

Giroscopio

Esperimentazioni I
a.a. 2023-2024

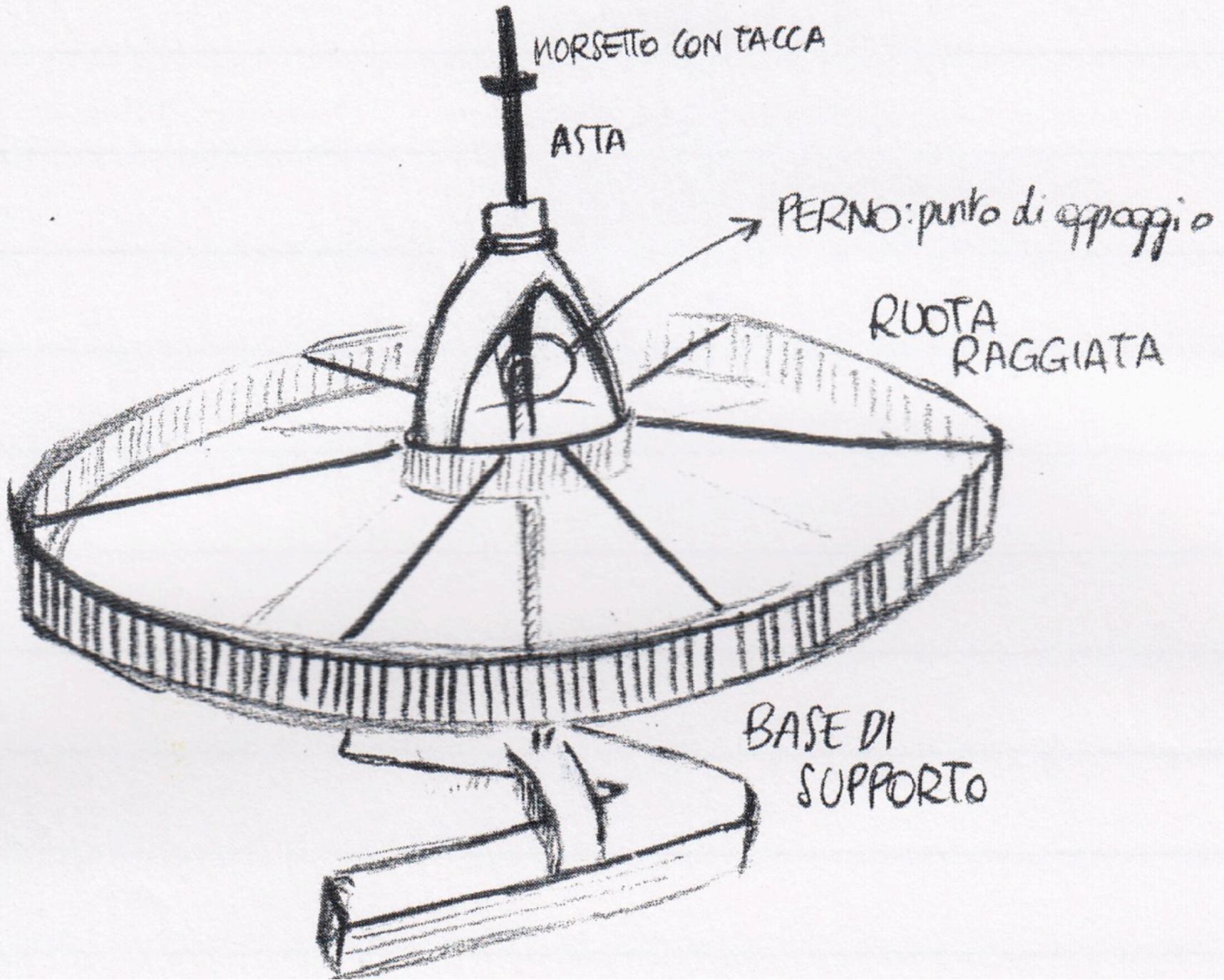
Obiettivo

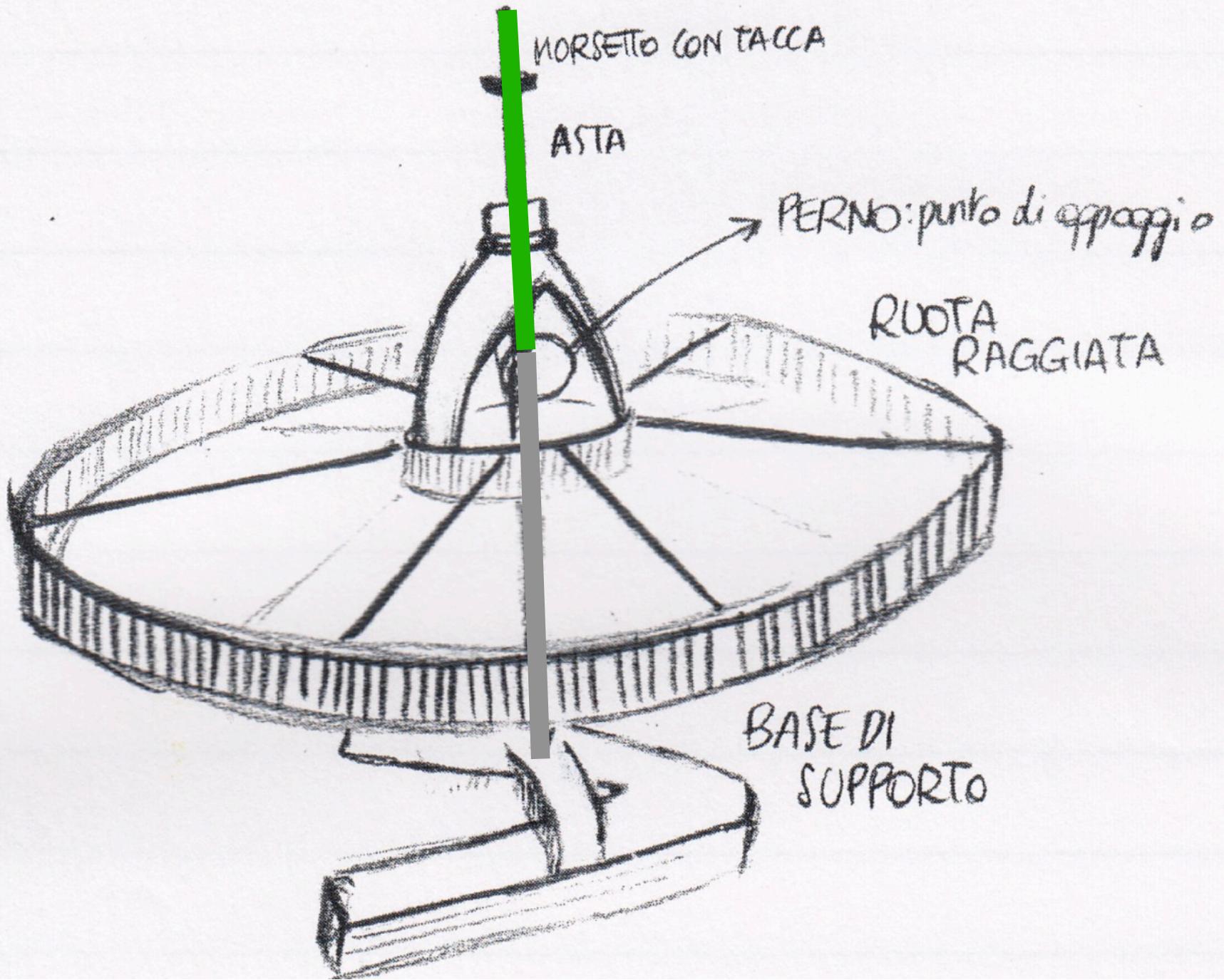
Studiare i moti del giroscopio:

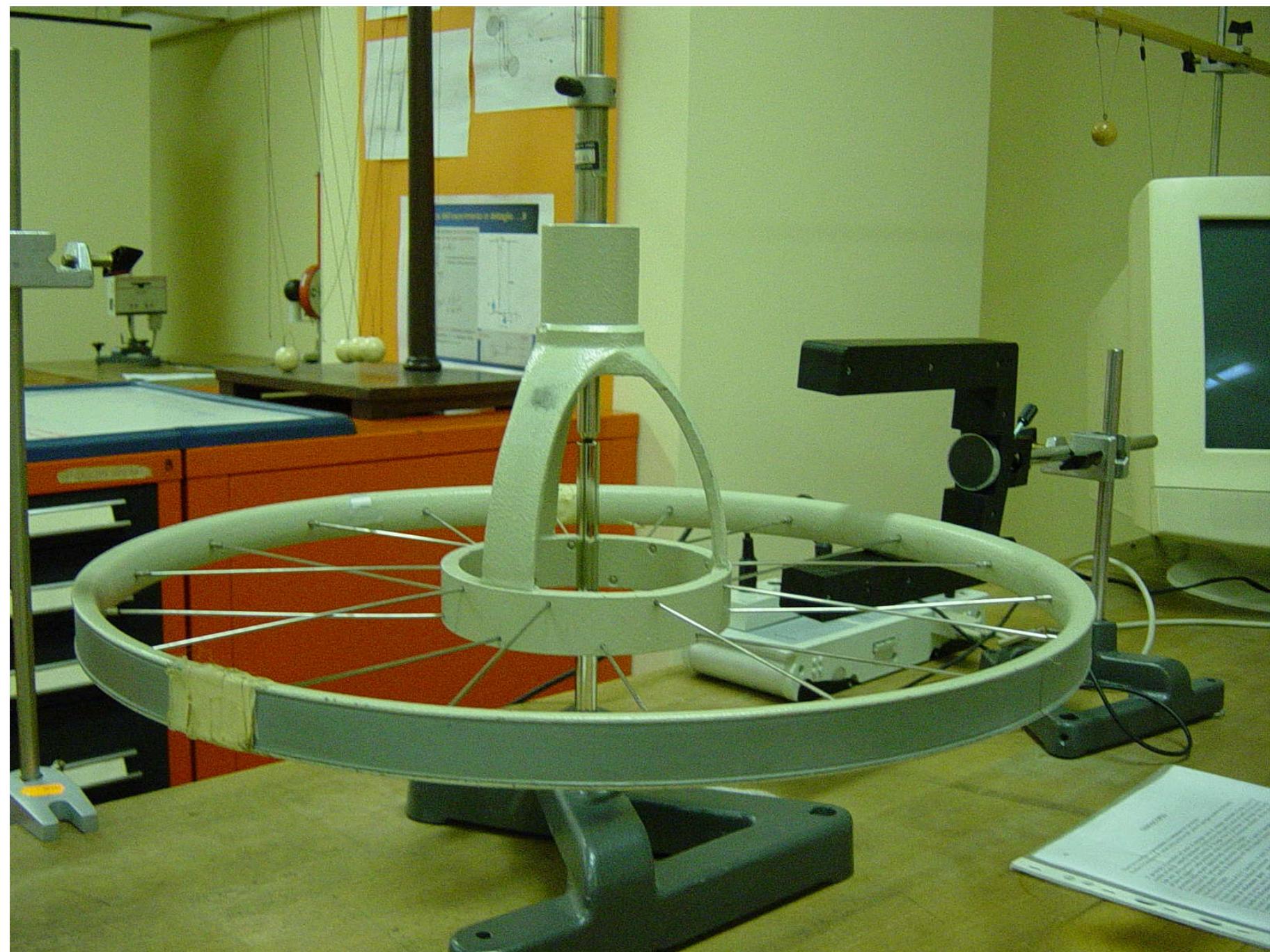
- misurare i **momenti di inerzia** rispetto agli assi principali del giroscopio (I_z , I_{xy})
- studiare la **nutazione** del giroscopio.

