità limitata)

Analisi Multivariata

Dal GARCH al MGARCH

- I modelli GARCH univariati descrivono l'evoluzione della volatilità di un singolo asset nel tempo
- Nella pratica finanziaria, però, gestiamo portafogli di più strumenti (ETF, azioni, valute...)
- Serve quindi un modello che catturi **come le volatilità si muovono insieme e come cambiano le correlazioni tra asset**

☞ **MGARCH (Multivariate GARCH)** risponde a questa esigenza

- VECH (p,q)
- BEKK (1,1,K)
- CCC (Constant Conditional Correlation)
- DCC (Dynamic Conditional Correlation)

Obiettivi del Modello MGARCH

- Analizzare più serie finanziarie contemporaneamente
- Stimare:
 - Varianza condizionata di ciascun asset
 - Covarianza condizionata tra asset diversi
- Matrice H_t = matrice di covarianza condizionata → indica come i rischi si muovono insieme nel tempo
- Scopo principale: prevedere H_t in funzione delle informazioni fino al tempo $t-1$

Struttura Generale MGARCH

- Equazioni di base:

$$\mathbf{r}_t = \boldsymbol{\mu}_t + H_t^{1/2} \mathbf{z}_t = \boldsymbol{\mu}_t + \mathbf{u}_t$$

$$H_t = H(\mathcal{I}_{t-1}; \boldsymbol{\theta}_\sigma)$$

- Dove:

- \mathbf{r}_t è il vettore ($n \times 1$) dei rendimenti al tempo t
- $\boldsymbol{\mu}_t = E[\mathbf{r}_t | \mathcal{I}_{t-1}]$ è il vettore dei rendimenti attesi condizionati
- \mathbf{z}_t è il vettore di innovazioni i.i.d. con $E[\mathbf{z}_t] = 0$ e $\text{Var}(\mathbf{z}_t) = \mathbf{I}$
- H_t è la **matrice di covarianza condizionata** di \mathbf{u}_t , definita positiva
- \mathcal{I}_{t-1} è l'insieme dell'informazione disponibile fino al tempo $t - 1$
- $\boldsymbol{\theta}_\sigma$ è il vettore dei **parametri** che governano la dinamica di H_t

Il Modello DCC (in breve)

- Ottimo compromesso tra **flessibilità** (per le correlazioni temporali) e **parsimonia** (per la struttura computazionale)

$$H_t = D_t R_t D_t$$

- D_t : matrice diagonale delle deviazioni standard condizionate
- R_t : matrice **dinamica** di correlazione condizionale dei rendimenti

$$R_t = \text{diag}(Q_t)^{-1/2} Q_t \text{diag}(Q_t)^{-1/2}$$

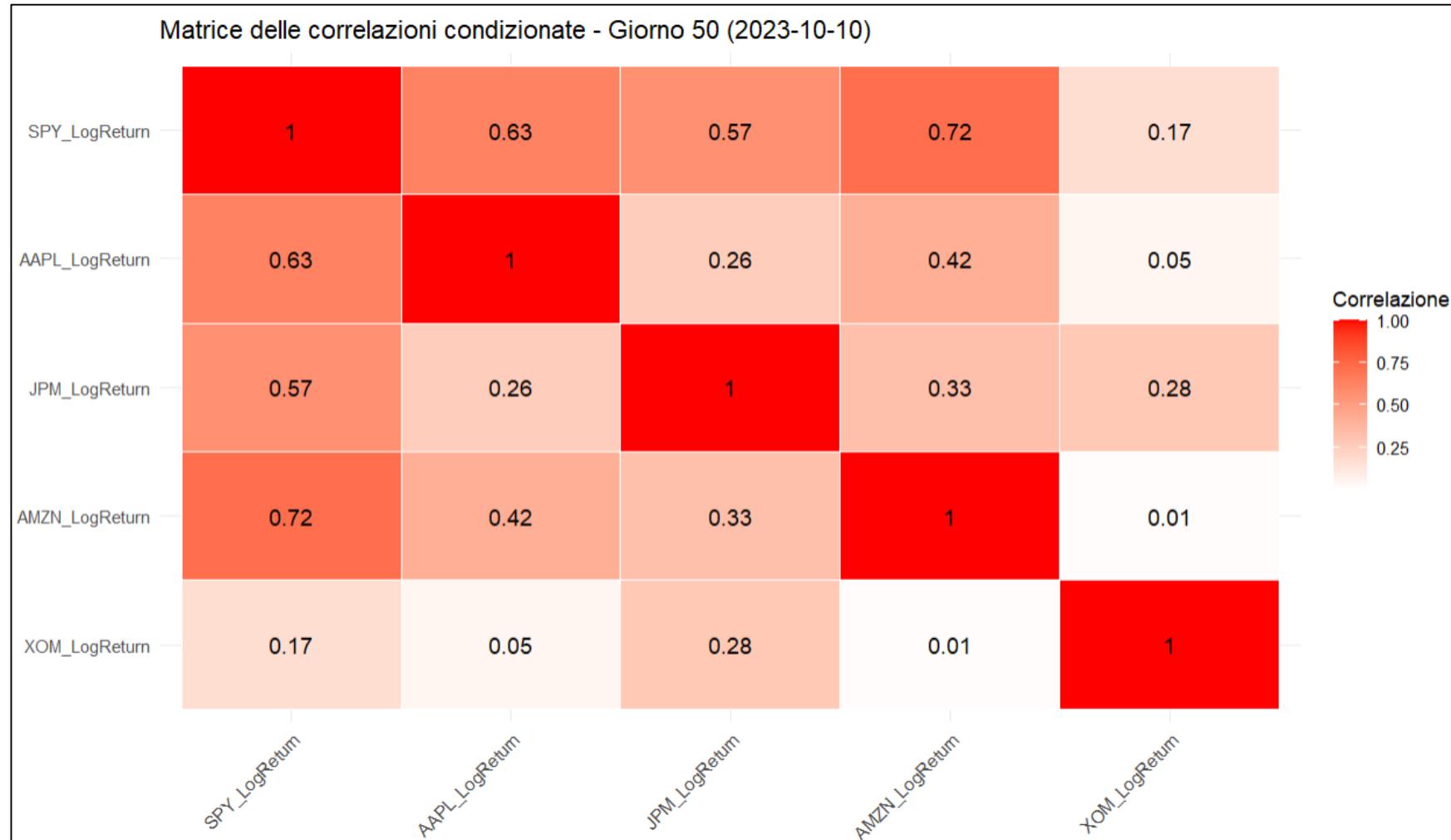
$$Q_t = (1 - a - b)\bar{Q} + az_{t-1}z'_{t-1} + bQ_{t-1}$$

