Bilancia analitica

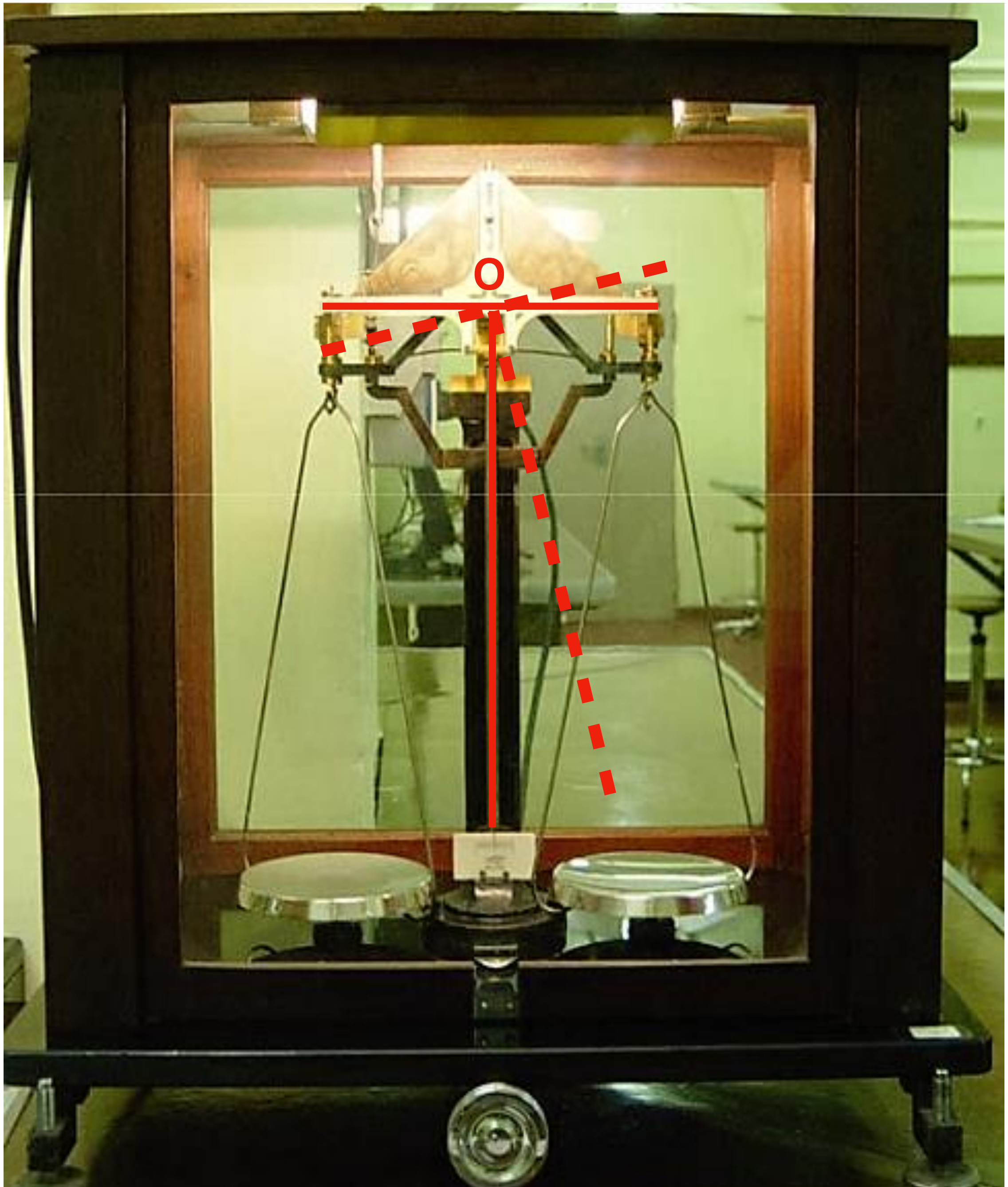
Esperimentazioni I
a.a. 2023-2024

Obiettivi

- Determinare la **curva di sensibilità** della bilancia

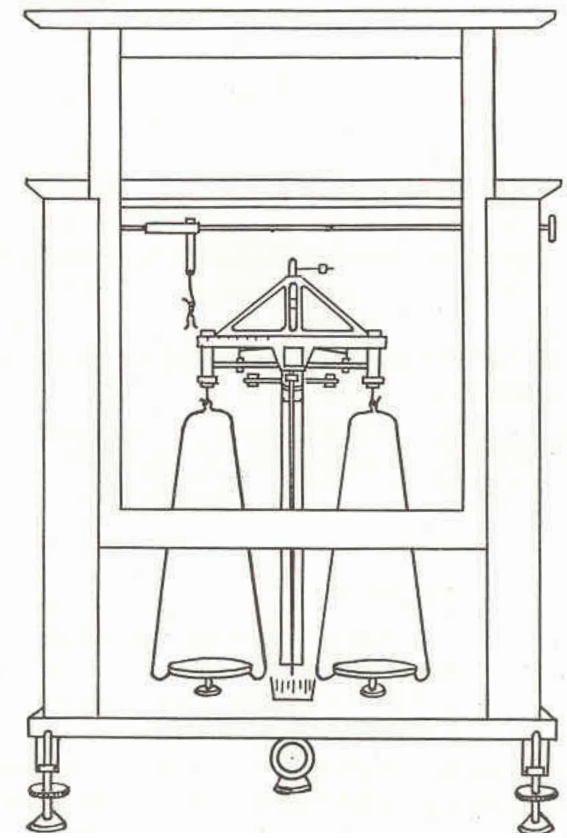
- Determinare la **massa di un oggetto**, attraverso il confronto con masse note, con il **metodo della doppia pesata**


O


O

Strumentazione

- **Teca**: contiene la bilancia
- **Bilancia analitica**
- Scala graduata
- Masse:
  - masse della massiera (5mg-100g), *N.B.: da maneggiare con pinzetta*
  - cavalierino di Berzelius (1mg)

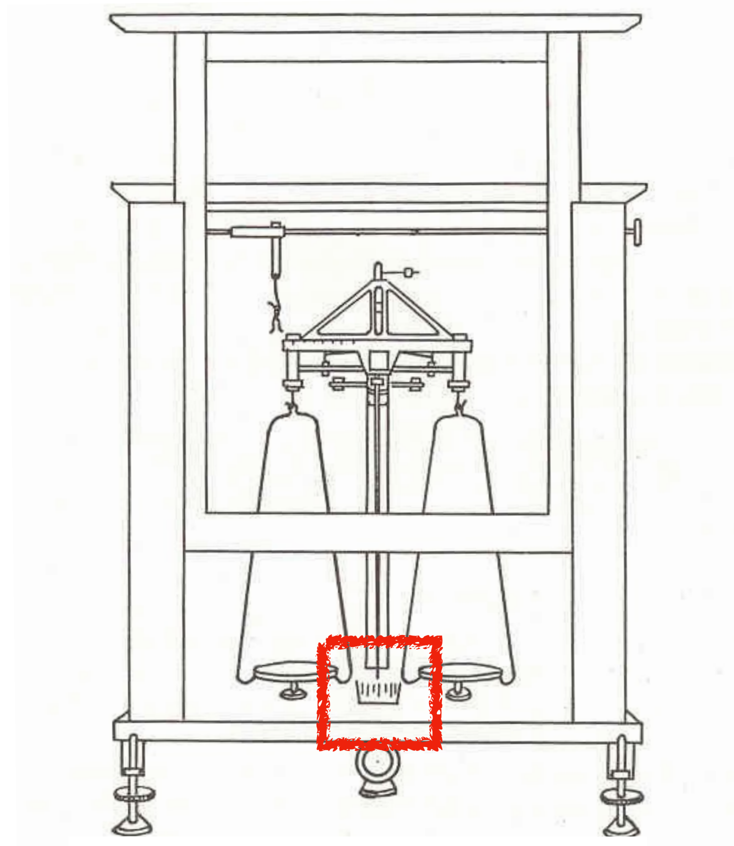


Avvertenze:

- operare sempre con molta **delicatezza**
- tutte le manovre si fanno a **sistema bloccato** e con lo sportello della teca chiuso
- evitare che indice esca da scala graduata

Strumentazione

- Teca: contiene la bilancia
- Bilancia analitica
- **Scala graduata**
- Masse:
  - masse della massiera (5mg-100g), *N.B.: da maneggiare con pinzetta*
  - cavalierino di Berzelius (1mg)



Avvertenze:

- operare sempre con molta **delicatezza**
- tutte le manovre si fanno a **sistema bloccato** e con lo sportello della teca chiuso
- evitare che indice esca da scala graduata


F. SARTORIUS
Göttingen.
№12733
849
Museo di Fisica

Strumentazione

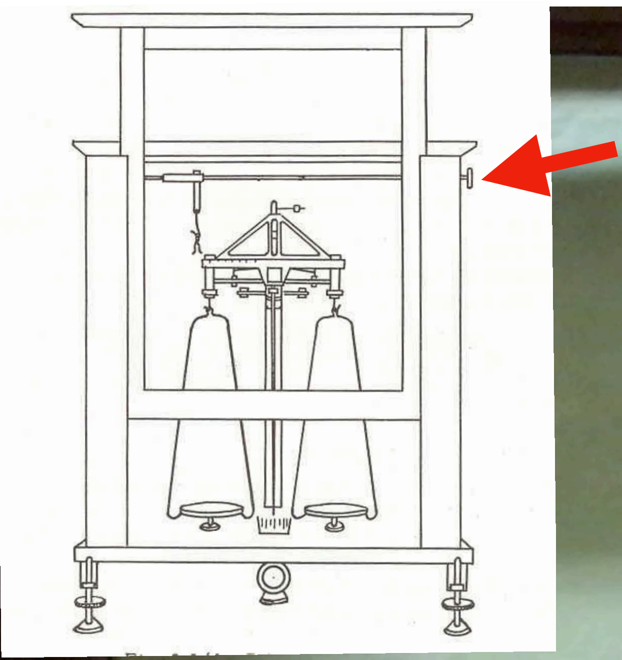
- Teca: contiene la bilancia
- Bilancia analitica
- Scala graduata
- **Masse:**
  - masse della massiera (5mg-100g), *N.B.: da maneggiare con pinzetta*
  - cavalierino di Berzelius (1mg)

