

Misura di g attraverso il
Pendolo Reversibile
di Kater

Esperimentazioni I
a.a. 2023-2024

Scopo dell'esperienza

- Misurare l' **accelerazione di gravità g** attraverso il periodo di oscillazione di un **pendolo reversibile**

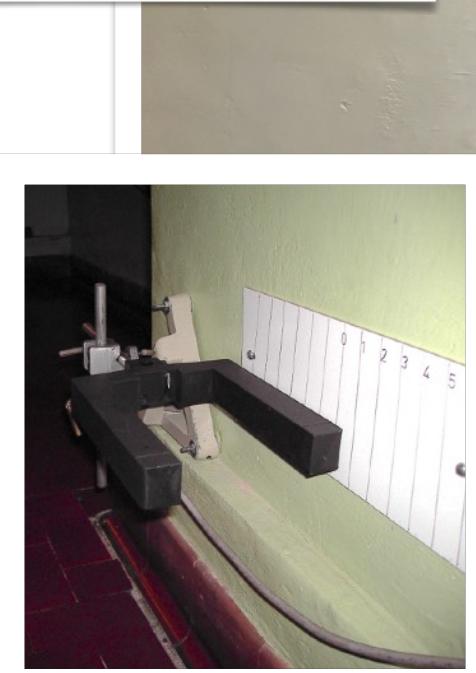
Accelerazione di gravità

- L'accelerazione di gravità è l'**accelerazione** che **un corpo subisce quando è lasciato libero di muoversi in caduta libera** in un campo di gravità.
- Essa definisce l'unità di forza e pertanto sottostà a tutte le misure in meccanica
- Nel 1817 **Kater**, per aumentare l'accuratezza della misura dell'accelerazione di gravità ottenuta attraverso misurazione diretta, ideò il **metodo del pendolo reversibile**

Strumenti

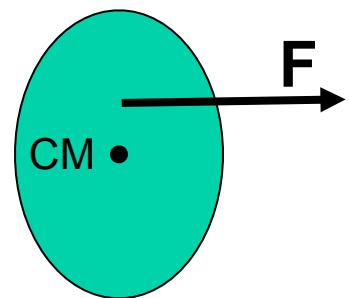
- ⌚ **Pendolo reversibile**
- ⌚ **PC** con interfaccia grafica e funzioni di cronometro
- ⌚ **Fotocellula** con *errore di sensibilità di 1 ms* collegata al PC
- ⌚ **Metro a nastro** con *errore di sensibilità 1 mm*





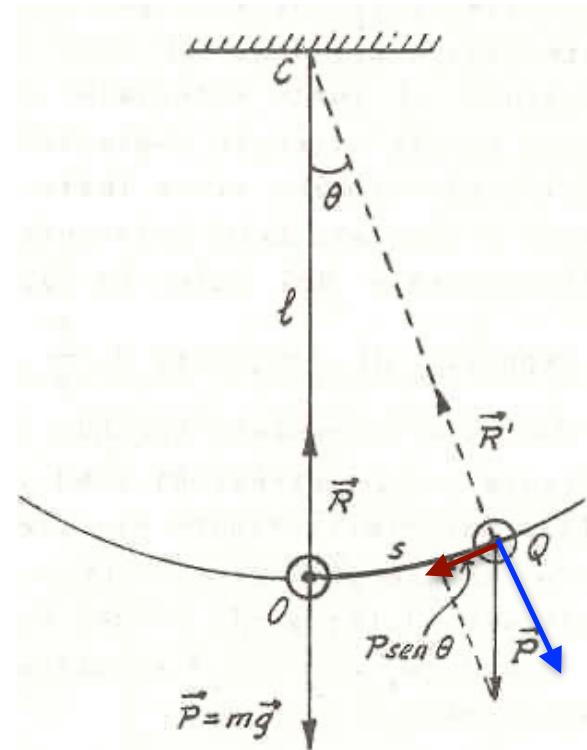
Momento d'inerzia

- Consideriamo un **corpo esteso** soggetto ad una **forza F non passante per il suo c.m.**
 - Il corpo ruoterà e lo farà tanto più rapidamente quanto più è piccolo il suo momento d'inerzia **I**
- Il momento d'inerzia rappresenta per un corpo che ruota qualcosa di **analogo alla massa per un corpo che trasla**
- Esso non **dipende** solo dalla **massa del corpo**, ma anche **da come questa è distribuita** rispetto all'asse di rotazione

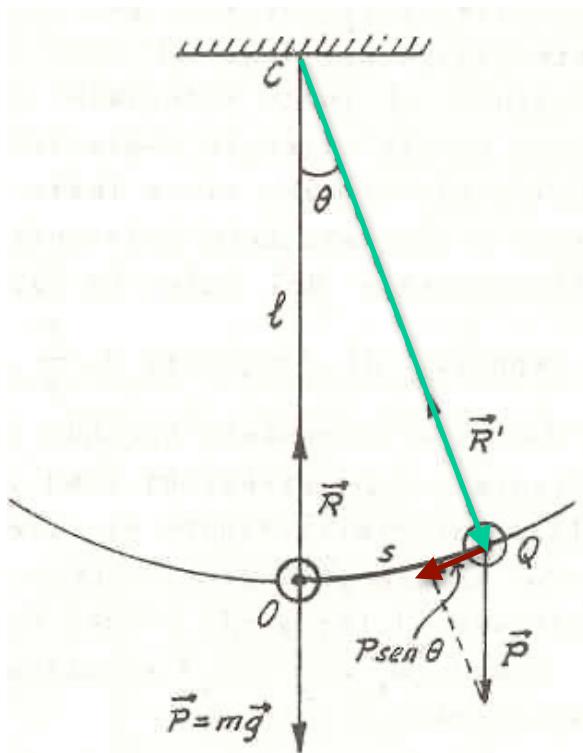


Pendolo semplice

- Il pendolo semplice è costituito da un **filo inestensibile di lunghezza l** e massa trascurabile a cui è appeso un **punto materiale di massa m** .
- Esso può oscillare intorno ad un punto fisso C detto polo
- Se il filo forma un angolo θ con la verticale:
 - la componente della forza peso P // al filo ($P \cdot \cos\theta$) controbilancia la tensione del filo R'
 - la componente di P \perp al filo ($P \cdot \sin\theta$) produce il **moto oscillatorio** del pendolo



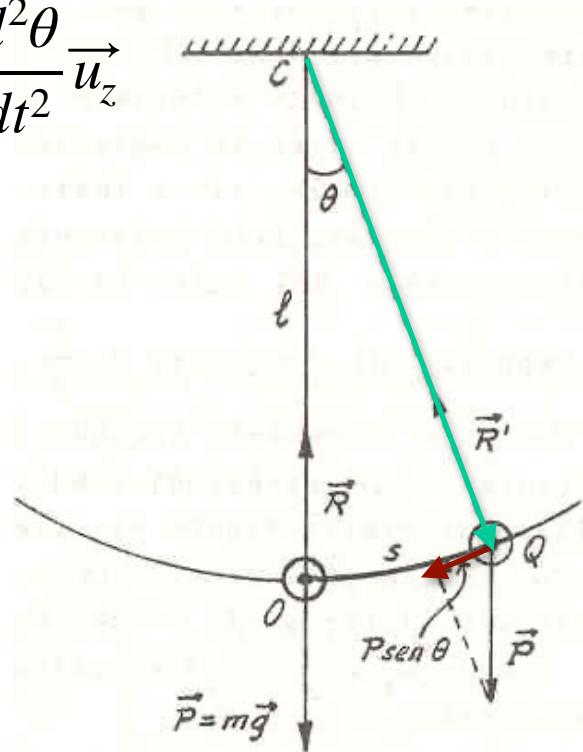
Pendolo SEMPLICE



Pendolo SEMPLICE

$$\vec{M} = \vec{l} \times \vec{P} = -lmg \sin \theta \vec{u}_z$$

$$\vec{M} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z = ml^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z$$