- z_{t-1} : vettore dei residui standardizzati al tempo t-1
- \bar{Q} : matrice attesa di correlazione non condizionata
- a e b : parametri scalari da stimare

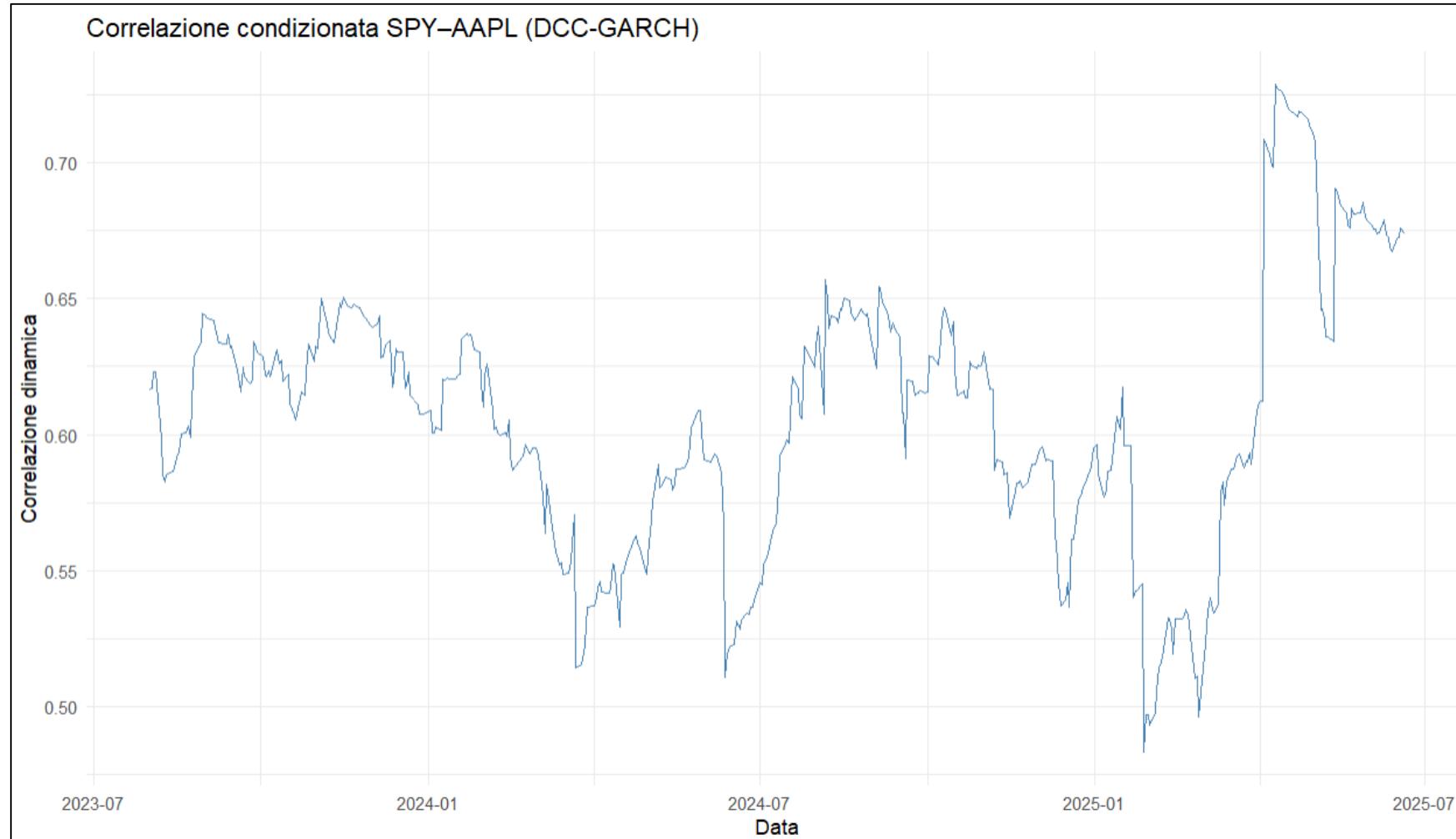
Stima DCC-GARCH

- Specificazione:
 - Modello **DCC(1,1)**
 - Distribuzione multivariata **t-Student**
- Le matrici di covarianza condizionata H_t risultano definite positive per ogni istante (controllo via autovalori)
- Risultato: modello stabile, coerente e adatto per la costruzione di portafogli con varianze dinamiche realistiche
- **Libreria utilizzata:** *rmgarch*

Correlazioni Dinamiche



Correlazioni Dinamiche (2)



Costruzione dei Portafogli e Confronto

Portafoglio Minimo Rischio (MVP)

- Portafoglio che **minimizza la varianza dei rendimenti dei titoli rischiosi**, rispettando la condizione:

$$\sum_i w_i = 1$$

- **Problema di ottimizzazione:**

$$\min \sigma_p^2 = w^\top \Sigma w$$

- w : vettore dei pesi del portafoglio
 - Σ : matrice di covarianza dei rendimenti
 - σ_p^2 : varianza del portafoglio
-
- **Rendimento e rischio di MVP:** $R_{MVP} = \sum_i w_i \mu_i, \quad \sigma_{MVP} = \sqrt{w^\top \Sigma w}$

MVP: Portafoglio Titoli – Benchmark SPY

Portafoglio Titoli

| Asset | Peso (w) |
|-------|-----------|
| AAPL | 0.2098855 |
| JPM | 0.1871487 |
| AMZN | 0.1388887 |
| XOM | 0.4640771 |

Rendimento atteso annualizzato: 12.9347
Volatilità annualizzata: 1.0564

Benchmark

| Asset | Peso (w) |
|-------|----------|
| SPY | 0 |

Rendimento atteso annualizzato: 4.284167
Volatilità annualizzata: 0

Portafoglio Tangente (TP)

- Portafoglio che massimizza lo **Sharpe Ratio**, cioè il rendimento in eccesso per unità di rischio

$$\text{Sharpe Ratio} = \frac{E[R_p] - R_f}{\sigma_p}$$

- $E[R_p]$: rendimento atteso del portafoglio calcolato sui titoli rischiosi
 - R_f : tasso privo di rischio
 - σ_p : volatilità del portafoglio
-
- Portafoglio tangente w^* risolve:

$$w^* \propto \Sigma^{-1}(\mu - R_f \mathbf{1})$$

- μ : vettore dei rendimenti attesi annualizzati

TP: Portafoglio Titoli – Benchmark SPY

Portafoglio Titoli

| Asset | Peso (w) |
|-------|------------|
| AAPL | -0.6718629 |
| JPM | 1.4432849 |
| AMZN | 0.5217984 |
| XOM | -0.2932204 |