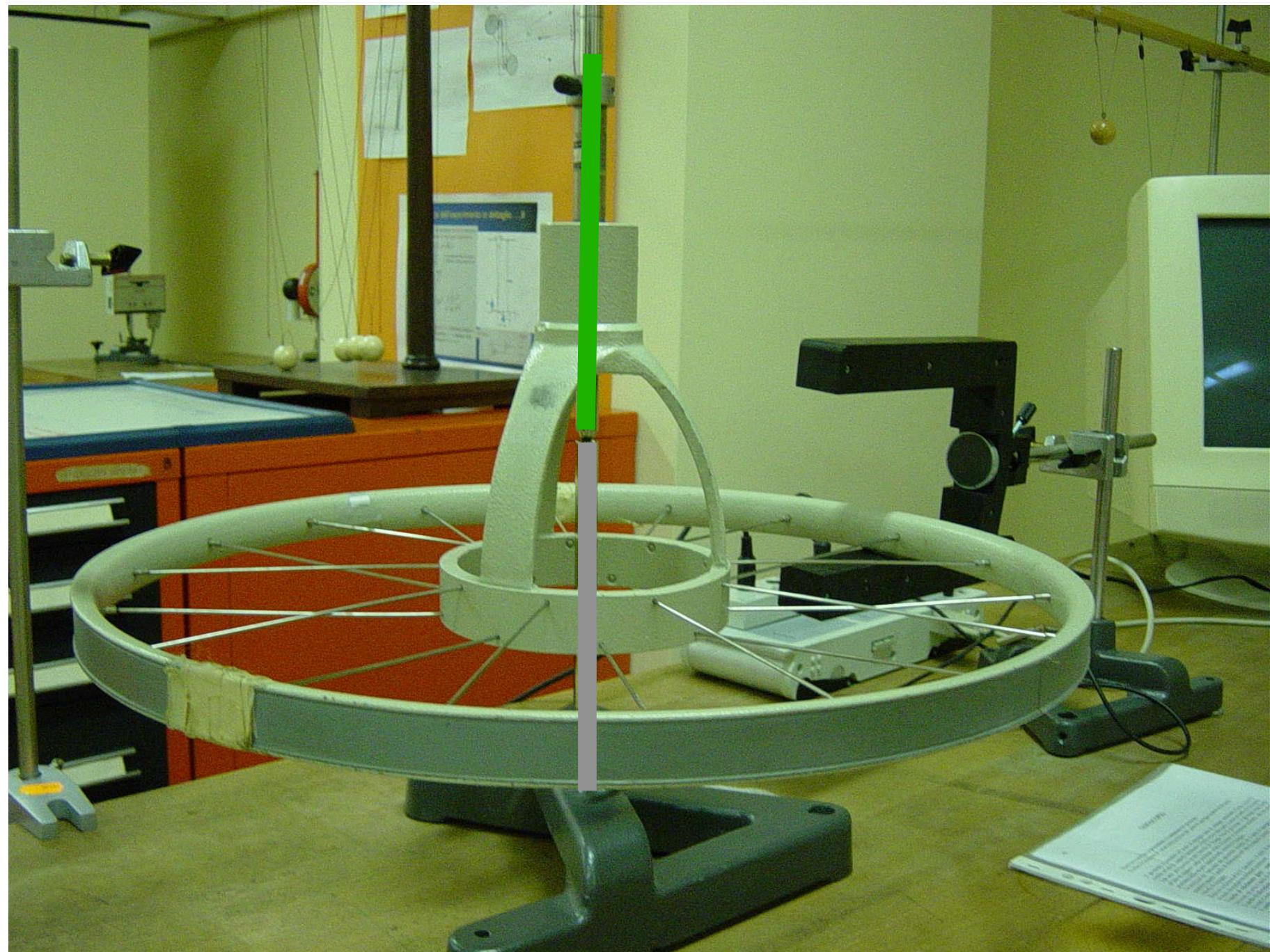
Strumentazione

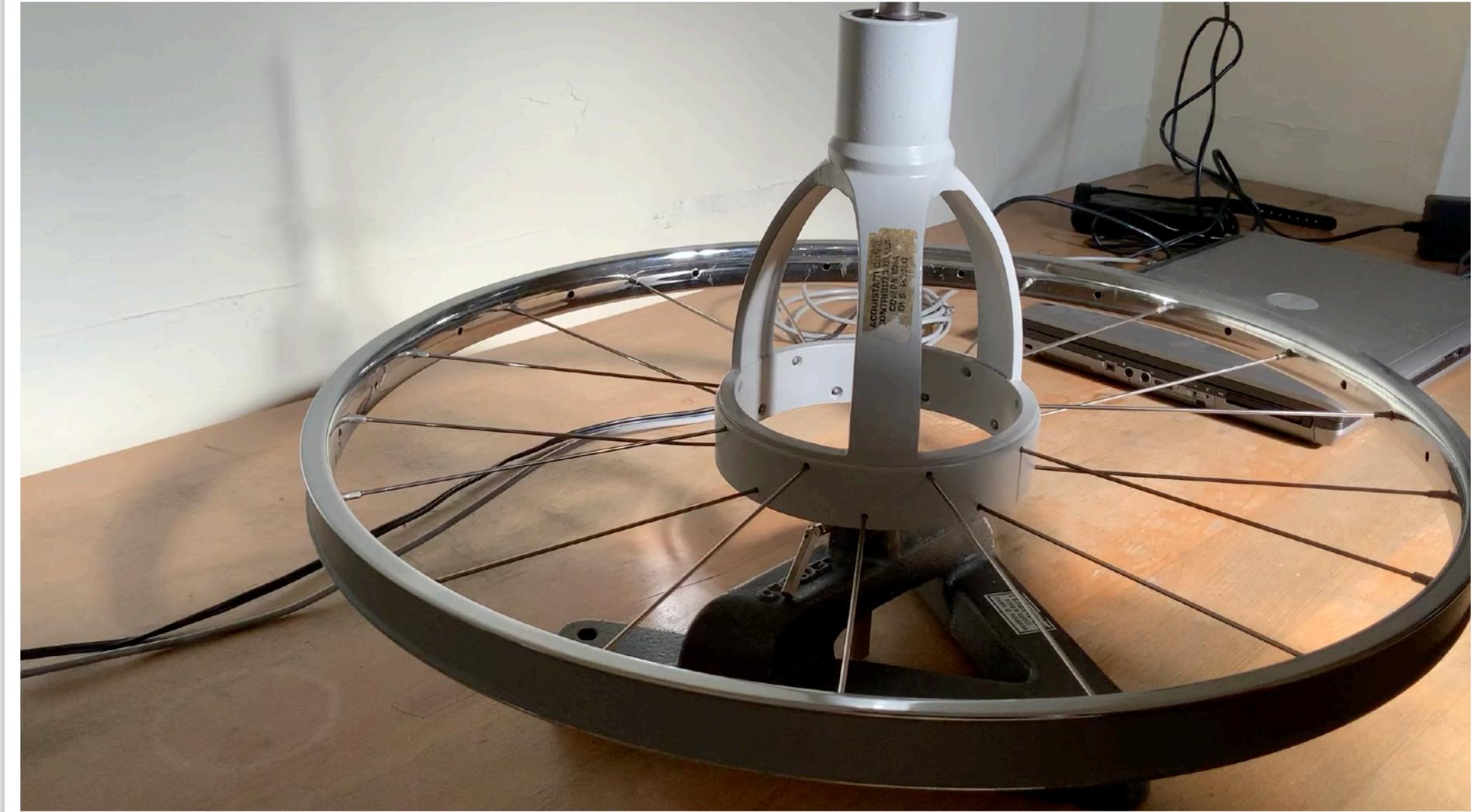
- **Giroscopio** e supporti
- 2 **fotocellule** (*errore di sensibilità 0.001 s*) collegate al PC
- **Bilancia Digitale** (*errore di sensibilità 1 g*)
- **Dinamometro** (*errore di sensibilità 1 N*)
- **Calibri**











Funzionamento

- 💡 Si basa sul principio di **conservazione del momento angolare**: se il momento delle forze esterne è nullo, il momento angolare \vec{L} di un sistema rimane costante nel tempo:

