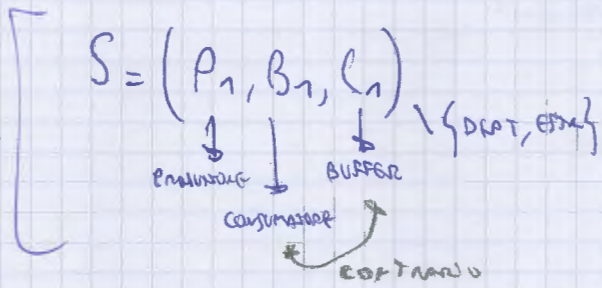


Exercise 2.10

CONSUMER

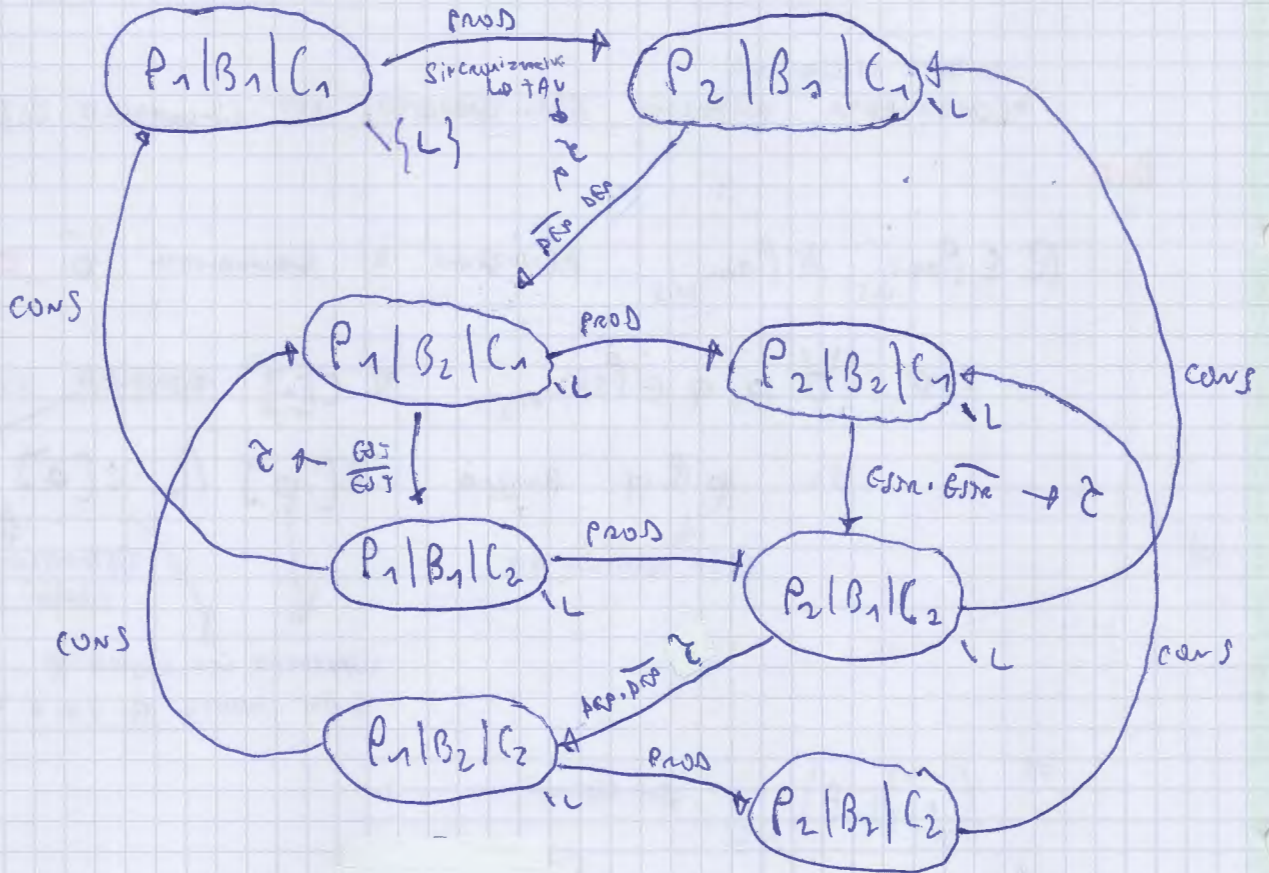


$$P_1 = PROD.P_2, P_2 = \overline{PROD}.P_1$$

$$C_1 = \overline{CONS}.C_2, C_2 = CONS.C_1$$

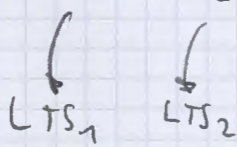
$$B_1 = \overline{PROD}.B_2, B_2 = \overline{CONS}.B_1$$

$$L = \{PROD, CONS\}$$



↓ SOMO PROCESSI

$S_1 \sim S_2$ *vuole sostituire*



α \times

SSO \rightarrow se sono isomorfi allora posso sostituire S_1 con S_2 o viceversa

$LTS_1 = (Q_1, E_1, T_1, q_{0,1})$

$LTS_2 = (Q_2, E_2, T_2, q_{0,2})$

LTS_1 è **ISOMORFO** A LTS_2 Sse

$\exists \alpha: Q_1 \rightarrow Q_2$

ovvero α mappa dagli stati del primo sistema a quelli del secondo
corrispondenza biunivoca

$\exists \beta: E_1 \rightarrow E_2$

ovvero β mappa dagli eventi del primo sistema a quelli del secondo

t.c. $\alpha(q_{0,1}) = q_{0,2}$

L'immagine dello stato iniziale di S_1 coincide
allo stato iniziale del secondo

$\forall (q_1, a, q_1') \in T_1 \quad (\alpha(q_1), \beta(a), \alpha(q_1')) \in T_2$