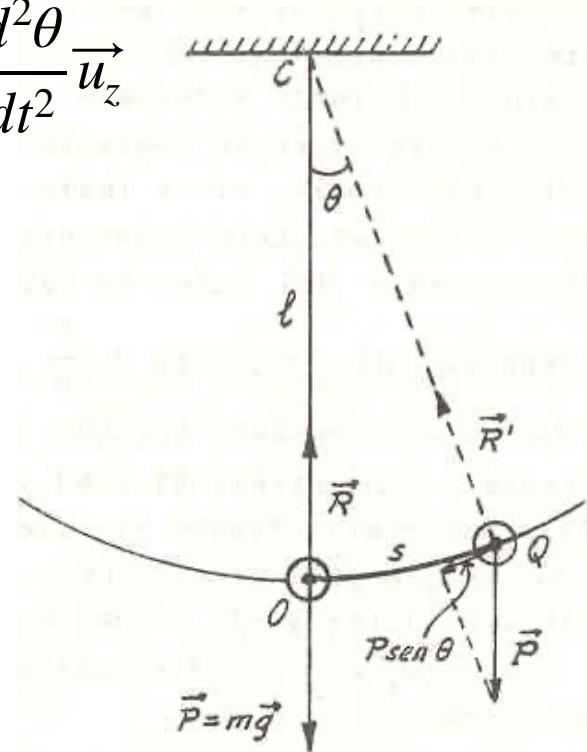


Pendolo SEMPLICE

$$\vec{M} = \vec{l}_x \vec{P} = -lmg \sin \theta \vec{u}_z$$

$$\vec{M} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z = ml^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z$$

$$-lmg \sin \theta = ml^2 \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

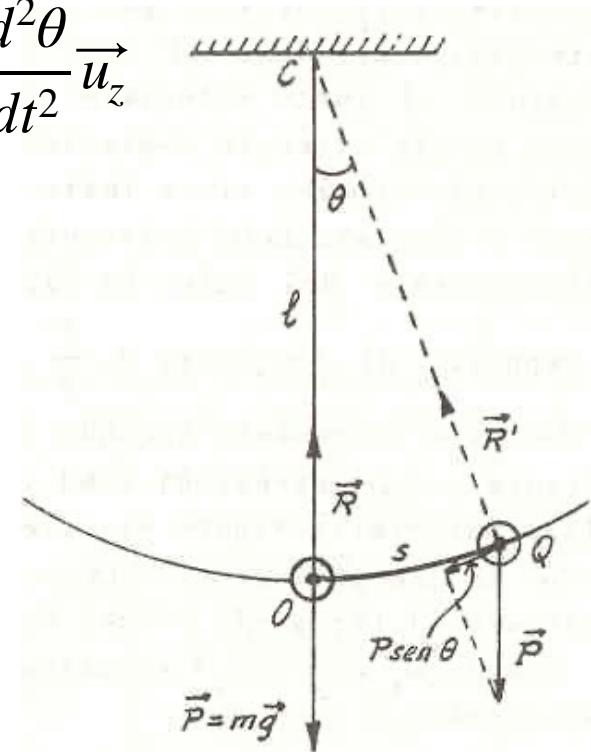


Pendolo SEMPLICE

$$\vec{M} = \vec{l}_x \vec{P} = -lmg \sin \theta \vec{u}_z$$

$$\vec{M} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z = ml^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z$$

$$-lmg \sin \theta = ml^2 \frac{d^2\theta}{dt^2}$$



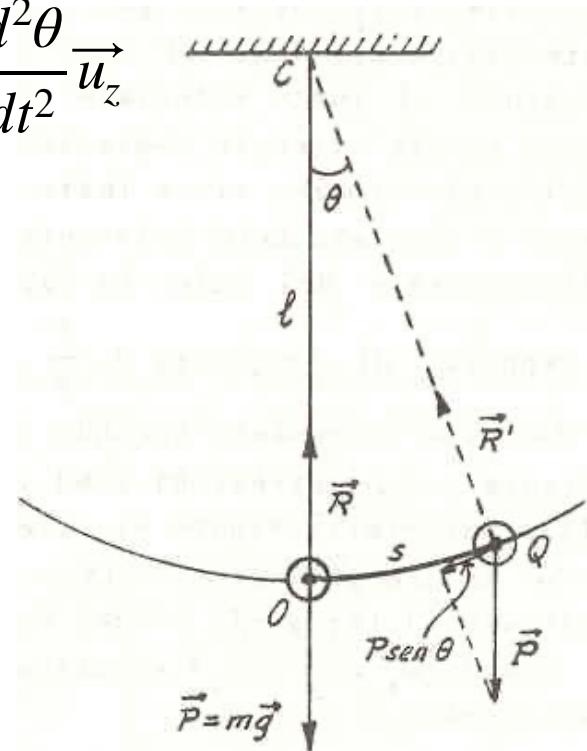
Pendolo SEMPLICE

$$\vec{M} = \vec{l}_x \vec{P} = -lmg \sin \theta \vec{u}_z$$

$$\vec{M} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z = ml^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z$$

$$-g\theta = l \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Approssimazione piccoli angoli ($<10^\circ$): $\sin \theta \sim \theta$



Pendolo SEMPLICE

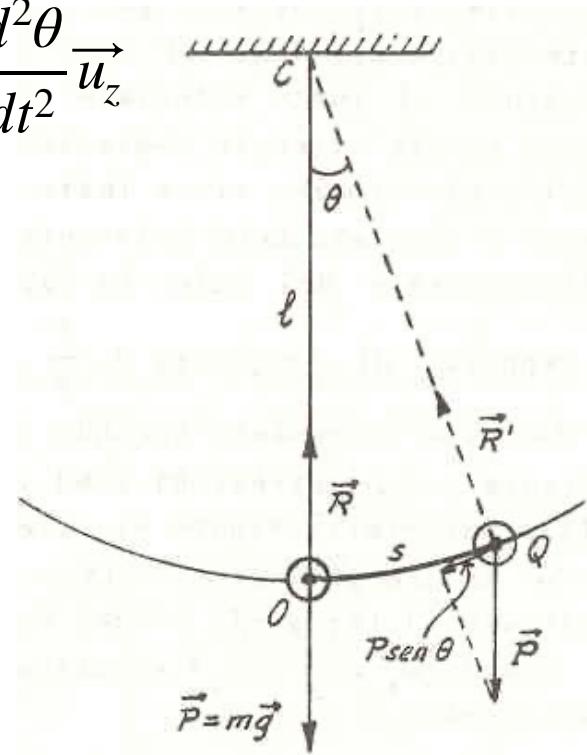
$$\vec{M} = \vec{l}_x \vec{P} = -lmg \sin \theta \vec{u}_z$$

$$\vec{M} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z = ml^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z$$

$$-g\theta = l \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Approssimazione piccoli angoli ($<10^\circ$): $\sin \theta \sim \theta$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0 \rightarrow \text{eq.ne moto armonico}$$



Pendolo SEMPLICE

$$\vec{M} = \vec{l}x\vec{P} = -lmg \sin \theta \vec{u}_z$$

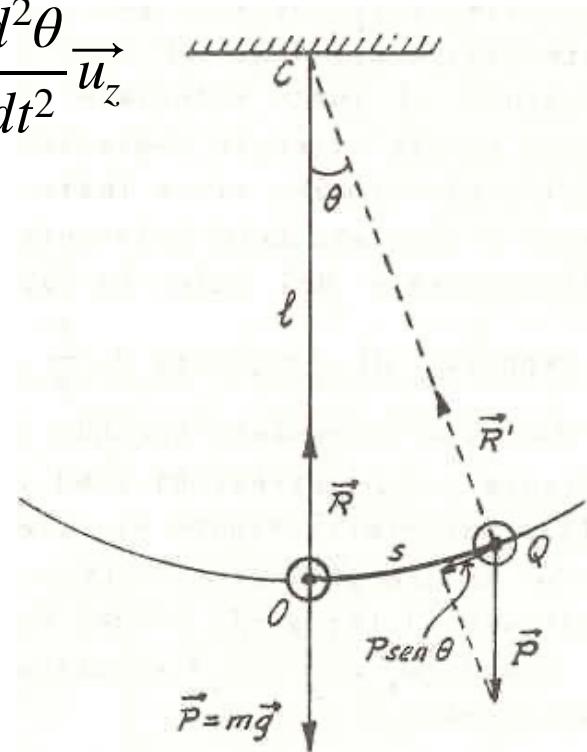
$$\vec{M} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z = ml^2 \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z$$

$$-g\theta = l \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

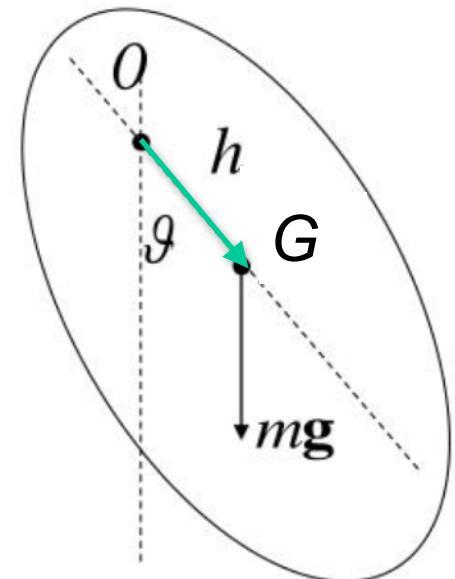
Approssimazione piccoli angoli ($<10^\circ$): $\sin \theta \sim \theta$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0 \rightarrow \text{eq.ne moto armonico}$$

$$\omega^2 = \frac{g}{l} = \frac{4\pi^2}{T^2} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \text{ da cui } g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$



