Corso di Laurea in Fisica - A.A. 2015-2016
Scritto di Onde Fluidi e Termodinamica - 30/06/2016

Esercizio 1

Un recipiente cilindrico ad asse verticale con sezione di base $S = 150$ cm^2 è chiuso da un pistone mobile e a chiusura stagna, che ha una massa $m = 20$ kg. Le pareti del cilindro e il pistone sono completamente adiabatici: all'interno di essi è contenuto dell'argon (Ar) in uno stato di equilibrio termodinamico A, mentre all'esterno vi è l'atmosfera. Un oggetto pesante con $M = 80$ kg viene appoggiato ad un tratto sopra il pistone e si attende un nuovo stato di equilibrio termodinamico B. Successivamente, l'oggetto viene di nuovo rimosso e si giunge allo stato di equilibrio C.

a) Determinare il volume intermedio (V_{B}) occupato dall'argon e quello finale (V_{C}), entrambi in funzione del volume iniziale V_{A};
b) Calcolare la variazione di entropia dell'universo per mole di argon durante la trasformazione [AB] e durante l'intero processo [ABC];
c) Limitandosi alla trasformazione [AB], dire come cambiano le risposte precedenti se, anzichè appoggiare un solo oggetto con massa 80 kg, si aggiungono progressivamente 1000 piccoli oggetti di massa 80 g.

Esercizio 2

Una barca di massa $M = 1500kg$, schematizzabile come un parallelepipedo di base S=$20m^2$, è carica di massi la cui massa totale è $m = 1000kg$. La densità dei massi è sei volte quella dell'acqua. Essa si trova in un piccolo bacino artificiale rettangolare di sezione $A = 400m^2$.(Specchio d'acqua e barca hanno la forma di due parallelepipedi)

a) Calcolare di quanto varierebbe il livello dell'acqua se il carico di massi venisse scaricato sulla riva.
b) La barca perde tutto il carico, che precipita sul fondo. Calcolare di quanto varia il livello dell'acqua in seguito all'affondamento dei massi.
c) Usando un tubo di diametro $40mm$ con imboccatura a $4m$ sotto il pelo libero, si preleva dell'acqua. La portata è $Q = 2.512$ l/s. Trascurando l'abbassamento di livello del lago, determinare il valore della pressione all'imboccatura del tubo.

Esercizio 3

Un cavo di alluminio (ρ_{al}= 2.6 g/cm^3) e uno di acciaio (ρ_{ac}= 7.8 g/cm^3), entrambi con sezione trasversale $S = 1$ mm^2, sono disposti orizzontalmente e collegati in modo tale il suo estremo costituito dal cavo di alluminio sia fissato mentre l'estremo d'acciaio scorra su una puleggia. La lunghezza totale del tratto in alluminio sia $l_1 = 30$ cm, mentre la distanza l_2 tra la giuntura e la puleggia di supporto sia di 43.3 cm. Il cavo orizzontale così composto è mantenuto in tensione con un blocco di massa $m = 10$ kg applicato all'estremo libero del cavo di acciaio. In esso vengono generate delle onde trasversali con una sorgente esterna a frequenza variabile e in corrispondenza della carrucola si ha un nodo di onda stazionaria.

a) Dimostrare che se l'onda stazionaria ha 8 nodi (estremi inclusi), allora il punto di giuntura è uno di essi.
b) Trovare la frequenza generata alla quale ciò si verifica.

Esercizio 1

argon, gas monoatomico c_v=3/2R
Le pressioni sono:
$p_A = p_C = p_{atm} + mg/S$=114.405 kPa
$p_B = p_{atm} + (m + M)g/S$=166.725 kPa
a)
Uso il I principio(trasf adiab irrev)(L+ΔU=Q=0):

per AB:
$p_{ext}\Delta V = p_B(V_B - V_A) = -nc_v(T_B - T_A) = -3/2(p_BV_B - P_AV_A)$

oppure equivalentemente usando la formula del formulario:
$p_{ext}\Delta$V=$p_B(V_B - V_A)$=$P_AV_a - P_BV_B/(\gamma - 1)$
5/2 $p_BV_B = V_A(p_B + 1.5P_A)$
$V_B/V_A = (p_B + 1.5p_A)/2.5p_B = 0.812$
per BC analogo calcolo:
$V_C/V_B = (p_C + 1.5p_B)/2.5p_C = (p_A + 1.5p_B)/2.5p_A = 1.274$
Dunque:
$V_C/V_A = V_C/V_B * V_B/V_A = 1.034$
b)
punto b)
$\Delta S_{amb} = 0$ poichè non vi sono scambi di calore (cilindro e pistone adiabatici)
Dall'equazione generale per la variazione di entropia per un gas perfetto:
per AB
$\Delta S_{gas}/n$=$Rln(V_B/V_A) + 3/2Rln(T_B/T_A)$
$T_B/T_A = P_BV_B/P_AV_A$=1.183
$\Delta S_{gas}/n$=0.37 J/(mol*K)
per ABC:
$\Delta S^{ABC}_{gas}/n$=$\Delta S^{AC}_{gas}/n = Rln(V_C/V_A) + 3/2Rln(T_C/T_A)$

$T_C/T_A = P_C V_C/P_A V_A = P_A V_C/P_A V_A = V_C/V_A$=1.034
$\Delta S_{gas}^{ABC}/n = 5/2 R ln(V_C/V_A)$=0.695 J/(mol*K)
c)
questa trasfromazione passa per stati di equilibrio e può quindi essere considerata una trasformazione reversibile
È quindi un'adiabatica reversibile che è isoentropica $\Delta S_{gas}^{AB}/n$=0.
Per trovare il rapporto tra i volumi si può usare leq. di Poisson PV^{γ}=cost:
$V_B = (P_A/P_B)^{1/\gamma} V_A = 0.798 V_A$

