Lezione 10 06/11/2023

K-densità

$N = (B, E, F)$ rete causale, $(X = (B \cup E, \leq)$ ordine parziale

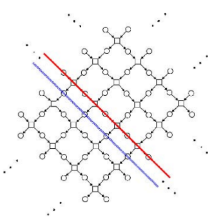
N è K-densa sse

$$\forall h \in Linee(N), \forall c \in Tagli(N) : |h \cap c| = 1$$

dove $Linee(N)$ e $Tagli(N)$ sono gli insiemi delle linee e dei tagli di N.

Se ogni volta che prendo una linea e un taglio, queste si incrociano in un elemento (al più in un punto).

Nel caso in cui la rete causale sia finita, allora è sempre k-densa.

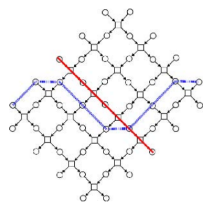


N è **non** K-densa

(A sinistra) Quella rossa è una linea, che non incontrerà mai il taglio blu perché la rete è infinita.

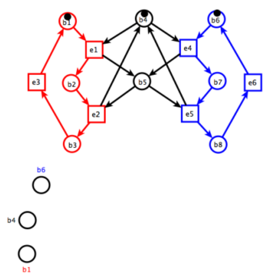
Nel caso invece (a destra) con rete finita, la linea e il taglio si incontreranno in un punto.

I rami dei sistemi finiti, anche se potenzialmente infiniti, sono sempre k-densi.

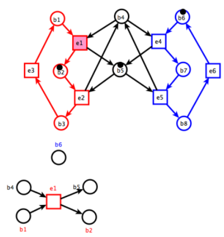


N è K-densa

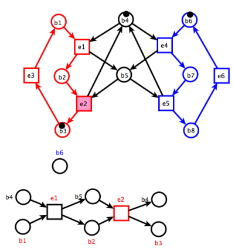
Processi del sistema mutua esclusione

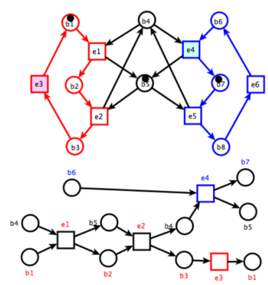


Questa è la configurazione iniziale, possono quindi poi simulare il sistema.



Se scatta e1 registro che l'occorrenza e1 modifica b4 e b1 che cesseranno di essere vere, mentre b5 e b2 diventeranno vere. La





Potrei registrare e4, ma e4 non ha relazione di indipendenza con l'e3 sotto perché dipende da b4 (quindi e1 ed e2). Quindi non c'è che condizione b6 invece non è toccata.

uno è minore dell'altro.

Processi non sequenziali (di sistemi finiti)

Sia $\Sigma = (S, T, F, c_{in})$ un sistema elementare **senza contatti** e **finito**, tale cioè che $S \cup T$ sia **finito**.
$< N = (B, E, F); \phi >$ è un processo non sequenziale di Σ sse

- (B, E, F) è una **rete causale** (si ammettono condizioni isolate)
- $\phi : B \cup E \to S \cup T$ è una mappa :
  - *(1)* $\phi(B) \subseteq S$, $\phi(E) \subseteq T$
  - *(2)* $\forall x_1, x_2 \in B \cup E : \ \phi(x_1) = \phi(x_2) \ \Rightarrow \ (x_1 \leq x_2)$ or $(x_2 \leq x_1)$
  - *(3)* $\forall e \in E : \ \phi({}^\bullet e) = {}^\bullet\phi(e)$ and $\phi(e^\bullet) = \phi(e)^\bullet$
  - *(4)* $\phi(Min(N)) = c_{in}$.

  dove $Min(N) = \{x \in B \cup E \mid \nexists y : (y, x) \in F\}$ (stati locali iniziali)

(2) Se ho due elementi con la stessa etichetta, allora se ho due volte la registrazione dello stesso elemento, questi devono essere ordinati. (cioè lo stesso evento che accade due volte in momenti diversi, questi devono essere in relazione ≤ (li).