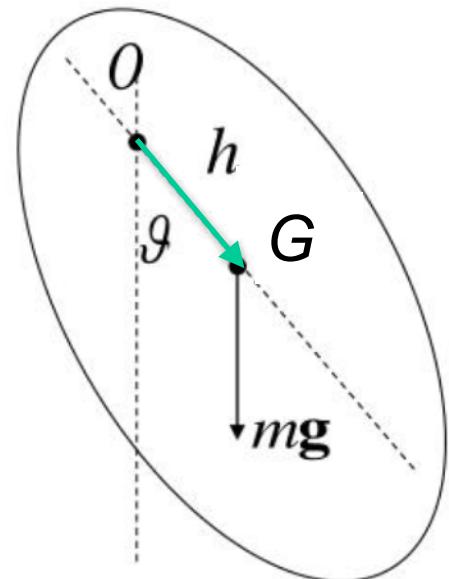
Pendolo COMPOSTO



Pendolo COMPOSTO

$$\vec{M} = \vec{h} \times \vec{P} = -hmg \sin \theta \vec{u}_z$$

$$\vec{M} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z$$

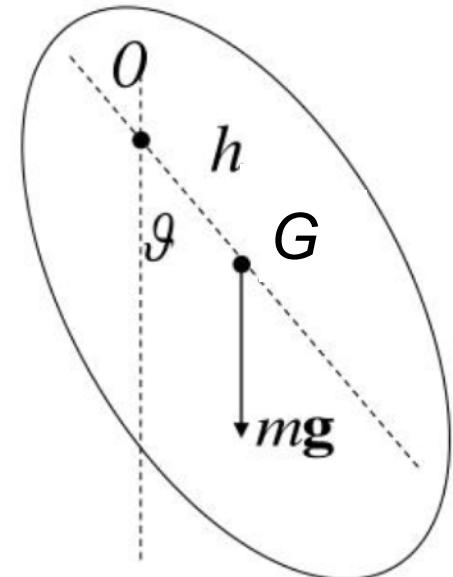


Pendolo COMPOSTO

$$\vec{M} = \vec{h} \times \vec{P} = -hmg \sin \theta \vec{u}_z$$

$$\vec{M} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z$$

$$-hmg \sin \theta = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$



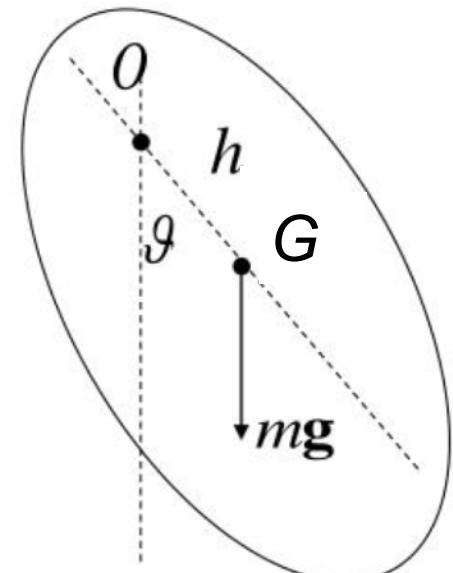
Pendolo COMPOSTO

$$\vec{M} = \vec{h} \times \vec{P} = -hmg \sin \theta \vec{u}_z$$

$$\vec{M} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z$$

$$-hmg \sin \theta = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{hmg}{I} \theta = 0 \rightarrow \text{eq.ne moto armonico}$$



Pendolo COMPOSTO

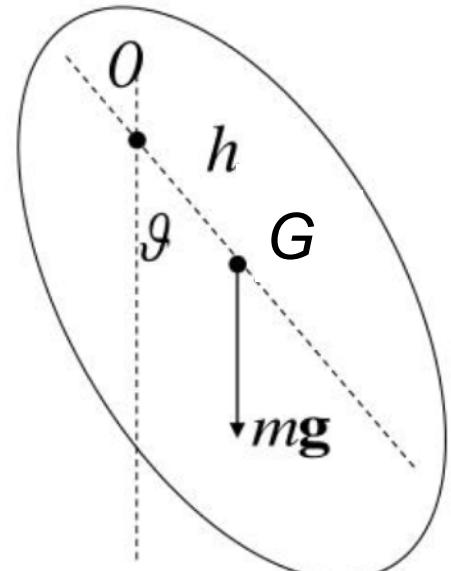
$$\vec{M} = \vec{h} \times \vec{P} = -hmg \sin \theta \vec{u}_z$$

$$\vec{M} = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \vec{u}_z$$

$$-hmg \sin \theta = I \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{hmg}{I} \theta = 0 \rightarrow \text{eq.ne moto armonico}$$

$$\omega^2 = \frac{hmg}{I} = \frac{4\pi^2}{T^2} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{hmg}}$$



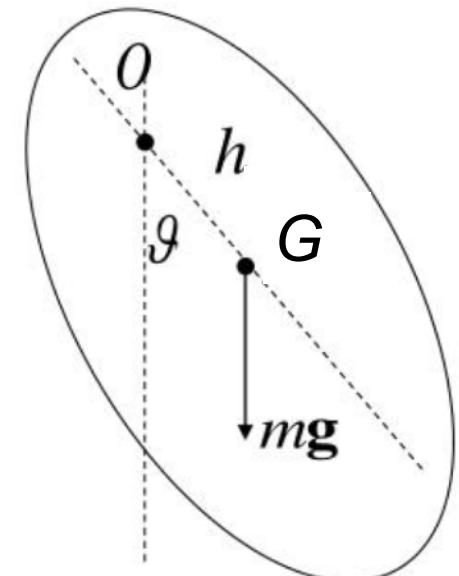
Pendolo COMPOSTO

- Il pendolo composto è costituito da un **corpo rigido**, libero di ruotare in un piano verticale **attorno ad un asse fisso non passante per il centro di massa**

- Il **periodo di oscillazione** risulta:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{hmg}} \quad \text{da cui} \quad g = \frac{4\pi^2 I}{mhT^2}$$

- L'accelerazione g dipende quindi anche da:
 - I: **momento di inerzia**
 - h: **distanza del centro di massa dal polo**



Confronto tra i 2 periodi

$$T_{sempl} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T_{comp} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mhg}}$$

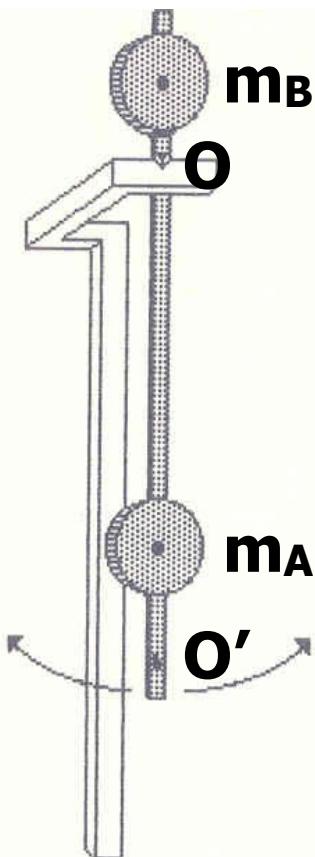
- Si nota che **il periodo del pendolo composto è quello che avrebbe un pendolo semplice di lunghezza**

$$l = \frac{I}{mh}$$

- l viene detta **“lunghezza ridotta”** del pendolo composto

- Durante l'esperienza si determinerà il **periodo di un pendolo semplice equivalente a quello del pendolo composto**

Consideriamo un particolare tipo di pendolo composto

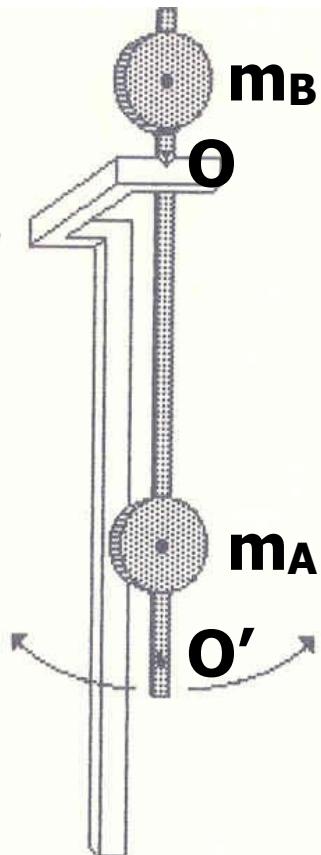


caratterizzato da un'asta al fondo della quale è appesa una **massa fissa m_B** ,

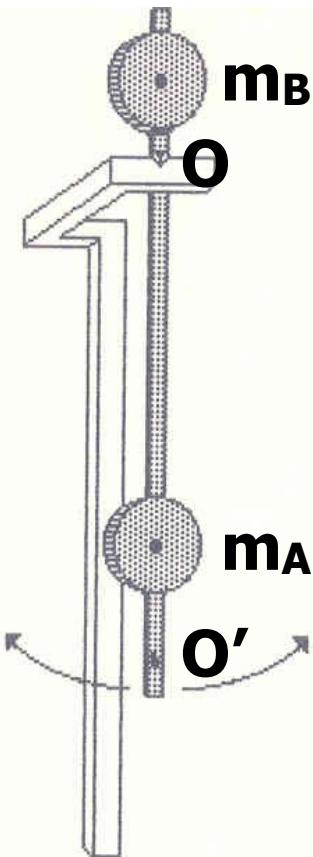
mentre una **massa mobile m_A** è in grado di essere spostata lungo l'asta.

