Lezione 9 02/11/2023

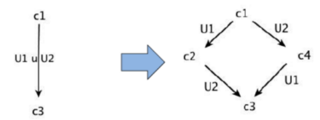
Dyamond property

Se esiste questo sottografo, allora esistono anche quelli

Sia $\Sigma = (B, E, F; c_{in})$ un sistema elementare, $CG_\Sigma = (C_\Sigma, U_\Sigma, A, c_{in})$ il suo grafi dei casi, $U_1, U_2 \in U_\Sigma$: $U_1 \cap U_2 = \emptyset$, $U_1 \neq \emptyset$, $U_2 \neq \emptyset$, e $c_1, c_2, c_3, c_4 \in C_\Sigma$, allora vale:

1)

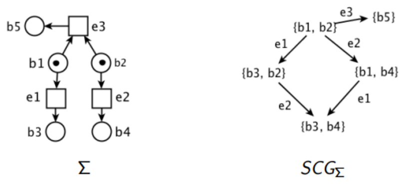
2)



Se ci sono gli archi a sinistra, allora ci sono sicuramente anche quelli a destra.

(skippo le dimostrazioni)

Il **grafo dei casi sequenziale** di $\Sigma = (B, E, F; c_{in})$ è $SCG_\Sigma = (C_\Sigma, E, A, c_{in})$ dove:
$A = \{(c, e, c') \mid c, c' \in C_\Sigma,\ e \in E:\ c[e > c'\}$



Qui quindi potrei aggiungere un arco da {b1, b2} a {b3, b4} dato dalla somma degli eventi, ovvero e1 u e2.

Questo funziona nei sistemi elementari.

Due sistemi Σ_1 e Σ_2 sono **equivalenti** se e solo se hanno grafi dei casi sequenziali (e quindi anche grafi dei casi) **isomorfi**.

Il problema della sintesi

Dato un sistema di transizioni etichettato $A = (S, \mathbf{E}, T, s_0)$,

stabilire se esiste un sistema elementare $\Sigma = (B, \mathbf{E}, F; c_{in})$ tale che:

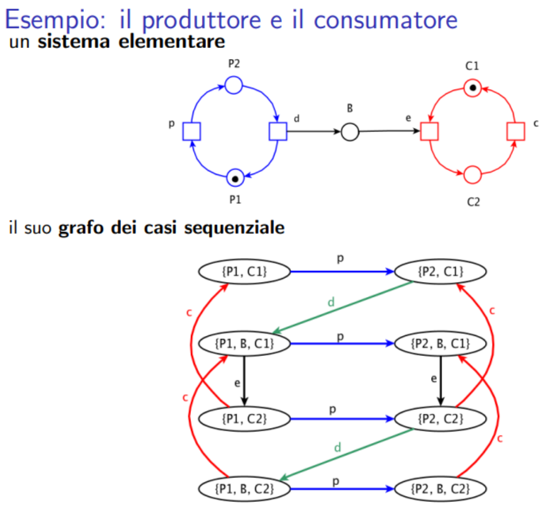
il suo grafo dei casi SCG_Σ sia **isomorfo** ad A.

e, in caso affermativo, costruire Σ.

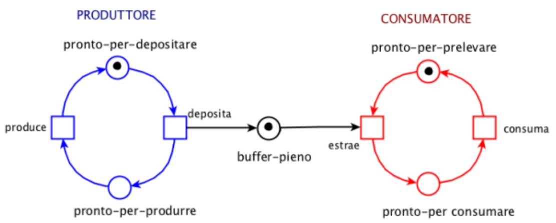
Ho un sistema di transizioni etichettato, quindi un insieme di stati, transizioni, etichette e uno stato iniziale. Mi domando se esiste un sistema elementare tale per cui il suo grafo dei casi risulta isomorfo al sistema di transizioni.

Il problema è stato risolto con la teoria delle regioni (non lo vedremo). Tra gli assiomi che il sistema di transizioni deve soddisfare c'è la dyamond property.

