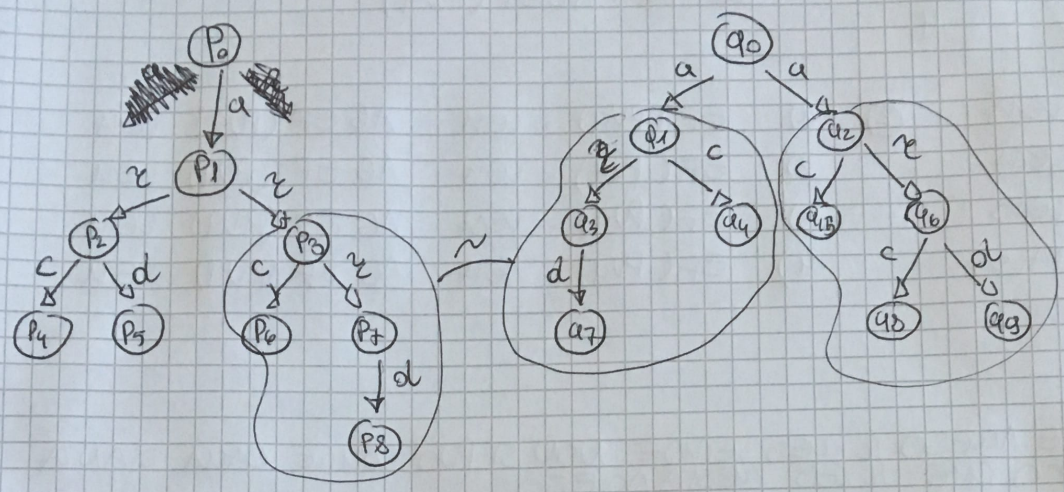
22 FEBBRAIO 2017

1) $p = a(\tau(c\,NIL + d\,NIL) + \tau(c\,NIL + \tau\, d\,NIL))$

$q = a(\tau\, d\,NIL + c\,NIL) + a(c\,NIL + \tau(c\,NIL + d\,NIL))$



SIANO P E Q PROCESSI CCS E SIA A L'INSIEME DELLE AZIONI OSSERVABILI PEQ SONO DEBOLMENTE BISIMILI SSE

SE $p \xrightarrow{a} p'$ ALLORA $\exists\ q \overset{a}{\Rightarrow} q'$: $p' \overset{B}{\sim} q'$

SE $q \xrightarrow{a} q'$ ALLORA $\exists\ p \overset{a}{\Rightarrow} p'$: $p' \overset{B}{\sim} q'$

DOVE $p \overset{a}{\Rightarrow} p'$ SSE $p \xrightarrow{\tau^*} \xrightarrow{a} \xrightarrow{\tau^*} p'$

1) A $p1 \xrightarrow{a} p2$

D $q1 \overset{a}{\Rightarrow} q2$ (A) D $q1 \Rightarrow q3$ (B)

2A) $(p2, q2)$

A $p2 \xrightarrow{\tau} p3$ $(p3, q4)$

D $q2 \xrightarrow{\tau} q4$

3A)

A $p3 \xrightarrow{c} p6$ ATTACCANTE VINCE

D $p4 \rightarrow \perp$

2B) $(p2, q3)$

A $p2 \xrightarrow{\tau} p4$

D $q3 \xrightarrow{\tau} q7$

3B) $(p4, q7)$

A $p4 \xrightarrow{\tau} p8$

D $q7 \xrightarrow{\tau} q7$

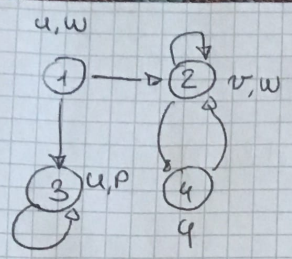
CAMBIO 4B) $(p3, q7)$

A $q7 \rightarrow q9$

D $q8$ $\perp$

ATTACCANTE VINCE

4



$P = \{p, q, u, v, w\}$

① LTL : $U(w, p \vee v)$

② CTL : $AGEF(p \vee q)$

①		②			
1)	VERA	1)	$EF(p \vee q)$ = VERA	$AG\,EF(p \vee q)$	VERA
2)	VERA	2)	$EF(p \vee q)$ = VERA	$AG\,EF(p \vee q)$	VERA
3)	VERO	3)	$EF(p \vee q)$ = VERA	$AG\,EF(p \vee q)$	VERA
4)	FALSO	4)	$EF(p \vee q)$ = VERA	$AG\,EF(p \vee q)$	VERA

5

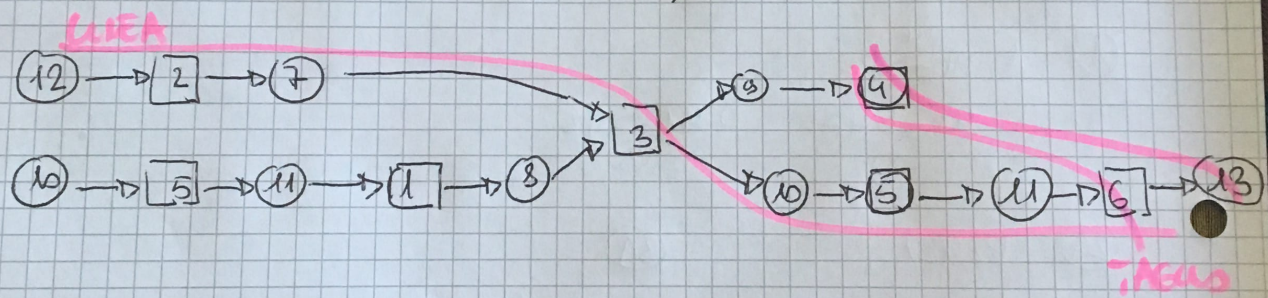
SE SI È ACCESO IL LED VERDE, NON SI PUÒ USCIRE DALLA STANZA FINTANTO CHE IL LED RESTA ACCESO

{USCITA_BLOCCATA, LED_ACCESO}

$G(U[\text{USCITA_BLOCCATA}, \neg \text{LED_ACCESO}])$

$G(\text{LED_ACCESO} \rightarrow \text{USCITA_BLOCCATA})$

2



② $\{P \geq 0\}$

INVARIANTE $\{S = u^2 \wedge m = 2u+1\}$

```
m = 1
s = 0
u = 0
WHILE u<P DO
    s = s+m
    m = m+2
    u = u+1
END WHILE
```