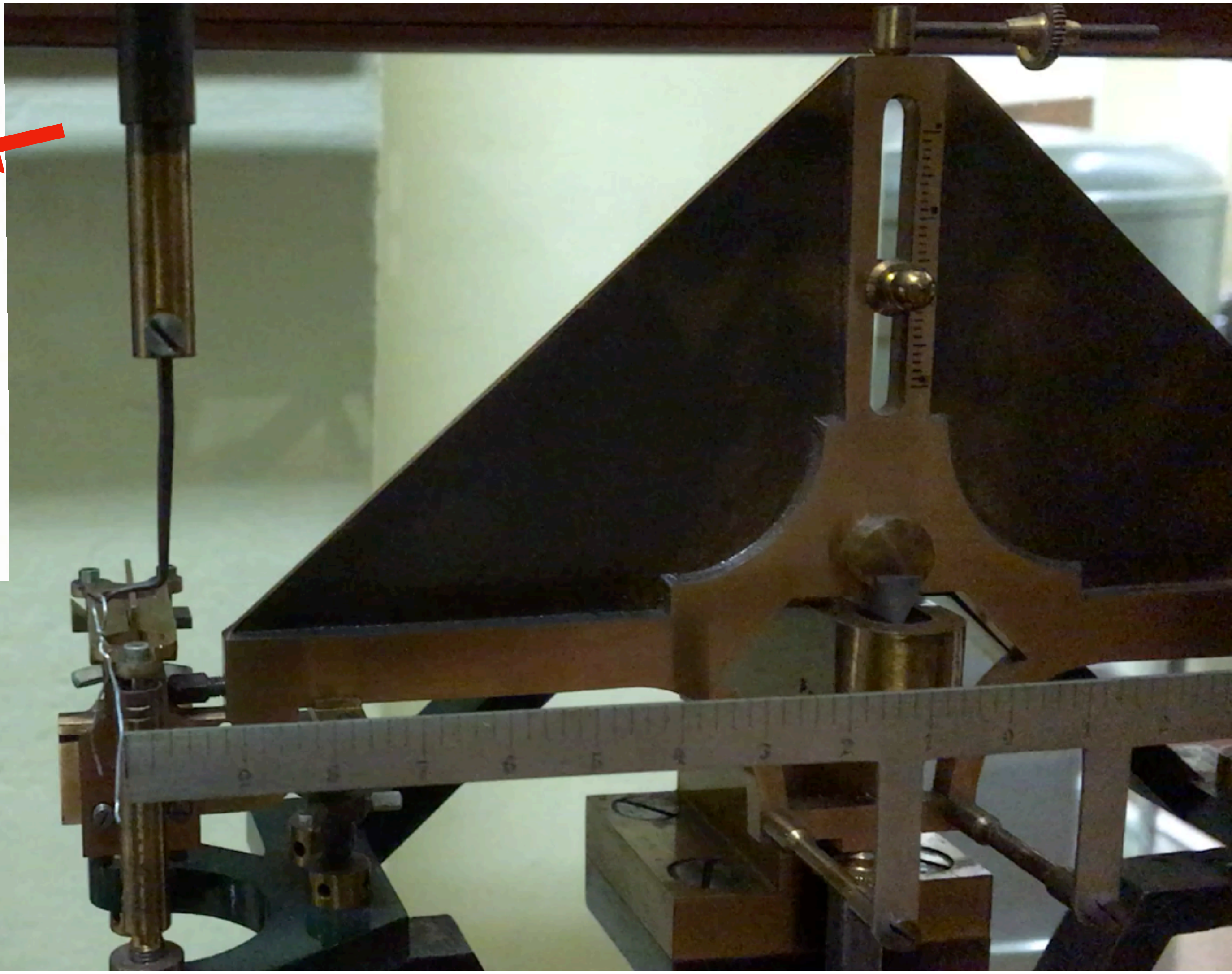
Avvertenze:

- operare sempre con molta **delicatezza**
- tutte le manovre si fanno a **sistema bloccato** e con lo sportello della teca chiuso
- evitare che indice esca da scala graduata

Cavalierino di Berzelius

Cavalierino di Berzelius





Posizione '0'

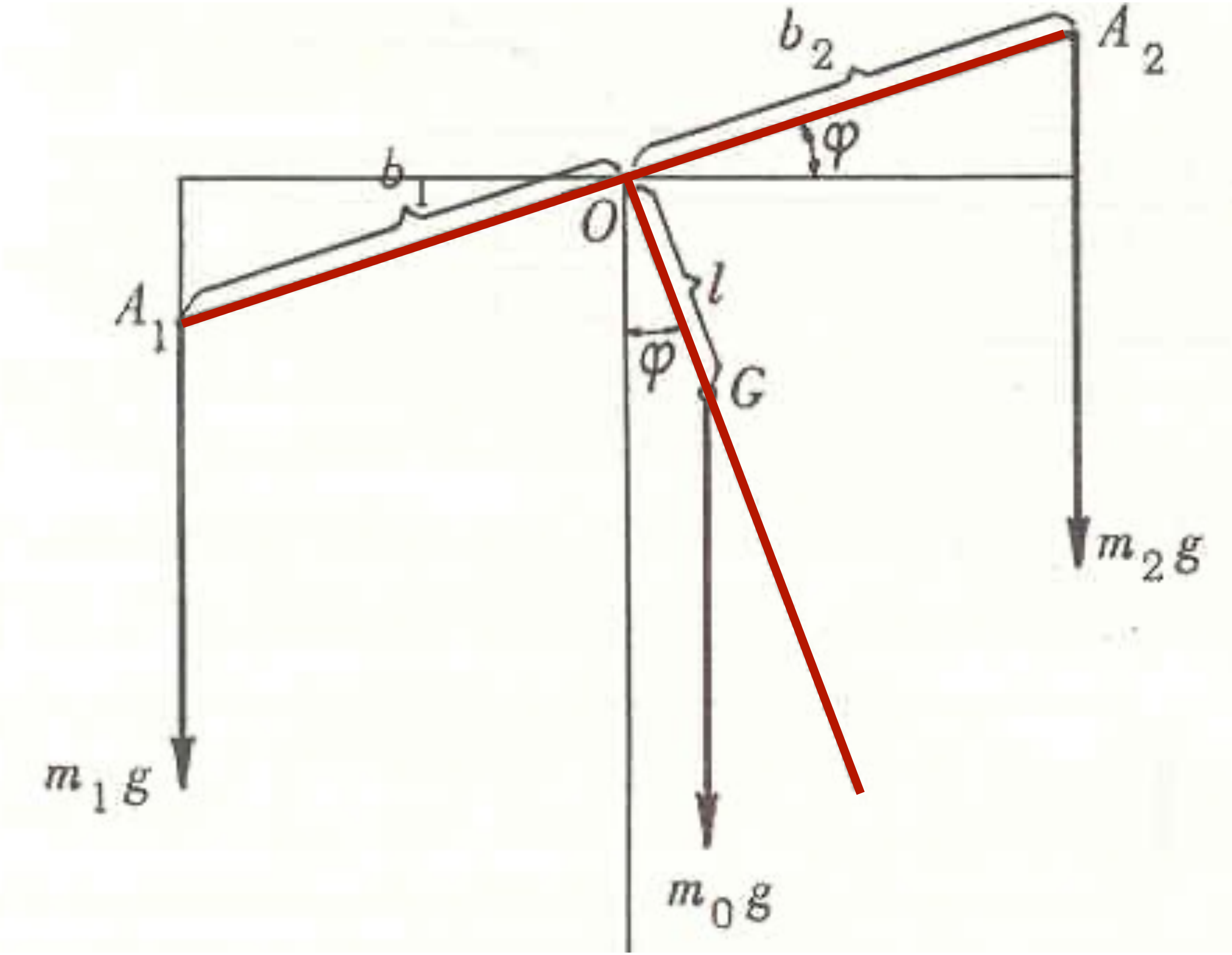
Posizione di ‘0’

- Si lavora sempre cercando di raggiungere la **posizione di equilibrio** della bilancia → **posizione di ‘0’**

- La posizione di ‘0’ **non è necessariamente quella dello zero della scala graduata**, a causa della non perfetta uguaglianza delle masse dei due piatti e della lunghezza dei due bracci

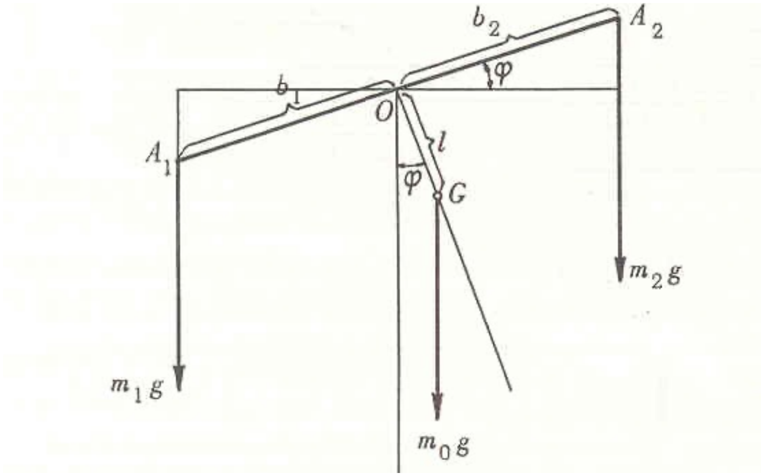
- A piatti scarichi va determinata la **posizione di ‘0’ reale**

Posizione di 'O'



Posizione di 'O'

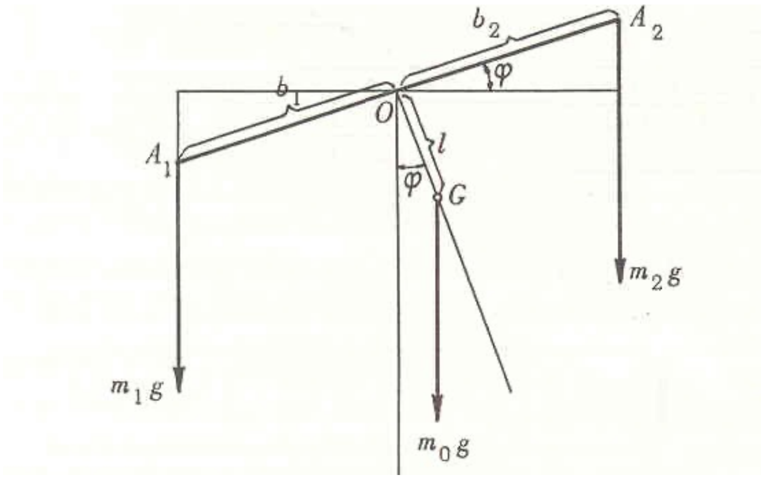
- All'equilibrio il momento risultante delle forze esterne è nullo: $\sum_i \vec{M}_i = 0$



Posizione di 'O'

- All'equilibrio il momento risultante delle forze esterne è nullo: $\sum_i \overrightarrow{M}_i = 0$

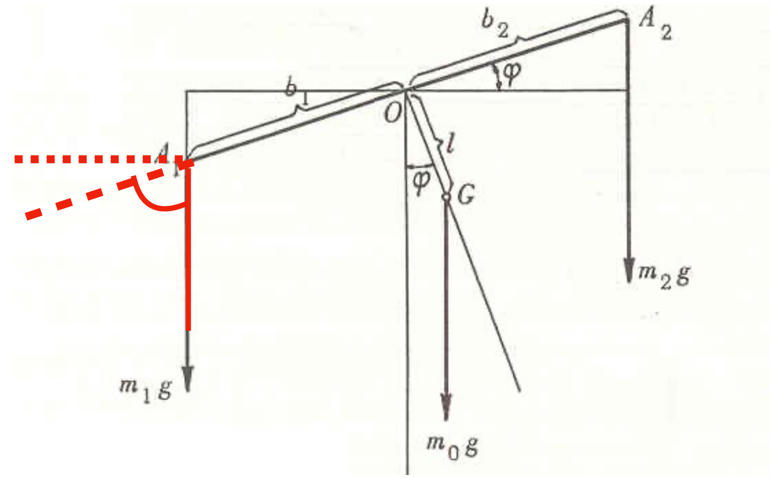
- Ricordando che $\overrightarrow{M} = \vec{d} x \overrightarrow{F}$, si avrà:



Posizione di 'O'

- All'equilibrio il momento risultante delle forze esterne è nullo: $\sum_i \vec{M}_i = 0$
- Ricordando che $\vec{M} = \vec{d} x \vec{F}$, si avrà:

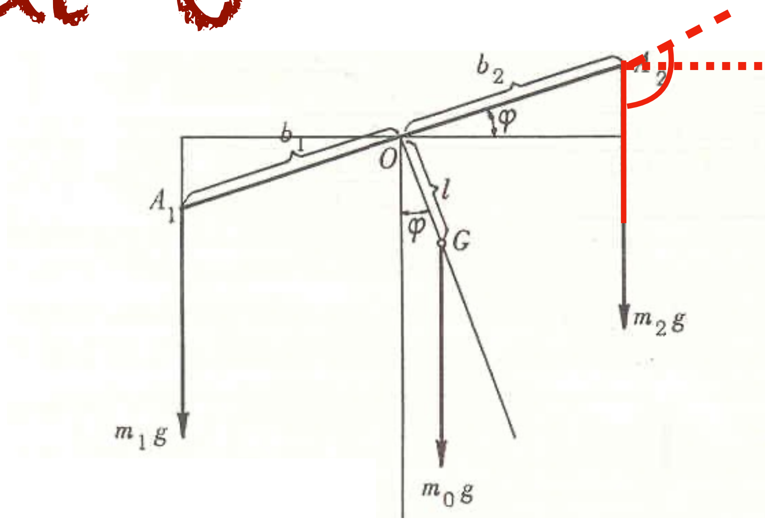
$b_1 m_1 g \sin(90° - \varphi)$



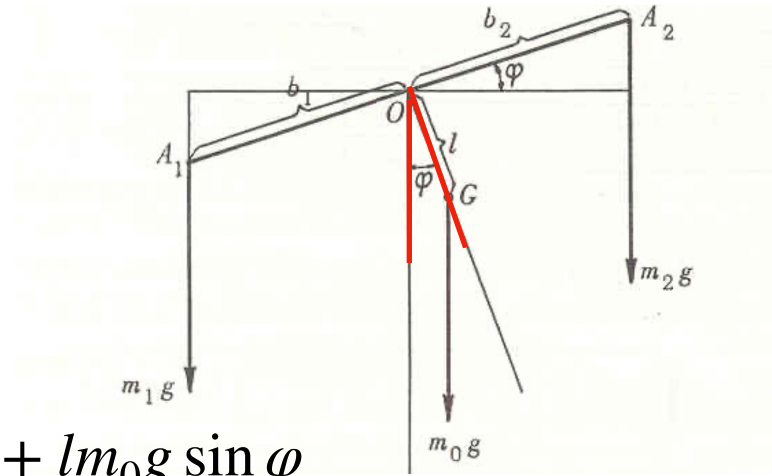
Posizione di 'O'