Il corpo nel suo insieme è in grado di oscillare attorno a due diversi assi, individuati dai **poli O ed O'**

Spostare la massa m_A provoca una variazione:



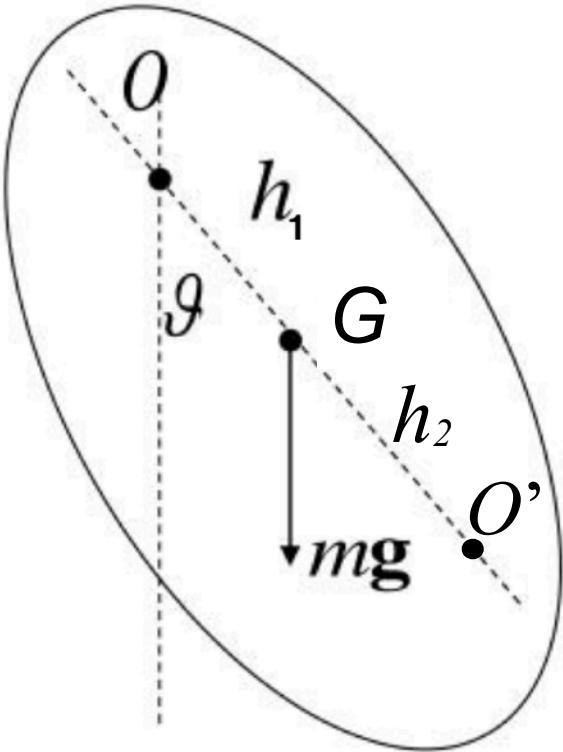
Spostare la massa m_A provoca una variazione:



- del **momento di inerzia I** del corpo calcolato rispetto all'asse di rotazione
- della **distanza h** fra baricentro e polo di rotazione
- e quindi del **periodo di oscillazione**

in base alla relazione: $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{hmg}}$

Siano:



- ➊ O il polo attorno al quale avviene la rotazione
- ➋ G la posizione (non nota) del baricentro
- ➌ **h_1** la **distanza (non nota) fra O ed il baricentro**
- ➍ **I_1** il **momento d'inerzia (non noto) rispetto ad O**

Il periodo di oscillazione T_1 (misurabile) è dato da: $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_1}{h_1 mg}}$

Supponiamo di aver misurato il periodo di oscillazione attorno ad ognuno dei coltelli, ottenendo rispettivamente:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_1}{h_1 mg}}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_2}{h_2 mg}}$$

Possiamo **spostare la massa m_A fino a quando i due periodi coincidono**, cioè $T_1 = T_2$

e supporre l'esistenza di un pendolo semplice che abbia lo stesso periodo T di oscillazione

Scrivendo tutto questo in formule imponiamo: $T_1 = T_2 = T$

Riscriviamo l'uguaglianza $T_1 = T_2 = T$

attraverso:

- il valore esplicito del periodo di oscillazione del pendolo composto rispetto ad ognuno dei due poli
- il valore esplicito del periodo di oscillazione del pendolo semplice

Riscriviamo l'uguaglianza $T_1 = T_2 = T$

attraverso:

- il valore esplicito del periodo di oscillazione del pendolo composto rispetto ad ognuno dei due poli
- il valore esplicito del periodo di oscillazione del pendolo semplice

Otteniamo allora:

$$T_1 = T_2 = T$$

$$2\pi \sqrt{\frac{I_1}{h_1 mg}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_2}{h_2 mg}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Riscriviamo l'uguaglianza $T_1 = T_2 = T$

attraverso:

- il valore esplicito del periodo di oscillazione del pendolo composto rispetto ad ognuno dei due poli
- il valore esplicito del periodo di oscillazione del pendolo semplice

Otteniamo allora:

$$T_1 = T_2 = T$$

$$2\pi \sqrt{\frac{I_1}{h_1 mg}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_2}{h_2 mg}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$I_1 = lm h_1 \quad \text{e} \quad I_2 = lm h_2$$

Utilizzando il **teorema di Huygens-Steiner**

si può passare dal **momento di
inerzia** del corpo calcolato
rispetto all'asse di rotazione



al momento di inerzia del
corpo calcolato **rispetto
al centro di massa**

I_1 e I_2

$$I_{CM} = I_1 - mh_1^2$$

$$I_{CM} = I_2 - mh_2^2$$

Utilizzando il **teorema di Huygens-Steiner**

si può passare dal **momento di
inerzia** del corpo calcolato
rispetto all'asse di rotazione



al momento di inerzia del
corpo calcolato **rispetto
al centro di massa**

I_1 e I_2

$$I_{CM} = I_1 - mh_1^2$$

$$I_{CM} = I_2 - mh_2^2$$

da cui:

$$I_1 = I_{CM} + mh_1^2$$

$$I_2 = I_{CM} + mh_2^2$$

Utilizzando il **teorema di Huygens-Steiner**

si può passare dal **momento di
inerzia** del corpo calcolato
rispetto all'asse di rotazione



al momento di inerzia del
corpo calcolato **rispetto
al centro di massa**

$$I_1 \text{ e } I_2$$

$$I_{CM} = I_1 - mh_1^2$$

$$I_{CM} = I_2 - mh_2^2$$

da cui:

$$I_1 = I_{CM} + mh_1^2 = lmh_1$$

$$I_2 = I_{CM} + mh_2^2 = lmh_2$$

Utilizzando il **teorema di Huygens-Steiner**

si può passare dal **momento di
inerzia** del corpo calcolato
rispetto all'asse di rotazione



al momento di inerzia del
corpo calcolato **rispetto
al centro di massa**

$$I_1 \text{ e } I_2$$

$$I_{CM} = I_1 - mh_1^2$$

$$I_{CM} = I_2 - mh_2^2$$

da cui:

$$I_1 = I_{CM} + mh_1^2 = lmh_1$$

$$I_2 = I_{CM} + mh_2^2 = lmh_2$$

eseguendo la sottrazione $I_1 - I_2$, si ottiene:

$$m(h_1^2 - h_2^2) = lm(h_1 - h_2)$$

$$(h_1 + h_2)(h_1 - h_2) = l(h_1 - h_2)$$

Utilizzando il **teorema di Huygens-Steiner**

si può passare dal **momento di
inerzia** del corpo calcolato
rispetto all'asse di rotazione



al momento di inerzia del
corpo calcolato **rispetto
al centro di massa**

$$I_1 \text{ e } I_2$$

$$I_{CM} = I_1 - mh_1^2$$

$$I_{CM} = I_2 - mh_2^2$$

da cui:

$$I_1 = I_{CM} + mh_1^2 = lmh_1$$

$$I_2 = I_{CM} + mh_2^2 = lmh_2$$

eseguendo la sottrazione $I_1 - I_2$, si ottiene:

$$m(h_1^2 - h_2^2) = lm(h_1 - h_2)$$

$$(h_1 + h_2)(h_1 - h_2) = l(h_1 - h_2)$$

(* vedi slide 38)