$\{S = P^2\}$

$\{P \geq 0 \wedge m=1 \wedge S=0 \wedge u=0\}\ W\ \{S=P^2\}$

① $\{PRE\}\ P\ \{POST\}$

② $\{INV \wedge u<P\}\ C\ \{INV\}$

③ $\{S+m+2 = (u+1)^2 \wedge m+2 = 2(u+1)^2+1 \wedge (u+1)<P\}\ C\ \{INV\}$

$\{S+m+2 = u^2+2u+1 \wedge m+2 = 2u^2\ 4u+2+1 \wedge u+1<P\}\ C\ \{INV\}$

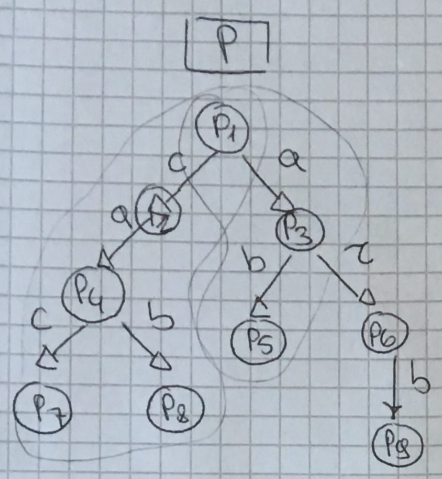
$\{S = -m-2+u^2$

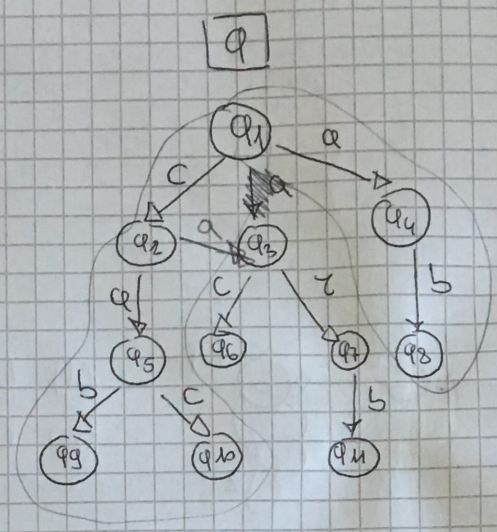
02 FEBBRAIO 2017 A

1

$p = a.(\tau(c.NIL + d.NIL) + \tau(c.NIL + \tau.d.NIL))$

$q = a.(\tau d.NIL + c.d.NIL) + a(c.NIL + \tau(c.NIL + d.NIL))$





L'ATTACCANTE SEGUE q

① A $q_1 \xrightarrow{c} q_2$ (p_2, q_2)
D $p_1 \xrightarrow{c} p_2$

② A $q_2 \xrightarrow{a} q_3$
D $q_2 \xrightarrow{a} p_4$ (p_4, q_3)

③ A $q_3 \xrightarrow{\tau} q_7$
D $p_4 \xrightarrow{\varepsilon} p_4$

④ CAMBIO TAVOLO
A $p_4 \xrightarrow{c} p_8$
D $q_7 \not\rightarrow$

ATTACCANTE VINCE $p \not\approx q$

2 SCATTO

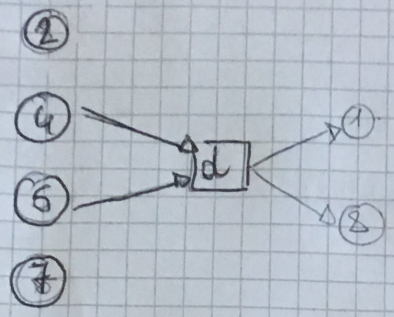
SIANO $N = (B, E, F)$ UNA RETE ELEMENTARE E $C \subseteq B$

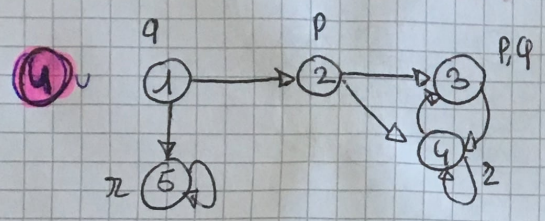
DATO $N = (B, E, F)$, $C \subseteq B$ ED $e \in E$, SI DICE CHE UN EVENTO È ABILITATO IN C, E LO DEFINISCO COME $C[e\rangle$ SE E SOLO SE

$$^\circ e \subseteq C \text{ AND } e^\circ \cap C = \emptyset$$

L'EVENTO e SE È ABILITATO, SCATTA, OPPURE PUÒ OCCORRERE E LA SUA OCCORRENZA GENERA UN NUOVO CASO C'

$$C[e\rangle C' \text{ DOVE } C' = (C - {}^\circ e) \cup e^\circ$$





1. LTL : U (q, r)
2. CTL AGEFAXr

1. 5 π_1 : 5,5,5,5, VERA

4 π_1, 4,4,4,4 U(q,r) SE NELLO STATO 4 q NON È VERIFICATA MA r SI È VERA SE SI VERIFICA DOPO CHE r SI VERIFICA DI q NON MI IMPORTA

π_2 4,3,4,3, VERA

π_3 4,3,4,4, VERA PER 4 VERA

3 π_1 3,4,3,4,3 VERA PER 3 VERA

π_2 3,4,4,4

2 π_1 2,3,4,4,4

π_2 2,3,4,3,4 FALSA q DEVE ESSERE VERIFICATA DA 2

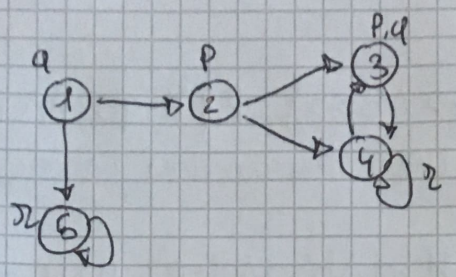
1 π_1, 1,2,3,4,3 FALSA

π_2 1,2,3,4,4,4 FALSA

π_3 1,5,5,5 VERA

PER 1 È FALSA

②



AG EF AX r

PRIMA ANALIZZO AX_r, DOPO $EF(AX_r)$ => $AGEFAX_r$

① AX_r F
$EFAX_r$ F
$AGEFAX_r$ V

② AX_r F
$EFAX_r$ V
$AGEFAX_r$ V

③ AX_r V
$EFAX_r$ V
AGEFAX V

④ AX_r F
$EFAX_r$ V
$AGEFAX_r$ V

⑤ AX_r V
$EFAX_r$ V
$AGEFAX_r$ V

⑤

1) CHI PRESENTA UNA RICHIESTA VERRÀ PRIMA O POI SERVITO. FINO A QUEL MOMENTO NON PUÒ ANNULLARE LA RICHIESTA

LTL NEL MOMENTO IN CUI VIENE SERVITO LA RICHIESTA VIENE CANCELLATA

{PRESENTA_RICHIESTA, VIENE_SERVITO, ANNULLA_RICHIESTA, CANCELLA_RICHE}

G((PRESENTA_RICHIESTA → F(VIENE_SERVITO) ∧ U(¬ANNULLA_RICHIESTA, VIENE_SERVI
)∧ VIENE_SERVITO → RICHIESTA_CANCELLATA)

2) CTL È SEMPRE POSSIBILE CHE UN INTERVENTO VENGA SOSPESO SENZA ESSERE TERMINATO

{INTERVENTO_SOSPESO, INTERVENTO_TERMINATO}

AGEF (INTERVENTO_SOSPESO ∧ ¬INTERVENTO_TERMINATO}

③

$\{P=M, M>0, b>0\}$
$q=0$
WHILE $b \leq p$ DO
c_1 $q=q+1$
c_2 $p=p-b$
END WHILE
$\{M-qb=p, p<b\}$