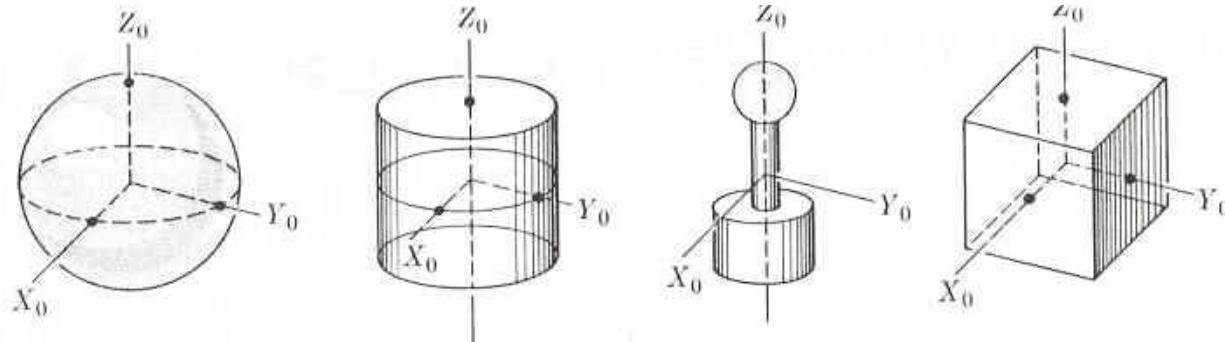
$$\vec{M}_{tot} = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad \text{se} \quad \vec{M}_{tot} = 0 \rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \rightarrow \vec{L} = \text{cost}$$

e quindi l'asse di rotazione mantiene un **orientamento fisso**

- 💡 La stabilità di orientamento dei giroscopi ha molte **applicazioni**:
 - 💡 giochi: e.g. trottola
 - 💡 telescopio spaziale (per mantenere puntamento verso un obiettivo)
 - 💡 sensori di vario tipo (per es. per stabilità navi o stabilizzazione aerei)

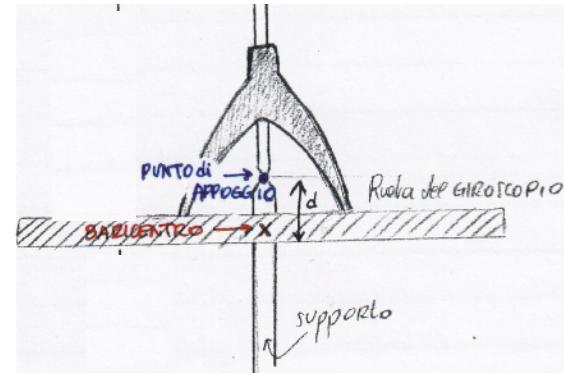
Assi principali d'inerzia

- In un corpo in rotazione è sempre possibile trovare ≥ 3 assi fra loro perpendicolari, tali che L risulti \parallel all'asse di rotazione \rightarrow **assi principali d'inerzia**
- Quando un corpo ruota attorno ad un asse principale di inerzia, L è parallelo a ω e vale la relazione vettoriale: $\overrightarrow{L} = I \overrightarrow{\omega}$
- Se il corpo ha qualche tipo di simmetria, gli assi principali di inerzia coincidono con gli **assi di simmetria**

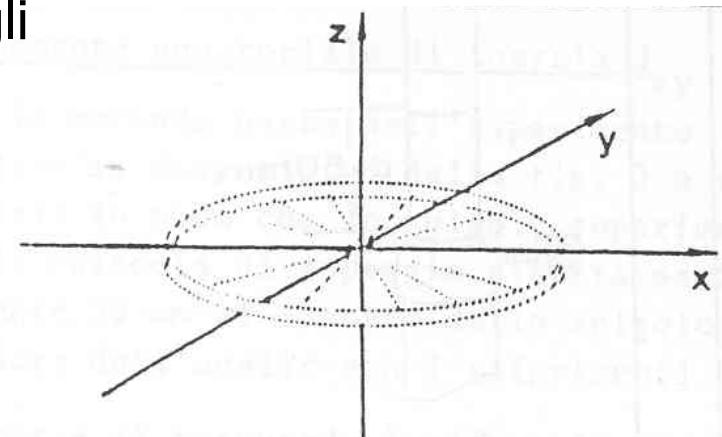


Momenti d'inerzia

- Il giroscopio considerato è costituito da una ruota raggiata, libera di ruotare attorno ad un asse, passante per un punto fisso **O**, posto a distanza **d** dal centro di massa **X** della ruota.



- L'asse di rotazione z coincide con uno degli assi principali d'inerzia del giroscopio
- Gli **assi principali di inerzia**, passanti per il C.M., sono tali che $I_{xx} = I_{yy} \neq I_z$

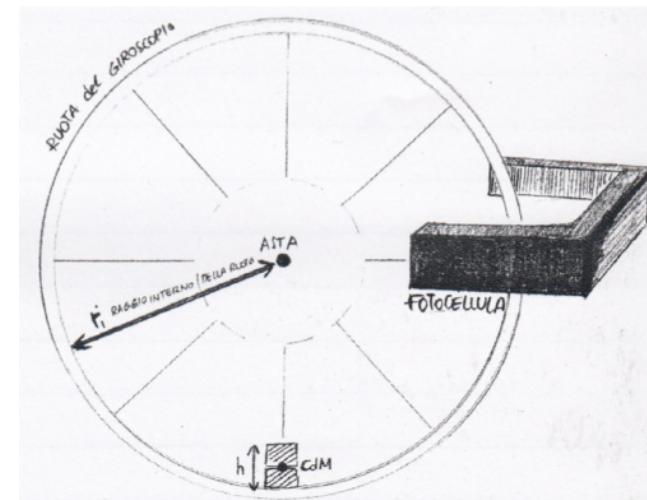
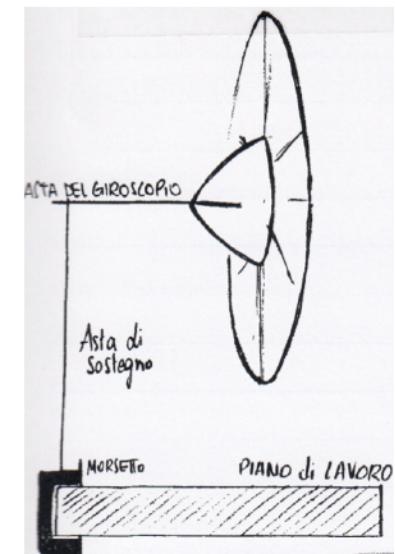


- $I_{xx}=I_{yy}=I_{xy}$ sono detti **momenti di inerzia equatoriali**; il momento di inerzia **I_z** e' detto **momento di inerzia assiale**.

Momento d'inerzia ASSIALE

Momento d'inerzia assiale

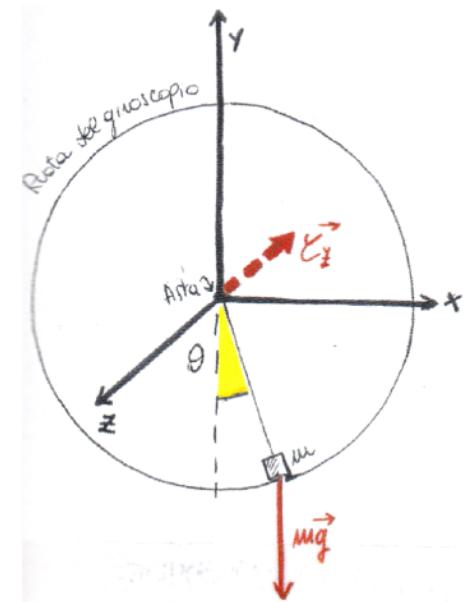
- Posizionare l'**asse** del giroscopio in **orizzontale**
- Fissare una massa **m** sul bordo interno della circonferenza del giroscopio.
- Il sistema (giroscopio + massa m) si può assimilare ad un **pendolo fisico** che oscilla attorno all'asse z
- Il valore del **momento d'inerzia assiale I_z** si può ottenere **dalla misura del periodo T** di questo pendolo.



Momento d'inerzia assiale

Si consideri il momento delle forze applicate:

- M delle forze di vincolo
- M della F_p del giroscopio
- M della F_p della massa m fissata sul bordo

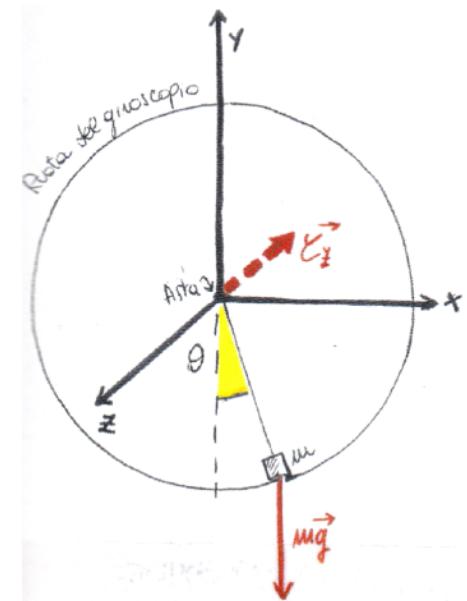


Momento d'inerzia assiale

Si consideri il momento delle forze applicate:

- M delle forze di vincolo è nullo
- M della F_p del giroscopio è nullo
- M della F_p della massa m fissata sul bordo è:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_p = -mgr \sin \theta \vec{u}_z$$



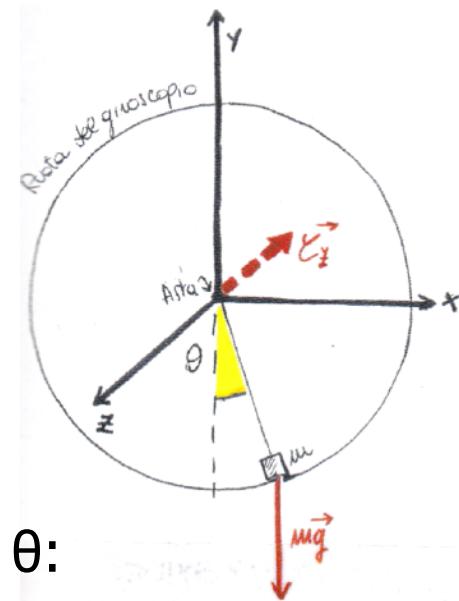
Momento d'inerzia assiale

Si consideri il momento delle forze applicate:

- M delle forze di vincolo è nullo
- M della F_p del giroscopio è nullo
- M della F_p della massa m fissata sul bordo è:
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_p = -mgr \sin \theta \vec{u}_z$$

Ricordando che $\vec{M} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z$ e nell'approx di piccoli θ :