Contatti



Qui mancano tutte le diagonali, per esempio (p,e) da {P1, B, C1} e (p,c) da {P1, C2}.

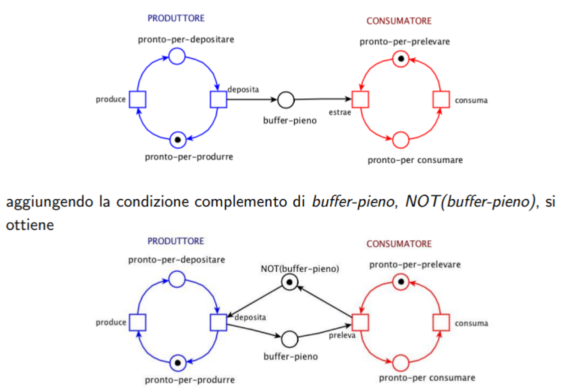


In {P2, B, C1} abbiamo che d non è abilitato.

Sia $\Sigma = (B, E, F; c_{in})$ un sistema elementare, $e \in E$, $c \in C_\Sigma$; (e, c) è un **contatto** sse:

$$^{\bullet}e \subseteq c \ \wedge \ e^{\bullet} \cap c \neq \emptyset$$

Ha le pre vere ma anche una post che è vera quindi non può ne depositare ne estrarre.



Questa condizione era già espressa. Questa è la condizione complemento. Se aggiungo le condizioni complemento io vado a rimuovere i contatti. Non succederà mai più che avrò le pre condizioni tutte vere e anche qualche post condizione vera.

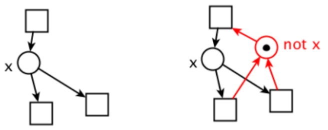
Un sistema elementare $\Sigma = (B, E, F; c_{in})$ è **senza contatti** sse

$$\forall e \in E, \forall c \in C_\Sigma \quad {}^\bullet e \subseteq c \Rightarrow e^\bullet \cap c = \emptyset$$

E' possibile trasformare un sistema elementare Σ con contatti in un sistema elementare Σ' che sia senza contatti, senza modificarne il comportamento **?**

SI': aggiungendo a Σ il **complemento** di ogni condizione si ottiene un sistema Σ' con grafo dei casi isomorfo a quello di Σ.

CG_Σ isomorfo a $CG_{\Sigma'}$



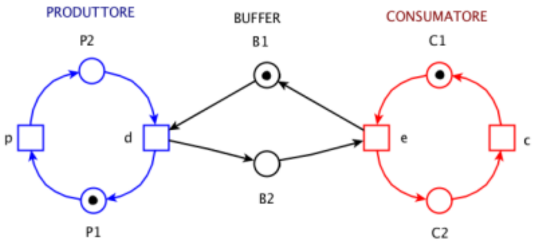
Se tutte le precondizioni sono vere allora tutte le post condizioni sono false. Quindi la regola di scatto è semplificata.

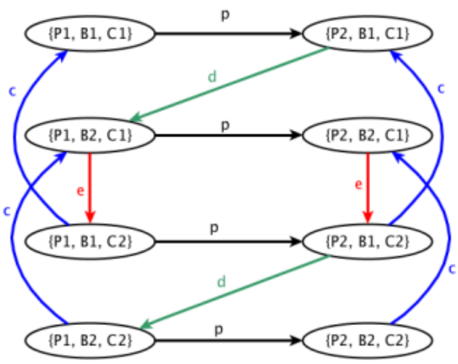
Quindi se un sistema elementare Σ è *senza contatti* allora per verificare che un evento e sia *abilitato* in un caso raggiungibile c è sufficiente verificare che le precondizioni di e siano vere:

$$c[e> \quad \text{sse} \quad {}^\bullet e \subseteq c$$

c può fare l'evento e se le pre condizioni sono vere.