Esercizio 2

Nella condizione iniziale il volume immerso della barca si ricava da:

$$(M + m)g = \rho_A g V_{imm}$$

$V_{imm} = (M + m)/\rho_A$
Il volume totale è quindi dato dalla somma del volume dell'acqua e del volume immerso. Da esso ci ricaviamo l'altezza h iniziale:
$V_{TOT} = A\dot{h} = V_{ACQUA} + V_{imm}$

a) Scaricate le pietre il nuovo volume immerso della chiatta diventa:
   $V'_{imm} = (M)/\rho_A$
   minore di quello precedente.
   Il volume totale diventa:
   $V'_{TOT} = A\dot{h}' = V_{ACQUA} + V'_{imm}$
   cioè:
   $V'_{TOT} = A\dot{h}' = V_{ACQUA} + V'_{imm}$
   Vogliamo calcolarci il dislivello $\Delta h = h' - h$:
   $\Delta V = A(\Delta h) = V_{ACQUA} + V'_{imm} - V_{ACQUA} - V_{imm}$
   allora:

   $$\Delta V = (M)/\rho_A - (M + m)/\rho_A = -m/\rho_A$$

   $$\Delta V = A(\Delta h) = (-m/\rho_A)$$

   $\Delta h = (m/\rho_A A))(-1)$
   $\Delta h = -2.5mm$

   Quindi il livello dell'acqua si abbassa di questo Δh.

b) Cadute le pietre il nuovo volume immerso della barca diventa:
$V'_{imm} = (M)/\rho_A$
minore di quello precedente.
Il volume totale diventa:
$V'_{TOT} = A\dot{h}' = V_{ACQUA} + V'_{imm} + V_{pietre}$
cioè:
$V'_{TOT} = A\dot{h}' = V_{ACQUA} + V'_{imm} + m/\rho_P$
sappiamo che $\rho_P = 6\rho_A$:
Vogliamo calcolarci il dislivello $\Delta h = h' - h$:
$\Delta V = A(\Delta h) = V_{ACQUA} + V'_{imm} + m/\rho_P - V_{ACQUA} - V_{imm}$
allora:

$$\Delta V = (M)/\rho_A - (M+m)/\rho_A + m/\rho_P = m/\rho_P - m/\rho_A$$

sappiamo che $\rho_P = 6\rho_A$:
$\Delta V = A(\Delta h) = (m/\rho_A)(-5/6)$

$\Delta h = (m/\rho_A A))(-5/6)$
$\Delta h = -2.08mm$

c) Dalla portata, che è un dato del problema:
Q=vS'
essendo:
S'=πD^2/4=4π10^{-4}m^2
ricaviamo:
v=Q/S'=2 m/s
Applichiamo Bernoulli tra il pelo libero A e l'imboccatura: $p_A + 1/2\rho v_A^2 + \rho g z_A = p_B + 1/2\rho v_B^2 + \rho g z_B$
Vista la differenza tra le sezioni v_A è trascurabile, $z_A - z_B = 4m$ e p_A è la pressione atmosferica.
Si ottiene:
$p_B = p_{atm} - 1/2\rho v_B^2 + \rho g(z_A - z_B) = 138200Pa$

Esercizio 3

La velocita' di propagazione dell'onda risulta diversa nei due tratti di cavo a causa delle diverse densità e quindi, a parità di sezione, delle diverse densità lineiche mentre la tensione è per entrambe T=mg (trascurando il tratto di cavo appeso sulla cui lunghezza non ho informazioni):
$v_1 = \sqrt{\frac{T}{\rho_{Al}*S}} = \sqrt{\frac{mg}{\rho_{Al}*S}}$ e $v_2 = \sqrt{\frac{T}{\rho_{Ac}*S}} = \sqrt{\frac{mg}{\rho_{Ac}*S}}$

La frequenza deve essere la medesima per i due tratti di materiale diverso cioè $f_1 = f_2 = f$, per le lunghezze d'onda:
$\lambda_1 = v_1/f$ e $\lambda_2 = v_2/f$ a)
Ho 8 nodi(inclusi gli estremi che sono appunto due nodi) .
Se ipotizzo che la giuntura sia un nodo : $l_i = n_i \frac{\lambda_i}{2}$ con i=1,2
$l_i = n_i \frac{v_i}{2f} = \frac{n_i}{2f} sqrt \frac{mg}{\rho^i S}$ da cui:
$l_1/l_2 = n_1 v_{Al}/(n_2 v_{Ac}) = (n_1/n_2) * (sqrt \rho_2/\rho_1)$
da cui: $n1/n2 = (l_1/l_2) * (sqrt \rho_1/\rho_2) = 0.4 = 2/5$
Con 8 nodi totali di cui uno e' la giuntura per entrambi e considerando che $n_1 + n_2$ è il numero di nodi meno 1 dovrei avere $n_2 + n_1 = 7$.
Combinando le due relazioni tra l_1 e l_2 si trova che$n_1 = 2$ e $n_2 = 5$.
b)
Possiamo dunque ricavarci la frequenza:
f=$n_1 v1/(2l_1)$=647.5 Hz

Corso di Laurea in Fisica - A.A. 2010-2011
Scritto di Onde Fluidi e Termodinamica - 16/09/2011

Esercizio 1

Si consideri una corda tesa di tensione pari a 7.7 N e densità lineare pari a 0.049 kg/m. Gli estremi della corda sono fissi. In seguito ad una perturbazione iniziale sulla corda si formano delle onde stazionarie. Si supponga di misurare lo spostamento della corda rispetto alla condizione di equilibrio. Alla distanza di 12 m dall'inizio della corda si misura la seguente oscillazione nel tempo: $y(t) = -0.1073\cos(4\pi t)$ dove lo spostamento è misurato in metri e il tempo in secondi.
a) Si scrivano le equazioni delle due onde la cui sovrapposizione genera il suddetto fenomeno.
b) Sapendo che la frequenza della perturbazione corrisponde alla 4 armonica, si determini la lunghezza della corda.