(3) Se registro l'occorrenza di un evento, devo registrare tutte le sue pre e tutte le sue post.

(4) Se prendo gli elementi minimali della rete causale (cioè le condizioni che non hanno arco entrante?) questi devono corrispondere al caso iniziale. Io posso quindi anche avere condizioni isolate.

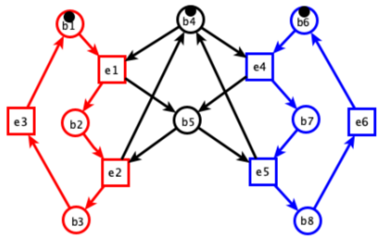
Se $< N = (B, E, F); \phi >$ è un **processo non sequenziale** di $\Sigma = (S, T, F, c_{in})$, sistema elementare **finito** e senza contatti allora

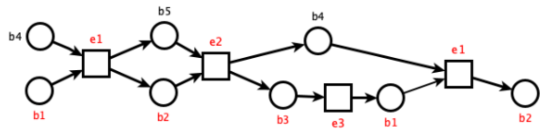
$N = (B, E, F)$ é **K-densa**

$\forall K \subseteq B$, K B-taglio di N é tale che: K é **finito** *and* $\exists c \in C_\Sigma : \ \phi(K) = c$

Quindi ogni taglio interseca ogni linea.

Il B-taglio registra un caso raggiungibile (finito).



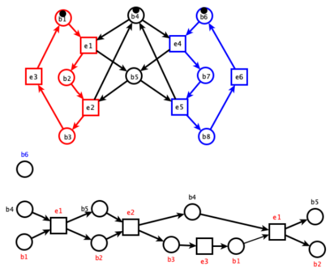


Gli elementi con la stessa etichetta sono in linea, quindi la 2 è soddisfatta.

La 3 dice che per ogni elemento devo vedere che le sue pre e le sue post corrispondano (alla rete sopra). Questa non è soddisfatta perché il secondo e1 (a destra) ha b1 e b4 come pre (e quindi vanno bene) ma le post sono b2, manca quindi b5. Non ho quindi registrato tutte le post.

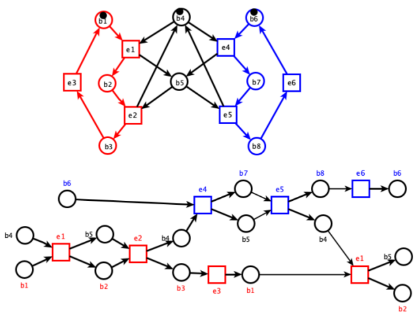
Quindi non è un processo perché non soddisfa le condizioni 3 nell'evento e1.

E la condizione 4? Il caso iniziale è b1 b4 b6, manca quindi b6. Quindi anche la condizione 4 non è soddisfatta.

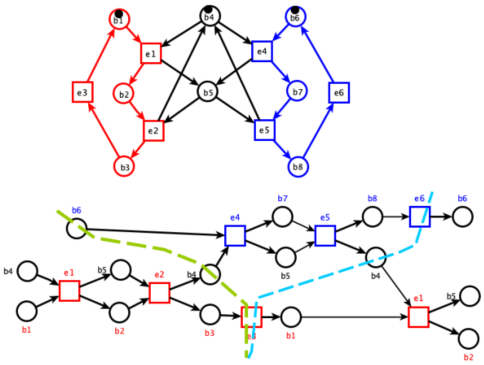


E' un processo ? Sì anche 3) e 4) sono soddisfatte

Aggiungendo b5 e b6 ora diventa un processo dato che la condizione isolata è permessa. In questo run la condizione b6 non sarà stata modificata.



Una linea corrisponde quindi ad un sottoprocesso per esempio della componente rossa (esempio b1,e1,b2,e2,b3,e3,b1,e1,b2).