Utilizzando il **teorema di Huygens-Steiner**

si può passare dal **momento di
inerzia** del corpo calcolato
rispetto all'asse di rotazione



al momento di inerzia del
corpo calcolato **rispetto
al centro di massa**

$$I_1 \text{ e } I_2$$

$$I_{CM} = I_1 - mh_1^2$$

$$I_{CM} = I_2 - mh_2^2$$

da cui:

$$I_1 = I_{CM} + mh_1^2 = lmh_1$$

$$I_2 = I_{CM} + mh_2^2 = lmh_2$$

eseguendo la sottrazione $I_1 - I_2$, si ottiene:

$$m(h_1^2 - h_2^2) = lm(h_1 - h_2)$$

$$(h_1 + h_2)(h_1 - h_2) = l(h_1 - h_2)$$

$$\Rightarrow h_1 + h_2 = l$$

Allora **il periodo ottenuto** spostando la massa mobile fino a che sia realizzata la condizione $T_1 = T_2$

coincide con il periodo di un pendolo semplice

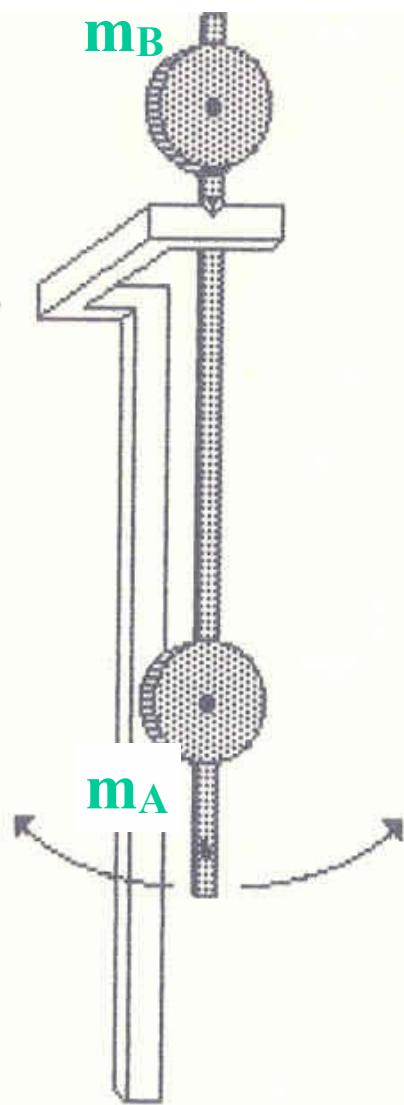
che abbia lunghezza pari alla distanza fra i due poli
di oscillazione del pendolo composto

L'accelerazione di gravità è quindi esprimibile come:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

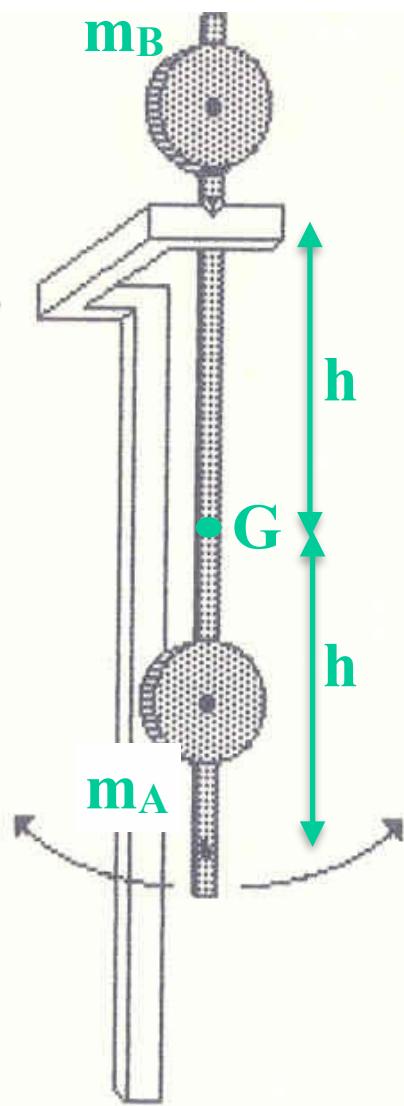
con $T_1 = T_2 = T$ e $l = h_1 + h_2$, ovvero la **distanza fra i due coltelli**

$(h_1 - h_2)$ è sempre $\neq 0$?



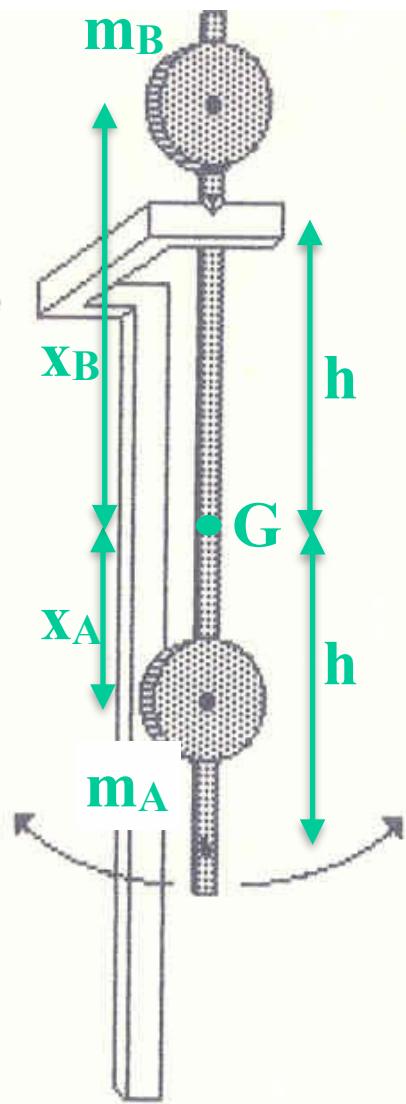
- Il sistema è **asimmetrico** e le 2 masse appese all'asta del pendolo sono diverse ($m_A \neq m_B$)

$(h_1 - h_2)$ è sempre $\neq 0$?



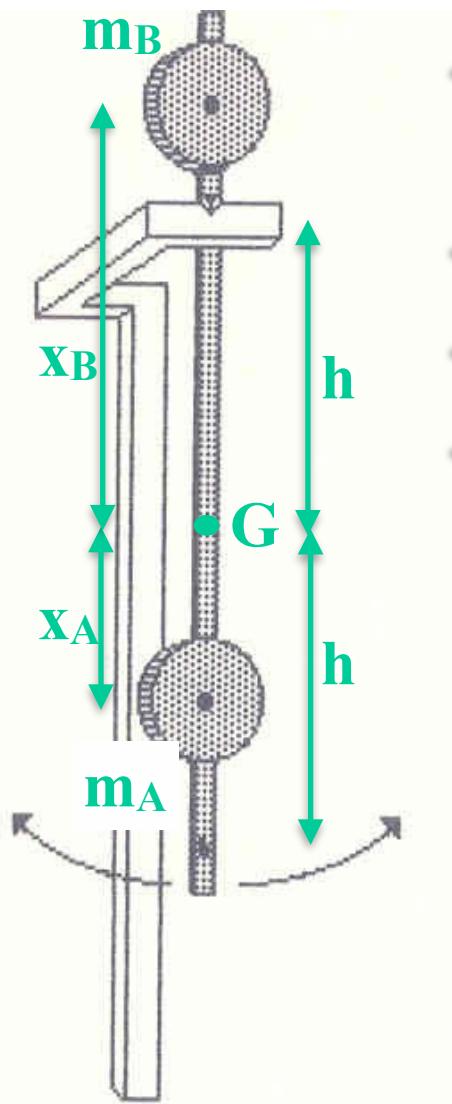
- Il sistema è **asimmetrico** e le 2 masse appese all'asta del pendolo sono diverse ($m_A \neq m_B$)
- Se $(h_1 - h_2) = 0 \rightarrow h_1 = h_2 = h \rightarrow G$ centrale**

$(h_1 - h_2)$ è sempre $\neq 0$?



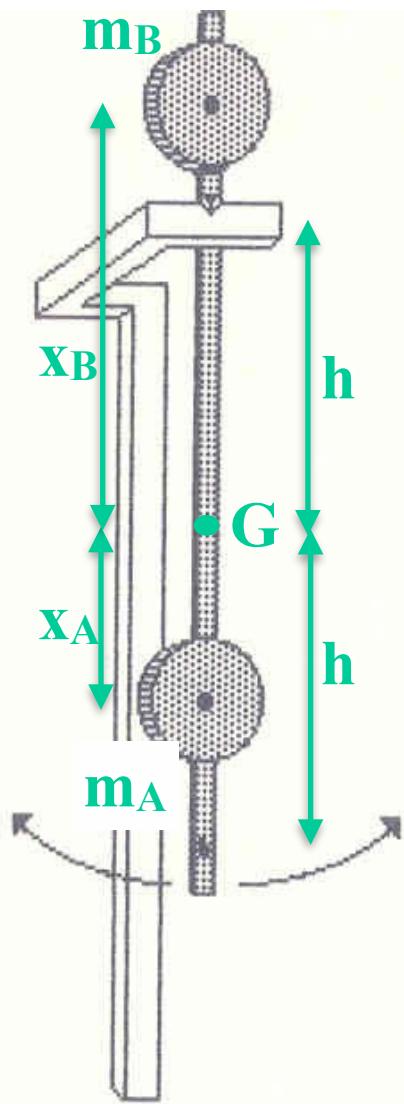
- Il sistema è **asimmetrico** e le 2 masse appese all'asta del pendolo sono diverse ($m_A \neq m_B$)
- Se $(h_1 - h_2) = 0 \rightarrow h_1 = h_2 = h \rightarrow G$ centrale**
- Dalla definizione di c.m.: $m_A x_A = m_B x_B$

$(h_1 - h_2)$ è sempre $\neq 0$?