Soluzione

L'onda stazionaria ha forma $y(x,t) = 2A\sin k_4 x \cos\omega_4 t$. La velocità delle onde su questa corda è

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \simeq 4\pi\ m/s = 12.566\ m/s$$

Il numero d'onde è $k_4 = \frac{\omega_4}{v} \simeq 1\ m^{-1}$. Dai dati del problema risulta che

$$2A\sin(k_4 12) = -0.1073 \Longrightarrow A = 0.1\ m$$

Le due onde che generano l'onda stazionaria, hanno funzione d'onda :

$$y(x,t) = 0.1\sin(x \pm 4\pi t)$$

La lunghezza della corda si ricava dalla relazione

$$\frac{2\pi}{k_4} = \frac{2L}{4} \Longrightarrow L = 4\pi\ m = 12.566\ m$$

Esercizio 2

Un recipiente cubico di lato $L = 1\ m$ è riempito con un liquido di densità ρ=3 g/cm^3 fino ad una altezza $d = 0.8\ m$.

a) Si determini la forza che agisce su una delle quattro pareti verticali del recipiente.

Il recipiente viene successivamente accelerato orizzontalmente verso destra (lungo l'asse delle x) con accelerazione a.

b) Si determini il livello della superficie libera in funzione di x;

c) si calcoli a affinché la superficie del fluido si inclini fino a raggiungere lo spigolo sinistro del recipiente;

d) si determini la pressione sullo spigolo inferiore destro del recipiente.

Soluzione

a) La forza che il liquido esercita su una striscia infinitesima di parete (dall'interno verso l'esterno) posta dalla quota h e di altezza dh :

$$dF = (p_0 + \rho g h)\, L dh$$

Integrando su h, si ottiene la forza che il liquido esercita sulla parete:

$$F = \int_0^d dF = p_0 L d + \frac{1}{2}\rho g L d^2 = 81060. + 9417.6 = 90477.6\ N$$

b) Visto che la densità del liquido ha valore costante su tutto il volume occupato dal fluido, l'equazione generale dell'idrostatica implica che:

$$\vec{\nabla}\,(p + \rho E) = 0 \Longrightarrow p(x,z) + \rho g z + \rho a x = \text{cost} = \mathrm{p}(0,0)$$

dove z è l'asse verticale orientato verso l'alto. Se indichiamo con h l'altezza raggiunta dalla superficie libera del liquido a $x = 0$ e se teniamo conto che la pressione sulla superficie libera è quella atmosferica p_0, la relazione precedente si scrive come:

$$p(0,h) + \rho g h = p_0 + \rho g h = p(0,0)$$

In un punto qualsiasi della superficie, si ha che

$$p_0 + \rho g z + \rho a x = p_0 + \rho g h \Longrightarrow z = h - \frac{a}{g}x$$

Quindi la quota decresce linearmente al crescere di x: la superficie libera è piana.

c) Il valore di h si può valutare dal volume totale occupato dal liquido ($V = L^2 d$):

$$dV = Lzdx = L\left(h - \frac{a}{g}x\right)dx \Longrightarrow V = \int_0^L dV = L^2\left(h - \frac{aL}{2g}\right) \equiv L^2 d$$

Quindi:

$$h = d + \frac{aL}{2g}$$

La condizione limite $h = L$ si raggiunge quando

$$a = 2g\frac{L-d}{L} = 0.4\,g$$

d) La pressione nell'angolo inferiore destro si ricava dall'espressione

$$\begin{aligned} p(L,0) + \rho a L &= p_0 + \rho g L \Longrightarrow \\ p(L,0) &= p_0 + \rho L(g-a) = p_0 + 0.6\rho g L = p_0 + \frac{9}{5}g = p_0 + 17.66\ Pa \end{aligned}$$

Esercizio 3

Il reattore nucleare a fusione fredda, progettato da Rossi e Focardi, trasformerebbe potenza elettrica in calore. Secondo i proponenti, inviando nel reattore la potenza $P_i = 750\ W$ si vaporizzano completamente, alla temperatura di $100^0\ C$, $7\ kg/h$ di acqua inizialmente alla temperatura $t = 26.5^0$ C.

a) Si ricavi la potenza termica in uscita e il guadagno definito come rapporto tra le potenze.

b) Quando l'acqua vaporizza subisce un'espansione volumetrica pari ad un fattore 1600. Se il condotto cilindrico di uscita del vapore ha un diametro di $d = 1.2\ cm$ e se si assume il fluido ideale e incomprimibile, quale è la velocità di uscita del vapore?

Soluzione

La portata in massa del sistema è $Q_M = 7/3600 = 1.944 \cdot 10^{-3}\ Kg/s$. La potenza necessaria per portare l'acqua all'ebollizione è

$$P_1 = Q_M \cdot 4186 \cdot 73.5 = 598.25\ W$$

La potenza necessaria per l'ebollizione dell'acqua è

$$P_2 = Q_M \cdot 2.272 \cdot 10^6 = 4417.78\ W$$

La potenza termica in uscita è quindi $P_1 + P_2 = 5016.03\ W$. Il guadagno è il rapporto tra la potenza in uscita e quella in ingresso:

$$g = \frac{5016.03}{750} = 6.68$$

La portata in volume del sistema è

$$Q = 1600 \frac{Q_M}{\rho_{H_2O}} = 3.11 \cdot 10^{-3}\ m^3/s$$

La velocità in uscita vale:

$$v = \frac{Q}{S} = 4 \frac{Q}{\pi d^2} = 27.51\ m/s$$

Corso di Laurea in Fisica - A.A. 2011-2012
Scritto di Onde Fluidi e Termodinamica - 28/06/2012

Esercizio 1

Due moli di gas ideale, inizialmente nello stato 1, vengono messi a contatto termico con un serbatoio a temperatura di 800 K e raggiungono mediante una trasformazione isocora irreversibile uno stato termodinamico 2 ($T_2 = 800$ K). Tramite una espansione isoterma reversibile il gas raggiunge lo stato 3 tale che $V_3 = 2V_2$. Successivamente, il gas viene riportato allo stato 1 mediante una trasformazione isobara reversibile. Il calore specifico del gas a pressione costante dipende dalla temperatura e può essere scritto come $c_p = (2 + 0.02T)R$.