L’evento e3 è concorrente con tutti gli elementi all’interno dei tagli b6-e6.

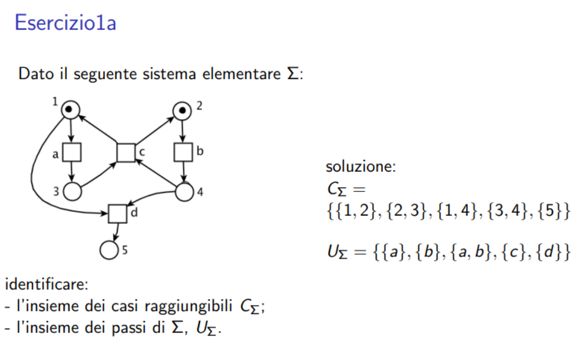
Se quindi prendiamo una qualsiasi linea, troveremo sempre un’intersezione con i tagli.

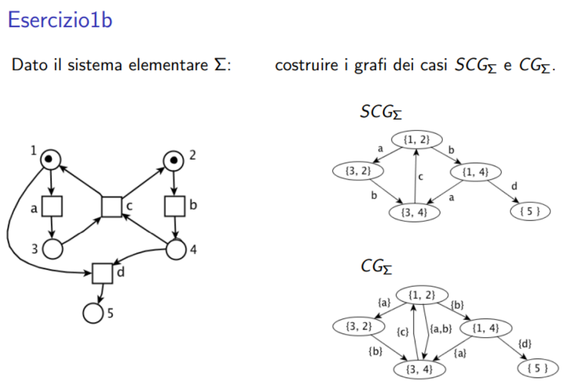
Se io prendo un taglio fatto di condizioni, questo corrisponde al fatto che il sistema, dopo aver eseguito quello che viene prima, si trova in quel caso raggiungibile definito dagli elementi del taglio.

Questo a sinistra è quindi un possibile comportamento.

Se il taglio fosse stato b3-b4-b6 questo sarebbe stato un caso raggiungibile del sistema.

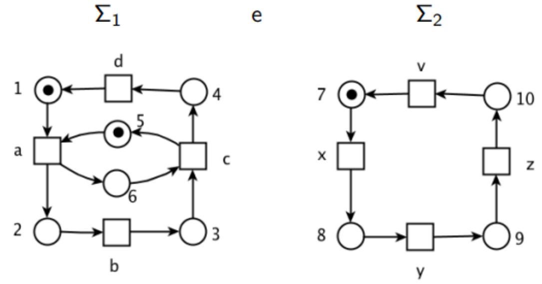
Esercizi





Esercizio2

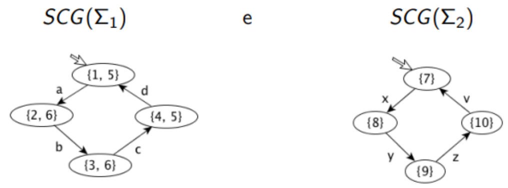
Dati i seguenti sistemi elementari



verificare se hanno grafo dei casi isomorfi.

Esercizio2 soluzione

i grafi dei casi sequenziali sono:

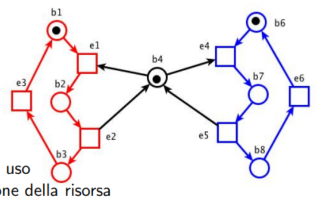


ed è facile vedere che sono isomorfi: ...

$\alpha(1,5) = 7$; $\alpha(2,6) = 8$; $\alpha(3,6) = 9$; $\alpha(4,5) = 10$;

$\beta(a) = x$; $\beta(b) = y$; $\beta(c) = z$; $\beta(d) = v$.

Esercizio3: mutua esclusione



b_4 risorsa libera

b_2, b_7 risorsa in uso

e_1, e_4 acquisizione della risorsa

e_2, e_5 rilascio della risorsa

in nessun caso raggiungibile le condizioni b_2 e b_7 sono entrambe marcate.