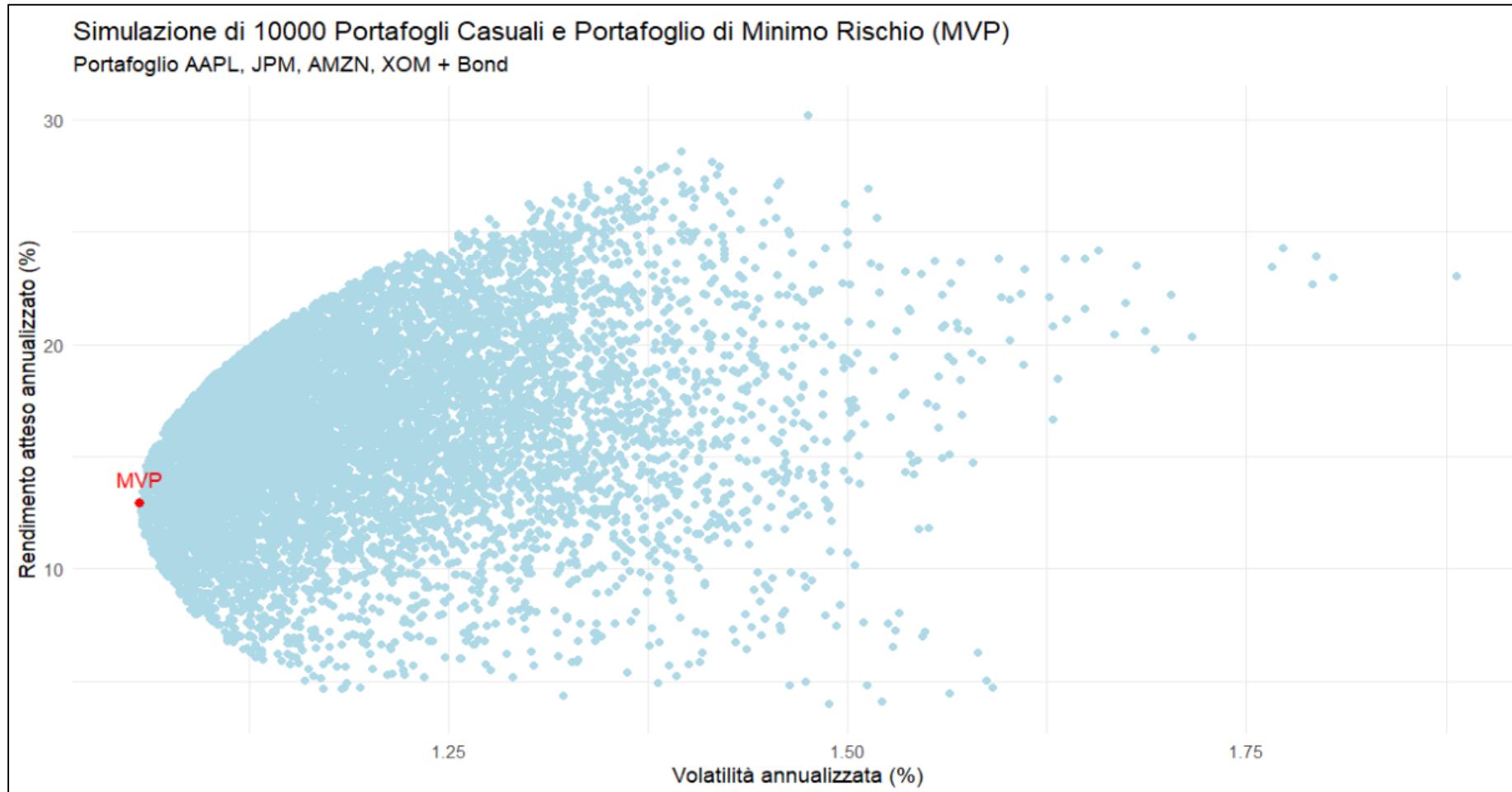
Rendimento: 54.7581
Volatilità: 2.5518
Sharpe: 19.7798

Benchmark

| Asset | Peso (w) |
|-------|----------|
| SPY | 1 |

Rendimento: 15.2087
Volatilità: 14.9225
Sharpe: 0.7321

Simulazione Portafogli Casuali



Frontiera Efficiente (EF)

- Insieme dei portafogli ottimali che **minimizzano il rischio per un dato livello di rendimento atteso**