Determinare:

a) tutti i calori scambiati per ogni trasformazione;

b) il rendimento del ciclo;

c) il lavoro lungo la trasformazione 3-1

Esercizio 2

Un fischietto di richiamo per cani con frequenza di 21 kHz viene ignorato dal vostro cane. Sospettate che il fischietto non funzioni, ma il misuratore di frequenze di cui siete munito non è in grado di rilevare suoni con una frequenza minore di 0.8 kHz o maggiore di 20.5 kHz.

Per verificare il funzionamento del fischietto si procede in due modi:

1) chiedete ad un amico di fischiare (da fermo) mentre voi, munito di strumento di misura, correte in bicicletta.

a) In quale direzione dovete pedalare (avvicinandovi o allontanandovi) dal vostro amico?

b) A quale velocità minima?

2) Con il fischietto e il misuratore di frequenze vi allontanate da una parete verticale riflettente.

c) A quale velocità dovete viaggiare perché lo strumento possa rilevare la frequenza di battimento minima misurabile?

(Si assuma la velocità del suono c=340 m/s)

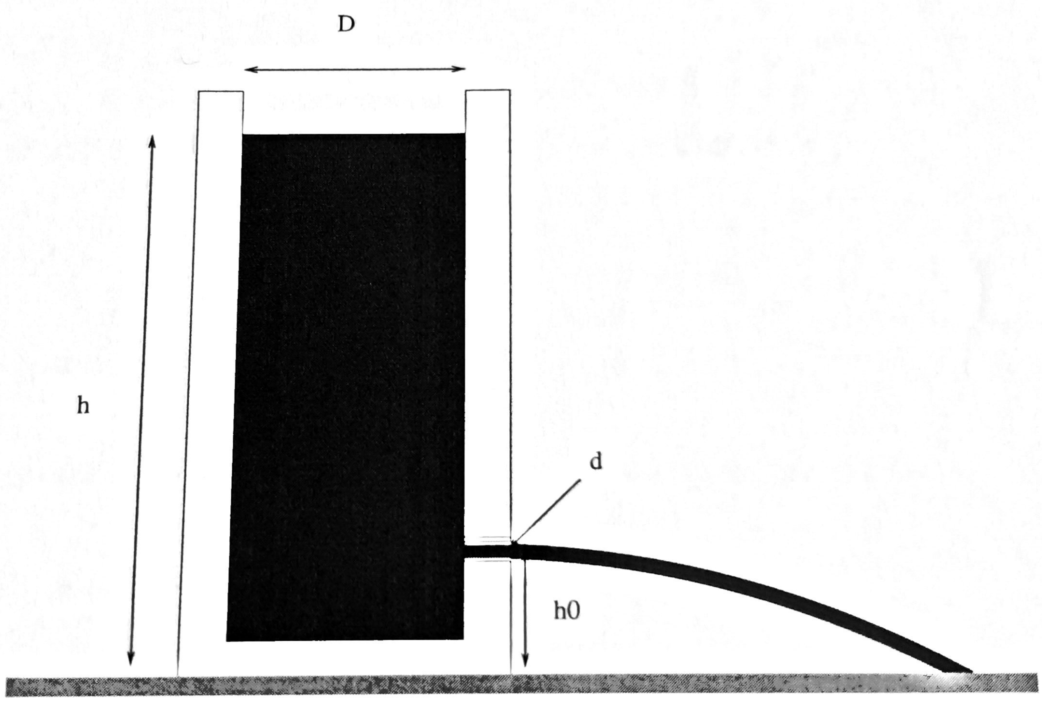
Esercizio 3

In un recipiente cilindrico di diametro $D = 9$ cm viene praticato un foro di diametro $d = 3$ cm, centrato ad un'altezza $h_0 = 5$ cm dal fondo. Il foro è inizialmente chiuso con un tappo ed il recipiente riempito di acqua fino all'altezza $h = 50$ cm. Viene tolto il tappo. Determinare:

a) La velocità iniziale di uscita dell'acqua dal foro.

b) La forza F necessaria per mantenere fermo il recipiente quando viene tolto il tappo.

c) La portata e la gittata iniziale.