$\{P=M \wedge M>0 \wedge b>0\}$ P $\{M-qb=P \wedge P<b\}$

AGGIUNGIAMO CHE PRECONDIZIONE L'ASSEGNAMENTO A_1

① $\{P=M \wedge M>0 \wedge b>0 \wedge q=0\}$ W $\{M-qb=p \wedge p<b\}$

CALCOLO INVARIANTE CICLO

p	M	b	q
5	5	1	0
4	5	1	1
3	5	1	2
2	5	1	3
1	5	1	4
			5

INVARIANTE $P=M-qb$

$\{P \wedge B\} C \{P\}$

② $\{P=M-qb \wedge b \leq p\}$ C $\{P=M-qb\}$

APPLICO REGOLA ASSEGNAMENTO A C_2 E C_1

$\{P-b=M-qb\}$ $P=p-b$ $\{P=M-qb\}$

$\{P-b=M-(q+1)b\}$ $q=q+1$ $\{P=M-qb\}$

COMPOSIZIONE

③ $\{P-\cancel{b}=M-qb-\cancel{b}\}$ C $\{P=M-qb\}$

CON ② E ③ APPLICO REGOLA CONSEGUENZA

$\{P=M-qb \wedge b \leq P\} \rightarrow \{P=M-qb\}$ $\{P=M-qb\} \rightarrow \{P=M-qb\}$

ABBIAMO DIMOSTRATO CHE $P=M-qb$ È UN'INVARIANTE

$\{P\}$ WHILE (B) C $\{P \wedge \neg B\}$ DIVENTA

④ $\{P=M-qb\}$ WHILE $(b \leq p)$ C $\{P=M-qb \wedge b>p\}$

④ E ① APPLICO REGOLA CONSEGUENZA $\{P=M-qb \wedge b>p\} \rightarrow \{P=M-qb\}$

$\{P=M-qb \wedge b>q\} \rightarrow \{M-qb=p \wedge p<b\}$

DIMOSTRATA CORRETTEZZA PARZIALE, DIMOSTRO ORA LA TOTALE

① SE P INVARIANTE $\rightarrow E \geq 0$

② $\{P \wedge B \wedge E=E_0\}$ C $\{P \wedge E<E_0\}$

① CAMBIO INVARIANTE E SCELGO $P \geq 0$ E COME ESPRESSIONE NUMERICA $E=P$

② Ⓐ $\{P \geq 0 \wedge b \geq p \wedge P=P_0\}$ C $\{P \geq 0 \wedge P<P_0\}$

APPLICO ASSEGNAMENTO SU C_2 $\{P-b \geq 0 \wedge P-b<P_0\}$ $P=p-b$ $\{P \geq 0 \wedge P<P_0\}$

APPLICO ASSEGNAMENTO SU C_1 $\{P-b \geq 0 \wedge P-b<P_0\}$ $q=p+1$ $\{P-b \geq 0 \wedge P-b<0\}$

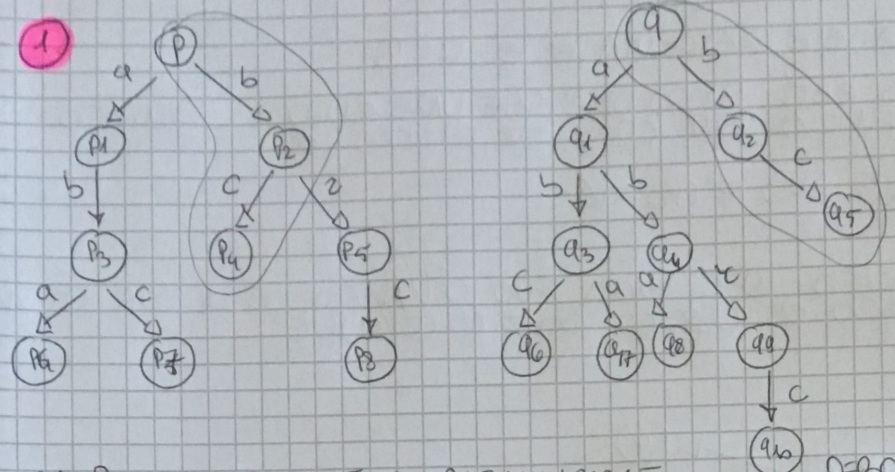
APPLICO COMPOSIZIONE $\{P-b \geq 0 \wedge P-b<P_0\}$ C $\{P \geq 0 \wedge P<P_0\}$ Ⓑ

APPLICO CONSEGUENZA Ⓑ E Ⓐ $\{P \geq 0 \wedge b \leq P \wedge P=P_0\} \rightarrow \{P-b \geq 0 \wedge P-b<P_0\}$

CORRETTEZZA TOTALE DIMOSTRATA

FEBBRAIO 2017 B

1



SIA R UNA RELAZIONE DI BISIMULAZIONE DEBOLE TRA 2 PROCESSI CCS, SE DATI DUE PROCESSI p E q TALE CHE pRq ALLORA $\forall \alpha \in A = \Lambda \cup \bar{\Lambda} \cup \{\tau\}$ VALGONO LE SEGUENTI CONDIZIONI

- SE $p \xrightarrow{\alpha} p'$ ALLORA ESISTE $q \overset{\alpha}{\Rightarrow} q'$ TALE CHE $p'Rq'$
- SE $q \xrightarrow{\alpha} q'$ ALLORA ESISTE $p \overset{\alpha}{\Rightarrow} p'$ TALE CHE $q'Rp'$

DUE PROCESSI p E q SONO DEBOLMENTE BISIMILI TRA LORO $p \overset{b}{\approx} q$ SSE $\exists$ UNA RELAZIONE DI BISIMULAZIONE DEBOLE TRA ESSI

LA REGOLA DI TRANSIZIONE DEBOLE È DEFINITA COME SEGUE

$p \overset{\alpha}{\Rightarrow} p'$ SE E SOLO SE

$$\overset{\alpha}{\Rightarrow} \begin{cases} (\xrightarrow{\tau}^*) \circ (\xrightarrow{\alpha}) \circ (\xrightarrow{\tau}^*) & \text{SE } \alpha \neq \tau \\ (\xrightarrow{\tau}^*) & \text{SE } \alpha = \tau \end{cases}$$

L'ATTACCANTE SEGUE IL TAVOLO q

① A $q \xrightarrow{a} q_1$ (p_1, q_1)
D $p \xrightarrow{a} p_1$

② A $q_1 \xrightarrow{b} q_4$ (p_3, q_4)
D $p_1 \overset{b}{\Rightarrow} p_3$

③ A $q_4 \xrightarrow{\tau} q_9$ (p_3, q_9)
D $p_3 \xrightarrow{\varepsilon} p_3$