- All'equilibrio il momento risultante delle forze esterne è nullo: $\sum_i \vec{M}_i = 0$
- Ricordando che $\vec{M} = \vec{d} x \vec{F}$, si avrà:

$$b_1 m_1 g \sin(90° - \varphi) = b_2 m_2 g \sin(90° + \varphi)$$



Posizione di 'O'

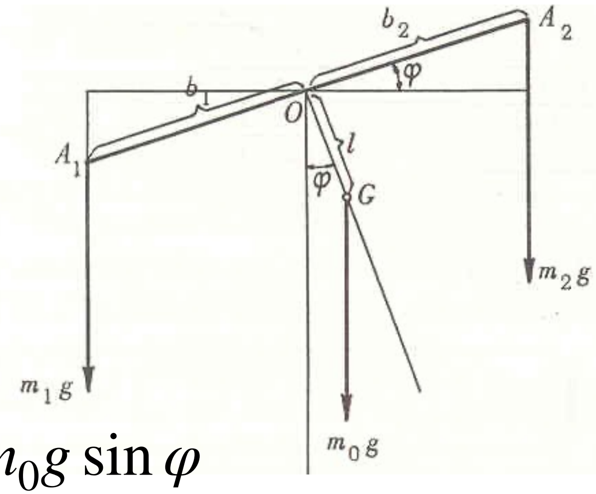


- All'equilibrio il momento risultante delle forze esterne è nullo: $\sum_i \vec{M}_i = 0$
- Ricordando che $\vec{M} = \vec{d} x \vec{F}$, si avrà:

$$b_1 m_1 g \sin(90^\circ - \varphi) = b_2 m_2 g \sin(90^\circ + \varphi) + l m_0 g \sin\varphi$$

Posizione di 'O'

- All'equilibrio il momento risultante delle forze esterne è nullo: $\sum_i \vec{M}_i = 0$

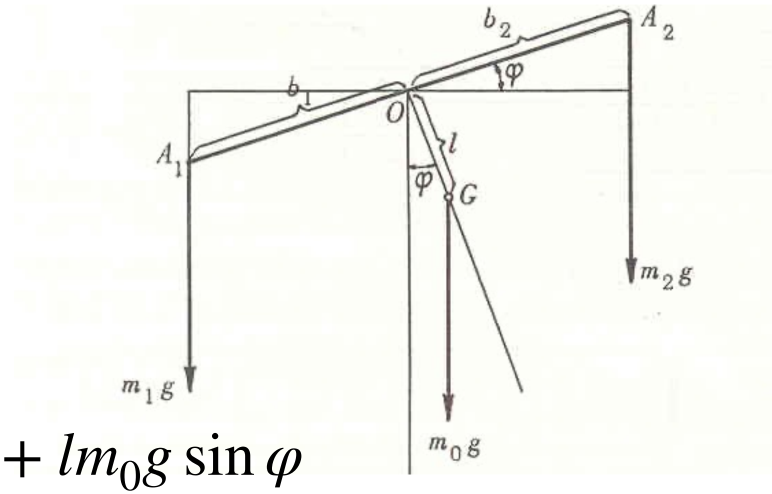


- Ricordando che $\vec{M} = \vec{d} x \vec{F}$, si avrà:

$$b_1 m_1 g \sin(90^\circ - \varphi) = b_2 m_2 g \sin(90^\circ + \varphi) + l m_0 g \sin\varphi$$

$$b_1 m_1 \cos\varphi = b_2 m_2 \cos\varphi + l m_0 \sin\varphi$$

Posizione di 'O'



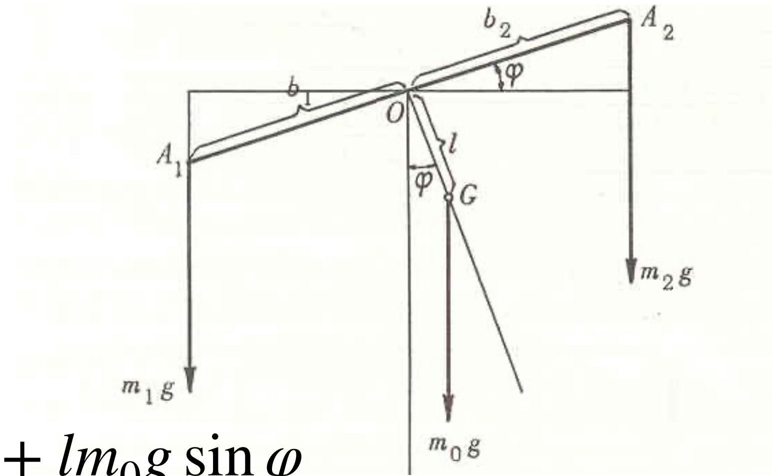
- All'equilibrio il momento risultante delle forze esterne è nullo: $\sum_i \overrightarrow{M}_i = 0$
- Ricordando che $\overrightarrow{M} = \vec{d} x \overrightarrow{F}$, si avrà:

$$b_1 m_1 g \sin(90° - \varphi) = b_2 m_2 g \sin(90° + \varphi) + l m_0 g \sin\varphi$$

$$b_1 m_1 \cos\varphi = b_2 m_2 \cos\varphi + l m_0 \sin\varphi$$

Nell'approssimazione di piccoli angoli: $\sin\varphi \sim \varphi$ e $\cos\varphi \sim 1$

Posizione di 'O'



- All'equilibrio il momento risultante delle forze esterne è nullo: $\sum_i \vec{M}_i = 0$
- Ricordando che $\vec{M} = \vec{d} x \vec{F}$, si avrà:

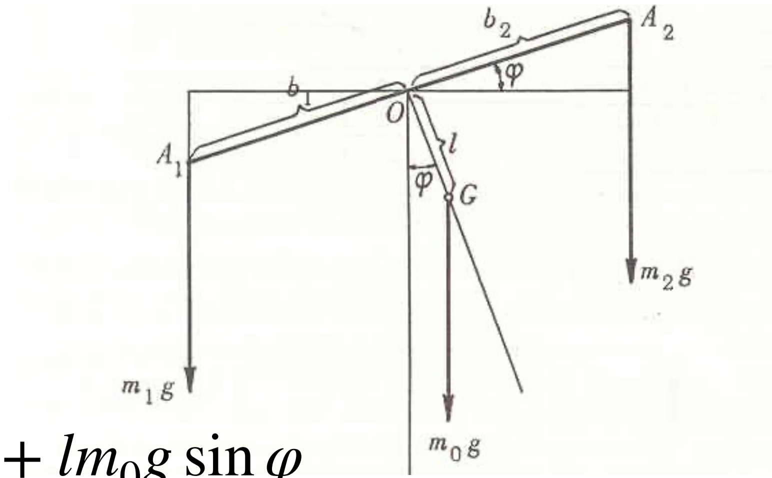
$$b_1 m_1 g \sin(90^\circ - \varphi) = b_2 m_2 g \sin(90^\circ + \varphi) + l m_0 g \sin\varphi$$

$$b_1 m_1 \cos\varphi = b_2 m_2 \cos\varphi + l m_0 \sin\varphi$$

Nell'approssimazione di piccoli angoli: $\sin\varphi \sim \varphi$ e $\cos\varphi \sim 1$

$$b_1 m_1 = b_2 m_2 + l m_0 \varphi$$

Posizione di 'O'



- All'equilibrio il momento risultante delle forze esterne è nullo: $\sum_i \vec{M}_i = 0$
- Ricordando che $\vec{M} = \vec{d} x \vec{F}$, si avrà:

$$b_1 m_1 g \sin(90° - \varphi) = b_2 m_2 g \sin(90° + \varphi) + l m_0 g \sin\varphi$$

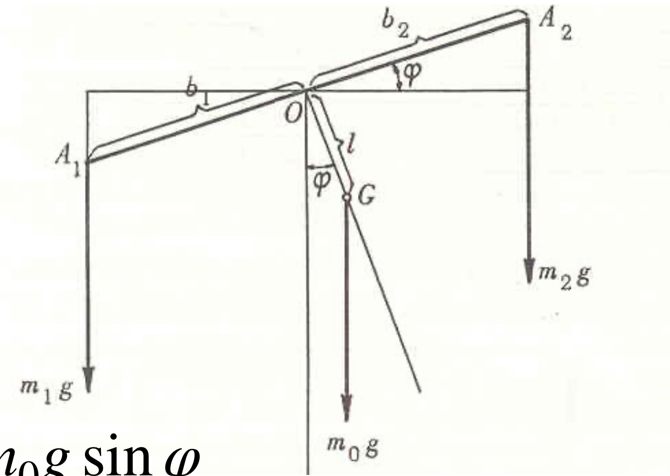
$$b_1 m_1 \cos\varphi = b_2 m_2 \cos\varphi + l m_0 \sin\varphi$$

Nell'approssimazione di piccoli angoli: $\sin\varphi \sim \varphi$ e $\cos\varphi \sim 1$

$$b_1 m_1 = b_2 m_2 + l m_0 \varphi$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{b_1 m_1 - b_2 m_2}{l m_0}$$

Posizione di 'O'