SOLUZIONI

Esercizio 1 Lo stato 1 ha la stessa pressione dello stato 3, lo stesso volume dello stato 2 e temperatura che può essere ricavata dalla relazione, valida per le trasformazioni isobare:

$$\frac{T_1}{T_3} = \frac{V_1}{V_3} \Longrightarrow T_1 = T_2 \frac{V_2}{2V_2} = \frac{T_2}{2} = 400\;K$$

Per la relazione di Meyer $c_v = R(1 + 0.02\,T)$. I calori scambiati dal sistema nei tre rami del ciclo valgono:

$$\begin{aligned}
Q_{12} &= \Delta U = n \int_{T_2/2}^{T_2} c_V dT = nR \int_{T_2/2}^{T_2} (1 + 0.02\,T)\, dT = 86465.6\;J \\
Q_{23} &= W_{23} = nRT_2 \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right) = 9220.5\;J \\
Q_{31} &= n \int_{T_2}^{T_2/2} c_P dT = nR \int_{T_2}^{T_2/2} (2 + 0.02\,T)\, dT = -93116.8\;J
\end{aligned}$$

Il rendimento del ciclo è:

$$\eta = 1 + \frac{Q_{31}}{Q_{12} + Q_{23}} = 2.7\,\%$$

Dato che la trasformazione $3 \to 1$ è isobara, il lavoro si può valutare come:

$$W_{31} = nR\left(\frac{T_2}{2} - T_2\right) = -6551.2\;J$$

Esercizio 2 La persona che fa la misura si deve allontanare da chi usa il fischietto con una velocità v_0 minima, data dalla relazione:

$$20500 = 21000\left(1 - \frac{v_0}{c}\right) \Longrightarrow v_0 = 8.095\;m/s = 29.14\;km/h$$

Nel caso in cui l'osservatore pedali, allontanandosi da una parete riflettente, e fischi nello stesso tempo (io non ci riuscirei), è possibile verificare il funzionamento rilevando dei battimenti alla frequenza minima di sensibilità dello strumento, cioè $800\,Hz$. I battimenti avvengono tra l'onda emessa dal fischietto e quella riflessa dalla parete:

$$21000 - 800 = 21000\frac{1 - \frac{v_0}{c}}{1 + \frac{v_0}{c}} \Longrightarrow v_0 = 6.6\;m/s = 23.77\;km/h$$

Esercizio 3 Si possono applicare l'equazione di continuità e il teorema di Bernoulli, considerando due punti che si trovino rispettivamente sulla superficie superiore del recipiente (velocità indicata con v_D) e immediatamente fuori dal foro inferiore (velocità indicata con v_d):

$$\begin{aligned} p_{atm} + \frac{1}{2}\rho v_D^2 + \rho g h &= p_{atm} + \frac{1}{2}\rho v_d^2 + \rho g h_0 \\ v_D D^2 &= v_d d^2 \end{aligned}$$

Si ricava:

$$v_d = \sqrt{\frac{2g\,(h-h_0)}{1-\left(\frac{d}{D}\right)^4}} = 2,99\; m/s$$

La massa d'acqua che fuoriesce nel tempo dt acquisisce una quantità di moto con componente lungo la direzione del getto d'acqua pari a

$$dq = \rho\frac{\pi d^2}{4}v_d^2\, dt$$

Se il recipiente appoggiasse su un piano privo di attrito, per conservazione della quantità di moto, acquisirebbe una quantità di moto uguale e opposta. Per mantenerlo fermo, occorre applicare una forza parallela al getto d'acqua, di modulo:

$$F = \frac{dq}{dt} = \rho\frac{\pi d^2}{4}v_d^2 = 6.32\; N$$

La portata iniziale vale $Q = \frac{\pi d^2}{4}v_d = 2.11\,10^{-3}\; m^3/s$. La gittata è:

$$G = v_d\sqrt{\frac{2h_0}{g}} = 0.30\; m$$

Esercizio 1

Una centrale termoelettrica a carbone, che fornisce una potenza elettrica di *900 MW*, utilizza come fluido termodinamico il vapore d'acqua surriscaldato immesso nelle turbine alla temperatura di *550 C*. La centrale viene raffreddata con l'acqua di un fiume che entra nell'impianto alla temperatura di *15 C*. Assumendo un rendimento della centrale elettrica pari al *60%* del rendimento massimo delle macchine termiche, si calcoli:

1. Le potenze assorbita P_a e ceduta P_c
2. La quantità di carbone che deve essere bruciata ogni ora M_c, essendo il potere calorifico del carbone $Q_c = 7500\ kcal/kg$
3. Se la temperatura dell'acqua in uscita dalla centrale aumenta al massimo di *3 C*, la minima portata volumica *q* del fiume che consente il funzionamento della centrale.

$$T_1 = 288\,K$$

$$T_2 = 823\,K$$

$$\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 0.65$$

$$\eta = 0.6\ \eta_C = 0.39 = \frac{P_{EL}}{P_a}$$

$$P_a = \frac{P_{EL}}{\eta} = 2.3\,GW$$

$$P_c = P_a - P_{EL} = 1.4\,GW$$

$$M_c = \frac{P_a\ t}{Q_c\ J} = 2.6 \times 10^5\ kg$$

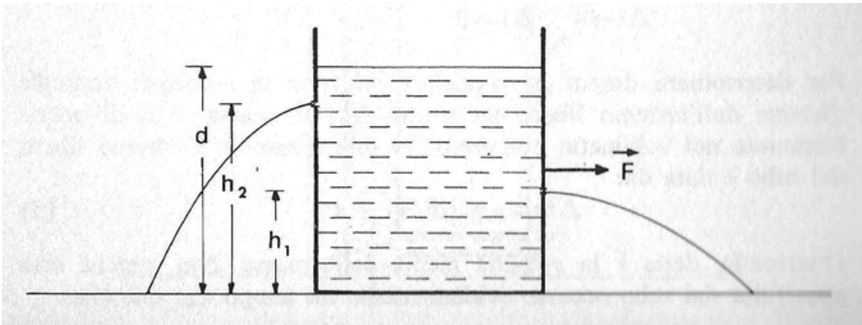
$$P_c = \rho_{H_2O}\ q\ c_{H_2O}\ \Delta T$$

$$q = \frac{P_c}{\rho_{H_2O}\ c_{H_2O}\ \Delta T} = 110\frac{m^3}{s}$$

Esercizio 2

Un recipiente cilindrico, con asse verticale, pieno d'acqua e senza coperchio, poggia su una superficie orizzontale liscia. Nel recipiente, a quota rispettivamente $h_1=25\ cm$ e $h_2=50\ cm$ sopra il fondo, da due parti opposta rispetto all'asse, vi sono due piccoli fori di area $S=1\ cm^2$ ciascuno, chiusi con tappi. Si calcoli:

1. Le forze f_1 e f_2 agenti sul cilindro nell'istante in cui si tolgono contemporaneamente i tappi se $d=1\ m$
2. Quale forza F occorre esercitare affinché il recipiente resti in quiete



$$v = \sqrt{2g(d-h)}$$
$$dm = \rho_{H_2O}\ S\ v\,dt$$
$$dq = v\ dm = \rho_{H_2O}\ S\ v^2\ dt$$
$$dq = 2\rho_{H_2O} g\ S(d-h)\,dt$$
$$f = \frac{dq}{dt} = 2\rho_{H_2O} g\ S(d-h)$$
$$f_1 = 2\rho_{H_2O} g\ S(d-h_1) = 1.47\ N$$
$$f_2 = 2\rho_{H_2O} g\ S(d-h_2) = 0.98\ N$$
$$F = f_1 - f_2 = 0.49\ N$$

Esercizio 3

Un tubo aperto a un estremo e chiuso con un pistone all'altro contiene aria (peso molecolare M = 29 g/mol) alla temperatura t = 77 °C. Un diapason di frequenza f = 500 Hz viene fatto vibrare in corrispondenza dell'estremo aperto. Il dispositivo risuona sull'armonica fondamentale quando il pistone dista dall'estremo aperto d = 18.8 cm.

a) Derivare la formula generale per la velocità di propagazione del suono sotto l'ipotesi di onde stazionarie come quelle descritte nel problema. Determinare la velocità nel caso in esame.

Utilizzando i dati forniti:

b) Determinare la velocità di propagazione del suono in aria attesa alla temperatura 77 °C.

c) Dal confronto tra il valore trovato in a) e quello trovato in b) stabilire stabilire se il meccanismo di propagazione è isotermico o adiabatico.

Risposte

a) Nel caso di un tubo aperto a un estremo e chiuso all'altro la relazione tra frequenze armoniche e velocità del suono è: $f_n = (2n+1)\dfrac{v}{4d}$. Quindi la velocità del suono in funzione della frequenza è $v = \dfrac{4df_n}{2n+1}$. Secondo i dati del problema, $n=0$ e quindi: $v = 4df_0 = 2000 \times 0.188 = 376\ m/s$.

b) La velocità di propagazione del suono in aria in funzione della temperatura è data dalla relazione

$$v_A = \sqrt{\frac{\beta}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} = \sqrt{\frac{1.4 * 8.314 * (273.15 + 77) * 1000}{29}} = 374.9 \quad m/s$$

c) Nel caso di propagazione adiabatica il valore della velocità è quello ottenuto nella relazione precedente. Invece nel caso di propagazione isoterma, il modulo di compressibilità è pari alla pressione e quindi: $v_I = \sqrt{\dfrac{\beta}{\rho_0}} = \sqrt{\dfrac{p_0}{\rho_0}} = \sqrt{\dfrac{RT}{M}} = \sqrt{\dfrac{8.314 * (273.15 + 77) * 1000}{29}} = 316.8 \quad m/s$

Si conclude che il valore trovato in a) è compatibile con un meccanismo di propagazione adiabatico.

Prova scritta di Onde, Fluidi e Termodinamica - corso A e B
16/07/2020

Es. 1 Tre serbatoi di calore si trovano alle temperature T_1, T_2 e T_3, con $T_1 > T_2 > T_3$. Una macchina termica A assorbe calore dalla sorgente 1 e lo cede alla sorgente 2, mentre una macchina termica B assorbe per intero quest'ultimo calore e ne cede alla sorgente 3. Le due macchine producono lo stesso lavoro meccanico L, per ciclo di funzionamento. Sia C la macchina ottenuta dall'unione delle due, che quindi utilizzi 1 e 3 come sorgenti calda e fredda, rispettivamente.

a) Esprimere i rendimenti η_A e η_B in funzione di η_C e dedurne che η_A deve essere minore del 50% perchè la situazione sia realizzabile.
b) Calcolare la variazione di entropia delle tre sorgenti per ciclo di funzionamento delle macchine, in funzione delle variabili L, η_C e delle tre temperature.
c) In quale caso ci si aspetta che la somma dei tre contributi sia uguale a zero? Verificare che ció é vero numericamente.

Es. 2 Una vasca cubica con spigoli di lunghezza $l = 0.5$ m viene riempita lentamente con rateo $R = 0.3$ mm/min. La vasca ha pareti a tenuta ma una di quelle laterali è solo posta a contatto con le altre: essa ha una massa $m = 30$ kg ed il suo coefficiente di attrito statico con il suolo vale $\mu_s = 0.48$.

a) Se la vasca non ha sbocchi, calcolare dopo quante ore dall'inizio del riempimento la parete laterale non bloccata si sposta.
b) Se invece viene praticato un foro alla base, determinare la sua sezione minima $s_{\min}$ affinché lo spostamento della parete non si verifichi mai, qualunque sia la durata del riempimento.
c) Una volta terminato il riempimento dopo quanto tempo al massimo deve essere tappato lo sbocco (di sezione pari a $s_{\min}$) per conservare almeno la metà dell'acqua immessa nella vasca?