$$\min w^\top \Sigma w \quad \text{s.t.} \quad \sum_i w_i = 1, \quad w^\top \mu = R_{\text{target}}$$

- La frontiera efficiente è la **curva superiore della nuvola di portafogli**
- Mostra il trade-off rischio-rendimento

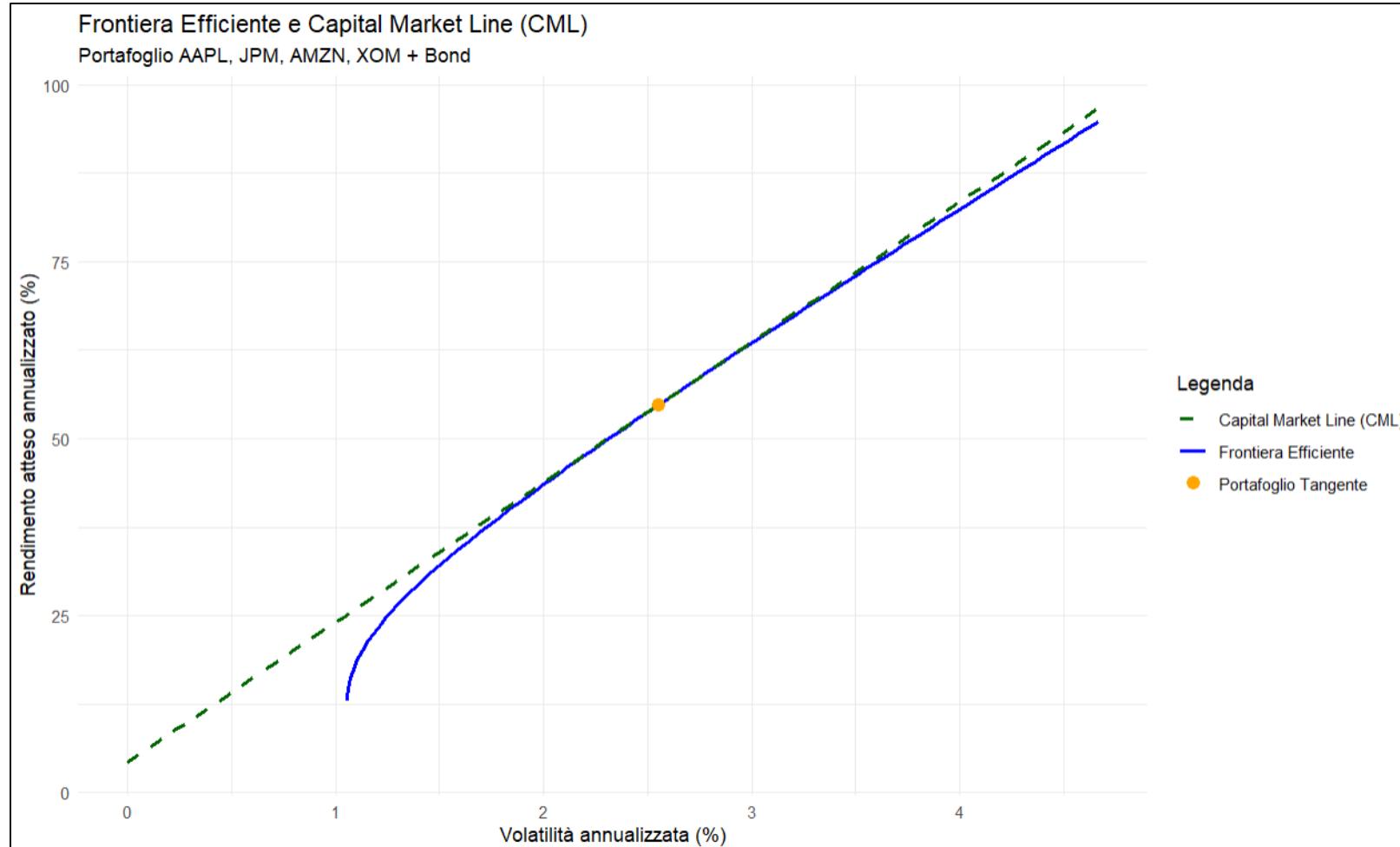
Capital Market Line (CML)