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + mgr\theta = 0$$



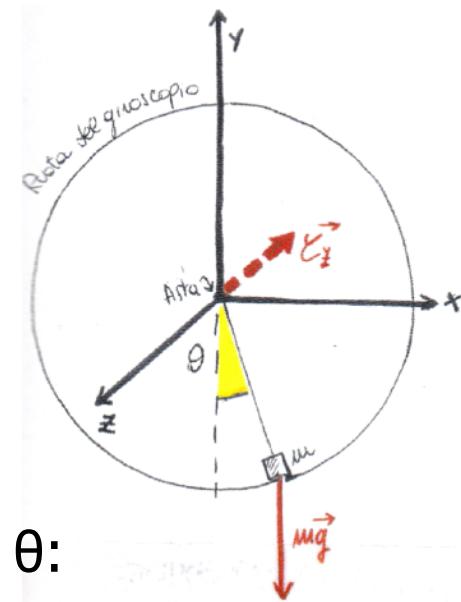
Momento d'inerzia assiale

Si consideri il momento delle forze applicate:

- M delle forze di vincolo è nullo
- M della F_p del giroscopio è nullo
- M della F_p della massa m fissata sul bordo è:
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_p = -mgr \sin \theta \vec{u}_z$$

Ricordando che $\vec{M} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z$ e nell'approx di piccoli θ :

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + mgr\theta = 0 \rightarrow \omega^2 = \frac{mgr}{I} = \frac{4\pi^2}{T^2}$$



Momento d'inerzia assiale

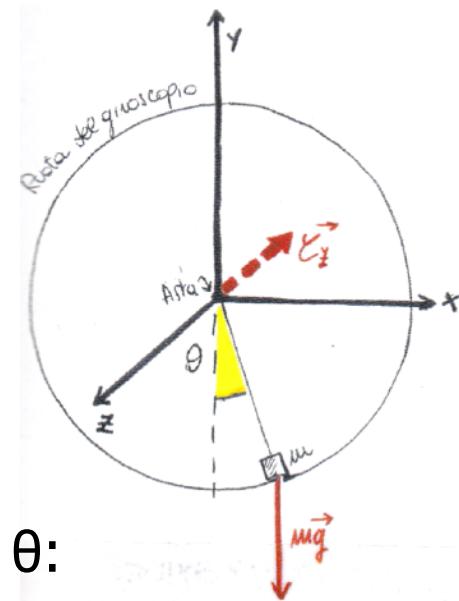
Si consideri il momento delle forze applicate:

- M delle forze di vincolo è nullo
- M della F_p del giroscopio è nullo
- M della F_p della massa m fissata sul bordo è:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_p = -mgr \sin \theta \vec{u}_z$$

Ricordando che $\vec{M} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z$ e nell'approx di piccoli θ :

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + mgr\theta = 0 \rightarrow \omega^2 = \frac{mgr}{I} = \frac{4\pi^2}{T^2} \rightarrow I = \frac{mgrT^2}{4\pi^2}$$



Momento d'inerzia assiale

- Si consideri il momento delle forze applicate:

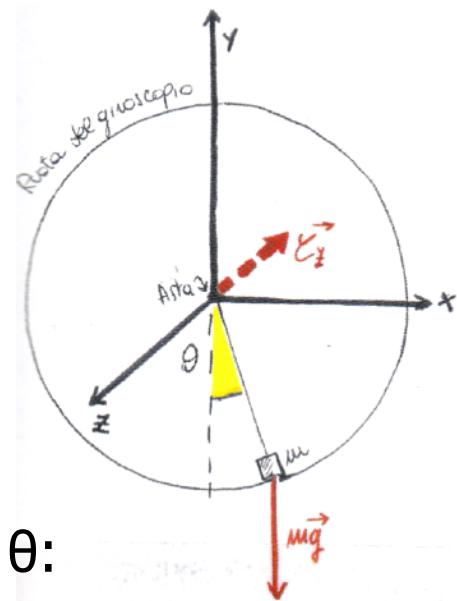
- M delle forze di vincolo è nullo
- M della F_p del giroscopio è nullo
- M della F_p della massa m fissata sul bordo è:

$$\vec{M} = \vec{r}x \vec{F}_p = -mgr \sin \theta \vec{u}_z$$

- Ricordando che $\vec{M} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z$ e nell'approx di piccoli θ :

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + mgr\theta = 0 \rightarrow \omega^2 = \frac{mgr}{I} = \frac{4\pi^2}{T^2} \rightarrow I = \frac{mgrT^2}{4\pi^2}$$

- Il momento di inerzia totale sarà: $I = I_z + mr^2$ e quindi $I_z + mr^2 = \frac{mgrT^2}{4\pi^2}$



Momento d'inerzia assiale

- Si consideri il momento delle forze applicate:

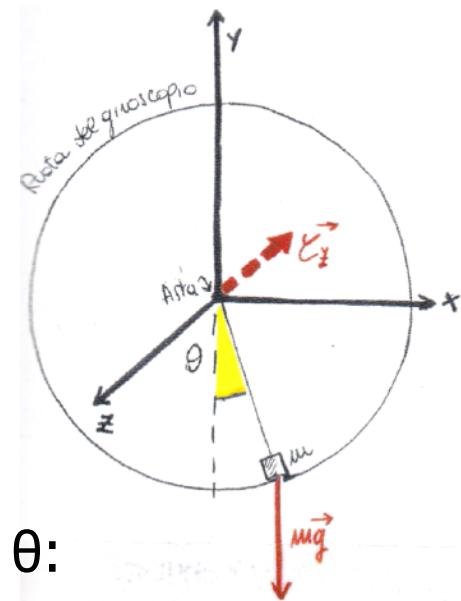
- M delle forze di vincolo è nullo
- M della F_p del giroscopio è nullo
- M della F_p della massa m fissata sul bordo è:
$$\vec{M} = \vec{r}x\vec{F}_p = -mgr \sin \theta \vec{u}_z$$

- Ricordando che $\vec{M} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z$ e nell'approx di piccoli θ :

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + mgr\theta = 0 \rightarrow \omega^2 = \frac{mgr}{I} = \frac{4\pi^2}{T^2} \rightarrow I = \frac{mgrT^2}{4\pi^2}$$

- Il momento di inerzia totale sarà: $I = I_z + mr^2$ e quindi $I_z + mr^2 = \frac{mgrT^2}{4\pi^2}$

$$\Rightarrow I_z = mr \left(\frac{gT^2}{4\pi^2} - r \right)$$



Momento d'inerzia assiale

Si consideri il momento delle forze applicate:

- M delle forze di vincolo è nullo
- M della F_p del giroscopio è nullo
- M della F_p della massa m fissata sul bordo è:

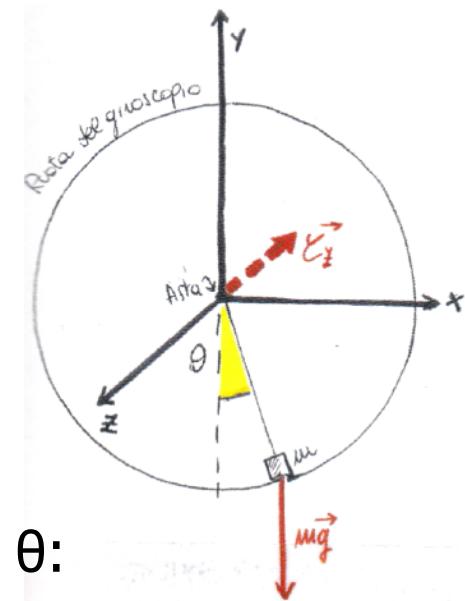
$$\vec{M} = \vec{r}x\vec{F}_p = -mgr \sin \theta \vec{u}_z$$

Ricordando che $\vec{M} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z$ e nell'approx di piccoli θ :

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + mgr\theta = 0 \rightarrow \omega^2 = \frac{mgr}{I} = \frac{4\pi^2}{T^2} \rightarrow I = \frac{mgrT^2}{4\pi^2}$$

Il momento di inerzia totale sarà: $I = I_z + mr^2$ e quindi $I_z + mr^2 = \frac{mgrT^2}{4\pi^2}$

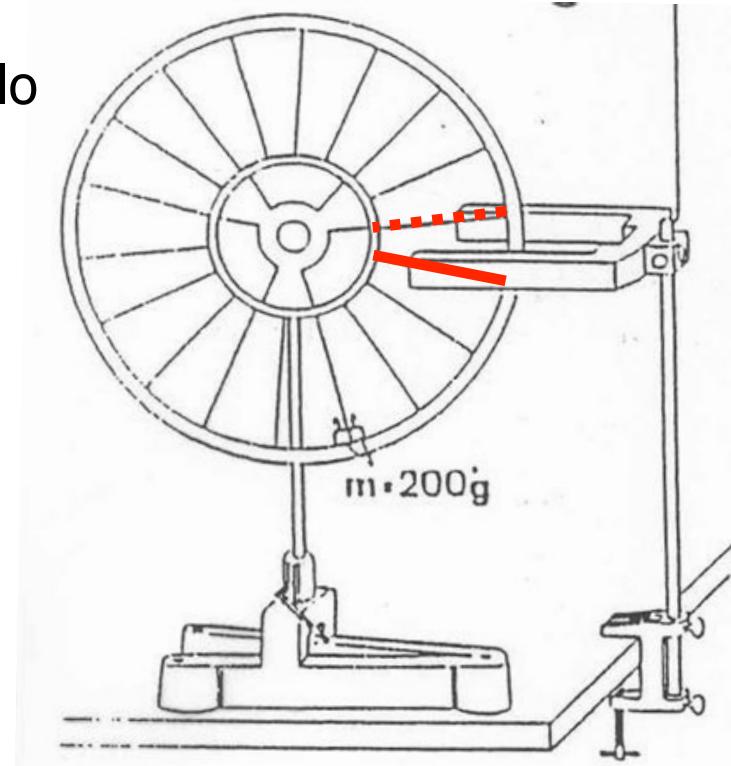
$$\Rightarrow I_z = mr \left(\frac{gT^2}{4\pi^2} - r \right) \rightarrow \text{Si può ottenere } \mathbf{I_z} \text{ dalla misura di } \mathbf{T}$$



Momento d'inerzia assiale

Acquisizione dati

- Porre in **oscillazione** il giroscopio intorno al proprio asse
- Fare in modo che durante l'oscillazione solo un raggio intercetti la fotocellula