Soluzioni

Es. 1

a) Si ha $\eta_A = L/Q_1$, $\eta_B = L/Q_2$ e $\eta_C = 2L/Q_1$. Ne segue immediatamente che $\eta_A = \eta_C/2$ e quindi $\eta_A < 0.5$ dato che η_C é minore di 1. Quanto a η_B si osservi che nella macchina A si ha: $Q_2 = Q_1 - L$, perció $\eta_B = L/(Q_1 - L) = 1/(Q_1/L - 1) = \eta_C/(2 - \eta_C)$.
b) La sorgente 2 assorbe al netto zero calore e quindi $\Delta S_2 = 0$. La sorgente 1 cede $Q_1 = 2L/\eta_C$ e quindi $\Delta S_1 = -2L/\eta_C T_1$. La sorgente 3 assorbe $Q_3 = Q_1 - 2L$ e quindi $\Delta S_3 = (2L/T_3)(1/\eta_C - 1)$ (positiva).
c) Il totale é $\Delta S = 2L(1/\eta_C T_3 - 1/T_3 - 1/\eta_C T_1)$. Questa espressione é maggiore di (uguale a) zero quando $\eta_C < (=) 1 - T_3/T_1$, ovvero quando il rendimento é minore di (pari a) a quello di una macchina di Carnot o, equivalentemente, quando la macchina complessiva é irreversibile (reversibile).

Es. 2

a) La forza totale su una parete verticale esercitata da un fluido statico si trova integrando l'espressione $dF = \rho g h l dh$, tra la base ($h = 0$) e il riempimento massimo h. Essa fornisce $F_{\rm tot} = \rho g l h^2/2$. Uguagliando questa forza alla massima forza di attrito statico $\mu_s m g$, si ottiene $h_{\rm max} = 0.24$ m. Quindi $t_{\rm max} = h_{\rm max}/R$= 48000 s = 13.333 ore ($R = 5 \cdot 10^{-6}\ m/s$).
b) La velocità di uscita dell'acqua dal foro è $\sqrt{2gh}$, per cui la velocità di svuotamento della vasca dall'equazione di continuità è $(s/l^2)\sqrt{2gh}$. Si ha quindi:

$$\frac{dh}{dt} = R - \frac{s}{l^2}\sqrt{2gh}.$$

Il raggiungimento dell'equilibrio tra riempimento e svuotamento si ha quando dh/dt diventa nullo, quindi la sezione minima per evitare lo spostamento si ha per: $R = (s_{\rm min}/l^2)\sqrt{2gh_{\rm max}}$, da cui $s_{\rm min} = 5.76 \cdot 10^{-7}\ {\rm m}^2 = 0.576\ {\rm mm}^2$.
c) Quando finisce il riempimento, l'equazione dello svuotamento è uguale alla precedente con $R = 0$. Per ottenere il tempo di metà svuotamento, essa va integrata: $-\int_{h_{\rm max}}^{h_{\rm max}/2} dh/\sqrt{2gh} = (s_{\rm min}/l^2)\int_0^t dt$. Da ciò si ottiene

$$t = \frac{l^2}{s_{\rm min}}\left(\sqrt{\frac{2h_{\rm max}}{g}} - \sqrt{\frac{h_{\rm max}}{g}}\right) = 28033\ {\rm s} = 7.79\ {\rm ore}.$$

Prova scritta di Onde, Fluidi e Termodinamica - corso A e B 07/09/2020

Es. 1

Si ha un ciclo termodinamico reale tra i quattro punti di equilibrio A,B,C,D. il fluido di lavoro costituito da 8.0 moli di gas perfetto monoatomico. Le trasformazioni sono:
A-B - compressione adiabatica reversibile
B-C una espansione isobara,
C-D una espansione adiabatica reversibile
D-A una trasformazione isocora.
Siano i rapporti tra i volumi V_A/V_B= 9.0 e V_A/V_C= 3.0. Il calore ceduto (Q_{CED})dal sistema durante il ciclo viene somministrato ad una massa, m , di 600.0 g di ghiaccio a temperatura T_G=-8.5°C.
Dopo aver disegnato le trasformazioni nel piano di Clapeyron:
a) ricavare quale deve essere il valore di T_A affinchè il calore ceduto(Q_{CED}) serva a sciogliere tutto il ghiaccio in un solo ciclo senza che siano necessarie ulteriori trasformazioni;
b) ricavare il calore assorbito(Q_{ASS}) nel ciclo ed il rendimento del ciclo.
c) determinare la variazioni di entropia del fluido di lavoro che compie il ciclo per ogni trasformazione.
Siano calore specifico del ghiaccio c_G =2040.0 J/kg°C, calore latente di fusione del ghiaccio L_f= 333.5 kJ/kg).

Es. 2

Due treni procedono verso una stazione, dove transitano senza fermarsi. Il treno A viaggia da est verso ovest con velocità v = 10 m/s e il treno B da ovest verso est con velocità $2v$. Quando A si trova a distanza d = 60 m dalla stazione, mentre B si trova a $2d$ dalla parte opposta, i due macchinisti attivano un fischio di uguale frequenza f = 250 Hz. Conoscendo v_s del suono = 342 m/s, determinare:

a) quale frequenza riceve dal treno B il macchinista del treno A e dopo quanto tempo dall'attivazione del fischio il suono lo raggiunge;
b) quale frequenza di battimento percepisce un osservatore fermo presso i binari alla stazione;
c) come cambiano le due frequenze calcolate ai punti a) e b), una volta che i treni si sono incrociati in corrispondenza della stazione.