- Combinazioni ottimali tra portafoglio tangente e asset privo di rischio

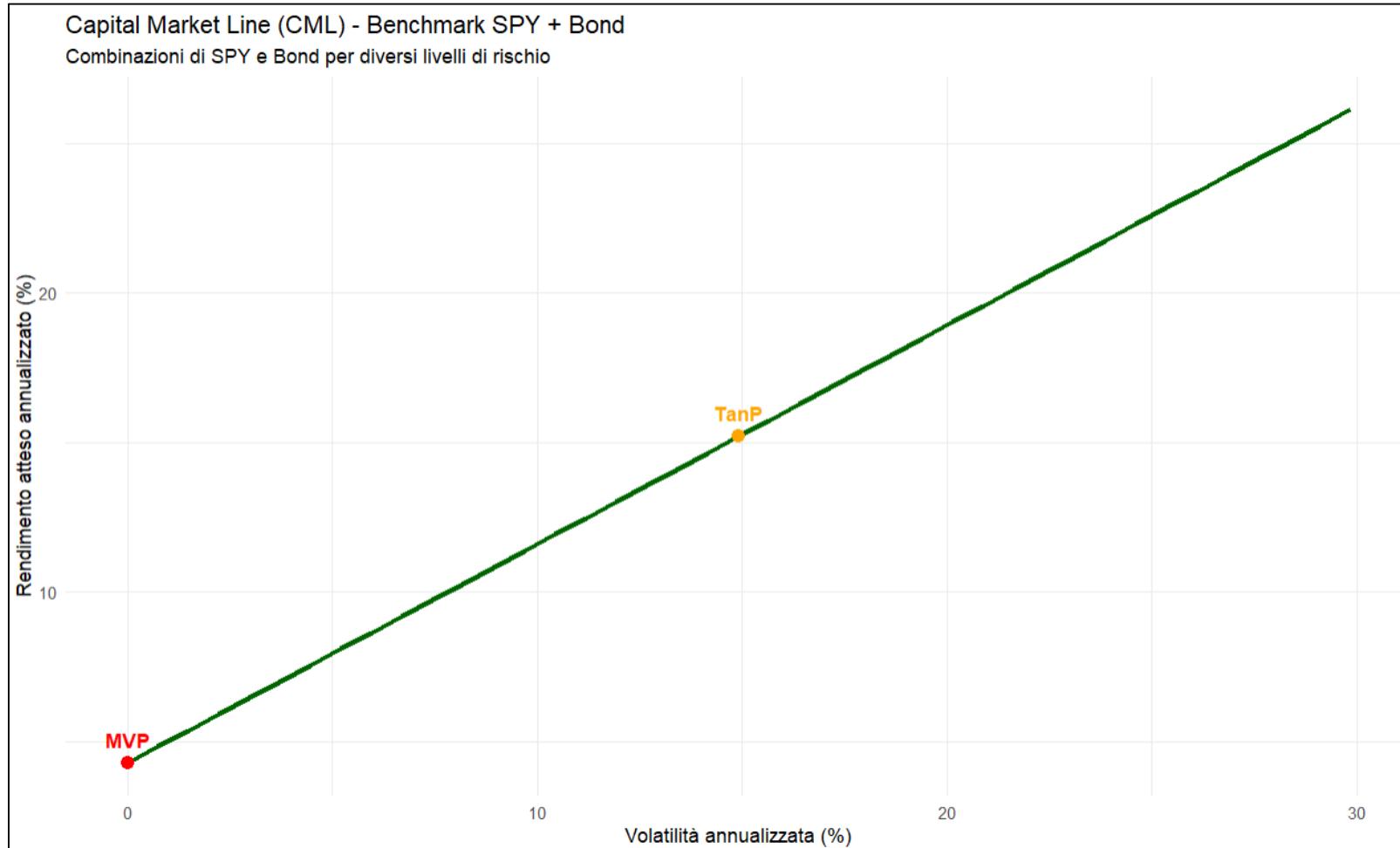
$$E[R_c] = R_f + \frac{E[R_T] - R_f}{\sigma_T} \cdot \sigma_c$$