Esercizio:

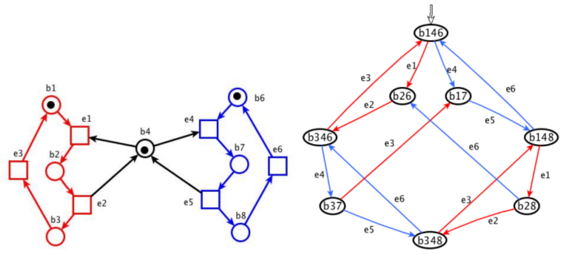
- Calcolare il grafo dei casi raggiungibili;
- mostrare un esempio di eventi in sequenza;
- mostrare un esempio di eventi concorrenti;
- mostrare un esempio di eventi in conflitto;
- mostrare una situazione di confusione.

Soluzione esercizio3: mutua esclusione

in nessun caso raggiungibile le condizioni b_2 e b_7 sono entrambe marcate.

Esercizio:

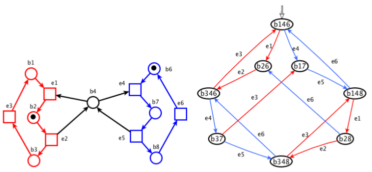
- Calcolare il grafo dei casi raggiungibili (qui SCG_Σ)



come si ottiene il CG_Σ **?**

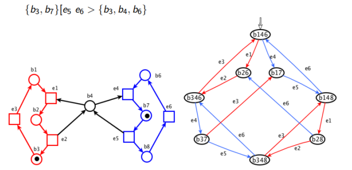
- mostrare esempi di eventi in **sequenza**

$\{b_2, b_6\}[e_2\ e_4 > \{b_3, b_7\}$



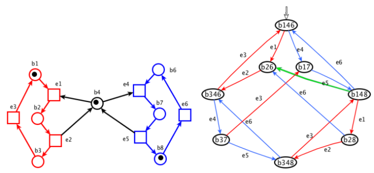
- mostrare esempi di eventi in **sequenza**

$\{b_3, b_7\}[e_5\ e_6 > \{b_3, b_4, b_6\}$



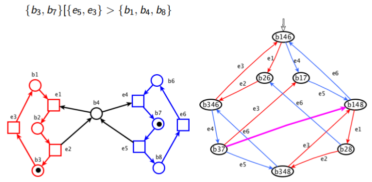
- mostrare esempi di eventi **concorrenti**

$\{b_1, b_4, b_8\}[\{e_1, e_6\} > \{b_2, b_6\}$



- mostrare esempi di eventi **concorrenti**

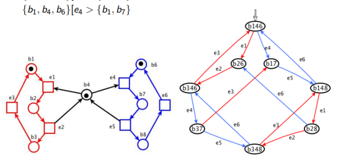
$\{b_3, b_7\}[\{e_5, e_3\} > \{b_1, b_4, b_8\}$



- mostrare un esempio di eventi in **conflitto**

$\{b_1, b_4, b_6\}[e_1 > \{b_2, b_6\}$ e

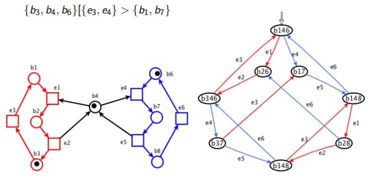
$\{b_1, b_4, b_6\}[e_4 > \{b_1, b_7\}$



ma **not**$(\{b1, b4, b6\}[\{e_1, e_4\} >)$

- mostrare una situazione di **confusione**

$\{b_3, b_4, b_6\}[\{e_3, e_4\} > \{b_1, b_7\}$



se $\{b_3, b_4, b_6\}[e_3 > \{b_1, b_4, b_6\}[e_4 > \{b_1, b_7\} \to$ confitto

se $\{b_3, b_4, b_6\}[e_4 > \{b_3, b_7\}[e_3 > \{b_1, b_7\} \to$ nessun confitto