- All'equilibrio il momento risultante delle forze esterne è nullo: $\sum_i \vec{M}_i = 0$
- Ricordando che $\vec{M} = \vec{d} x \vec{F}$, si avrà:

$$b_1 m_1 g \sin(90° - \varphi) = b_2 m_2 g \sin(90° + \varphi) + l m_0 g \sin\varphi$$

$$b_1 m_1 \cos\varphi = b_2 m_2 \cos\varphi + l m_0 \sin\varphi$$

Nell'approssimazione di piccoli angoli: $\sin\varphi \sim \varphi$ e $\cos\varphi \sim 1$

$$b_1 m_1 = b_2 m_2 + l m_0 \varphi$$

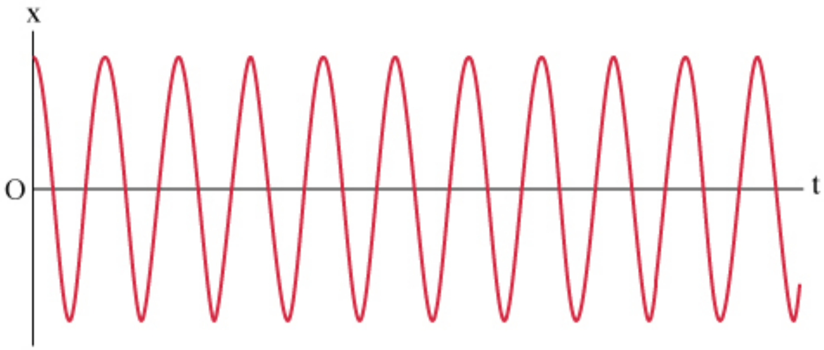
$$\Rightarrow \varphi = \frac{b_1 m_1 - b_2 m_2}{l m_0}$$

quindi $\varphi = 0$ se $b_1 m_1 = b_2 m_2$, tipicamente $\varphi \neq 0$

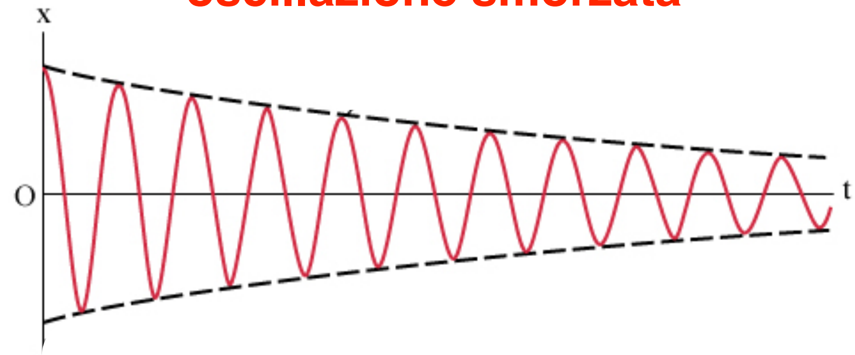
Metodo dinamico

Metodo dinamico

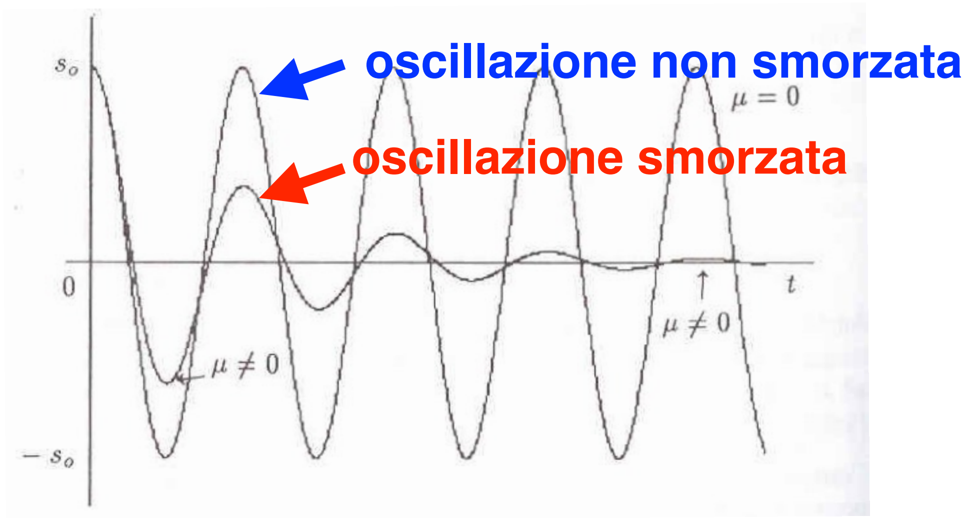
oscillazione non smorzata



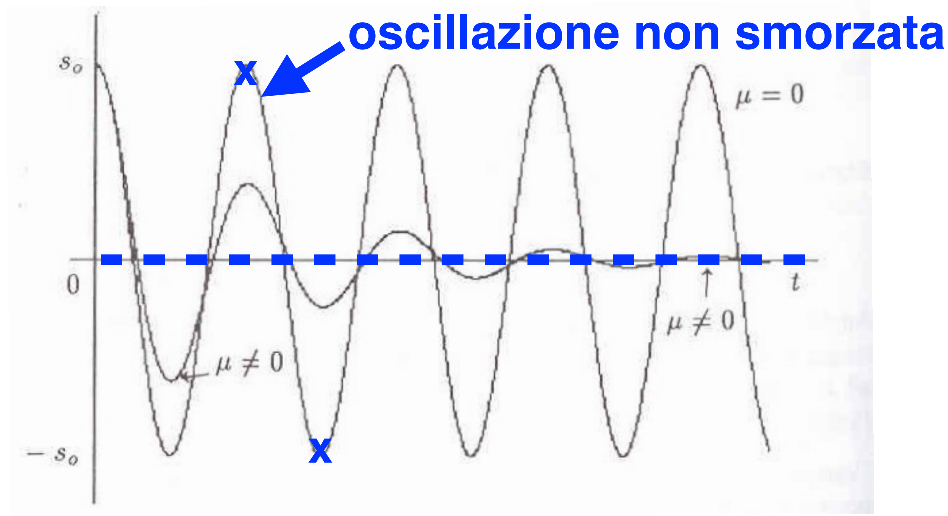
oscillazione smorzata



Metodo dinamico

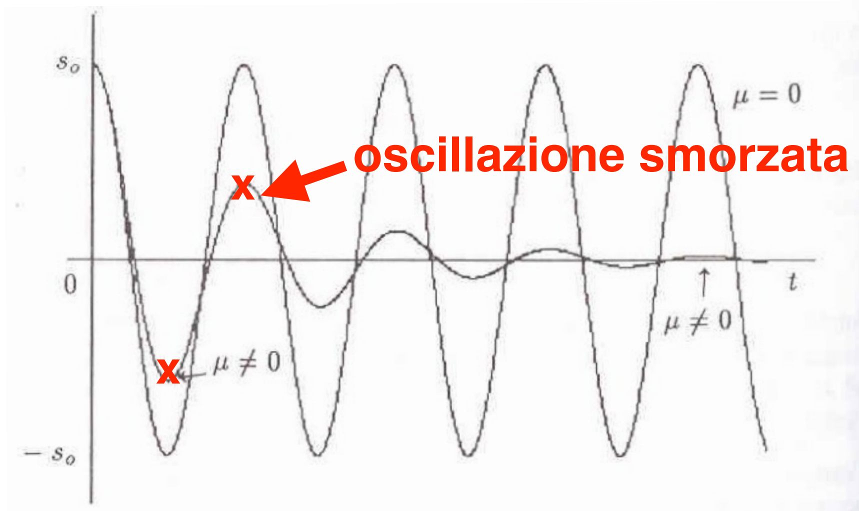


Metodo dinamico



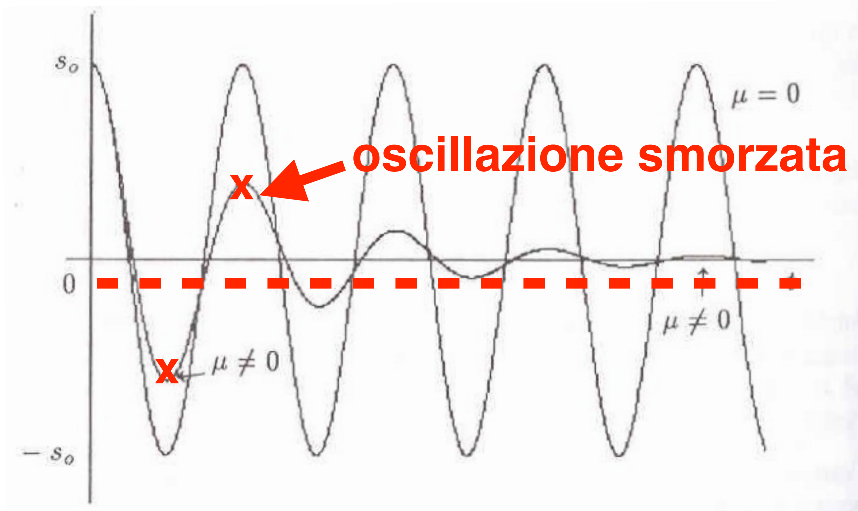
- **Se l'oscillazione non è smorzata**:
  posizione '0' = media tra 2 o più max/min qualunque

Metodo dinamico



- **Se l'oscillazione è smorzata**:

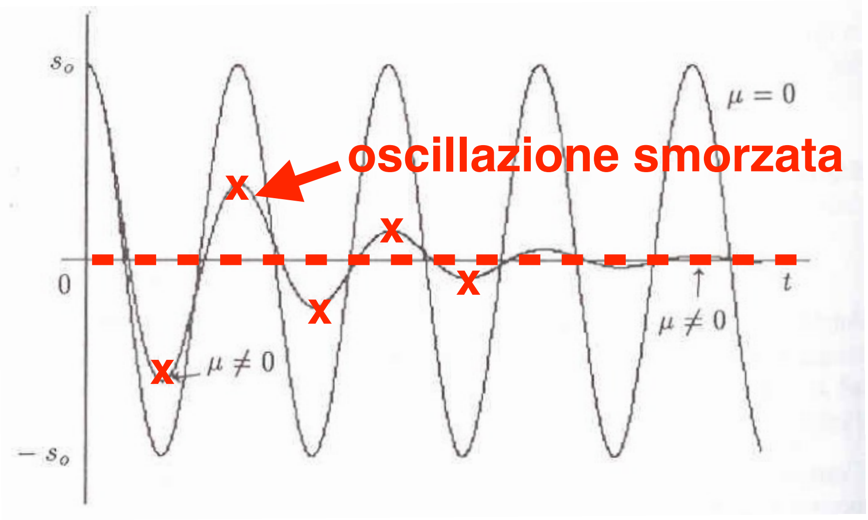
Metodo dinamico



NO!

- **Se l'oscillazione è smorzata**:

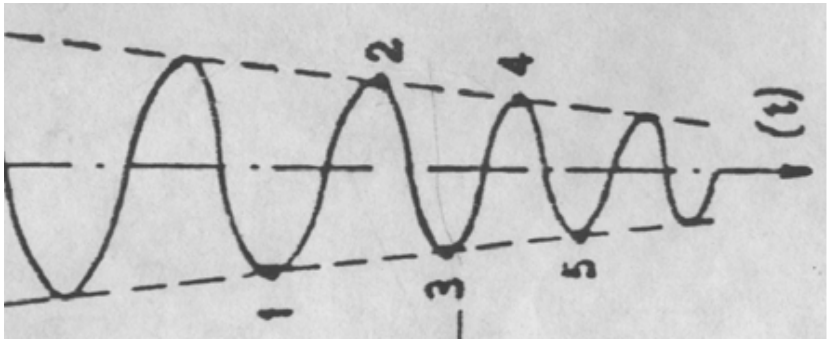
Metodo dinamico



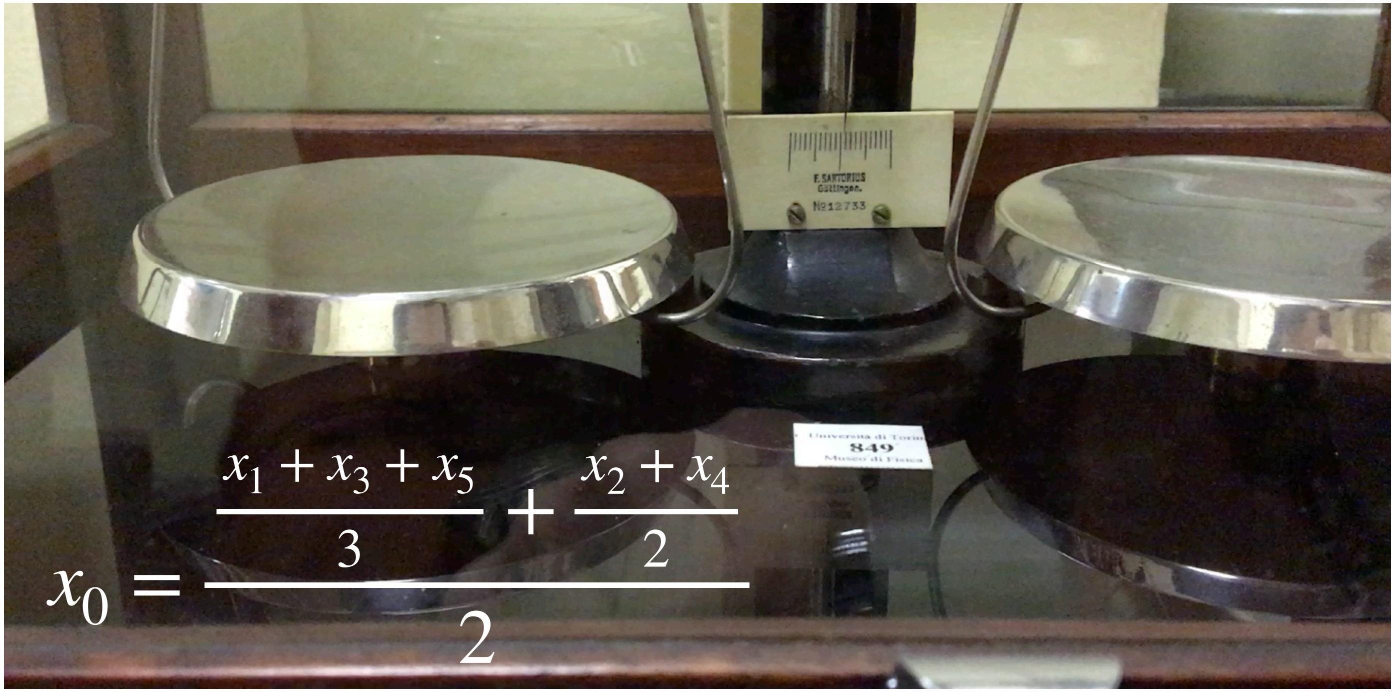
SÌ!