Per ogni coppia di stati di S_1 tra cui esiste un arco etichettato a
vale che esiste un arco etichettato con l'immagine di a in S_2 che va dall'immagine
del primo stato considerato del primo sistema all'immagine del secondo stato considerato del
secondo sistema
Quindi def. è un po' troppo forte perché S_1 e S_2 sono uguali *secondo sistema è viceversa*
seguenti azioni \rightarrow troppo restrittivo \rightarrow fanno gli stessi passi

Tracce di P $= \{ w \in A_{CT}^* \mid \exists p' \in Proc_{ces} : p \xrightarrow{w} p' \}$

se $p, p' \in Proc_{ces}$ $p \xrightarrow{w} p'$ se $w = \epsilon$ $p = p'$
se $w = x_1, x_2, \dots, x_n$

$\exists p_1', p_2', \dots, p_n' \in Proc_{ces}$
 $p \xrightarrow{x_1} p_1' \xrightarrow{x_2} p_2' \rightarrow \dots \rightarrow p_n' = p'$

canoni

$p_1 \overset{T}{\sim} p_2$ sse $Tracce(p_1) = Tracce(p_2)$

EQUIVALENZA RISPETTO ALLE TRACCE PER $Proc \in Proc_{ces}$

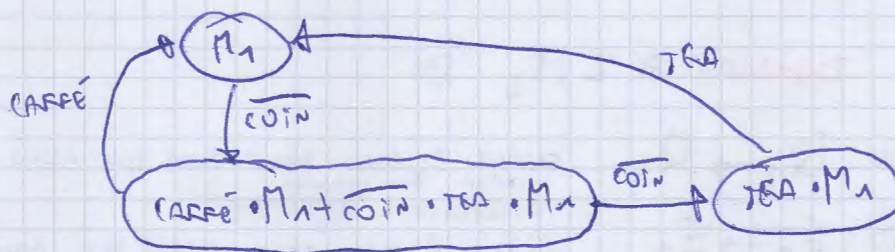
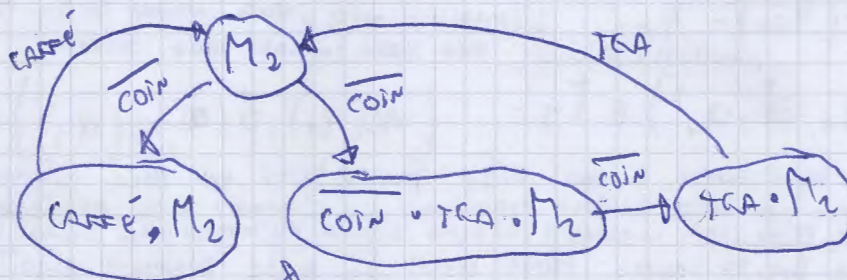
esercizio