CAMBIO TAVOLO

④ A $p_3 \xrightarrow{a} p_6$
D $q_9 \xrightarrow{\varepsilon}$

ATTACCANTE VINCE $p \not\approx q$

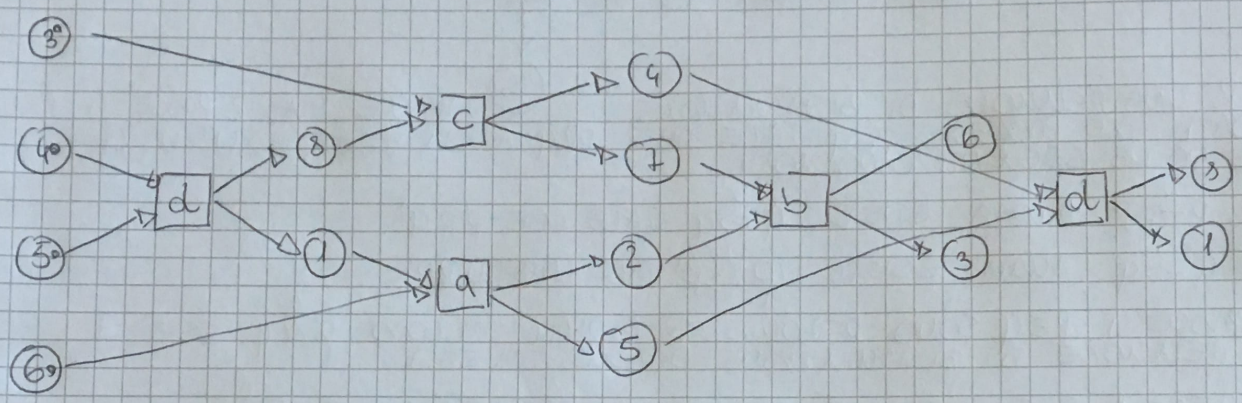
2 REGOLA DI SCATTO

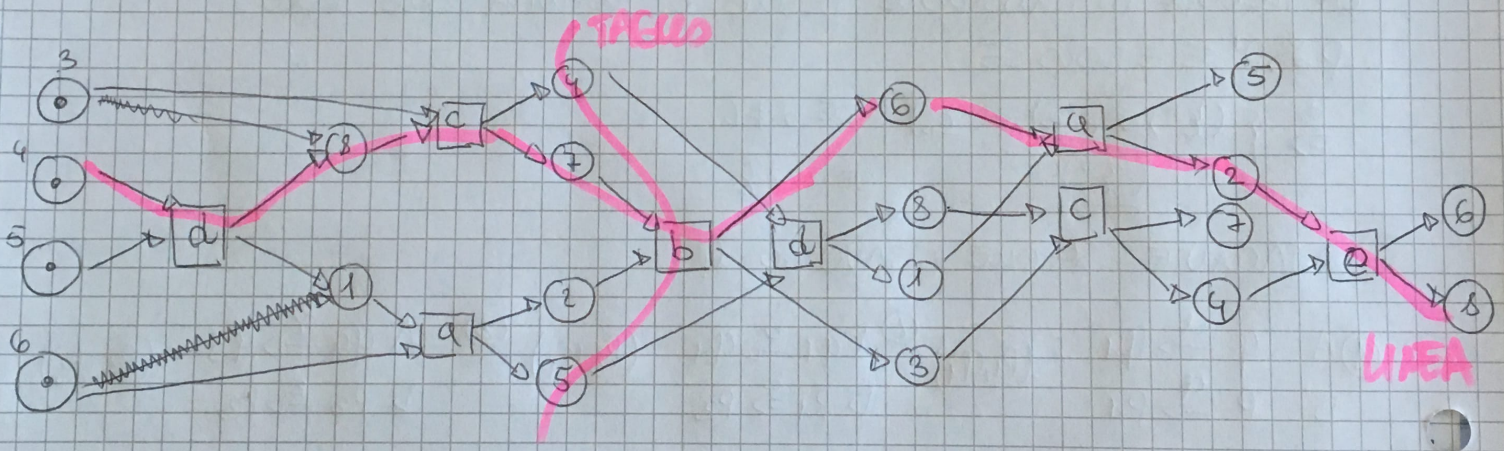
SIA $N = (B, E, F)$ UNA RETE ELEMENTARE E $C \subseteq B$

DATO N E $C \subseteq B$ ED $e \in E$ POSSO DIRE CHE UN EVENTO È ABILITATO SSE IN C È INDEFINITO CON $C[e\rangle$, SE E SOLO SE

$$^\circ e \subseteq C \text{ AND } e^\circ \cap C = \emptyset$$

SE UN EVENTO È ABILITATO IN C, ALLORA PUÒ OCCORRERE E LA SUA OCCORRENZA GENERA UN NUOVO CASO C': $C[e\rangle C'$ DOVE $C' = (C - {}^\circ e) \cup e^\circ$





③

$\{p>0, q>0\}$

$b=0$

$r=p$

WHILE $q \leq r$ DO

$r = r-q$

$b = b+1$

ENDWHILE

$\{p=bq+r, r<q\}$

① $\{p>0 \wedge q>0\}\ P\ \{p=bq+r, r<q\}$

AGGIUNGO GLI ASSEGNAMENTI DELLE PRECONDIZIONE

② $\{p>0 \wedge q>0 \wedge b=0 \wedge r=p\}\ w\ \{p=bq+r, r<q\}$

CALCOLO INVARIANTE DEL CICLO

r	q	b	p
5	1	0	5
4	1	1	5
3	1	2	5
2	1	3	5
1	1	4	5
0	1	5	5

$p = b \cdot q + r$ GUARDARE SEMPRE POST CONDIZIONE

③ $\{p=bq+r \wedge q \leq r\}\ C\ \{p=b \cdot q+r\}$

ESSENDO C COMPOSTO DA DUE ASSEGNAMENTI, APPLICO REGOLA DI ASSEGNAMENTO SU C_2

$\{p=bq+q+r\}\ b=b+1\ \{p=bq+r\}$

ORA APPLICO SU C_1

$\{p=bq+q+r-q\}\ r=r-q\ \{p=bq+q+r\}$

REGOLA COMPOSIZIONE

④ $\{p=bq+r\}\ C\ \{p=bq+r\}$ AVENDO ③ E ④ APPLICO REGOLA CONSEGUENZA

$\{p=bq+r \wedge q \leq r\} \rightarrow \{p=bq+r\}$ $p=bq+r$ È UN INVARIANTE

⑤ $\{P\}$ WHILE (B) C $\{P \wedge \neg B\}$

⑥ $\{P = bq + r\}$ WHILE $(q \leq r)$ $\{P = bq + r \wedge q > r\}$

AVENDO ⑥ E ② APPLICO REGOLA CONSEGUENZA

$\{P > 0 \wedge q > 0 \wedge b = 0 \wedge r = p\} \rightarrow \{P = bq + r\}$

$\{P = bq + r \wedge q > r\} \rightarrow \{P = bq + r \wedge q > r\}$ ABBIAMO DIMOSTRATO CORRETTEZZA PARZIALE

CALCOLIAMO LA CORRETTEZZA TOTALE

Ⓐ P INVARIANTE $E > 0$

Ⓑ $\{P \wedge B \wedge E = E_u\}$ C $\{P \wedge E < E_0\}$

Ⓐ $r \geq 0$ $\rightarrow$ $r \geq 0$
NUOVO INVARIANTE

Ⓑ ① $\{r > 0 \wedge q \leq r \wedge r = r_0\}$ C $\{r \geq 0 \wedge r < r_0\}$

APPLICO REGOLA ASSEGNAMENTO SU b

$\{r \geq 0 \wedge r < r_0\}$ $b = b + 1$ $\{r \geq 0 \wedge r < r_0\}$

APPLICO REGOLA ASSEGNAMENTO SU r

$\{r - q \geq 0 \wedge r - q < r_0\}$ $r = r - q$ $\{r \geq 0 \wedge r < r_0\}$

APPLICO REGOLA COMPOSIZIONE

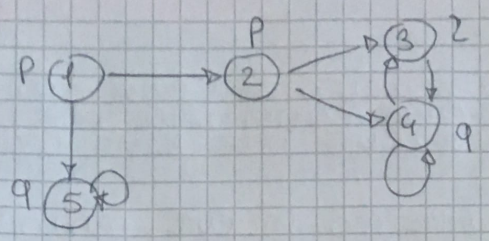
② $\{r - q > 0 \wedge r - q < r_0\}$ C $\{r \geq 0 \wedge r < r_0\}$