- **Se l'oscillazione è smorzata**: posizione '0' = media tra posizioni confrontabili → **numero dispari di estremi**

$$x_0 = \frac{\frac{x_1 + x_3 + x_5}{3} + \frac{x_2 + x_4}{2}}{2}$$



Metodo dinamico



$$x_0 = \frac{\frac{x_1 + x_3 + x_5}{3} + \frac{x_2 + x_4}{2}}{2}$$

Esempio (non corrisponde a quanto mostrato nel video):

Dati massimi di escursione Bilancia					
Posizioni dei massimi di escursione	X1	X2	X3	X4	X5
(X±0,5)div	7,0	-10,0	6,0	-9,0	5,5

Errore sulla posizione '0'

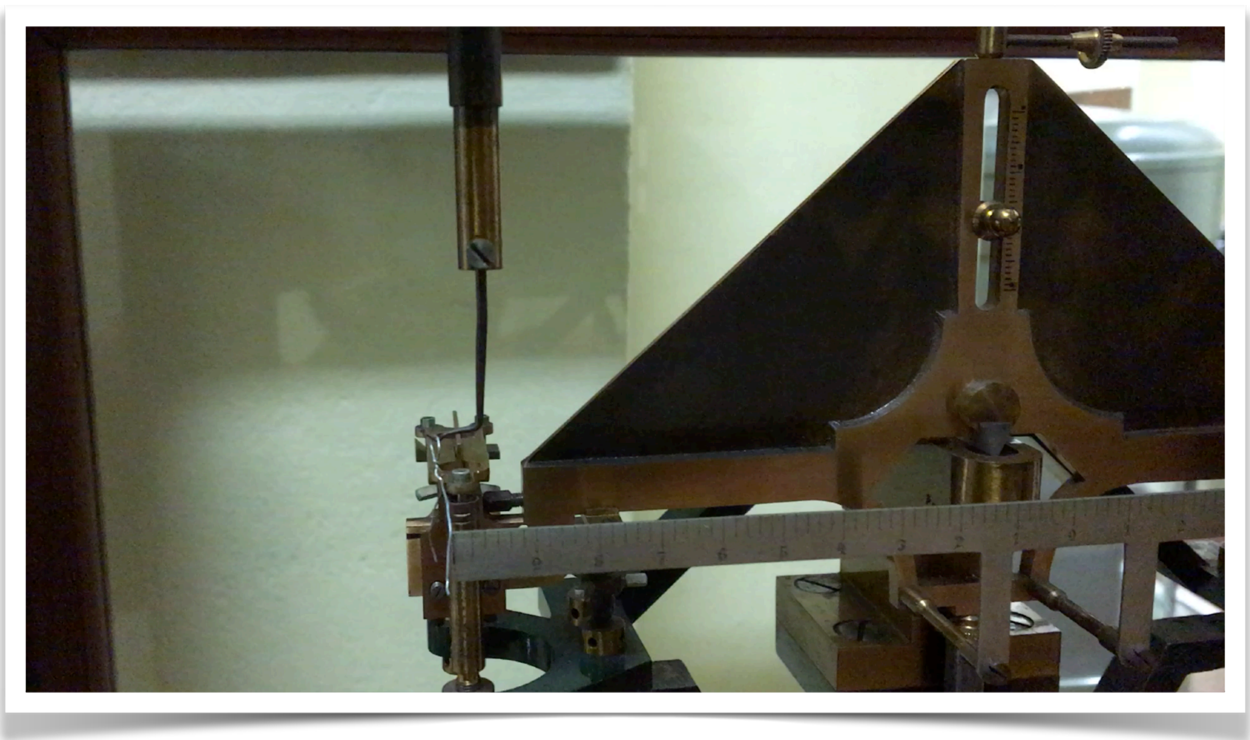
- La scala graduata presenta delle "divisioni" (*errore sensibilità = 1 div*), ma è possibile apprezzare facilmente la mezza divisione → si userà quindi **0,5 div** come **precisione di lettura**

- La determinazione dello '0' avviene con il **metodo dinamico**
  - non si tratta di una vera media, perchè non sono misure ripetute → possiamo assegnarle lo **stesso errore** che avremmo utilizzato per una **misura fatta staticamente** (0,5 div)

Misura della sensibilità

Sensibilità e suo errore

- La **sensibilità** è definita come lo spostamento $\Delta x = x - x_0$ dell'indice causato dal posizionamento (con cavalierino) di massa Δm su un piatto della bilancia, ovvero $\mathbf{S = \Delta x / \Delta m}$ *(unità di misura [div/mg])*:
  - col cavalierino di Berzelius aggiungiamo Δm=3mg a destra dello 0 *(o a sinistra)* e misuriamo il corrispondente $\Delta x = x_d - x_0$ *(o $\Delta x = x_s - x_0$)*



Sensibilità e suo errore

- La **sensibilità** è definita come lo spostamento $\Delta x = x - x_0$ dell'indice causato dal posizionamento (con cavalierino) di massa Δm su un piatto della bilancia, ovvero **$S = \Delta x / \Delta m$** *(unità di misura [div/mg])*:
  - col cavalierino di Berzelius aggiungiamo $\Delta m = 3$mg a destra dello 0 *(o a sinistra)* e misuriamo il corrispondente $\Delta x = x_d - x_0$ *(o $\Delta x = x_s - x_0$)*

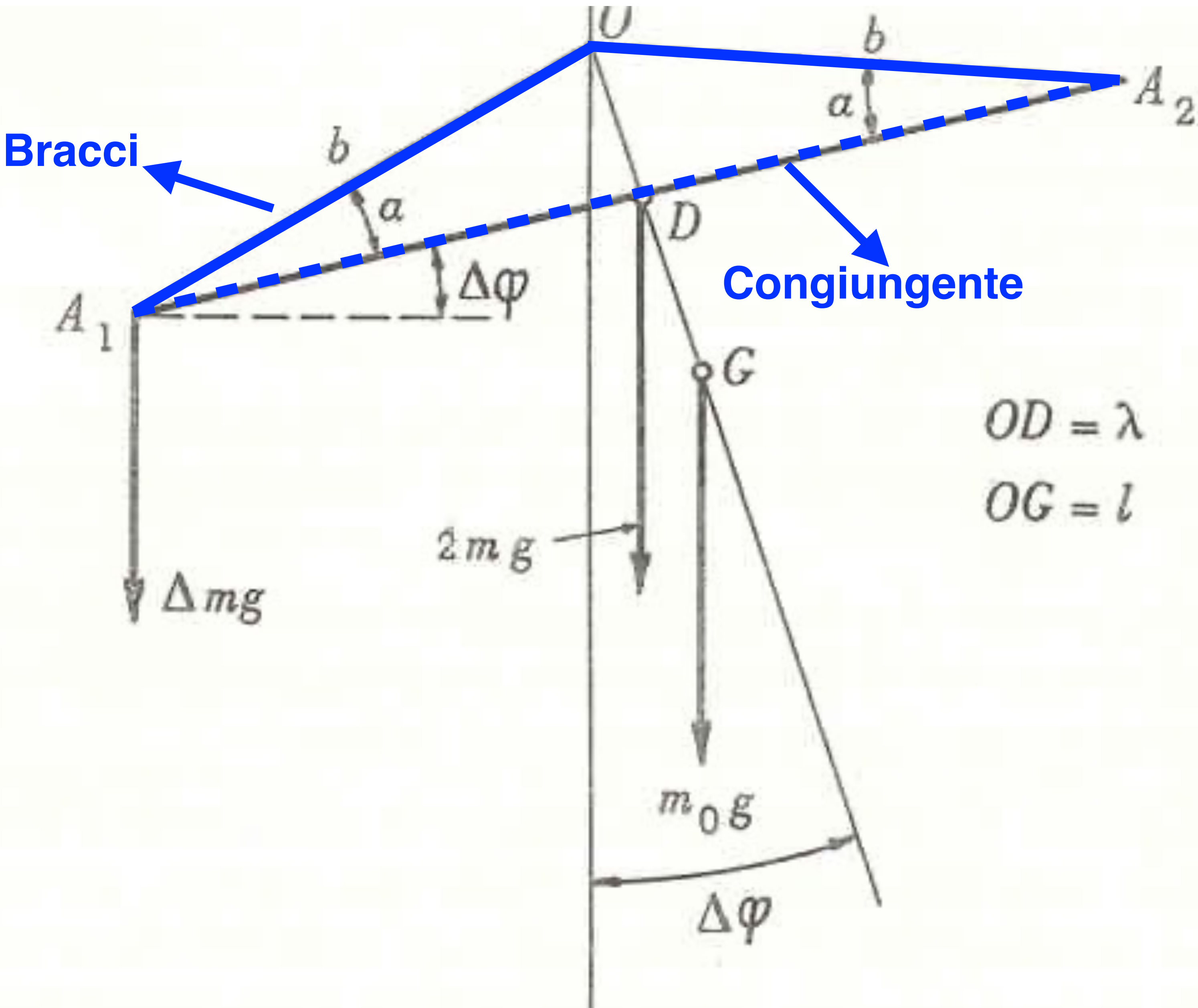
- **Errore sulla sensibilità**:
  - Δm considerato costante numerica (senza errore)
  - Le posizioni di equilibrio x_d *(o x_s)* e x_0 sono misurate in modo indipendente → errore su Δx = somma in quadratura di errori

- La sensibilità può essere anche data da **$\varepsilon = \Delta m / \Delta x$**
  - l'errore su ε dipende dal valore di Δx