- $E[R_c]$: rendimento portafoglio combinato
 - σ_c : rischio portafoglio combinato
 - $E[R_T]$: rendimento portafoglio tangente
 - σ_T : rischio portafoglio tangente
-
- La CML parte dal risk-free rate e tocca il portafoglio tangente

EF & CML: Portafoglio Titoli



EF & CML: Benchmark SPY



Confronto Performance

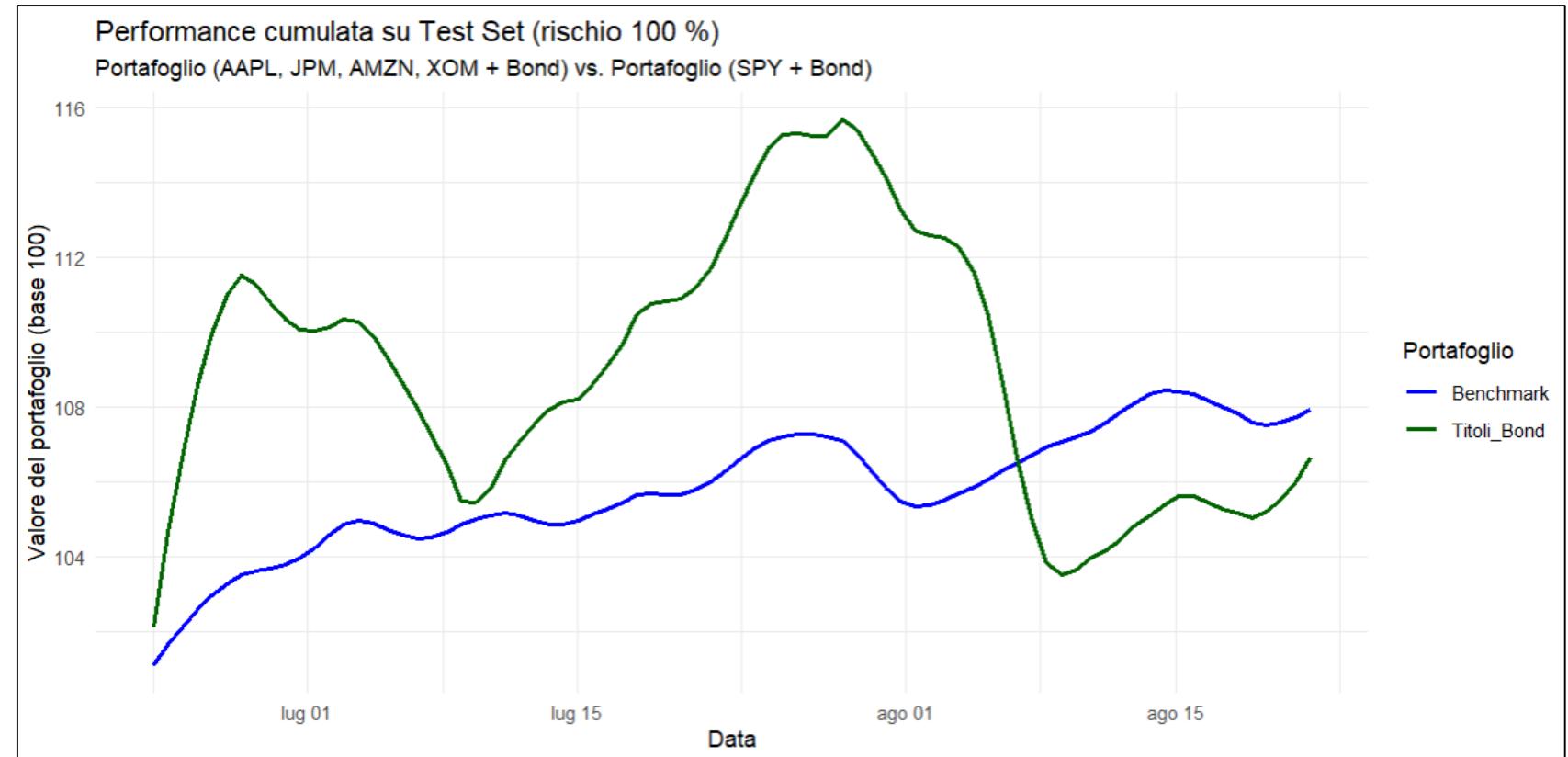
- Effettuato sul periodo di **test** (23/06/2025 → 22/08/2025)
- I portafogli combinano una componente rischiosa e una risk-free

$$R_p = y \cdot R_{rischioso} + (1 - y) \cdot R_f$$

- $y \in \{1, 0.5, 0.25\}$
- Per il portafoglio dei titoli, la componente rischiosa è costruita utilizzando i pesi del **portafoglio tangente**
- Metriche:
 - Rendimento
 - Volatilità
 - Sharpe Ratio