$$U_{ni} = (M \mid LP) \setminus \{coin, caffè\} \quad M_1, M_2$$

$$M_1 = \overline{coin} \cdot (caffè \cdot M_1 + \overline{coin} \cdot TEA \cdot M_1)$$

$$M_2 = \overline{coin} \cdot caffè \cdot M_2 + \overline{coin} \cdot \overline{coin} \cdot TEA \cdot M_2$$

$$Trace(M_1) \stackrel{?}{=} Trace(M_2)$$

non c'è
isomorfismo

~~Le tracce sono le stesse~~ both processi però no si

si sono le stesse

ma comunque non va bene, non sono sostituibili

se coin entra qui non posso più prendere il caffè per esempio

$$LP = \text{lez} \cdot \text{coin} \cdot \overline{\text{cassé}}$$

$$(LP | M_1) \searrow \{ \text{coin}, \text{cassé}, \tau \}$$

$$(LP | M_2) \searrow \{ \text{coin}, \text{cassé}, \tau \}$$

M_1 non termina mai

M_2 può andare in deadlock

non posso sostituire

Quindi solo le tracce uguali non sono sufficienti! ✓

EQUIVALENZA ALL'OSSERVAZIONE (BISIMULAZIONE)

$$M_1 \stackrel{\text{bis}}{\sim} M_2$$

Permette di sostituire un processo p_1 con p_2 se sono equivalenti all'osservazione

cioè se qualunque osservatore esterno non è in grado di distinguere i processi - \downarrow tutti

Osservare significa interagire con il sistema dove agisce il processo

$R \subseteq \text{Proc}_{\text{ccs}} \times \text{Proc}_{\text{ccs}}$ è una **relazione di bisimulazione (forte)**

processo p in relazione con il processo q

se $\forall p, q \in \text{Proc}_{\text{ccs}}$ $p R q$ vale che

$$1) \forall \alpha \in \text{Act} \quad \alpha \text{Act} \vdash \text{Av} \bar{A} \cup \{ \tau \}$$

$$\text{se ho } p \xrightarrow{\alpha} p' \text{ allora } \exists q' \in \text{Proc}_{\text{ccs}} : q \xrightarrow{\tau \text{ o } \alpha} q'$$

si comportano allo stesso modo

★ saranno quindi indistinguibili

$$\wedge p' R q'$$

viceversa 2) $\forall \alpha \in \text{Act}$ se ho $q \xrightarrow{\alpha} q'$ allora deve esistere

$$p' \text{ t.c. } p \xrightarrow{\alpha} p' \text{ e si ha } p' R q'$$

p e q sono **BISIMILI (potremmo)**

\downarrow
 $p \sim^{\text{BIS}} q$ SIF $\exists R$ RELAZIONE DI BISIMILAZIONE FORTE
 tale che $p R q$

$\sim^{\text{BIS}} = \bigcup \{ R \subseteq \text{Proc}_{\text{ccs}} \times \text{Proc}_{\text{ccs}} : R \text{ è una relazione di bisimulazione forte} \}$

SI PUÒ DIMOSTRARE CHE QUESTA È UNA RELAZIONE DI EQUIVALENZA

DEF.