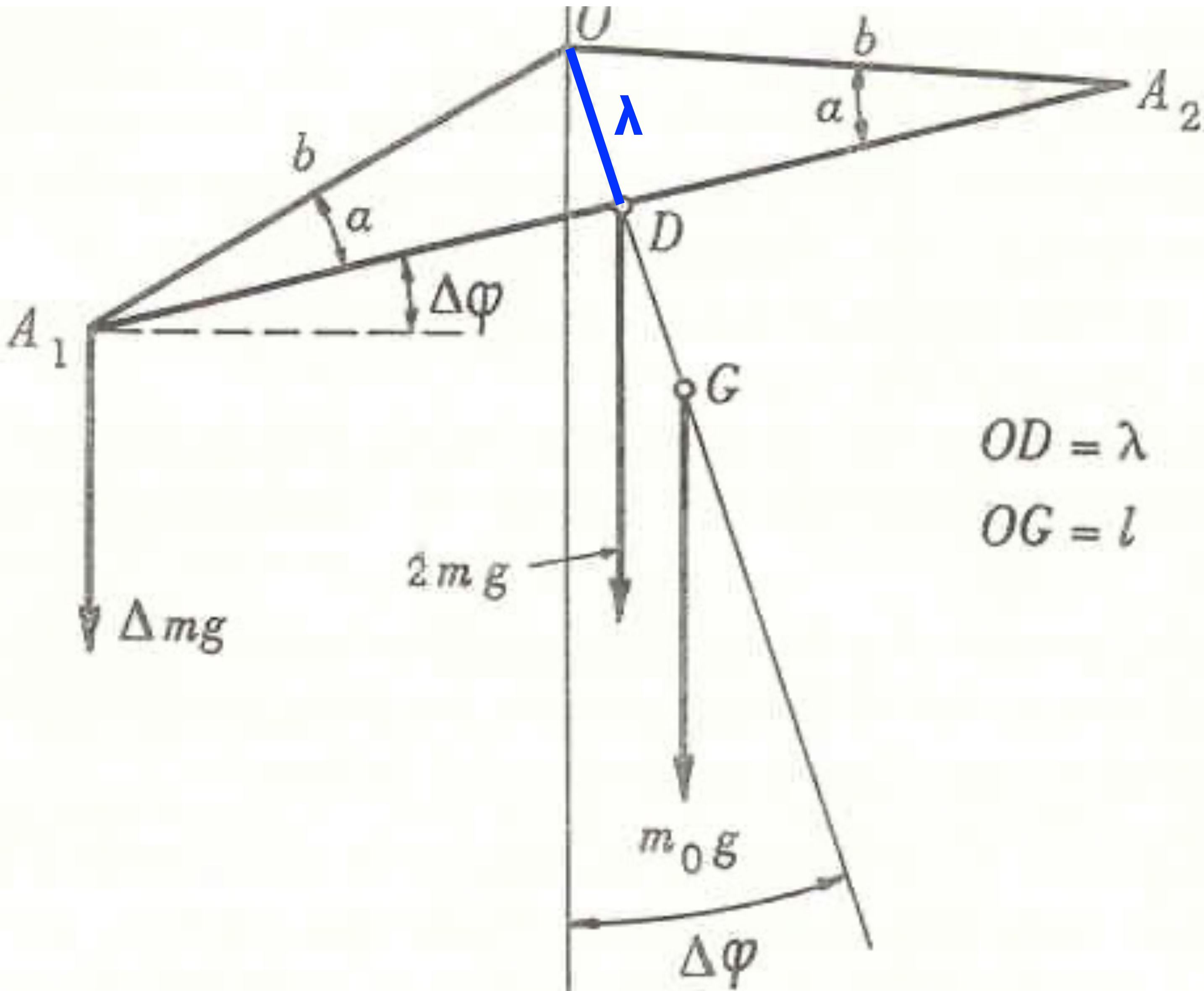
Dipendenza della sensibilità dalla massa di carico

- La sensibilità **potrebbe non essere costante** se i bracci hanno subito delle flessioni (per imprecisione di costruzione o per usura dello strumento)
  - Tenderebbe a diminuire all'aumentare della massa di carico

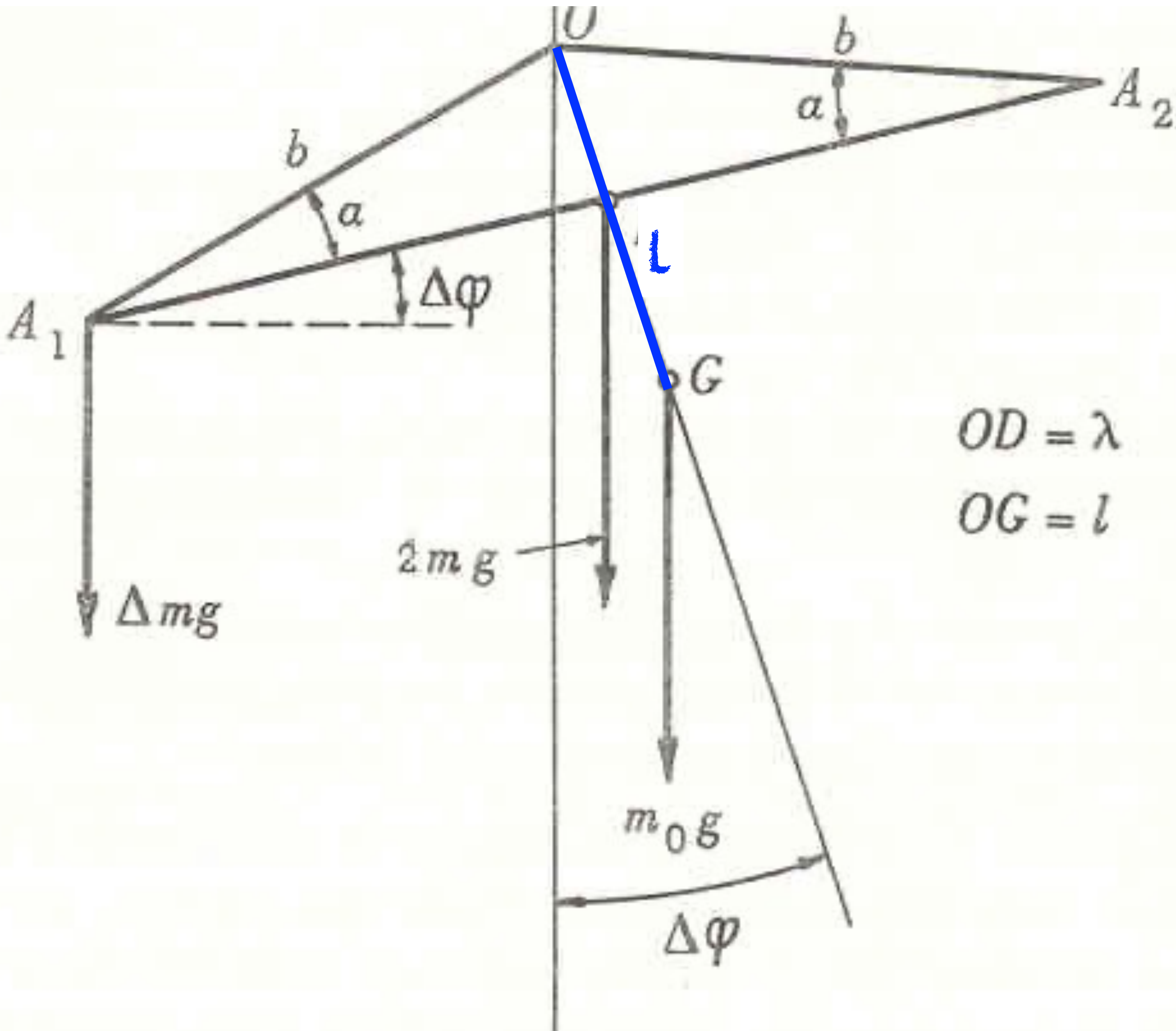
- Si determina **S per diversi valori della massa di carico m_c** e poi se ne studia l'andamento: **è costante?**



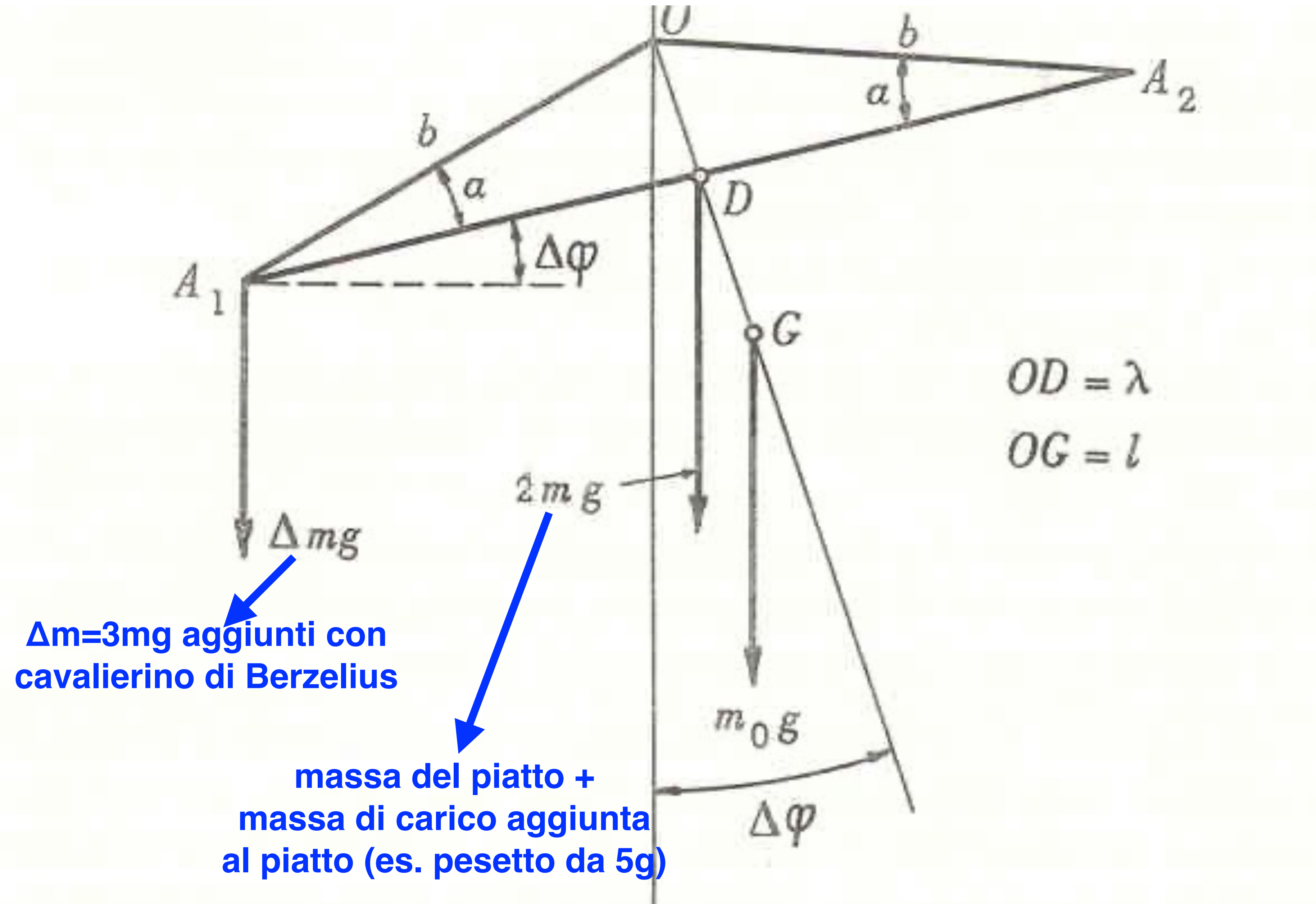
O
b
A 2
a
Bracci
b
a
D
Congiungente
A 1
Δφ
G
OD = λ
OG = l
2 m g
Δ mg
m 0 g
Δφ



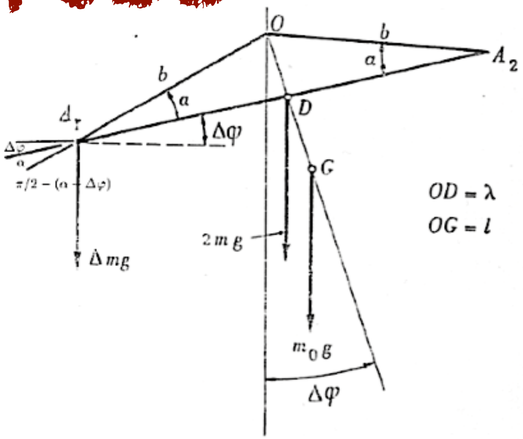
O
b
A2
a
λ
b
a
D
Δφ
A1
G
OD = λ
OG = l
2mg
Δmg
m0g
Δφ



O
b
b
a
a
A_2
A_1
l
$\Delta\varphi$
G
$OD = \lambda$
$OG = l$
$2mg$
Δmg
$m_0 g$
$\Delta\varphi$