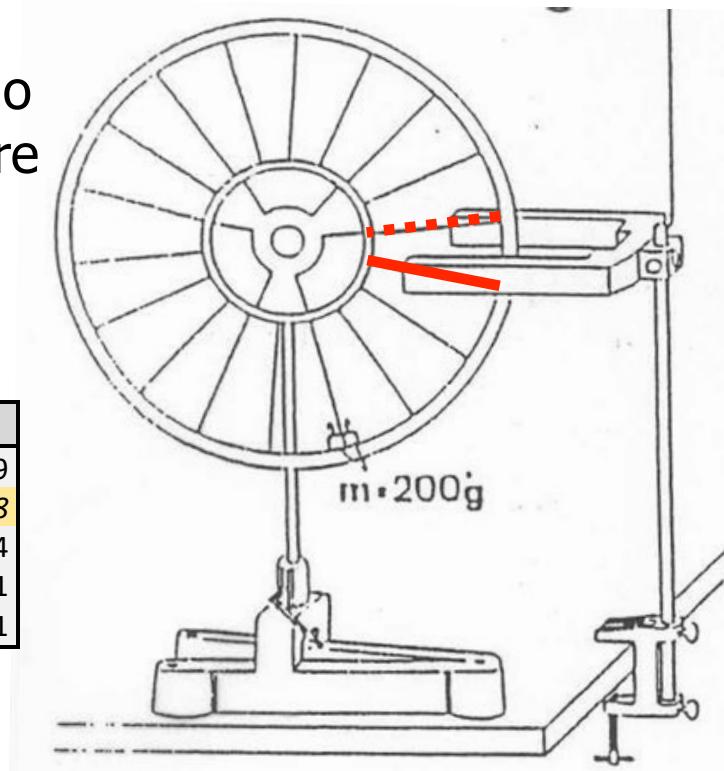


Momento d'inerzia assiale

Acquisizione dati

- Porre in **oscillazione** il giroscopio intorno al proprio asse
- Fare in modo che durante l'oscillazione solo un raggio intercetti la fotocellula e acquisire ogni volta il periodo di 4-5 oscillazioni

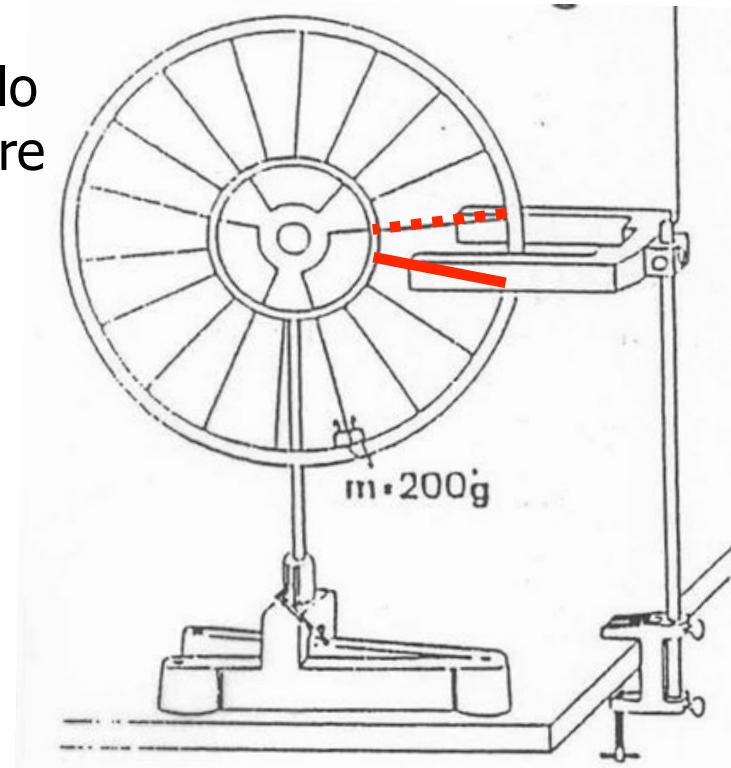
Periodo assiale [s]												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
3,509	3,510	3,510	3,509	3,508	3,509	3,509	3,510	3,509	3,510	3,509	3,509	
3,507	3,507	3,509	3,508	3,507	3,507	3,509	3,509	3,508	3,508	3,507	3,508	
3,504	3,504	3,507	3,504	3,504	3,504	3,506	3,506	3,505	3,505	3,503	3,504	
3,500	3,501	3,502	3,501	3,502	3,501	3,503	3,502	3,503	3,502	3,501	3,501	
3,501	3,501	3,502	3,502	3,503	3,502	3,503	3,503	3,502	3,502	3,501	3,501	



Momento d'inerzia assiale

Acquisizione dati

- Porre in **oscillazione** il giroscopio intorno al proprio asse
- Fare in modo che durante l'oscillazione solo un raggio intercetti la fotocellula e acquisire ogni volta il periodo di 4-5 oscillazioni
- Determinare il periodo medio T_m
- Misurare inoltre **m** (masse cilindriche + nastro adesivo) e **r**
- Determinare I_z** e relativo errore



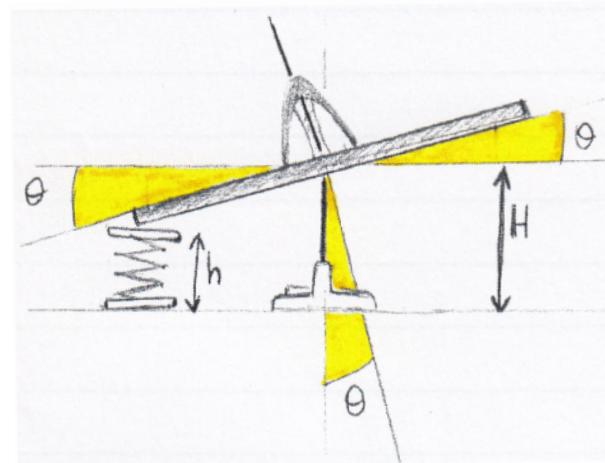
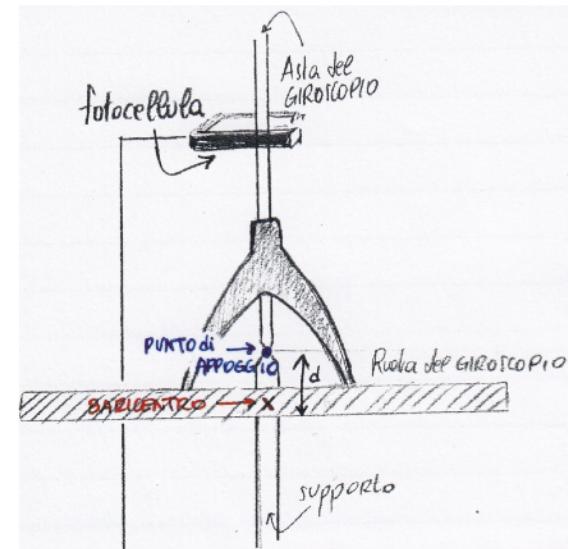
Momento d'inerzia
EQUATORIALE

Mom. d'inerzia equatoriale



Mom. d'inerzia equatoriale

- **Distanza punto appoggio-baricentro**
 $d = 5 \text{ cm}$ (baricentro spostato in basso).
- Il sistema è assimilabile ad un **pendolo fisico**, che oscilla con periodo T attorno ad un asse passante per il punto di appoggio
- Il momento di inerzia equatoriale I_{xy} si ottiene **dalla misura del periodo di oscillazione** di questo pendolo



Mom. d'inerzia equatoriale

💡 Si consideri il momento delle forze applicate:

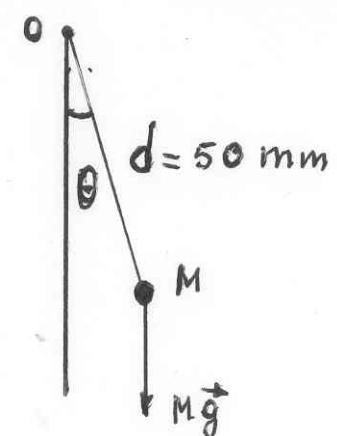
- ➊ M delle forze di vincolo
- ➋ M della F_p del giroscopio

Mom. d'inerzia equatoriale

Si consideri il momento delle forze applicate:

- M delle forze di vincolo è nullo
- M della F_p del giroscopio è:

$$\vec{M} = \vec{dx} \vec{F}_p = -Mgd \sin \theta \vec{u}_z$$



Mom. d'inerzia equatoriale

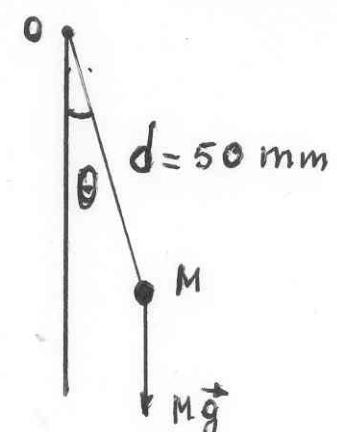
- Si consideri il momento delle forze applicate:

- M delle forze di vincolo è nullo
- M della F_p del giroscopio è:

$$\vec{M} = \vec{dx} \vec{F}_p = -Mgd \sin \theta \vec{u}_z$$

- Ricordando $\vec{M} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z + \text{approx piccoli } \theta$:

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + Mg d \theta = 0 \rightarrow \omega^2 = \frac{Mgd}{I} = \frac{4\pi^2}{T^2} \rightarrow I = \frac{MgdT^2}{4\pi^2}$$



Mom. d'inerzia equatoriale

- Si consideri il momento delle forze applicate:

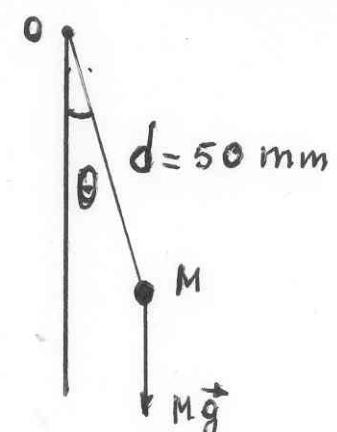
- M delle forze di vincolo è nullo
- M della F_p del giroscopio è:

$$\vec{M} = \vec{dx} \vec{F}_p = -Mgd \sin \theta \vec{u}_z$$

- Ricordando $\vec{M} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z + \text{approx piccoli } \theta$:

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + Mgd\theta = 0 \rightarrow \omega^2 = \frac{Mgd}{I} = \frac{4\pi^2}{T^2} \rightarrow I = \frac{MgdT^2}{4\pi^2}$$

- Per il teorema di Huygens-Steiner: $I = I_{xy} + Md^2 \rightarrow I_{xy} + Md^2 = \frac{MgdT^2}{4\pi^2}$