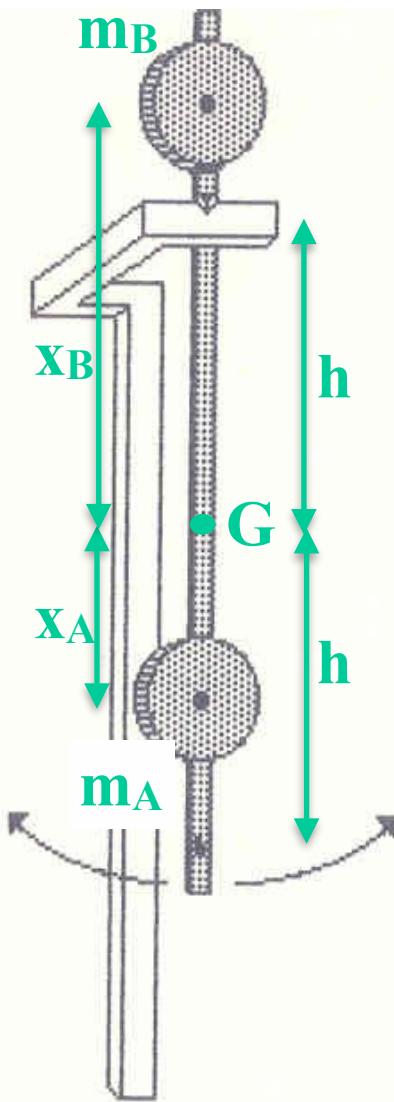
- Il sistema è **asimmetrico** e le 2 masse appese all'asta del pendolo sono diverse ($m_A \neq m_B$)
- Se $(h_1 - h_2) = 0 \rightarrow h_1 = h_2 = h \rightarrow G$ centrale**
- Dalla definizione di c.m.: $m_A x_A = m_B x_B$
- Per costruzione (sistema asimmetrico):
 $x_A < h$ e $x_B > h \rightarrow x_A < h < x_B \rightarrow x_A < x_B$

$(h_1 - h_2)$ è sempre $\neq 0$?



- Il sistema è **asimmetrico** e le 2 masse appese all'asta del pendolo sono diverse ($m_A \neq m_B$)
- Se $(h_1 - h_2) = 0 \rightarrow h_1 = h_2 = h \rightarrow G$ centrale**
- Dalla definizione di c.m.: $m_A x_A = m_B x_B$
- Per costruzione (sistema asimmetrico):
 $x_A < h$ e $x_B > h \rightarrow x_A < h < x_B \rightarrow x_A < x_B$
- Poichè $x_A < x_B$:
 - se $m_A > m_B$ è possibile che $m_A x_A = m_B x_B$ e $(h_1 - h_2) = 0$
 - se $m_A < m_B$ è impossibile che $m_A x_A = m_B x_B \rightarrow (h_1 - h_2) \neq 0$

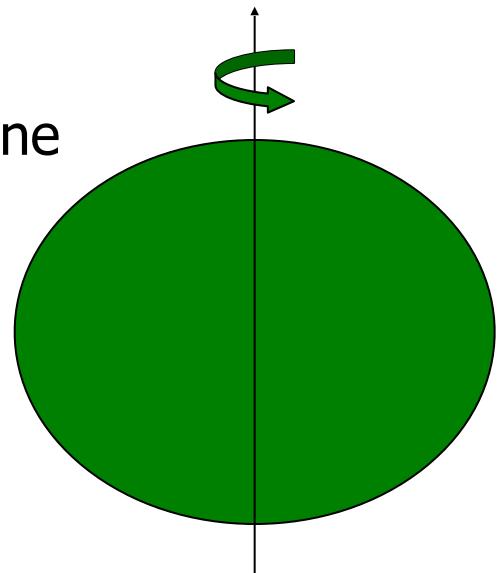
(h_1-h_2) è sempre $\neq 0$?



- Il sistema è **asimmetrico** e le 2 masse appese all'asta del pendolo sono diverse ($m_A \neq m_B$)
 - **Se $(h_1-h_2)=0 \rightarrow h_1=h_2=h \rightarrow G$ centrale**
 - Dalla definizione di c.m.: $m_A x_A = m_B x_B$
 - Per costruzione (sistema asimmetrico):
 $x_A < h$ e $x_B > h \rightarrow x_A < h < x_B \rightarrow x_A < x_B$
 - Poichè $x_A < x_B$:
 - se $m_A > m_B$ è possibile che $m_A x_A = m_B x_B$ e $(h_1-h_2)=0$
 - se $m_A < m_B$ è impossibile che $m_A x_A = m_B x_B \rightarrow (h_1-h_2) \neq 0$
- **Se la massa maggiore è esterna ai coltelli, è sempre verificata la condizione $(h_1-h_2) \neq 0$**

g è costante?

- 💡 Il pendolo permette di studiare la **variazione** di accelerazione di gravità **in funzione della posizione sulla superficie terrestre**
- 💡 La causa principale di questa variazione è la **latitudine**, a causa della dipendenza di g da:
 - 💡 **raggio della Terra**, che varia con la latitudine
 - 💡 **azione della forza centrifuga** dovuta alla rotazione terrestre, che ha il suo massimo effetto all'equatore



g è costante?

- Ambedue gli effetti contribuiscono a rendere g **dipendente dalla latitudine** ed, in particolare, minima all'equatore
- L' Handbook of the American Institute of Physics riporta per g la seguente relazione:

$$g = 978.0490 (1 + 0.0052884 \sin^2\varphi - 0.0000059 \sin^2 2\varphi) \text{ cm s}^{-2}$$

- Di conseguenza il **valore atteso** a Torino ($\varphi = 45^\circ$) è

$$g = 980.63 \text{ cm s}^{-2}$$

PRIMA PARTE

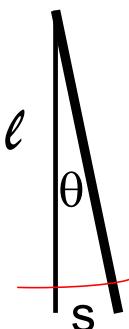
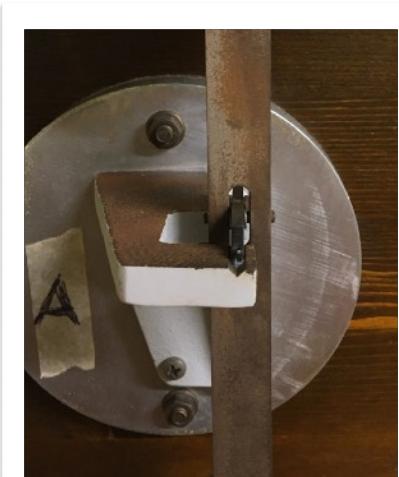
(in laboratorio)

Procedura sperimentale

- ➊ Misurare la distanza fra i due coltelli: corrisponderà alla **lunghezza ridotta l** , cioè alla lunghezza del pendolo semplice che ha lo stesso periodo di oscillazione del pendolo composto, quando sia realizzata la condizione $T_1=T_2$
- ➋ Registrare la posizione della massa fissa m_B : cosa succede se a metà esperienza sposto inavvertitamente la massa fissa?
- ➌ Posizionare la massa mobile m_A il più vicino possibile al coltello
- ➍ Misurare la distanza fra la massa mobile e la massa fissa (usare come riferimenti le tacche incise sulle masse)

Procedura sperimentale

- Posizionare la **fotocellula** per la misurazione automatica del periodo di oscillazione
- Appoggiare il pendolo su un coltello, avendo cura che sia **centrato** sul supporto, per evitare eccessivo attrito durante l'oscillazione
- Verificare di operare in condizione di '**angolo di oscillazione piccolo**'
 - Misurata la distanza s del pendolo dalla verticale, calcolare il valore dell'ampiezza dell'oscillazione (deve risultare $< 10^\circ$)



$$\theta \text{ in radianti} = s / l$$

Stima dell'errore su T

- ➊ Annotare la posizione x_1 della massa mobile m_A .
- ➋ Mettere in oscillazione il pendolo e, dopo 1-2 oscillazioni, avviare l'acquisizione dei tempi. Trascrivere il valore di T_1 in tabella.
- ➌ Staccare il pendolo dal supporto, spostare e poi riposizionare la massa mobile in x_1 e **ripetere la misura del periodo T_1** per 3-4 volte
- ➍ N.B.: Mettere in oscillazione il pendolo con lo stesso angolo iniziale.
- ➎ Valutare l'errore sulla misura del periodo T → è sufficiente considerare l'errore di sensibilità della fotocellula?