Quindi il sistema "produttore e consumatore" senza contatti diventa così:





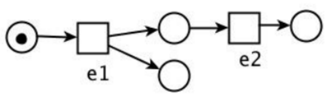
Situazioni fondamentali

situazioni fondamentali: sequenza

Sia $\Sigma = (B, E, F; c_{in})$ un sistema elementare, $c \in C_\Sigma$, $e_1 . e_2 \in E$

- e_1 ed e_2 sono in **sequenza** in c sse

$$c[e_1> \ \wedge \ \neg c[e_2> \ \wedge \ c[e_1 e_2> \ \ (c[e_1> c'[e_2>)$$

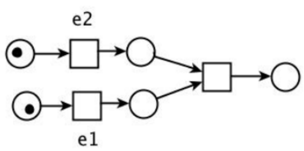


(c'è una relazione di **dipendenza causale** tra e_1 ed e_2)

situazioni fondamentali: concorrenza

Sia $\Sigma = (B, E, F; c_{in})$ un sistema elementare, $c \in C_\Sigma$, $e_1, e_2 \in E$

- e_1 e e_2 sono **concorrenti** in c sse $c[\{e_1, e_2\}>$

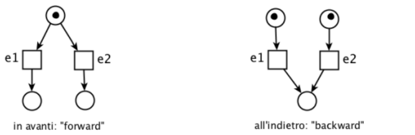


(in modo equivalente, sse
e_1 e e_2 sono *indipendenti* ed entrambi *abilitati* in c)

situazioni fondamentali: conflitto

Sia $\Sigma = (B, E, F; c_{in})$ un sistema elementare, $c \in C_\Sigma$, $e_1.e_2 \in E$

- e_1 e e_2 sono in **conflitto** in c sse $c[e_1 > \ \wedge \ c[e_2 > \ \wedge \ \neg c[\{e_1, e_2\} >$
(sono entrambi abilitati ma l'occorrenza di uno disabilita l'altro)



non è specificato se scatterà e_1 o e_2

non determinismo

situazioni fondamentali: conflitto

Sia $\Sigma = (B, E, F; c_{in})$ un sistema elementare, $c \in C_\Sigma$, $e_1.e_2 \in E$

- e_1 e e_2 sono in **conflitto** in c sse $c[e_1 > \ \wedge \ c[e_2 > \ \wedge \ \neg c[\{e_1, e_2\} >$
(sono entrambi abilitati ma l'occorrenza di uno disabilita l'altro)

consideriamo adesso queste due configurazioni

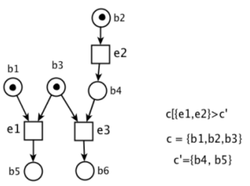
cosa è successo?

l'ambiente fornisce/riceve 'informazione' sulla soluzione del conflitto

Due eventi sono in conflitto se sono entrambi abilitati ma l'occorrenza di uno disabilita l'altro.

situazioni fondamentali: confusione1

una 'mistura' di concorrenza e conflitto



c[{e1,e2}>c'

c = {b1,b2,b3}

c'={b4, b5}

nell'esecuzione di $c[\{e_1, e_2\} > c'$ è stato risolto un conflitto?

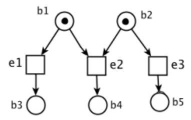
Ci sono due possibilità, entrambe amissibili:
1) occorre prima e_1 senza essere in conflitto
2) occorre prima e_2 e poi il conflitto tra e_1 e e_3 viene risolto a favore di e_1

$\Rightarrow$ CONFUSIONE

non è possibile stabilire oggettivamente se è stato risolto un conflitto

situazioni fondamentali: confusione2

un altro esempio di confusione



c[{e1,e3}>c'

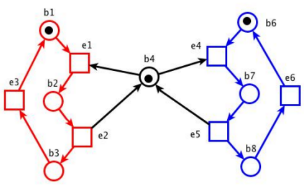
c = {b1, b2}

c'={b3, b5}

nell'esecuzione di $c[\{e_1, e_3\} > c'$ non è possibile stabilire se è stato risolto un conflitto tra e_1 ed e_2 oppure tra e_3 ed e_2.