Mom. d'inerzia equatoriale

- Si consideri il momento delle forze applicate:

- M delle forze di vincolo è nullo

- M della F_p del giroscopio è:

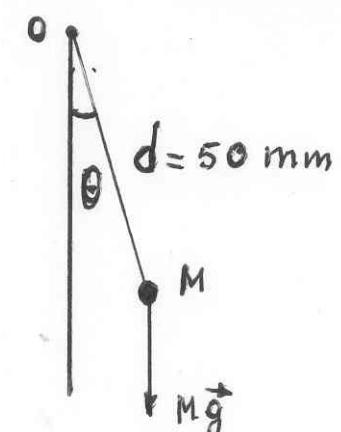
$$\vec{M} = \vec{dx} \vec{F}_p = -Mgd \sin \theta \vec{u}_z$$

- Ricordando $\vec{M} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z + \text{approx piccoli } \theta$:

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + Mg d \theta = 0 \rightarrow \omega^2 = \frac{Mgd}{I} = \frac{4\pi^2}{T^2} \rightarrow I = \frac{MgdT^2}{4\pi^2}$$

- Per il teorema di Huygens-Steiner: $I = I_{xy} + Md^2 \rightarrow I_{xy} + Md^2 = \frac{MgdT^2}{4\pi^2}$

$$\Rightarrow I_{xy} = Md \left(\frac{gT^2}{4\pi^2} - d \right)$$



Mom. d'inerzia equatoriale

- Si consideri il momento delle forze applicate:

- M delle forze di vincolo è nullo

- M della F_p del giroscopio è:

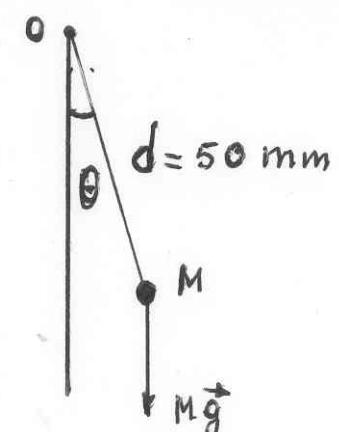
$$\vec{M} = \vec{dx} \vec{F}_p = -Mgd \sin \theta \vec{u}_z$$

- Ricordando $\vec{M} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z$ + approx piccoli θ :

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + Mg d \theta = 0 \rightarrow \omega^2 = \frac{Mgd}{I} = \frac{4\pi^2}{T^2} \rightarrow I = \frac{MgdT^2}{4\pi^2}$$

- Per il teorema di Huygens-Steiner: $I = I_{xy} + Md^2 \rightarrow I_{xy} + Md^2 = \frac{MgdT^2}{4\pi^2}$

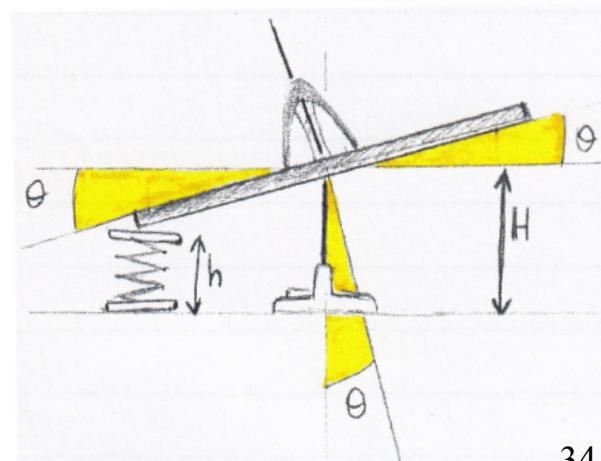
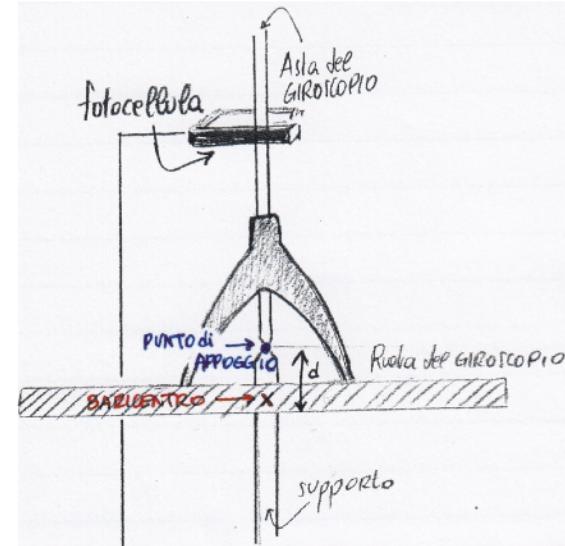
$$\Rightarrow I_{xy} = Md \left(\frac{gT^2}{4\pi^2} - d \right) \rightarrow \text{Si può ottenere } \mathbf{I}_{xy} \text{ dalla misura di } \mathbf{T}$$



Mom. d'inerzia equatoriale

Acquisizione dati

- Determinare la **massa M del giroscopio**
- Regolare la **distanza punto appoggio-baricentro a $d = 5 \text{ cm}$** e appoggiare il giroscopio all'asta del supporto
- Predisporre la fotocellula in modo che l'asse giroscopio a riposo intercetti il raggio luminoso
- Spostare l'asse del giroscopio di $\theta \sim 10^\circ$ e lasciarlo libero di oscillare. Misurare il periodo di oscillazione T e determinare T_m
- **Determinare I_{xy}** e relativo errore



**PRECESSIONE ≠
NUTAZIONE**

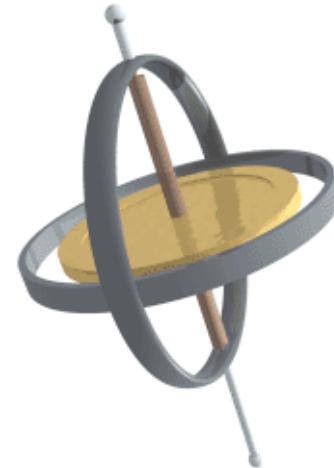
Precessione

- Disporre il giroscopio con l'**asse in verticale**, mettere in rotazione il giroscopio e poi inclinare l'asse



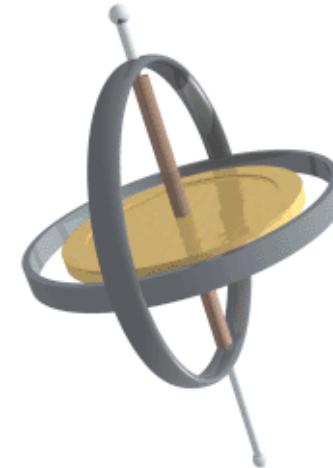
Precessione

- Disporre il giroscopio con l'**asse in verticale**, mettere in rotazione il giroscopio e poi inclinare l'asse



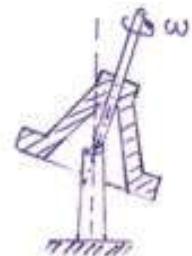
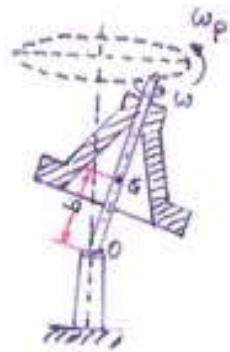
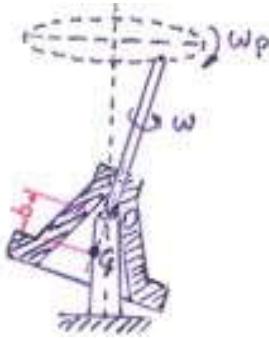
Precessione

- Disporre il giroscopio con l'**asse in verticale**, mettere in rotazione il giroscopio e poi inclinare l'asse
- E' possibile variare la distanza baricentro giroscopio G - punto di appoggio O (punta asta supporto):
 - se **$d < 0$** (G sotto O) → **precessione destrorsa**
 - se **$d > 0$** (G sopra O) → **precessione sinistrorsa**
 - ▶ momento F applicate $\neq 0$, $\mathbf{L} \neq \text{cost}$ ($|\mathbf{L}| = \text{cost}$)
 - se **$d = 0$** ($G \equiv O$) → **NO precessione** (orientazione fissa dell'asse)
 - ▶ momento F applicate = 0 e $\mathbf{L} = \text{cost}$



Precessione

- se $d < 0$ (G sotto O) → **precessione destrorsa**
 - $\omega_p < 0$, precessione in verso contrario a rotazione
- se $d > 0$ (G sopra O) → **precessione sinistrorsa**
 - $\omega_p > 0$, precessione nello stesso verso della rotazione
- se $d = 0$ (G coincide con O) → **NO precessione**
 - asse di rotazione mantiene orientazione fissa