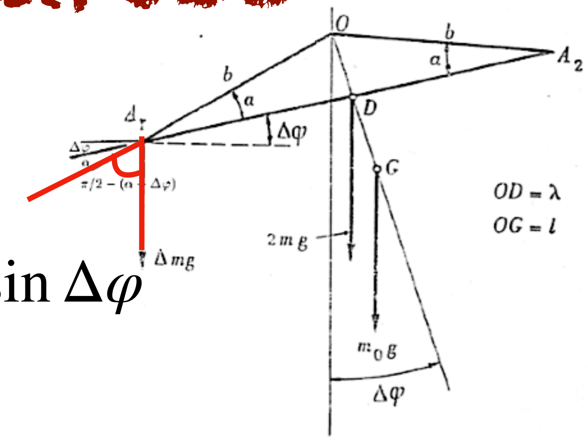

O
b
a
A2
b
a
D
A1
Δφ
G
OD = λ
OG = l
2mg
Δmg
Δm=3mg aggiunti con
cavalierino di Berzelius
m0g
Δφ
massa del piatto +
massa di carico aggiunta
al piatto (es. pesetto da 5g)

Dipendenza della sensibilità dalla massa di carico



- Nella posizione di equilibrio: $\sum \vec{M} = 0$

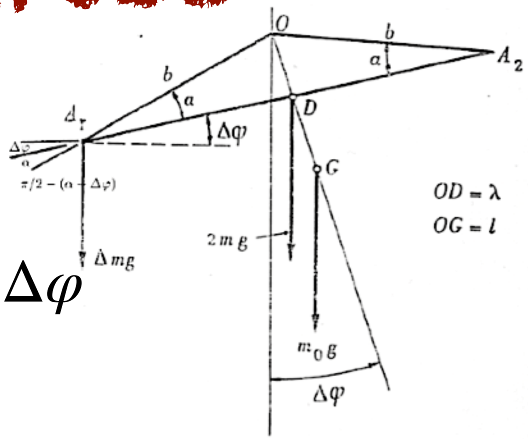
Dipendenza della sensibilità dalla massa di carico



- Nella posizione di equilibrio: $\sum \vec{M} = 0$

$$b\Delta mg \sin(90° - \alpha - \Delta\varphi) = \lambda 2mg \sin \Delta\varphi + l m_0 g \sin \Delta\varphi$$

Dipendenza della sensibilità dalla massa di carico

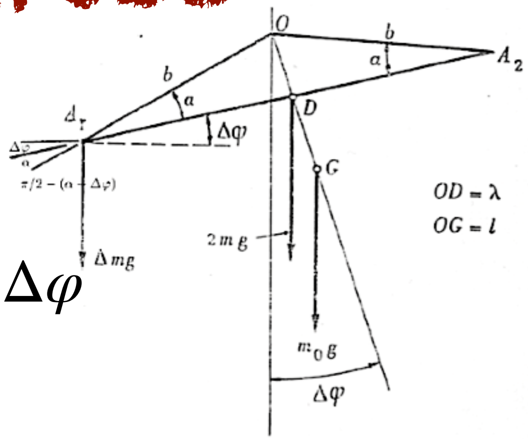


- Nella posizione di equilibrio: $\sum \vec{M} = 0$

$$b\Delta mg\sin(90° - \alpha - \Delta\varphi) = \lambda 2mg\sin\Delta\varphi + lm_0 g\sin\Delta\varphi$$

$$b\Delta m\cos(\alpha + \Delta\varphi) = \lambda 2m\sin\Delta\varphi + lm_0\sin\Delta\varphi$$

Dipendenza della sensibilità dalla massa di carico



- Nella posizione di equilibrio: $\sum \vec{M} = 0$

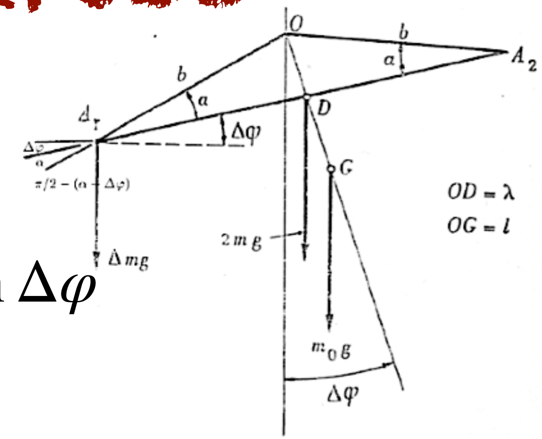
$$b\Delta mg \sin(90^\circ - \alpha - \Delta\varphi) = \lambda 2mg \sin\Delta\varphi + lm_0 g \sin\Delta\varphi$$

$$b\Delta m \cos(\alpha + \Delta\varphi) = \lambda 2m \sin\Delta\varphi + lm_0 \sin\Delta\varphi$$

Approssimazione piccoli angoli: $\sin\Delta\varphi \sim \Delta\varphi$ e $\cos(\alpha + \Delta\varphi) \sim 1$

$$b\Delta m = \Delta\varphi(2m\lambda + m_0 l)$$

Dipendenza della sensibilità dalla massa di carico



- Nella posizione di equilibrio: $\sum \vec{M} = 0$

$$b\Delta mg \sin(90^\circ - \alpha - \Delta\varphi) = \lambda 2mg \sin\Delta\varphi + lm_0 g \sin\Delta\varphi$$

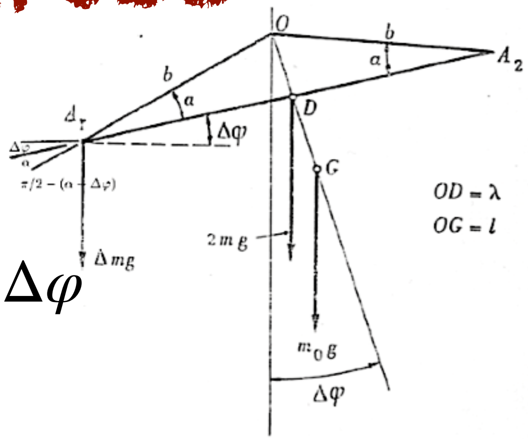
$$b\Delta m \cos(\alpha + \Delta\varphi) = \lambda 2m \sin\Delta\varphi + lm_0 \sin\Delta\varphi$$

Approssimazione piccoli angoli: $\sin\Delta\varphi \sim \Delta\varphi$ e $\cos(\alpha + \Delta\varphi) \sim 1$

$$b\Delta m = \Delta\varphi(2m\lambda + m_0 l)$$

- Si introduca la sensibilità $S = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta m} = \dfrac{b}{2m\lambda + m_0 l}$

Dipendenza della sensibilità dalla massa di carico



- Nella posizione di equilibrio: $\sum \vec{M} = 0$

  $b\Delta m g \sin(90^\circ - \alpha - \Delta\varphi) = \lambda 2 m g \sin\Delta\varphi + l m_0 g \sin\Delta\varphi$

  $b\Delta m \cos(\alpha + \Delta\varphi) = \lambda 2 m \sin\Delta\varphi + l m_0 \sin\Delta\varphi$

  Approssimazione piccoli angoli: $\sin\Delta\varphi \sim \Delta\varphi$ e $\cos(\alpha + \Delta\varphi) \sim 1$

  $b\Delta m = \Delta\varphi(2m\lambda + m_0 l)$

- Si introduca la sensibilità $S = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta m} = \dfrac{b}{2m\lambda + m_0 l}$

  → se $\lambda = 0 : S$ è costante (e non dipende dalla massa di carico)

  → se $\lambda \neq 0 : S \propto \dfrac{1}{m}$ → varia in funzione della massa di carico

Dipendenza della sensibilità dalla massa di carico

M(g)	X_s (div)	X_0 (div)	ΔX_s (div)	S_s (div/mg)	ε_s (mg/div)	X_d (div)	X_0 (div)	ΔX_d (div)	S_d (div/mg)	ε_d (mg/div)
0										
5										
10										
15										
...										

Dipendenza della sensibilità dalla massa di carico

- Si ottiene un valore di **sensibilità destra** ed un valore di **sensibilità sinistra** per ogni massa di carico
  - **Esaminare la dipendenza S(m)**: se S non dipende da m, come sarà il grafico di S in funzione di m?

- Se entrambe le S sono **indipendenti dalla massa di carico**, determinare per ognuna un valore unico costante (S_d e S_s)

- Verificare la compatibilità dei due valori

- Se sono compatibili, è possibile fare la media dei due valori S_d e S_s → si avrà quindi un'**unica S**

Misura massa incognita

Metodo della 'doppia pesata'

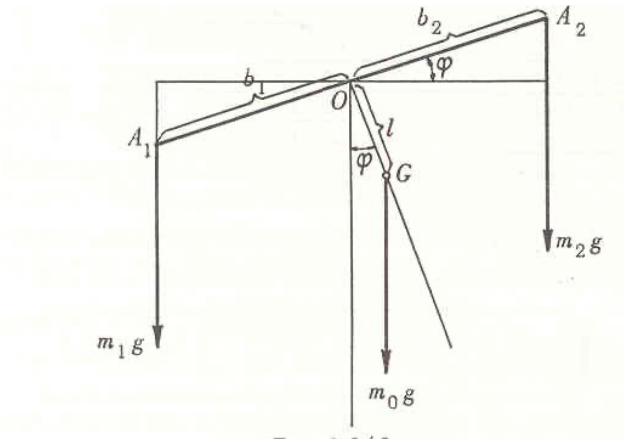
- Si pone la **massa incognita** su un piatto e si riporta alla posizione di '0' l'indice aggiungendo **masse note** sull'altro piatto

- Si ripete l'operazione ponendo la **massa incognita sul secondo piatto** ed equilibrando con **masse note poste sul primo**

- Questo viene detto **'metodo della doppia pesata'**

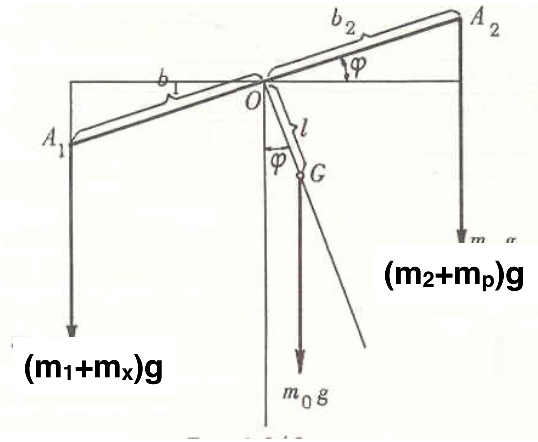
Metodo della 'doppia pesata'

- Si riparte da situazione di equilibrio a piatti scarichi, ricordando che $b_1 m_1 = b_2 m_2 + l m_0 \varphi$



Metodo della 'doppia pesata'

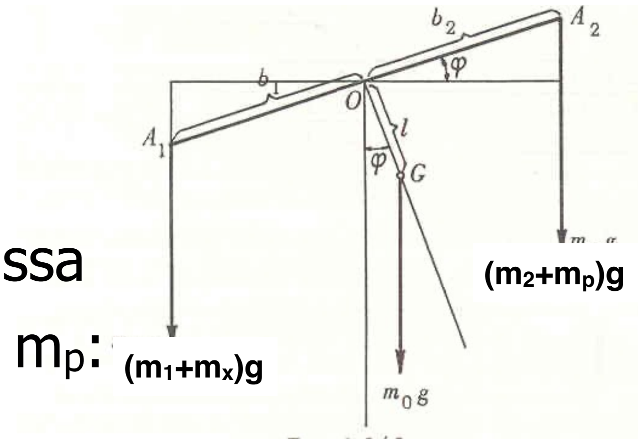
- Si riparte da situazione di equilibrio a piatti scarichi, ricordando che $b_1 m_1 = b_2 m_2 + l m_0 \varphi$
- Si aggiungono a piatto 1 una moneta di massa m_x (incognita) e a piatto 2 pesetti di massa m_p:



$$b_1(m_1 + m_x) = b_2(m_2 + m_p) + l m_0 \varphi$$

$$b_1 m_1 + b_1 m_x = b_2 m_2 + b_2 m_p + l m_0 \varphi$$

Metodo della 'doppia pesata'