APPLICANDO REGOLA CONSEGUENZA SU ① E ② ABBIAMO

$\{r \geq 0 \wedge q \leq r \wedge r = r_0\} \rightarrow \{r - q \geq 0 \wedge r - q < r_0\}$

$\{r \geq 0 \wedge r < r_0\} \rightarrow \{r \geq 0 \wedge r < r_0\}$ CORRETTEZZA TOTALE

4



$P = \{p, r\}$

1. LTL = $U(p,q)$
2. CTL $AGEF\,r$

1) 5) π_1 : 5,5,5 ... $U(p,q)$ VERA

P È VERA FINO A QUANDO q NON SI VERIFICA MA A NOI DI p NON INTERESSA MA DA QUANDO DIVENTA VERA q

4) π_1 4,4,4,4 .. VERA

π_2 4,3,4,3, VERA $U(p,r)$ VERA

π_3 4,3,4,4 VERA

3) π_1 3,4,3,4 FALSA

π_2 3,4,4,4 FALSA = $U(p,q)$ FALSO

π_3 3,4,4,4,4 FALSA

2) π_1 2,3,4,4,4 FALSA

π_2 2,4,4,4, ...

π_3 2,3,4,3,4 ..

π_4 2,4,3,4 ...

} FALSE $\Rightarrow U(p,q)$ FALSA PERCHÈ DEVE ESSERE VERA IN TUTTI I CAMMINI. AVENDO UN CAMMINO FALSO, LA FORMULA È FALSA

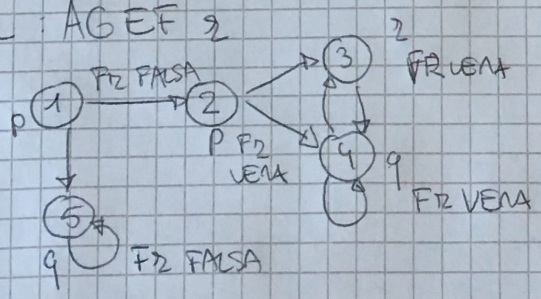
1) π_1 1,2,3, FALSA

π_2 1,5,5,5 VERA

$U(p,q)$ FALSA POICHÈ C'È UN CAMMINO IN CUI LA FORMULA È FALSA

⋮

2) CTL : $AGEF\,r$



5) π_1 5,5,5 .. FALSA

4) π_1 4,4,4 VERA

3) π_2 4,3,4,3 VERA

π_3 4,3,43,4,4 VERA

} $AGEF\,r$ VERA

3) π_1 3,4,3,4 ... VERA

π_2 3,4,4,4 .. VERA

π_3 3,4,4,43 VERA

} $AGEF\,r$ VERA

2) π_1 2,3 4 VERA

π_2 2,4,3,4 VERA

π_3 2,3,4,4 VERA

VERA PERCHÈ ARRIVO IN STATI IN CUI LA FORMULA È VERA $\Rightarrow AGEF\,r$ VERA

5)

1) SE UN PAZIENTE VIENE SEDUTO, L'INTERVENTO SARÀ PRIMA O POI COMPLETATO, FINO A QUEL MOMENTO IL PAZIENTE NON PUÒ ALZARSI DALLA SEDIA, QUANDO L'INTERVENTO TERMINA IL PAZIENTE DEVE ALZARSI DALLA SEDIA

{ PAZIENTE_SEDUTO, INTERVENTO_COMPLETATO, PAZIENTE_SEDUTO }

$G(U(\text{PAZIENTE_SEDUTO}, (\text{PAZIENTE_SEDUTO} \rightarrow F(\text{INTERVENTO_COMPLETATO}))$

$\wedge$

$(X(\text{INTERVENTO_COMPLETATO}) \rightarrow \neg\text{PAZIENTE SEDUTO}))$

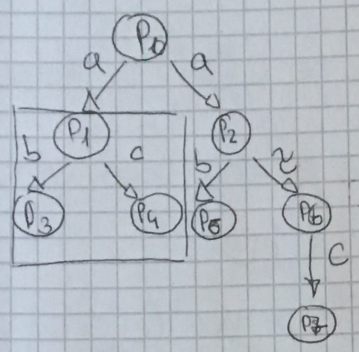
2) È SEMPRE POSSIBILE CHE UNA RICHIESTA VENGA ANNULLATA PRIMA CHE IL PAZIENTE SIA SEDUTO

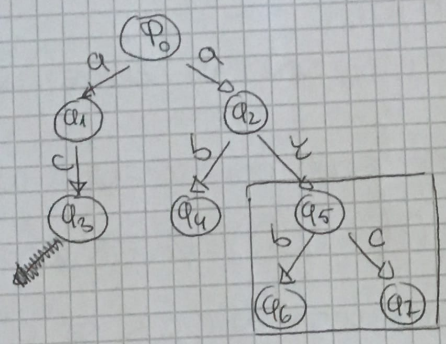
$AGEU(\text{RICHIESTA_ANNULLATA}, \text{PAZIENTE SEDUTO})$

SETTEMBRE 2016

1) $P = a(b\,NIL + c\,NIL) + a(b\,NIL + \tau\,c\,NIL)$

$Q = ac(NIL + a(b\,NIL + \tau(b\,NIL + c\,NIL)))$





BISIMILARITÀ DEBOLE

SIANO P E Q DUE PROCESSI CCS E SIA A L'INSIEME DELLE AZIONI OSSERVABILI

P E Q SONO DEBOLMENTE BISIMILI ($P \overset{\varepsilon}{\approx} Q$) SE E SOLO SE $\forall a \in A$

→ SE $P \xrightarrow{a} P'$ ALLORA $\exists\ Q \overset{a}{\Rightarrow} Q'$ TALE CHE $P' \approx Q'$ VICEVERSA

→ SE $Q \xrightarrow{a} Q'$ ALLORA $\exists\ P \overset{a}{\Rightarrow} P'$ TALE CHE $P' \approx Q'$

ALLORA $P \overset{a}{\Rightarrow} P'$ SSE $P \xrightarrow{\tau^*} \xrightarrow{a} \xrightarrow{\tau^*} P'$

STABILIRE SE $P \equiv Q$ SONO $P \approx Q$ CON STRATEGIA ATTACCANTE - DIFENSORE

- SE ATTACCANTE VA IN Q1, DIFENSORE VA IN P6 E ATTACCANTE PERDE
- SE ATTACCANTE VA IN P1, DIFENSORE VA IN Q5 E ATTACCANTE PERDE
- SE ATTACCANTE VA IN Q2, DIFENSORE VA IN Q1 E ATTACCANTE PERDE