Chi ha deciso? Chi ha la responsabilità di decidere?
In situazioni di confusione non è chiaramente specificato questo aspetto

esempio: mutua esclusione

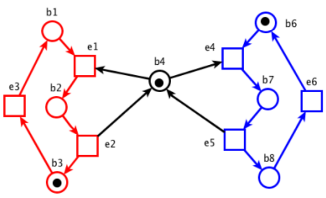


b_4 risorsa libera
b_2, b_7 risorsa in uso
e_1, e_4 acquisizione della risorsa
e_2, e_5 rilascio della risorsa

in nessun caso raggiungibile le condizioni b_2 e b_7 sono entrambe marcate.

e_1 e e_4 sono in **conflitto**

esempio: mutua esclusione



b_4 risorsa libera
b_2, b_7 risorsa in uso
e_1, e_4 acquisizione della risorsa
e_2, e_5 rilascio della risorsa

in nessun caso raggiungibile le condizioni b_2 e b_7 sono entrambe marcate.

(e_1 e e_4 sono in **conflitto** in $\{b_1, b_4, b_6\}$)

$\{b_3, b_4, b_6\}[\{e_3, e_4\} > \{b_1, b_7\}$ è stato risolto il conflitto ?

confusione

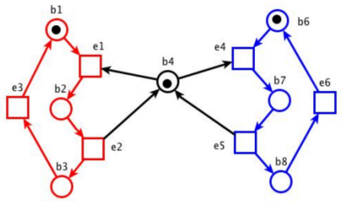
Sottoreti

Siano $N = (B, E, F)$ e $N_1 = (B_1, E_1, F_1)$ due reti elementari

- $N_1 = (B_1, E_1, F_1)$ è **sottorete** di $N = (B, E, F)$ sse:
  - $B_1 \subseteq B$;
  - $E_1 \subseteq E$;
  - $F_1 = F \cap [(B_1 \times E_1) \cup (E_1 \times B_1)]$.
- $N_1 = (B_1, E_1, F_1)$ è la **sottorete generata da** B_1 sse:
  - $B_1 \subseteq B$;
  - $E_1 = {}^\bullet B_1 \cup B_1{}^\bullet$;
  - $F_1 = F \cap [(B_1 \times E_1) \cup (E_1 \times B_1)]$.
- $N_1 = (B_1, E_1, F_1)$ è la **sottorete generata da** E_1 sse:
  - $B_1 = {}^\bullet E_1 \cup E_1{}^\bullet$;
  - $E_1 \subseteq E$;
  - $F_1 = F \cap [(B_1 \times E_1) \cup (E_1 \times B_1)]$.

La seconda e la terza sono sottoreti generate da una serie di condizioni o di eventi.

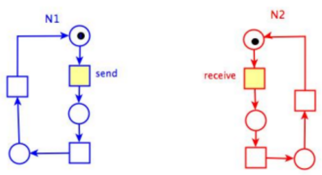
esempio: sottorete della mutua esclusione



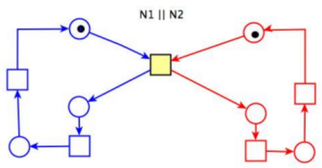
- $N' = (\{b_1, b_2, b_3\}, \{e_1, e_2, e_3\}, F')$ è la sottorete generata dal sottoinsieme di condizioni $B' = \{b_1, b_2, b_3\}$;
- $N' = (\{b_6, b_7, b_8\}, \{e_4, e_5, e_6\}, F')$ è la sottorete generata dal sottoinsieme di condizioni $B' = \{b_6, b_7, b_8\}$;
- $N' = (\{b_2, b_4, b_7\}, \{e_1, e_2, e_4, e_5\}, F')$ è la sottorete generata dal sottoinsieme di condizioni $B' = \{b_2, b_4, b_7\}$;
- $N' = (\{b_1, b_2, b_3, b_4\}, \{e_1, e_2, e_3\}, F')$ è la sottorete generata dal sottoinsieme di eventi $E' = \{e_1, e_2, e_3\}$.