- Si riparte da situazione di equilibrio a piatti scarichi, ricordando che $b_1 m_1 = b_2 m_2 + l m_0 \varphi$
- Si aggiungono a piatto 1 una moneta di massa m_x (incognita) e a piatto 2 pesetti di massa m_p:

$$b_1(m_1 + m_x) = b_2(m_2 + m_p) + l m_0 \varphi$$

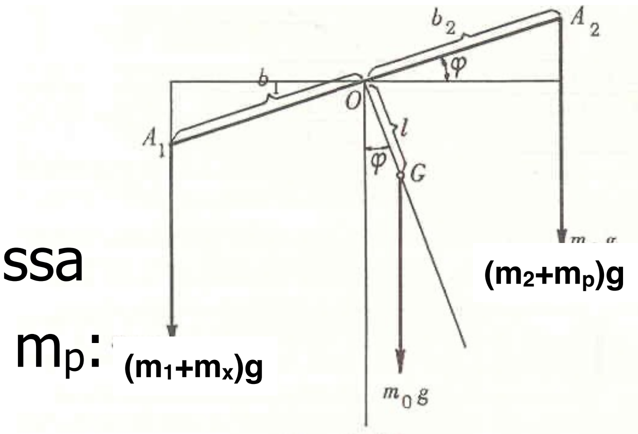
$$b_1 m_1 + b_1 m_x = b_2 m_2 + b_2 m_p + l m_0 \varphi$$

…ma φ corrisponde a posizione '0' a piatti scarichi, quindi:

$$\cancel{b_1 m_1} + b_1 m_x = \cancel{b_2 m_2} + b_2 m_p + \cancel{l m_0 \varphi} \rightarrow b_1 m_x = b_2 m_p \rightarrow m_x = \frac{b_2}{b_1} m_p$$

Metodo della 'doppia pesata'

- Si riparte da situazione di equilibrio a piatti scarichi, ricordando che $b_1 m_1 = b_2 m_2 + l m_0 \varphi$



- Si aggiungono a piatto 1 una moneta di massa m_x (incognita) e a piatto 2 pesetti di massa m_p:

$$b_1(m_1 + m_x) = b_2(m_2 + m_p) + l m_0 \varphi$$

$$b_1 m_1 + b_1 m_x = b_2 m_2 + b_2 m_p + l m_0 \varphi$$

…ma φ corrisponde a posizione '0' a piatti scarichi, quindi:

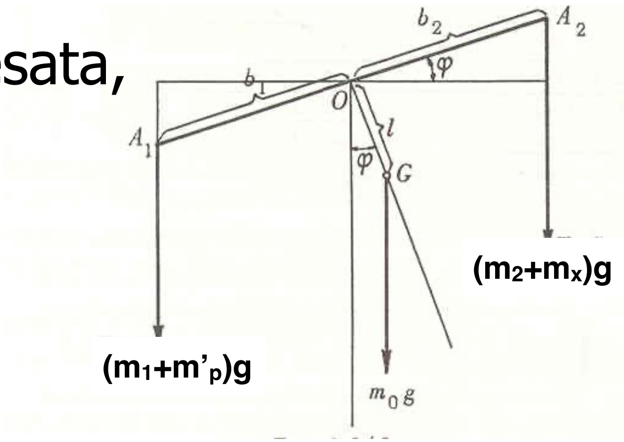
$$\cancel{b_1 m_1} + b_1 m_x = \cancel{b_2 m_2} + b_2 m_p + \cancel{l m_0 \varphi} \rightarrow b_1 m_x = b_2 m_p \rightarrow m_x = \frac{b_2}{b_1} m_p$$

- Con una **singola pesata** la massa incognita viene **determinata a meno del rapporto fra i due bracci**, che però non è noto

Metodo della 'doppia pesata'

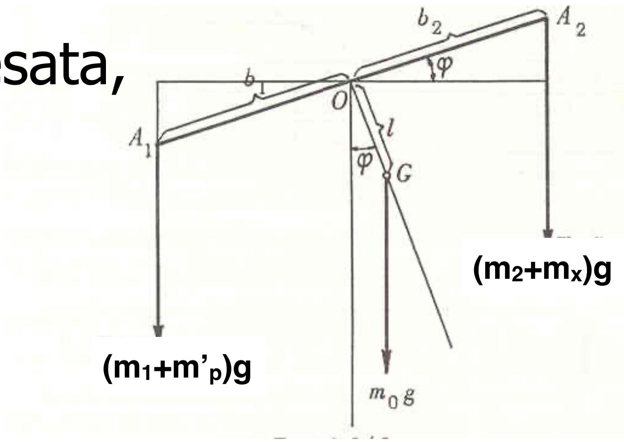
- Si introduce allora il metodo della doppia pesata, ovvero si ripete la misura, mettendo m_x sul piatto 2:

$$b_1(m_1 + m_p') = b_2(m_2 + m_x) + l m_0 \varphi$$



Metodo della 'doppia pesata'

- Si introduce allora il metodo della doppia pesata, ovvero si ripete la misura, mettendo m_x sul piatto 2:



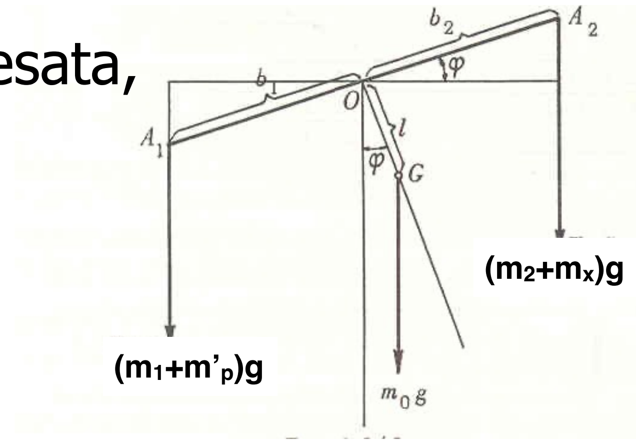
$$b_1(m_1 + m'_p) = b_2(m_2 + m_x) + lm_0\varphi$$

$$b_1m_1 + b_1m'_p = b_2m_2 + b_2m_x + lm_0\varphi$$

$$\cancel{b_1m_1} + b_1m'_p = \cancel{b_2m_2} + b_2m_x + \cancel{lm_0}\varphi \rightarrow b_1m'_p = b_2m_x \rightarrow m_x = \frac{b_1}{b_2}m'_p$$

Metodo della 'doppia pesata'

- Si introduce allora il metodo della doppia pesata, ovvero si ripete la misura, mettendo m_x sul piatto 2:



$$b_1(m_1 + m'_p) = b_2(m_2 + m_x) + l m_0 \varphi$$

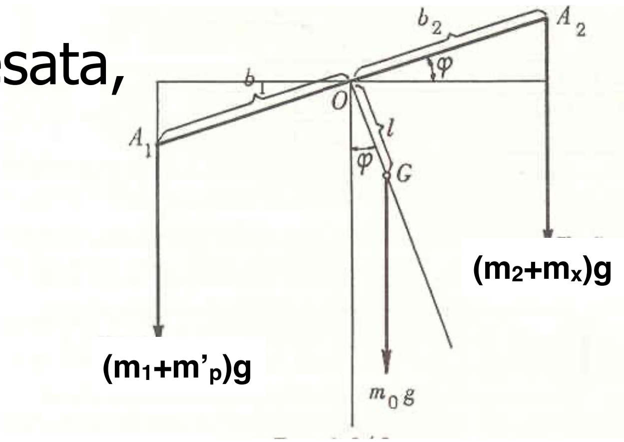
$$b_1 m_1 + b_1 m'_p = b_2 m_2 + b_2 m_x + l m_0 \varphi$$

$$\cancel{b_1 m_1} + b_1 m'_p = \cancel{b_2 m_2} + b_2 m_x + \cancel{l m_0 \varphi} \rightarrow b_1 m'_p = b_2 m_x \rightarrow m_x = \frac{b_1}{b_2} m'_p$$

- Quindi si ha $\frac{b_2}{b_1} = \frac{m_x}{m_p}$ e $\frac{b_2}{b_1} = \frac{m'_p}{m_x} \rightarrow m_x^2 = m_p m'_p \rightarrow m_x = \sqrt{m_p m'_p}$

Dalla prima pesata

Metodo della 'doppia pesata'



- Si introduce allora il metodo della doppia pesata, ovvero si ripete la misura, mettendo m_x sul piatto 2:

$$b_1(m_1 + m'_p) = b_2(m_2 + m_x) + l m_0 \varphi$$

$$b_1 m_1 + b_1 m'_p = b_2 m_2 + b_2 m_x + l m_0 \varphi$$

$$\cancel{b_1 m_1} + b_1 m'_p = \cancel{b_2 m_2} + b_2 m_x + \cancel{l m_0} \varphi \rightarrow b_1 m'_p = b_2 m_x \rightarrow m_x = \frac{b_1}{b_2} m'_p$$

- Quindi si ha $\dfrac{b_2}{b_1} = \dfrac{m_x}{m_p}$ e $\dfrac{b_2}{b_1} = \dfrac{m'_p}{m_x} \rightarrow m_x^2 = m_p m'_p \rightarrow m_x = \sqrt{m_p m'_p}$

- La **doppia pesata** permette di ottenere il valore della **massa incognita anche se la bilancia non è 'ideale'**

Ci si deve riportare esattamente alla posizione di '0'?

- Si deve sempre riportare l'indice sulla posizione di '0'

Ci si deve riportare esattamente alla posizione di '0'?

- Si deve sempre riportare l'indice sulla posizione di '0'

- Quando la differenza δx fra la posizione raggiunta e la posizione di '0' sarà dell'ordine di 2-3 divisioni, si utilizzerà la **sensibilità** Δx/Δm, **associando lo spostamento δx all'aggiunta di una massa nota δm** su un piatto della bilancia
  → Essendo noto δx, calcolo $\delta m = \dfrac{\delta x}{S}$

Ci si deve riportare esattamente alla posizione di '0'?

- Si deve sempre riportare l'indice sulla posizione di '0'
- Quando la differenza δx fra la posizione raggiunta e la posizione di '0' sarà dell'ordine di 2-3 divisioni, si utilizzerà la **sensibilità** Δx/Δm, **associando lo spostamento δx all'aggiunta di una massa nota δm** su un piatto della bilancia
  → Essendo noto δx, calcolo $\delta m = \dfrac{\delta x}{S}$
- L'ultima fase sperimentale di **avvicinamento all'equilibrio** può quindi essere **velocizzata dall'utilizzo di S**

Ci si deve riportare esattamente alla posizione di '0'?

- Si deve sempre riportare l'indice sulla posizione di '0'

- Quando la differenza δx fra la posizione raggiunta e la posizione di '0' sarà dell'ordine di 2-3 divisioni, si utilizzerà la **sensibilità** Δx/Δm, **associando lo spostamento δx all'aggiunta di una massa nota δm** su un piatto della bilancia
  → Essendo noto δx, calcolo $\delta m = \dfrac{\delta x}{S}$

- L'ultima fase sperimentale di **avvicinamento all'equilibrio** può quindi essere **velocizzata dall'utilizzo di S**

- N.B.: Non sapendo ancora se S sia costante, misurare S nell'intorno della massa incognita (~7-8 g)

Errore sulla massa incognita

- La massa incognita è stata ottenuta come **misura indiretta**, dalla massa di (pesini + δm) posti sui piatti: m_p e m'_p

- **Per determinare m_p e m'_p è stata utilizzata la sensibilità $S=\Delta x/\Delta m$ → $\delta m=\delta x/S$**

- Ricordando che la posizione di equilibrio è determinata a meno di un’incertezza di 0,5 div e trascurando l’errore su S, si può stimare un errore minimo su δm di **0,5 div/S**

Errori sistematici

- E' stata trascurata l'azione della **spinta di Archimede** su ogni elemento considerato, in particolare sulla massa incognita e sulla massa dei pesetti:

$$\rho_x V_x g - \rho_a V_x g = \rho_p V_p g - \rho_a V_p g$$

$$\rho_x V_x \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_x}\right) = \rho_p V_p \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_p}\right) \Rightarrow m_x = \frac{m_p \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_p}\right)}{\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_x}\right)}$$

- Bisogna conoscere la **densità dei materiali** (pesetti di ottone: ρ_p=8,4 g/cm^3) di cui le masse sono composte e la densità **dell'aria**