L'ATTACCANTE PARTE DA P2

(1) A $P_0 \xrightarrow{a} P_2$

D1 $P_0 \overset{a}{\Rightarrow} Q_1$ (A)

D $Q_0 \overset{a}{\Rightarrow} Q_2$ (B)

(A) A $P_2 \xrightarrow{\tau} P_6$

D $Q_1 \rightarrow$

IL DIFENSORE NON PUÒ BLOCCARE IL TAVOLO CON SOLO LA MOSSA C DISPONIBILE

(B) CAMBIO

1) A $Q_2 \xrightarrow{\tau} Q_2$

D $P_2 \overset{\varepsilon}{\Rightarrow} P_2$

SE DIFENSORE ARRIVASSE IN P6 NON POTREBBE RISPONDERE A B

CAMBIO

2) A $P_2 \xrightarrow{\tau} P_6$

D $Q_5 \overset{\varepsilon}{\Rightarrow} Q_5$

DIFENSORE FERMO PERCHÈ NON HA MOSSE τ

3) CAMBIO

A $Q_5 \xrightarrow{b} Q_7$

D $P_7 \overset{\varepsilon}{\Rightarrow} P_7$

DIFENSORE NON HA PIÙ MOSSE

L'ATTACCANTE HA UNA STRATEGIA VINCENTE

$P \not\approx Q$

2 REGOLA DI SCATTO

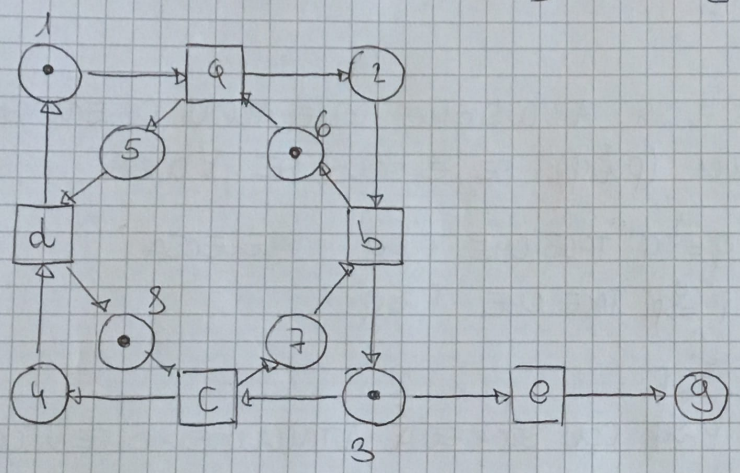
SIA $\Sigma = (B, E, F, M_0)$ UN SISTEMA ELEMENTARE, $C \subseteq B$, $e \in E$

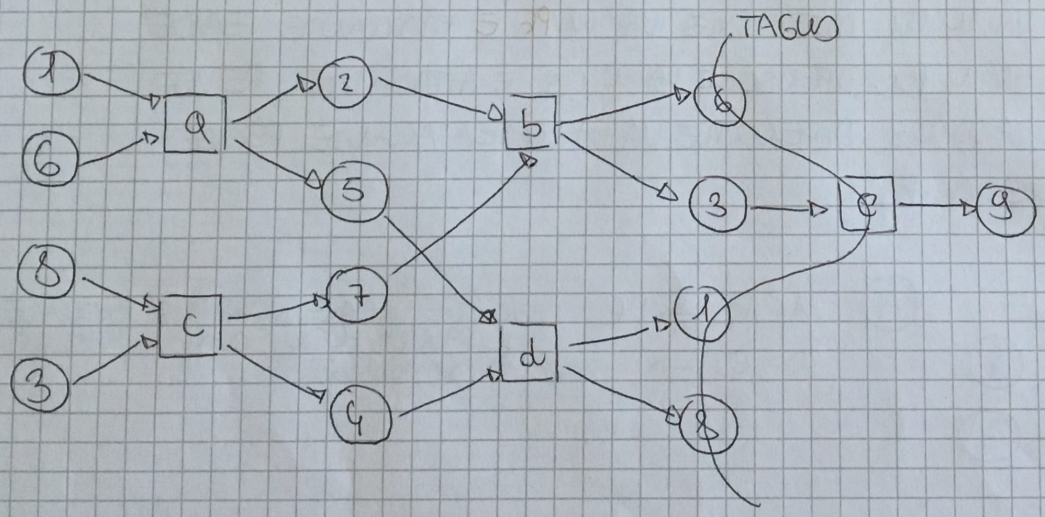
- e È ABILITATO IN C, $C[e\rangle$ SE E SOLO SE ${}^\bullet e \subseteq C$ E $e^\bullet \cap C = \emptyset$
- SE e È ABILITATO IN C, LA SUA OCCORRENZA FA SÌ CHE IL SISTEMA PASSI DAL CASO C A $C' = (C - {}^\bullet e) \cup e^\bullet$

- GLI EVENTI e_1, e_2 SONO IN SEQUENZA IN $C \subseteq B$ SE $C[e_1\rangle C'$, $\neg(C[e_2\rangle)$ E $C'[e_2\rangle$
- GLI EVENTI $e_1 e_2$ SONO CONCORRENTI IN $C \subseteq B$ SE e_1 E e_2 SONO INDIPENDENTI CIOÈ

$$({}^\bullet e_1 \cup e_1^\bullet) \cap ({}^\bullet e_2 \cup e_2^\bullet) = \emptyset \text{ ED INOLTRE } C[e_1\rangle \text{ E } C[e_2\rangle$$

- e_1, e_2 SONO IN CONFLITTO IN $C \subseteq B$ SE $C[e_1\rangle$ E $C[e_2\rangle$ MA $\neg(C[\{e_1, e_2\}\rangle)$





③ $\{M>0, N>0\}$

$y=N$

$x=M$

WHILE $(x>0)$ DO

$y=y\cdot 2$

$x=x-1$

ENDWHILE

$\{y=M2^N\}$

$\{M>0 \wedge N>0 \wedge x=N \wedge y=M\}$

WHILE $(x>0)$ DO

$y=y\cdot 2$

$x=x-1$

ENDWHILE

$\{y=M2^N\}$

y	M	$M\cdot 2$	$M\cdot 4$	$M\cdot 2^3$	$M2^{(N)}$
x	N	$N-1$	$N-2$	$N-3$	$N-N$

INVARIANTE $=\{y=M2^{(N-x)} \wedge x\geq 0\}$

① $\{M>0 \wedge N>0 \wedge x=N \wedge y=M\}\ W\ \{y=M2^N\}$ → WHILE

② $\{y=M2^{(N-x)} \wedge x\geq 0 \wedge x>0\} \subset \{y=M2^{(N-x)} \wedge x\geq 0\}$

② $\{y=M2^{(N-x)} \wedge \underbrace{x\geq 0 \wedge x>0}_{x>0}\} \subset \{y=M2^{(N-x)} \wedge x\geq 0\}$ → SOSTITUZIONE

③ $\{y\cdot 2=M2^{(N-(x-1))} \wedge x-1\geq 0\} \subset \{y=M2^{(N-x)} \wedge x\geq 0\}$