Composizioni per reti di Petri

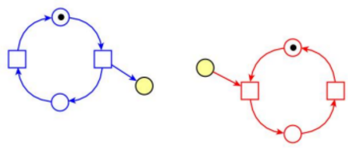
Composizione sincrona ||



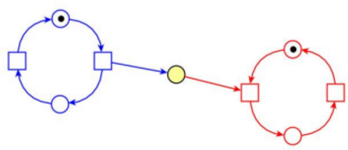
identificazione di transizioni (sincronizzazione)



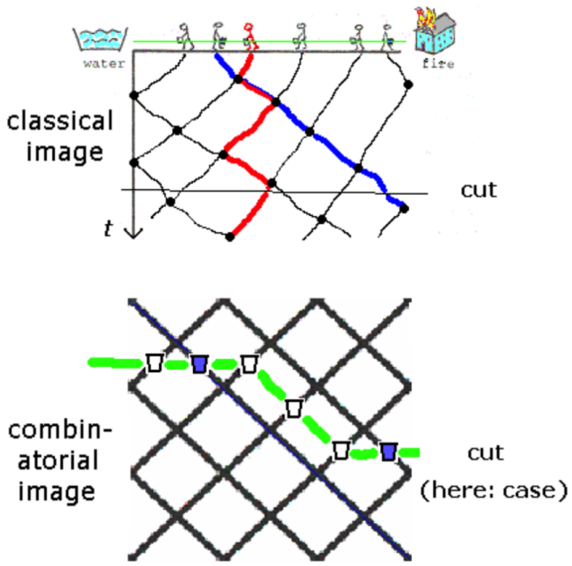
Composizione Asincrona

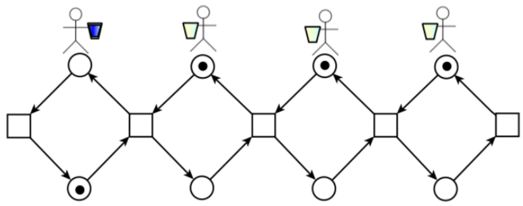


identificazione di posti (canali di comunicazione)

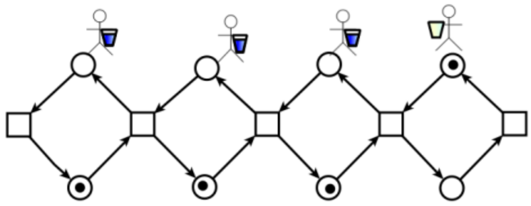


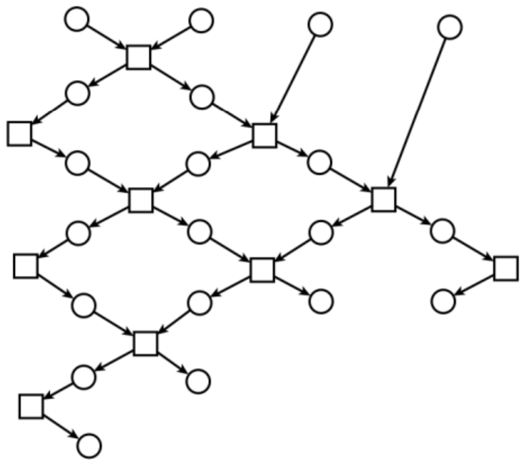
I processi non sequenziali



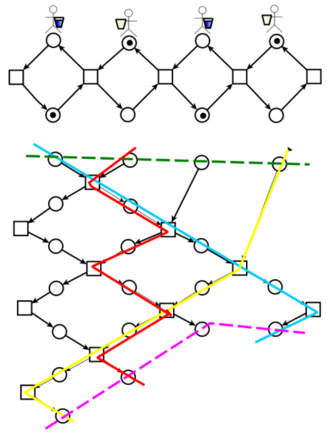


Modellato secondo la rete di Petri, questo è il processo anti-incendio.





Registro l’occorrenza degli eventi man mano.



Storia del secchio pieno che va avanti e del secchio vuoto che torna indietro. Oppure quella dell'omino rosso che continua a scambiare i secchi.

Le linee continue sono un cammino orientato. C'è quindi una dipendenza causale tra queste condizioni.