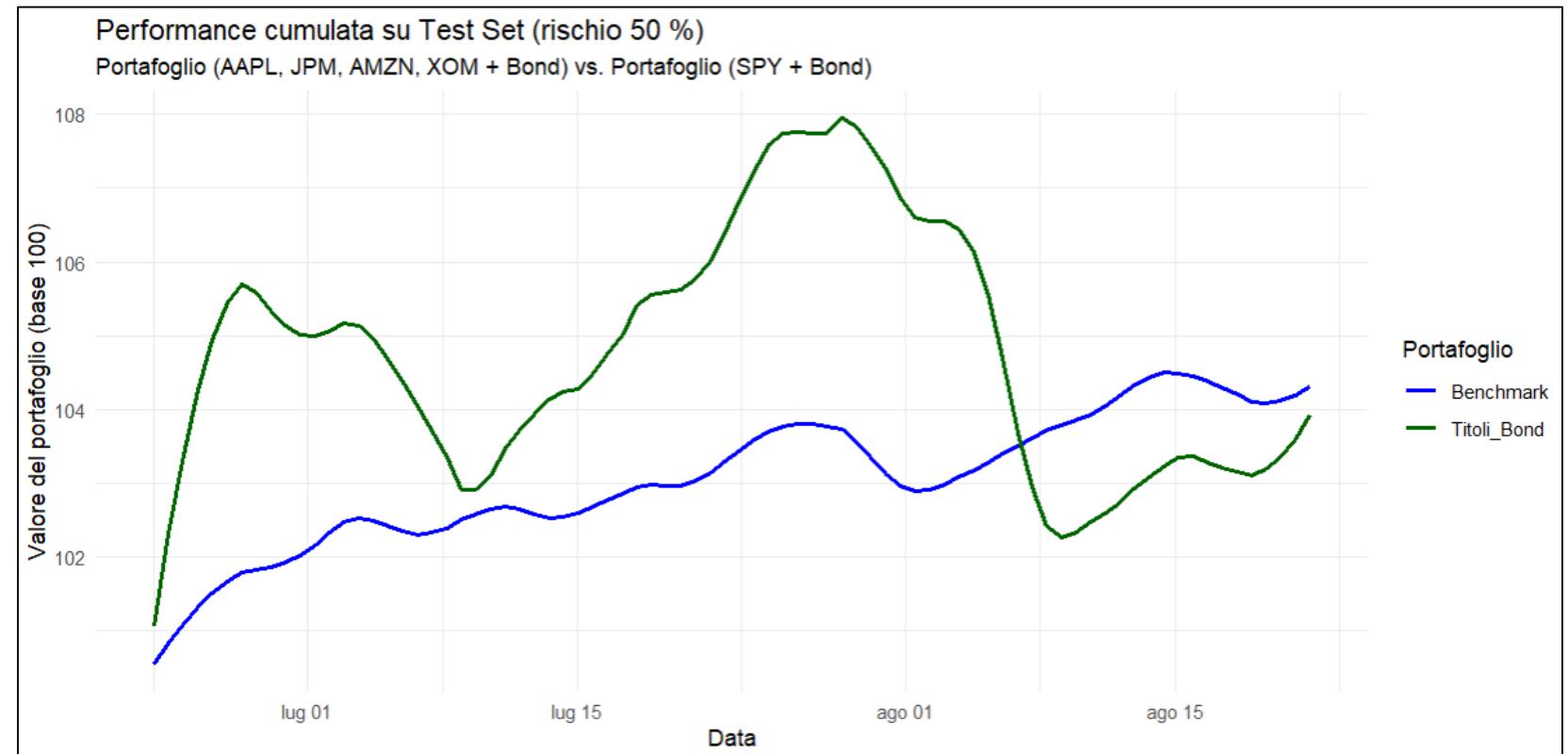
Portafoglio Pienamente Rischioso ($\gamma = 1$)

| Metrica | Portafoglio Titoli | Benchmark SPY |
|------------|--------------------|---------------|
| Rendimento | 46.4009 | 46.9941 |
| Volatilità | 34.4267 | 9.7153 |
| Sharpe | 1.2234 | 4.3961 |