$p \sim^{\text{BIS}} q$ SIF $\forall \alpha \in \text{Act}$ SE $p \xrightarrow{\alpha} p'$ ALLORA $\exists q' : q \xrightarrow{\alpha} q'$
 $p' \sim^{\text{BIS}} q'$

DEFINIZIONE
 PIÙ EASY

SE $q \xrightarrow{\alpha} q'$ ALLORA $\exists p' : p \xrightarrow{\alpha} p'$
 $p' \sim^{\text{BIS}} q'$

NUOVI ESEMPIO PRECEDENTE AGGIUNGIAMO:

$M_1 \xrightarrow{\text{coin}} \text{CARRE} * M_1 + \text{COIN} * \text{TEA} * M_1$

$M_2 \xrightarrow{\text{coin}} \text{PRATO VUOLTE SE C'È QUALCOSA DI BISIMILE CON}$

$\text{CARRE} * M_2$

$\text{COIN} * \text{TEA} * M_2$

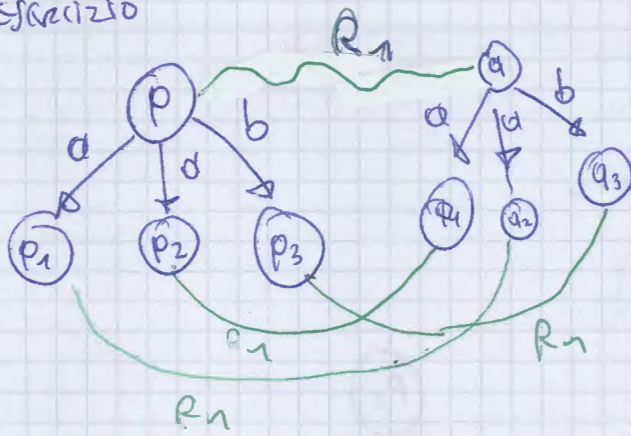
MA QUOI SE UNO DI QUEL
 DUE È BISIMILE A

MA NON SONO BISIMILI PERCHÉ NEL PRIMO CASO PROVVEDI CARRE MA
 SONO POTREI AVETE PROVVEDI COIN

STESSO DISCORSO PER IL SECONDO

QUINDI NON ESISTE NESSUN q' CHE SIA BISIMILE A p'

Esercizio

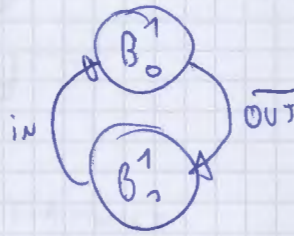


ESEMPIO BISIMILITUDINE
SU DUE PROCESSI ISOMORFI
(SCANDIAMO DEBITI, POIRI)

ESERCIZIO BUFFER CARATTERE 1

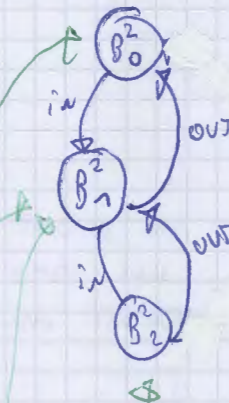
 $A = \{in, out\}$

$$\begin{aligned} B_0^1 &= in \cdot B_1^1 \\ B_1^1 &= \overline{out} \cdot B_0^1 \end{aligned}$$

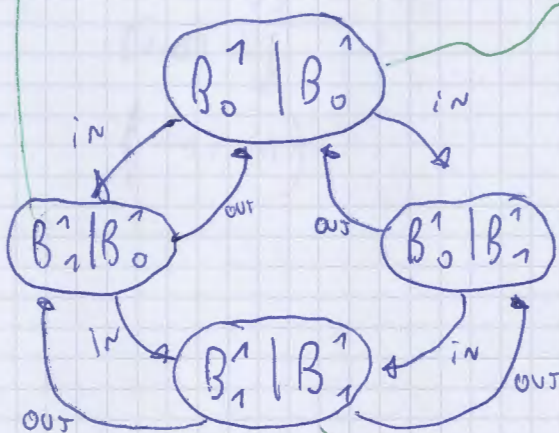


BUFFER 2

$$\begin{aligned} B_0^2 &= in \cdot B_1^2 \\ B_1^2 &= \overline{out} \cdot B_0^2 + in \cdot B_2^2 \\ B_2^2 &= \overline{out} B_1^2 \end{aligned}$$



$$B_0^1 | B_0^1 \sim B_0^2$$



Sono bisimili