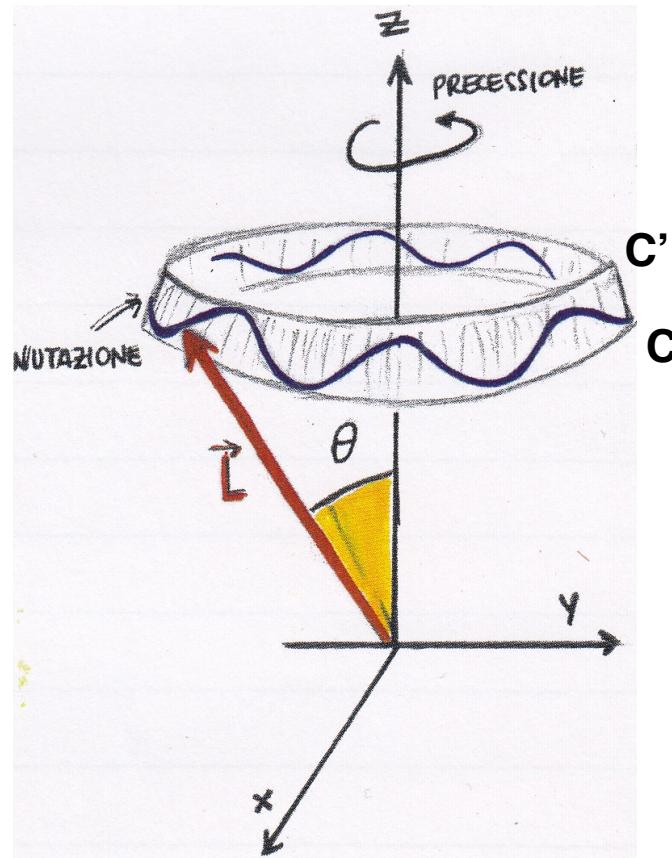


Precessione e nutazione



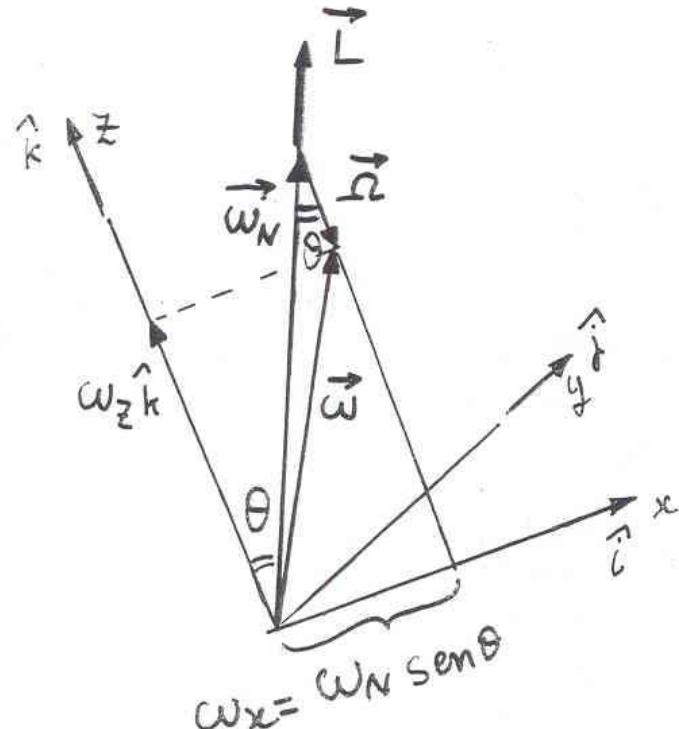
Precessione e nutazione

- Se si imprime un impulso all'asse del giroscopio, si rompe la simmetria e le direzioni di L ed ω non coincidono più → si instaura il moto di **nutazione**: il **vettore L** , mentre precede, **oscilla** fra le circonferenze C e C'



Nutazione

- Poniamo $G \equiv O \rightarrow$ momento F esterne nullo (NO precessione)
- Per un asse principale $\vec{L} = I\vec{\omega}$
 $\rightarrow L$ ed $\omega //$
- Se si imprime un impulso all'asse del giroscopio, si rompe la simmetria e le direzioni di L ed ω non coincidono più
 \rightarrow **l'asse** non rimane fermo, ma **oscilla con frequenza di nutazione f_n .**



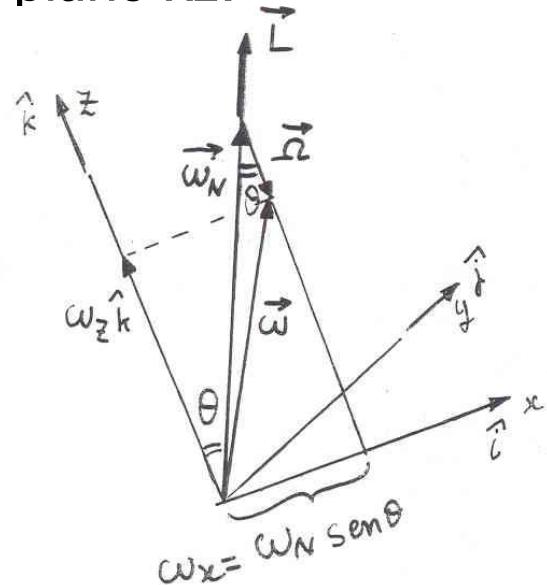
Nutazione

- Considero l'istante in cui \vec{L} e $\vec{\omega}$ appartengono a piano xz:

$$\begin{cases} L_x = L \sin \theta \\ L_y = 0 \\ L_z = L \cos \theta \end{cases}$$

inoltre

$$\begin{cases} L_x = I_{xy}\omega_x \\ L_y = I_{xy}\omega_y \\ L_z = I_z\omega_z \end{cases}$$



Nutazione

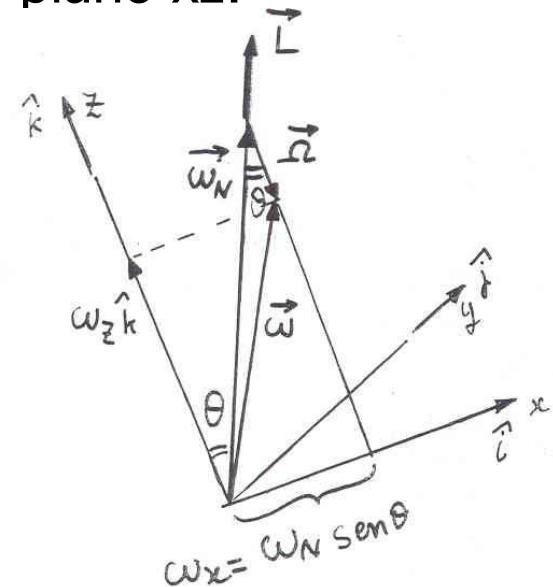
- Considero l'istante in cui \vec{L} e $\vec{\omega}$ appartengono a piano xz:

$$\begin{cases} L_x = L \sin \theta \\ L_y = 0 \\ L_z = L \cos \theta \end{cases}$$

inoltre

$$\begin{cases} L_x = I_{xy}\omega_x \\ L_y = I_{xy}\omega_y \\ L_z = I_z\omega_z \end{cases}$$

$$\begin{cases} L \sin \theta = I_{xy}\omega_x \\ L \cos \theta = I_z\omega_z \end{cases}$$



Nutazione

- Considero l'istante in cui \vec{L} e $\vec{\omega}$ appartengono a piano xz:

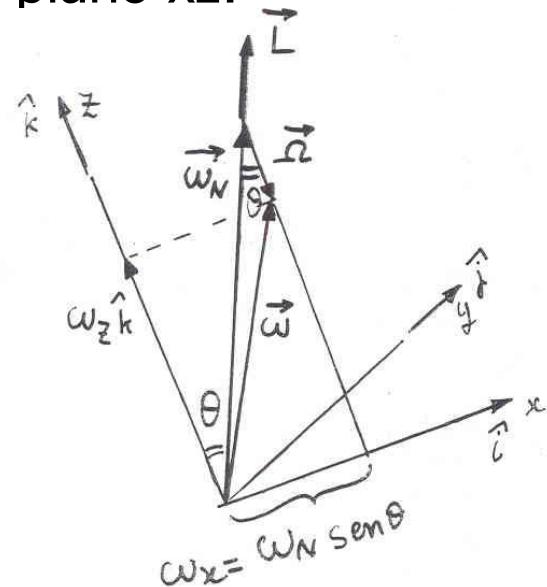
$$\begin{cases} L_x = L \sin \theta \\ L_y = 0 \\ L_z = L \cos \theta \end{cases}$$

inoltre

$$\begin{cases} L_x = I_{xy}\omega_x \\ L_y = I_{xy}\omega_y \\ L_z = I_z\omega_z \end{cases}$$

$$\begin{cases} L \sin \theta = I_{xy}\omega_x \\ L \cos \theta = I_z\omega_z \end{cases}$$

- Dalla figura: $\omega_x = \omega_n \sin \theta \rightarrow \sin \theta = \frac{\omega_x}{\omega_n}$

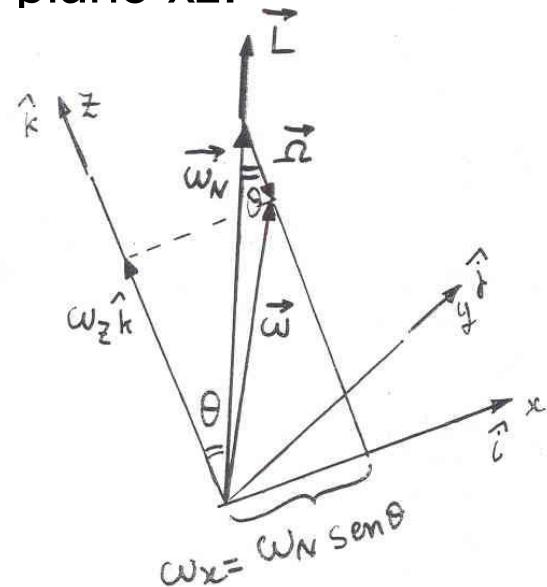


Nutazione

- Considero l'istante in cui \vec{L} e $\vec{\omega}$ appartengono a piano xz:

$$\begin{cases} L_x = L \sin \theta \\ L_y = 0 \\ L_z = L \cos \theta \end{cases} \quad \text{inoltre} \quad \begin{cases} L_x = I_{xy}\omega_x \\ L_y = I_{xy}\omega_y \\ L_z = I_z\omega_z \end{cases}$$

$$\begin{cases} L \sin \theta = I_{xy}\omega_x \\ L \cos \theta = I_z\omega_z \end{cases}$$



- Dalla figura: $\omega_x = \omega_n \sin \theta \rightarrow \sin \theta = \frac{\omega_x}{\omega_n}$

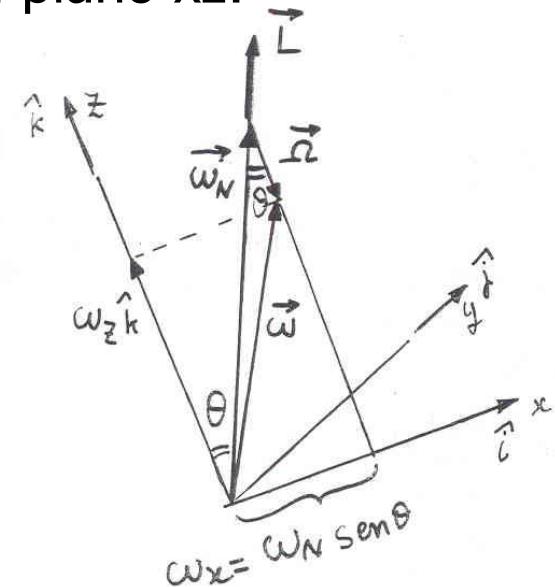
e si riscrivono: $\begin{cases} L \frac{\omega_x}{\omega_n} = I_{xy}\omega_x \rightarrow L = \omega_n I_{xy} \\ L \cos \theta = I_z\omega_z \rightarrow L = \frac{I_z\omega_z}{\cos \theta} \end{cases}$