Misura di T_1 e T_2

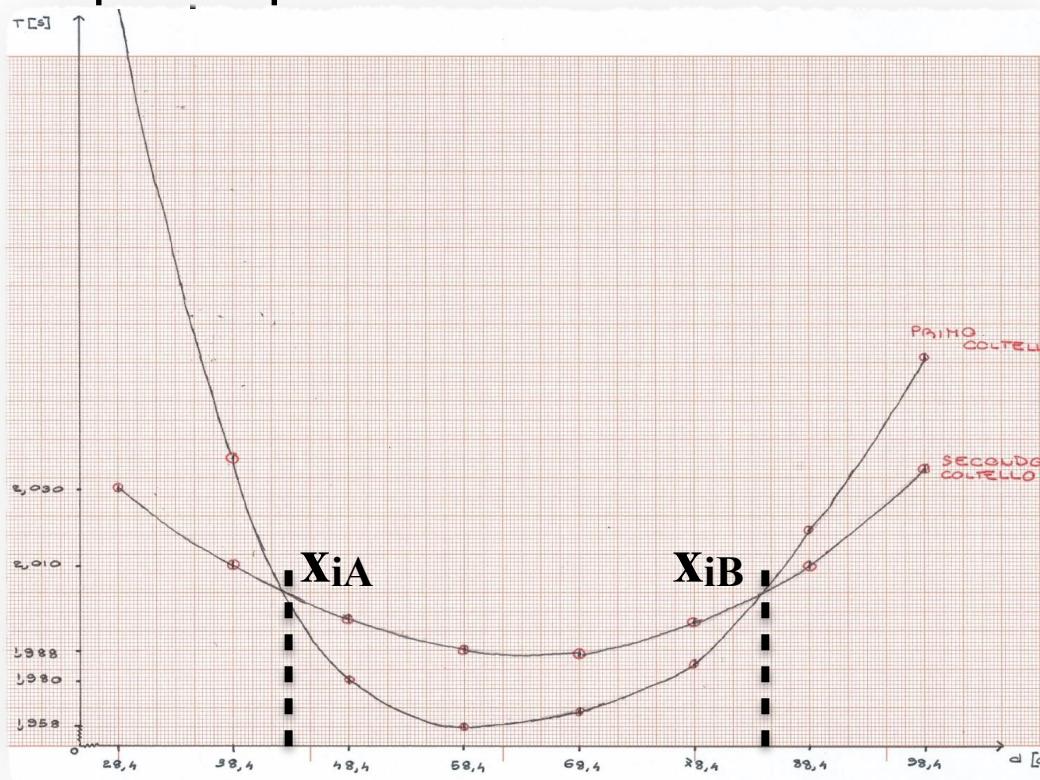
- Preparare la **tabella** per la registrazione dei periodi di oscillazione in funzione delle diverse distanze fra le due masse

x (cm)	T_1 (s)	T_2 (s)

- Porre in oscillazione il pendolo, avviare l'acquisizione dei tempi e riportare il valore del periodo **T_1** nell'apposita tabella
- Appendere il pendolo sul secondo coltello e misurare **T_2**
- Ripetere la misura di T_1 e T_2 , **sostando ogni volta la massa mobile di 10 cm** (fino a raggiungere il coltello opposto)

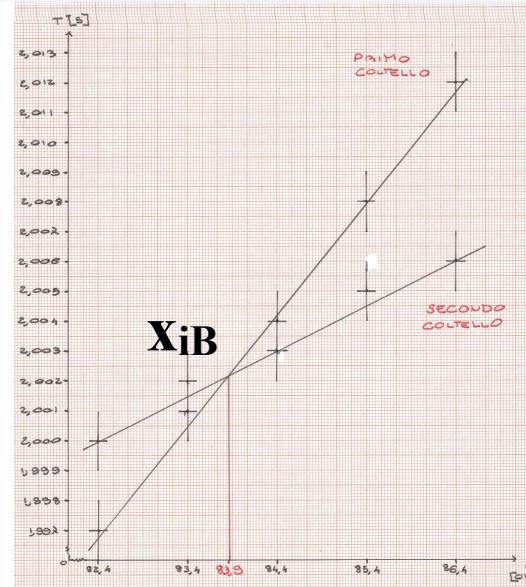
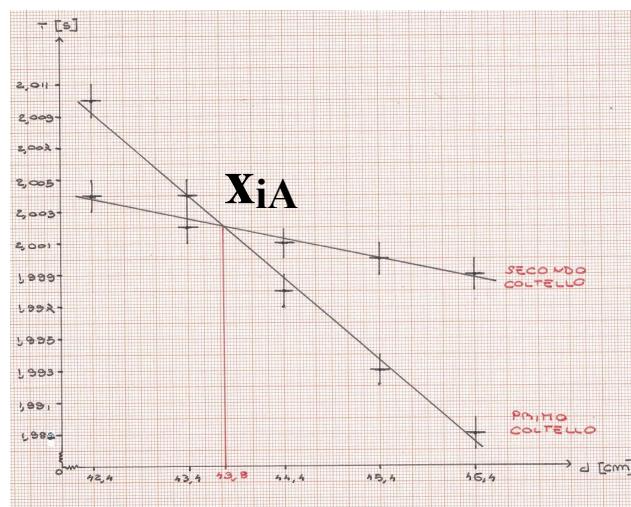
Procedura sperimentale

- Preparare il **grafico dei periodi in funzione della distanza fra le due masse**, utilizzando un foglio di carta millimetrata
- Individuare la **zona di intersezione** fra le curve ottenute dal fit (manuale) dei punti sperimentali



Procedura sperimentale

- Considerare l'intorno delle intersezioni x_{iA} e x_{iB} tra le 2 curve
- Per le intersezioni di ascissa x_{iA} e x_{iB} ripetere le misure di T su ciascun coltello, posizionando la massa mobile tra $x_i - 2\text{cm}$ e $x_i + 2\text{cm}$
- Inserire i dati ottenuti in una **nuova tabella** e costruire **due nuovi grafici**, uno per ognuna delle zone di intersezione



Risultato

- **Determinare** le due posizioni di **intersezione** ed i relativi valori di periodo
- Abbiamo ottenuto per il periodo di oscillazione due valori che soddisfano la condizione richiesta: $T_1 = T_2 = T$
- **Calcolare g**, utilizzando per l la distanza fra i due coltelli

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

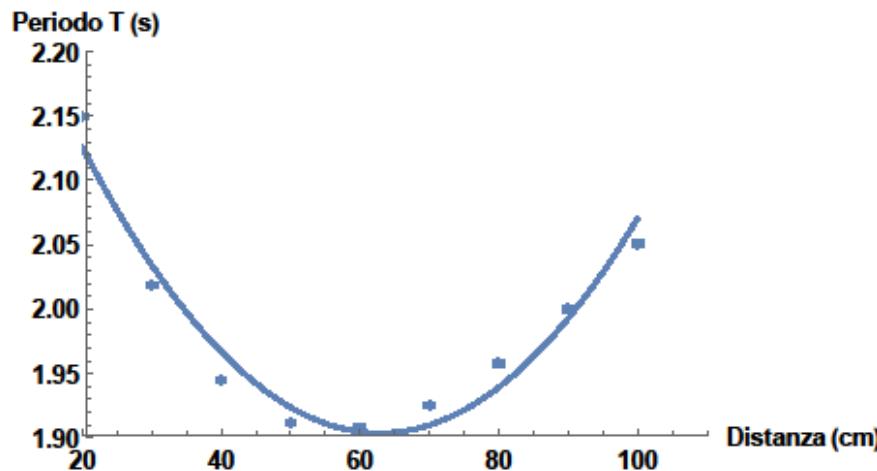
e **confrontarlo col valore atteso $g=980.63 \text{ cm s}^{-2}$**

SECONDA PARTE

(sessione analisi dati)