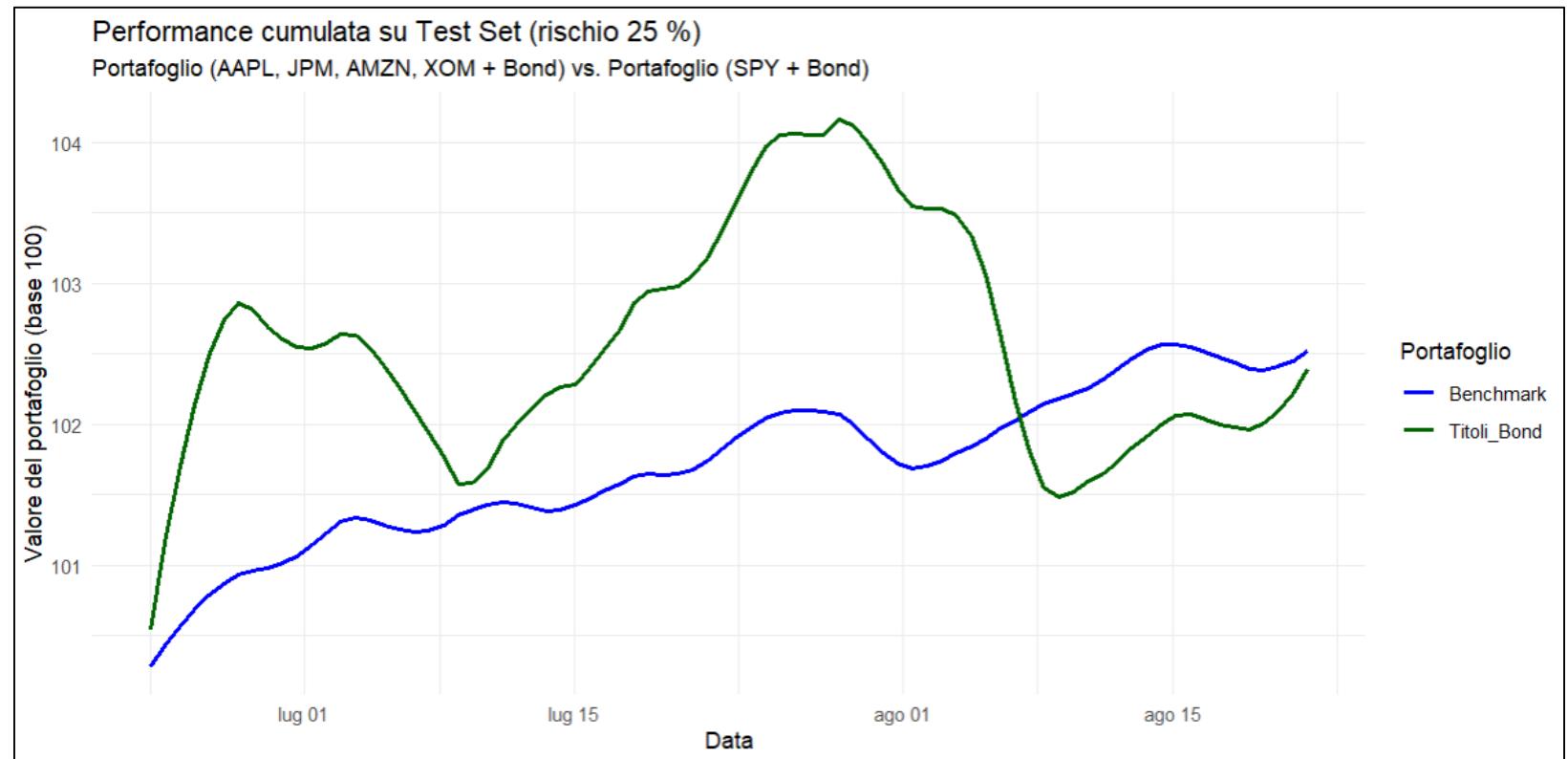
Portafoglio Bilanciato ($\gamma = 0.5$)

| Metrica | Portafoglio Titoli | Benchmark SPY |
|------------|-----------------------|------------------|
| Rendimento | 25.3425 | 25.6392 |
| Volatilità | 17.2133 | 4.8577 |
| Sharpe | 1.2234 | 4.3961 |



Portafoglio Prudente ($\gamma = 0.25$)

| Metrica | Portafoglio Titoli | Benchmark SPY |
|------------|--------------------|---------------|
| Rendimento | 14.8133 | 14.9617 |
| Volatilità | 8.6067 | 2.4288 |
| Sharpe | 1.2234 | 4.3961 |



Riferimenti

- Marchese, M. (2015, June), **GARCH models** [Lecture slides], CIDE–Bertinoro Course for PhD students, Università degli Studi di Genova
- Zhu, W. (n.d.), **ARCH/GARCH models** [Lecture slides]
- Ghalanos, A. (2023, September 19), **Introduction to the rugarch package.** (Version 1.4-3)
- Marchese, M. (2015, June), **Multivariate GARCH models** [Lecture slides], CIDE–Bertinoro Course for PhD students, Università degli Studi di Genova
- Ghalanos, A. (2022, February 4), **The rmgarch models: Background and properties** (Version 1.3-0)
- Basili, M. (2025), **mpsmf-progetto-2024_25** [Repository GitHub del progetto], disponibile su https://github.com/MatteoBasili/mpsmf-progetto-2024_25