$\{y=M2^N\cdot 2^{-x}\cdot \cancel{2} \wedge x\geq 1\} \subset \{y=M2^{(N-x)} \wedge x\geq 0\}$

a) $\{y=M2^{(N-x)} \wedge x>0\} \rightarrow \{y=M2^{(N-x)} \wedge x\geq 1\}$

$x>0 \xrightarrow{SI} x\geq 1$

b) $\{y=M2^{(N-x)} \wedge x\geq 0\} \xrightarrow{SI} \{y=M2^{(N-x)} \wedge x\geq 0\}$

ALLORA VALE LA ③ QUINDI VALE LA ② DALLA QUALE RICAVO ④

④ $\{y=M2^{(N-x)} \wedge x\geq 0\}\ W\ \{y=M2^{(N-x)} \wedge x\geq 0\}$

$\{y=M2^{(N-x)} \wedge x\geq 0\}\ W\ \{y=M2^{(N-x)} \wedge x\geq 0 \wedge x\leq 0\}$

a) $\{M>0 \wedge N>0 \wedge N=x \wedge y=M\} \rightarrow \{y=M2^{(N-x)} \wedge x\geq 0\}$ → CONSEGUENZA

$x=N \rightarrow y=M$

$x=N \rightarrow N\geq 0$

$N>0 \rightarrow N>0$

b) $y=M2^{(N-x)} \wedge x=N \rightarrow SI \rightarrow y=y=M2^{(N-x)}$

ALLORA HO DIMOSTRATO CORRETTEZZA PARZIALE DI ①

CORRETTEZZA TOTALE

1) $t = x$

INVARIANTE $\rightarrow t \geq 0$ $\quad y = M2^{(n-x)} \wedge x \geq 0 \rightarrow x \geq 0$ $\quad x \geq 0 \overset{si}{\rightarrow} x \geq 0$

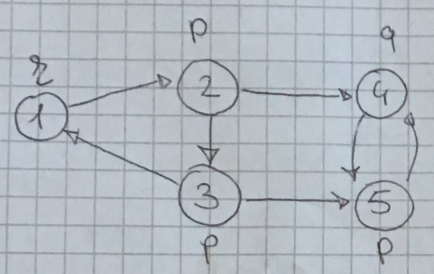
2) $\{ y = M2^{(n-x)} \wedge x \geq 0 \wedge x > 0 \wedge x = z \} C \{ x < z \}$ 5

a) $y = M2^{(n-x)} \wedge x > 0 \wedge x = z \rightarrow x - 1 < z$

$x = z \rightarrow x - 1 < z$

$x - 1 < z$ DIMOSTRATA CORRETTEZZA TOTALE

4



1) $AGEF_z$

2) $EFAU(q,p)$

3) AF_q

1) IN OGNI CAMMINO PRIMA O POI È VERA z [FALSO IN TUTTI GLI STATI]

2) ESISTE UN CAMMINO DOVE PER OGNI CAMMINO SARÀ VERA q PRIMA DI p [VERA 1,2,4,5

3) PER OGNI CAMMINO PRIMA O POI È VERA q [FALSO, 1,2,3 NON TROVO q]

5 CTL O LTL

1) CHI ACQUISTA UN BIGLIETTO AEREO SUL NOSTRO SITO SARÀ RIMBORSATO SE COMUNICA LA RINUNCIA PRIMA DEL CHECK IN

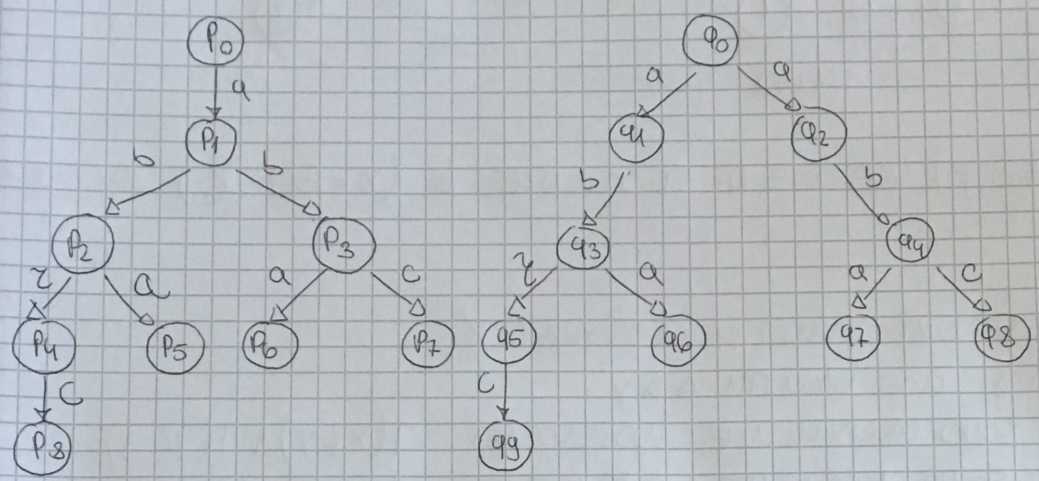
2) IL CRIMINE NON PAGA

$G(\text{CRIMINE} \rightarrow \neg \text{PAGA})$

LUGLIO 2016

1) $p: a(b(\tau c NIL + a NIL) + b(a NIL + c NIL)$

$q: ab(\tau c NIL + a.NIL) + ab(a NIL + c NIL)$



$p_3 \sim q_4$

$p_2 \sim q_3$

$p_2 \not\sim q_4$

$p_3 \not\sim q_3$

SIANO PEQ DUE PROCESSI CCS E SIA A L'INSIEME DELLE AZIONI OSSERVABILI

PEQ SONO DEBOLMENTE BISIMILI ($p \overset{B}{\approx} q$) SE E SOLO SE $\forall \alpha \in A$

- SE $p \xrightarrow{\alpha} p'$ ALLORA $\exists\, q \overset{\alpha}{\Rightarrow} q' : p' \overset{B}{\approx} q'$ E VICEVERSA
- SE $q \xrightarrow{\alpha} q'$ ALLORA $\exists\, p \overset{\alpha}{\Rightarrow} q' : p' \overset{B}{\approx} q$ DOVE

$p \overset{\alpha}{\Rightarrow} p$ SE E SOLO SE $p \xrightarrow{\tau^*} \xrightarrow{\alpha} \xrightarrow{\tau^*} q'$

ATTACCANTE $p_0 \xrightarrow{a} p_1$ (p_1, q_1)

DIFENSORE $q_0 \xrightarrow{a} q_1$ (A) $q_0 \xrightarrow{a} q_2$ (B) $(p_1, \cancel{q_2})$

(A) (p_1, q_1)

1) A $p_1 \xrightarrow{b} p_2$ SA CHE $p_2 \not\sim q_4$ (p_2, q_3)

D $q_1 \xrightarrow{b} q_3$

(p_2, q_3)

2) A $p_2 \xrightarrow{\tau} p_4$

D $q_3 \xrightarrow{\varepsilon} q_3$

(p_4, q_4) A CAMBIA

3) A $q_4 \xrightarrow{a} q_7$

B $p_4 \xrightarrow{\varepsilon} p_4$

ATTACCANTE VINCE

(B) (p_1, q_2)