Scelta della relazione funzionale attraverso il χ^2

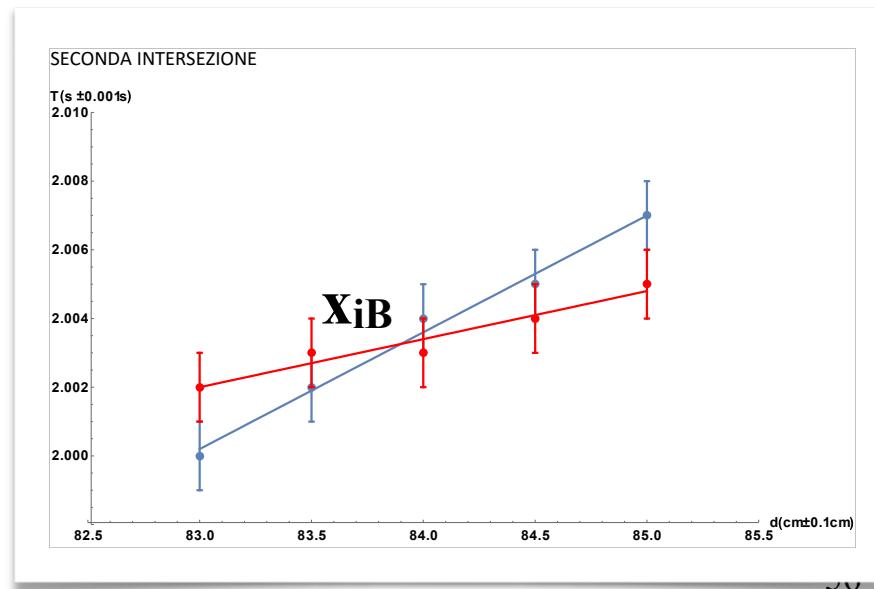
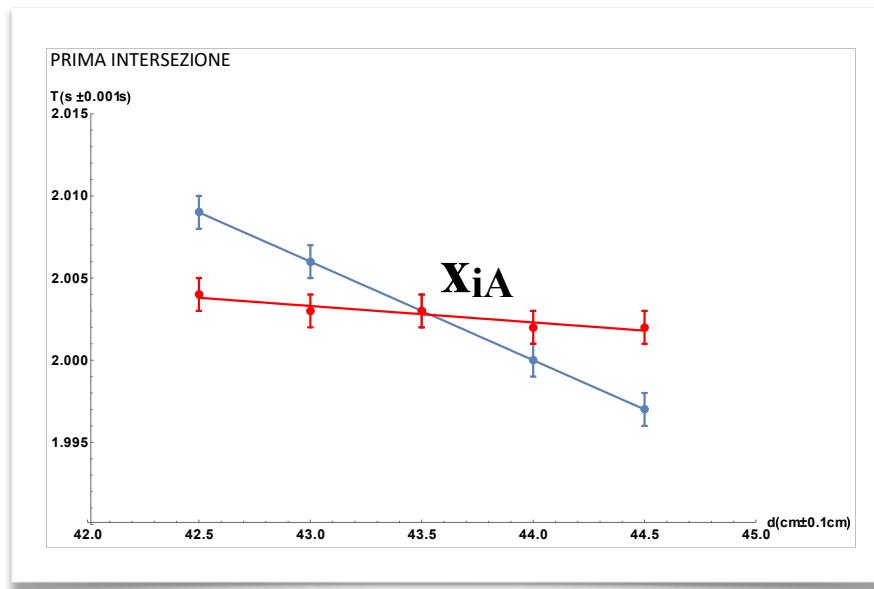
- Le serie di dati $T_1(x)$ e $T_2(x)$ nella scansione su tutto il range di x **sembrano descrivere delle parabole**



- Com'è possibile verificare questa ipotesi? Se non risulta verificata, quale ipotesi successiva si può formulare?
- La scelta fra diverse relazioni funzionali relative ad una legge non nota è guidata dal **miglior valore del χ^2** (se necessario utilizzare *il test di Fisher*)

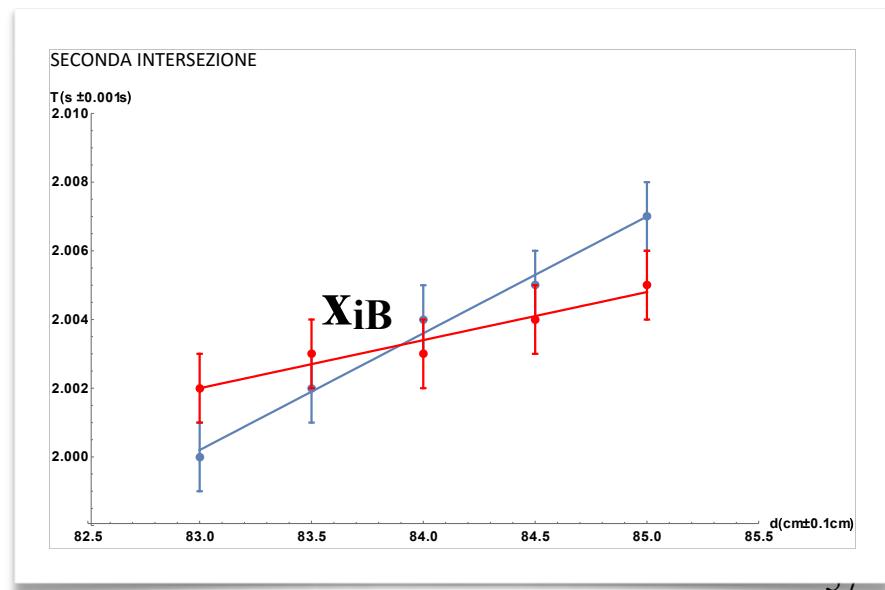
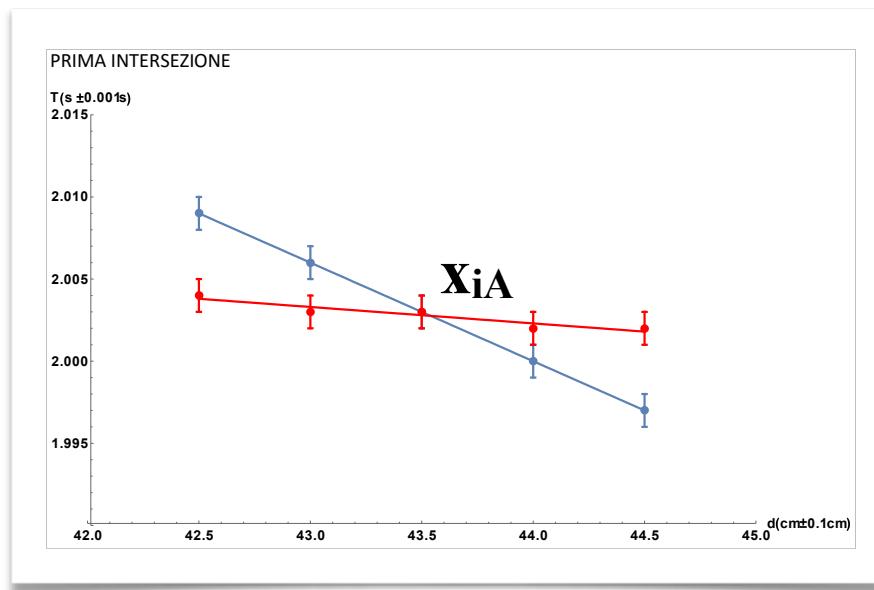
Stima dei punti di intersezione

- Considerare i dati relativi alla scansione 'ridotta' eseguita nelle zone di intersezione → in un intorno sufficientemente piccolo dei punti di intersezione le due curve possono essere approssimate a delle **rette**
- Costruire **due nuovi grafici** (uno per ogni zona di intersezione)



Stima dei punti di intersezione

- In ogni grafico le rette si intersecano in un punto di ascissa x_{iA} (prima intersezione) e x_{iB} (seconda intersezione)
- **Determinare matematicamente i valori di $T(x_{iA})$ e $T(x_{iB})$ e relativi errori (propagando gli errori sui parametri delle rette e considerando anche la covarianza)**



Risultato

- Per il periodo di oscillazione sono stati ottenuti due periodi $T(x_{iA})$ e $T(x_{iB}) \rightarrow$ sono tra loro compatibili?
- **Calcolare g**, utilizzando per l la distanza fra i due coltelli

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

e confrontarlo col valore atteso **g=980.63 cm s⁻²**

Errori sistematici

- 💡 Stimare i possibili errori sistematici della misura
- 💡 Per **piccoli valori di θ** si può approssimare $\sin\theta$ con θ : cosa intendiamo per “piccoli valori”?
 - ➡ Stimare ed eventualmente correggere per l'approssimazione di piccole oscillazioni: $T = T_0 \left[1 + \frac{1}{4} \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right]$
- 💡 Ci sono **altre forze** che abbiamo finora trascurato e che potrebbero influire sulla misura?