Le linee tratteggiate rappresentano condizioni che possono essere concorrentemente vere.

Rete causale

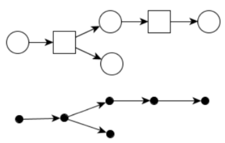
$N = (B, E, F)$ rete causale (rete di occorrenze senza conflitti)

(i) $\forall b \in B : |{}^\bullet b| \le 1 \;\wedge\; |b^\bullet| \le 1$: NO CONFLITTI
(ii) $\forall x, y \in B \cup E : (x,y) \in F^+ \Rightarrow (y,x) \notin F^+$: NO CICLI
(iii) $\forall e \in E : \{x \in B \cup E \mid xF^*e\}$ è FINITO

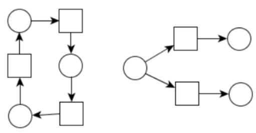
(La rete può essere **infinita**)
Ad una rete causale è possibile associare un ordine parziale

$$(X, \le) = (B \cup E, F^*)$$

rete causale



e ordine parziale associato



NO, **non** sono reti causali

Se io prendo un evento, il suo passato è finito.

Il suo futuro può essere infinito.

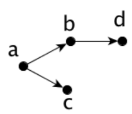
Posso quindi associarci un ordine parziale, facendo la chiusura riflessiva e transitiva.

Il cammino deve quindi essere orientato. Non ci possono essere cicli o conflitti.

reti causali e ordini parziali : relazioni

Sia $N = (B, E, F)$ una **rete causale** e $(X, \le)$ l'**ordine parziale** associato ($X = (B \cup E)$ e $\le\; = F^*$), allora

- $x, y \in X$: x, y elementi che occorrono nella storia di X
- $x \le y$: x causa y,
- x **li** y : $x \le y$ or $y \le x$ - x e y sono causalmente dipendenti
- x **co** y : **not**$(x < y)$ and **not**$(y < x)$ - x e y sono causalmente indipendenti



- b **co** c , c **co** d ma not(b **co** d)
- c **li** a , a **li** d ma not(c **li** d)
- **li** e **co** *simmetriche*
- **li** e **co** **non transitive**
- **li** e **co** *riflessive*

(secondo punto) Se c'è un cammino che li collega, allora uno dipende causalmente dall'altro.

(terzo punto) Se c'è una relazione d'ordine tra x e y allora dico che sono causalmente dipendenti.

(quarto punto) Se non c'è una relazione d'ordine tra x e y (not(x>y)) allora sono causalmente indipendenti.

$N = (B, E, F)$ rete causale, $(X = B \cup E, \leq)$ ordine parziale

- $C \subseteq X$ co-set sse $\forall x, y \in C : x$ **co** y
- $C \subseteq X$ taglio sse co-set massimale $(\forall z \in X \setminus C\ \exists v \in C : z$ **li** $v)$
- $L \subseteq X$ li-set sse $\forall x, y \in L : x$ **li** y
- $L \subseteq X$ linea sse li-set massimale $(\forall z \in X \setminus L\ \exists v \in L : z$ **co** $v)$

NOTA
In un **co**-set la relazione **co** è **transitiva**;
in un **li**-set la relazione **li** è **transitiva**.

Un taglio $C \subseteq X$ è detto B-taglio se $C \subseteq B$.

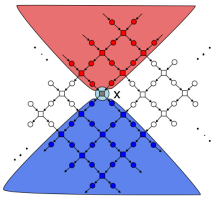
c è un coset se per ogni coppia di elementi sono in relazione co (causalmente indipendenti).

un taglio è un insieme dove tutti gli elementi sono in relazione co, e non se ne possono aggiungere altri.

è un li-set se ogni coppia è in relazione, cioè sono causalmente dipendenti.

una linea è un insieme dove tutti gli elementi sono in relazione li e non se ne possono aggiungere altri, fanno già tutti parte della linea.

$N = (B, E, F)$ rete causale
$x \in X$, past(x) e future(x)



Dato un elemento posso vedere il suo passato e il suo futuro.