Nutazione

- Considero l'istante in cui \vec{L} e $\vec{\omega}$ appartengono a piano xz:

$$\begin{cases} L_x = L \sin \theta \\ L_y = 0 \\ L_z = L \cos \theta \end{cases} \quad \text{inoltre} \quad \begin{cases} L_x = I_{xy}\omega_x \\ L_y = I_{xy}\omega_y \\ L_z = I_z\omega_z \end{cases}$$

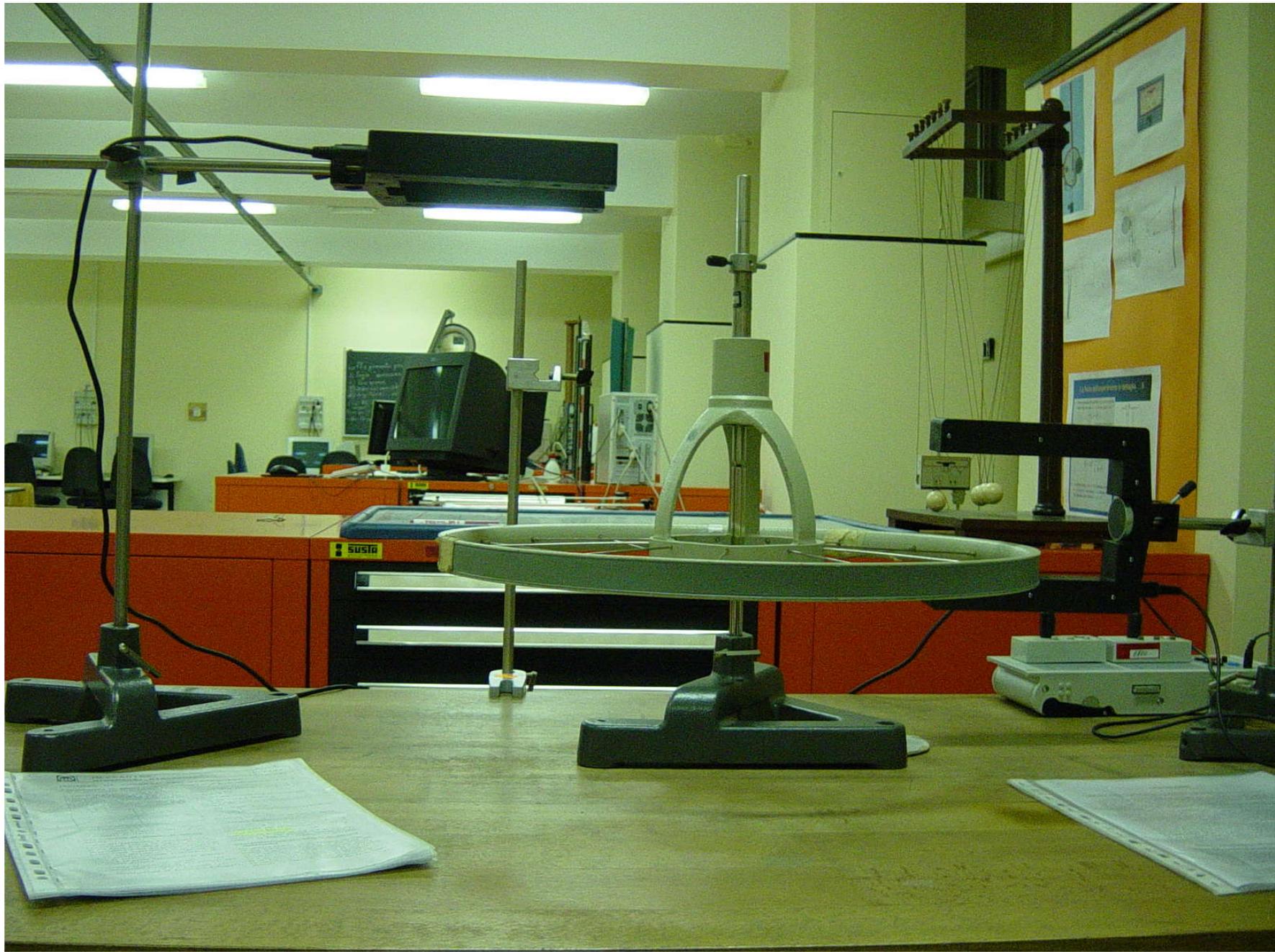
$$\begin{cases} L \sin \theta = I_{xy}\omega_x \\ L \cos \theta = I_z\omega_z \end{cases}$$



- Dalla figura: $\omega_x = \omega_n \sin \theta \rightarrow \sin \theta = \frac{\omega_x}{\omega_n}$

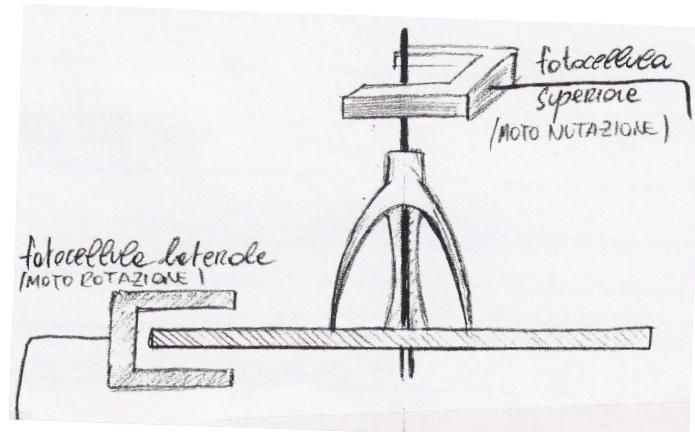
e si riscrivono:
$$\begin{cases} L \frac{\omega_x}{\omega_n} = I_{xy}\omega_x \rightarrow L = \omega_n I_{xy} \\ L \cos \theta = I_z\omega_z \rightarrow L = \frac{I_z\omega_z}{\cos \theta} \end{cases}$$

$$\rightarrow \omega_n I_{xy} = \frac{I_z\omega_z}{\cos \theta} \rightarrow 2\pi f_n I_{xy} = \frac{I_z 2\pi f_z}{\cos \theta} \quad (\text{per piccoli } \theta: \cos \theta \rightarrow 1) \quad \Rightarrow f_n = \frac{I_z}{I_{xy}} f_z$$



Studio della nutazione

- Porre **GEO** e appoggiare il giroscopio sul punto di appoggio
- Mettere in **rotazione** il giroscopio e applicare una **leggera spinta laterale**
→ si instaura il **moto di nutazione**.
- Leggere il periodo di nutazione **T_n** e la frequenza di rotazione **f_z** ($f_z = n_z/18$, la ruota ha 18 raggi). Leggere le misure dei $T_{in}(n_z)$ mentre n_z si mantiene costante
- Ripetere le misure per diverse valori di n_z** a partire da $n_z = 40$ con passo di -3



Studio della nutazione

- Riportare in tabella per ogni n_z i valori di T_{in} letti e calcolare valor medio e dev std dei T_{in}

n_z [Hz]	50 ± 1	47 ± 1	44 ± 1	41 ± 1	38 ± 1	35 ± 1	32 ± 1	29 ± 1	26 ± 1	23 ± 1	20 ± 1
T1 s	0,213	0,242	0,295	0,270	0,294	0,324	0,345	0,396	0,436	0,473	0,511
T2 s	0,226	0,250	0,265	0,282	0,296	0,332	0,346	0,408	0,440	0,482	0,557
T3 s	0,180	0,261	0,253	0,255	0,302	0,320	0,354	0,389	0,427	0,507	0,556
T4 s	0,222	0,225	0,271	0,303	0,305	0,328	0,365	0,387	0,431	0,500	0,536
T5 s	0,232	0,256	0,265	0,285	0,317	0,342	0,370	0,389	0,444	0,471	0,569
T6 s	0,223	0,240	0,269	0,284	0,302	0,318	0,362	0,393	0,450	0,451	0,546
T7 s	0,235	0,243	0,256	0,275	0,295	0,326	0,358	0,395	0,447	0,476	0,557
T8 s	0,230	0,245	0,267	0,283	0,298	0,301	0,369	0,394	0,419	0,501	0,578
T9 s	0,229	0,237	0,256	0,292	0,299	0,331	0,372	0,376	0,400	0,502	0,521
T10 s	0,240	0,236	0,266	0,277	0,307	0,319	0,341	0,379	0,428	0,494	0,498
T11 s	0,229	0,237	0,266	0,279	0,285	0,305	0,343	0,386	0,434	0,492	0,578
T12 s	0,235	0,245		0,272	0,295	0,294	0,327	0,387	0,445	0,498	0,493
T13 s		0,243		0,278	0,296	0,311	0,358		0,456	0,502	0,592
T14 s		0,247		0,287		0,317	0,362		0,445	0,490	0,571
T15 s		0,241			0,305				0,444	0,514	
T16 s		0,255									0,500



n_z [Hz] ±	T_n [ms] ±	$f_n = 1 / T_n$ [Hz] ±	f_z [Hz] ±

Studio della nutazione

nz [Hz] ±	Tn [ms] ±	fn = 1/ Tn [Hz] ±	fz [Hz] ±

- ➊ Riportare su un **grafico** i valori di f_n in funzione di f_z (o f_z in funzione di f_n)
- ➋ Interpolare l'andamento $f_n(f_z)$ con una retta e verificare se sia valida la legge: **$f_n = f_z (I_z / I_{xy})$**
 - ➌ considerare opportunamente gli errori su f_n e f_z
- ➍ **Confrontare** il valore del rapporto I_z / I_{xy} ed il valore di **b**

Errori sistematici

- 💡 Per **piccoli valori di θ** si può approssimare $\sin\theta$ con θ : cosa intendiamo per “piccoli valori” di θ ?
 - 💡 stimare ed eventualmente correggere il periodo secondo la relazione: $T = T_0 \left[1 + \frac{1}{4} \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right]$
- 💡 Nel calcolo di I_{xy} è stato finora trascurato il **momento d'inerzia dell'asta** centrale del giroscopio: $I = I_{xy} + Md^2 \rightarrow I = I_{xy} + Md^2 + I_{asta}$
 - 💡 calcolare il momento d'inerzia dell'asta, approssimandola ad un'asta di spessore trascurabile che ruota attorno a un estremo, ed eventualmente applicare correzione