1) A $p_1 \xrightarrow{b} p_3$ SA CHE $p_3 \not\sim q_3$

D $q_2 \xrightarrow{b} q_4$

2) (p_3, q_4) CAMBIO

A $q_4 \xrightarrow{\tau} q_5$

B $p_3 \xrightarrow{\varepsilon} p_3$

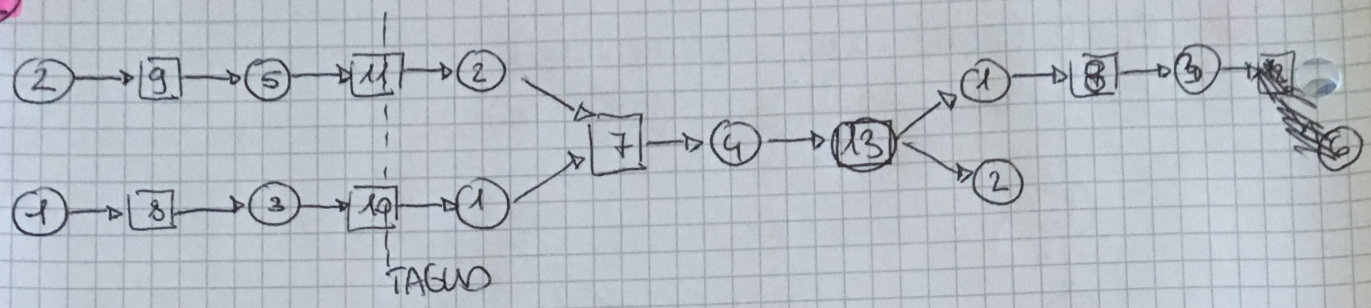
3) (p_3, q_5) CAMBIO

A $q_3 \xrightarrow{a} q_6$

D q_5 $\perp$

ATTACCANTE VINCE

2



TAGLIO

SIANO $N = (B, E, F)$ UNA RETE DI OCCORRENZE E $(X = B \cup E, \leq)$ UN ORDINE PARZIALE:

SI HA CHE

- $x, y \in X$ EVENTI CONCORRENTI NELLA STORIA DI X
- $x \leq y$ x CAUSA y, CIOÈ VALE PRIMA DI y
- $x \, co \, y$ x E y SONO CAUSALMENTE INDIPENDENTI $\neg(x \leq y) \wedge \neg(y \leq x)$
- $x \, li \, y$ x E y SONO CAUSALMENTE DIPENDENTI $(x \leq y) \vee (y \leq x)$

QUINDI SI HA CHE

- $C \subseteq X$ CO-SET SSE $\forall x, y \in C$ $x \, co \, y$
- $C \subseteq X$ TAGLIO SSE MASSIMALE DI COSET
- $L \subseteq X$ LI-SET SSE $\forall x, y \in L$ $x \, li \, y$
- $L \subseteq X$ LINEA SSE MASSIMALE DI LISET

5

1) SE AIUTI TUO FRATELLO A FARE I COMPITI AVRAI UNA CARAMELLA, MA NON PRIMA DI ESSERTI LAVATO LE MANI
2) È SEMPRE POSSIBILE CHE, SE SI PREME IL PULSANTE f_1, SUBITO DOPO IL CALCOLATORE SI BLOCCHI

1) LTL {AIUTI_FRATELLO_COMPITI, OTTENI_CARAMELLA, LAVATI_MANI}

$G(U[LAVI_MANI, (AIUTI_FRATELLO_COMPITI \rightarrow OTTENI_CARAMELLA)])$

2) CTL { PREMI_PULSANTE, CALCOLATORE_BLOCCATO }

$AGEF(PREMI_PULSANTE \rightarrow X(CALCOLATORE_BLOCCATO))$

③ $\{y=u \wedge u>0\}\, P\, \{x=u^2\}$ $\{y=u \wedge u \wedge 0 \wedge z=0 \wedge x=0\}$ PRE

③ $\{u>0\}$ $\{u\geq 0\}\, P\, \{x=a\sum_{i=0}^{u} b^i\}$

A1 $x=a$
A2 $m=0$
WHILE $(m<u)$ DO
C1 $x=a+b*x$
C2 $m=m+1$
END WHILE
$\{x=a\sum_{i=0}^{u} b^i\}$

P, C, W

AGGIUNGO GLI ASSEGNAMENTI ALLE PRECONDIZIONI

① $\{u\geq 0 \wedge x=a \wedge m=0\}\, W\, \{x=a\sum_{i=0}^{u} b^i\}$

TROVO L'INVARIANTE DEL CICLO

x	m	a	u	b
3	0	3	5	2
9	1	3	5	2
21	2	3	5	2
45	3	3	5	2
93	4	3	5	2
189	5	3	5	2

$x=a\cdot b^m+x$
$x=a\cdot b^m+a\cdot b^{m-1}$
$x=a\cdot(b^m+b^{m-1})$
$\boxed{x=a\sum_{i=0}^{m} b^i \wedge m\leq u}$
INVARIANTE

$\{P\wedge B\}\, C\, \{P\}$ AVREMO

② $\{x=a\sum_{i=0}^{m} b^i \wedge m\leq u \wedge m<u\}\, C\, \{x=a\sum_{i=0}^{m} b^i \wedge m\leq u\}$

ASSEGNAMENTO C2 $\{x=a\sum_{i=0}^{m+1} b^i \wedge m+1\leq u\}\, m=m+1\, \{x=a\sum_{i=0}^{m} b^i \wedge m\leq u\}$

ASSEGNAMENTO C1 $\{a+b*x=a\sum_{i=0}^{m+1} b^i \; m+1\leq u\}\, x=a+b*x\, \{x=a\sum_{i=0}^{m} b^i \wedge m+1\leq u\}$

COMPOSIZIONE ③

$\{a+b*x=a\sum_{i=0}^{m+1} \wedge m+1\leq u\}\, C\, \{x=a\sum_{i=0}^{m} b^i \wedge m\leq u\}$

CONSEGUENZA CON ② ③

$\{x=a\sum_{i=0}^{m+1} b^i \wedge m\leq u \wedge m<u\} \rightarrow \{m+1\leq u \wedge a+b*x=a\sum_{i=0}^{m+1} b^i\}$

ABBIAMO DIMOSTRATO CHE $m\leq u \wedge x=a\sum_{i=0}^{m} b^i$ È INVARIANTE

$(m\leq u \wedge x=a\sum_{i=0}^{m} b^i)$ WHILE $(m<u)\, C\, \{m\leq u \wedge x=a\sum_{i=0}^{m} b^i \wedge u\leq m\}$

$\{m=u \wedge x=a\sum_{i=0}^{m} b^i\}$

$(m\leq u \wedge x=a\sum_{i=0}^{m} b^i)$ WHILE $(m<u)\, C\, \{x=a\sum_{i=0}^{m} b^i\}$ ④

AVENDO ① E ④ APPLICO CONSEGUENZA

$\{u\geq 0 \wedge x=a \wedge m=0\} \rightarrow \{m\leq u \wedge x=a\sum_{i=0}^{m} b^i\}$

DIMOSTRATA CORRETTEZZA PARZIALE