Soluzioni

Es. 1

a)
È un ciclo diesel. Il calore viene assorbito nell'isobara e ceduto nell'isocora entrambe non rev... Per le adiabatiche Q=0.
$Q_{CED} = Q_{DA} = nc_V(T_A\text{-}T_D) < 0$
Deve essere assorbito dal ghiaccio:
$|Q_{DA}| = mc_G(T_f - T_G) + mL_f(con T_f = 0°\text{C})$
$|Q_{DA}| = 210504.00J$
OK ora vediamo le temperature, devo capire come legare T_D a T_A, abbiamo rapporto tra i volumi: Le adiabatiche sono reversibili $TV^{\gamma-1} = cost$
$T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1}$ cioè$T_D = T_C(V_C/V_D)^{\gamma-1}$
ma$V_A = V_D$: $T_D = T_C(V_C/V_A)^{\gamma-1}$
per AB $T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$ cioè$T_B = T_A(V_A/V_B)^{\gamma-1}$
$T_B = T_A(V_A/V_B)^{\gamma-1}$
inoltre se $P_C = P_B$ perchè isobara: $T_C/T_B = V_C/V_B = V_C/V_A\, V_A/V_B = 3.0$
cioè $T_C/ = 3\,T_B = 3\,T_A(V_A/V_=B)^{\gamma-1} = 3T_A 9^{\gamma-1}$
e $T_D = T_C(V_C/V_A)^{\gamma-1} = T_C(1/3)^{\gamma-1}$
cioè:
$T_D = T_A\,(3 \cdot 9^{\gamma-1}(1/3)^{\gamma-1} = 3^{\gamma}T_A$
quindi posso scrivere che :
$T_A = \frac{mc_G(T_f - T_G) + mL_f}{nc_V(3^{\gamma}-1)} = 402.66K$
b)
Il calore viene assorbito sull'isobara..devo ricavarmi $Q_{BC} = nc_p(T_C - T_B)$
Da quanto visto prima:
$Q_{BC} = nc_p(T_C - T_B) = nc_pT_A(3\,(9)^{\gamma-1} - (9)^{\gamma-1}) = 579388.90J$
e
$\eta = (Q_{BC} + Q_{DA})/Q_{BC} = 0.6367$
c)
in CD e AB sono nulle ...essendo sul ciclo $\Delta S_{gas} = 0$ si ha $\Delta S_{BC}^{gas} = nc_p ln\frac{V_C}{V_B} = 20Rln3 = 182.677J/K = -\Delta S_{DA}^{gas}$ trasformazione in gas ideale ..

Es. 2

a) $f' = f(v_s + v)/(v_s - 2v) = 273$ Hz. Considerando che nella distanza $3d$ l'onda viaggia a v_s e il treno A si muove verso di essa a v si ha $3d = v_st + vt$ e quindi $t = 3d/(v_s + v) = 0.51$ s.
b) $f_A'' = fv_s/(v_s - v) = 257.5$ Hz. $f_B'' = fv_s/(v_s - 2v) = 265.5$ Hz. $f_b = f_B'' - f_A'' = 8$ Hz.
c) Dopo l'incrocio dei treni, si scambiano tutti i segni quindi: $f' = f(v_s - v)/(v_s + 2v) = 229$ Hz. $f_A'' = fv_s/(v_s + v) = 242.9$ Hz. $f_B'' = fv_s/(v_s + 2v) = 236.2$ Hz. $f_b = f_A'' - f_B'' = 6.7$ Hz.

Prova scritta di Onde, Fluidi e Termodinamica - corso A e B 10/07/2018

Esercizio 1 Due flautisti in una orchestra suonano la stessa nota. Essi distano rispettivamente 12 m e 13 m da uno spettatore.

- Calcolare le prime tre frequenze per le quali l'ascoltatore puo' ricevere un massimo di intensita' sapendo che il secondo flauto ha uno sfasamento di $\pi/2$ in ritardo (-$\pi/2$) rispetto al primo che possiede fase iniziale nulla. Scrivere poi l'equazione dell'onda percepita dallo spettatore per la terza frequenza calcolata, con ampiezza pari a $5 \cdot 10^{-11} m$ per entrambi gli strumenti, nell'ipotesi che le due onde possano essere considerate piane.
- Considerando la terza frequenza calcolata al punto a) e sapendo che i due strumenti hanno dimensioni diverse, calcolare le loro lunghezze nel caso in cui la nota emessa corrisponda alla armonica fondamentale del primo flauto e alla seconda armonica del secondo flauto, poi scrivere l'espressione dell'onda di spostamento all'interno dei due flauti e trovare le posizioni dei ventri. Ricordare che in un flauto l'onda risonante presenta la stessa configurazione ad entrambi gli estremi.
- Considerando la terza frequenza calcolata al punto a), dire quale fenomeno si produce se, uno dei due flautisti cammina verso l'ascoltatore con una velocita' costante di 5 km/h mentre l'altro resta fermo; scrivere l'equazione dell'onda piana risultante percepita dall'ascoltatore ($v_{suono} = 343$ m/s).

Esercizio 2 Un motore a ciclo di Stirling reversibile ha quattro tempi che possono essere descritti come:

- AB: riscaldamento a volume costante;
- BC: espansione a temperatura costante;
- CD: raffreddamento a volume costante;
- DA: compressione a temperatura costante.

Considerare un ciclo di Stirling compiuto da un gas ideale biatomico dove il *rapporto di compressione* valga $V_A/V_C = 0.5$ e inoltre $p_A = p_C$.

a) Dopo aver disegnato il ciclo nel piano $p - V$, calcolarne il rendimento.

b) Per uno specifico motore Stirling M della categoria sopraindicata, si utilizzano $n = 4$ moli di gas, V_A vale 18 l e la trasformazione DA avviene a contatto con una sorgente di ghiaccio fondente. Determinare le coordinate termodinamiche di A, B, C e D e determinare quale massa di ghiaccio si scioglie in un ciclo del motore ($\lambda_{\text{fus}} = 79.8$ cal/g).

c) Il motore M è utilizzato per sollevare l'acqua dalla superficie di un pozzo fino a un'altezza di 6.93 m, tramite un tubo cilindrico di raggio (costante) 15 cm. Sapendo che l'acqua fuoriesce dallo sbocco in alto a una velocità di 8 m/s, dedurne il regime del motore in giri al minuto.

Riepilogo risposte agli esercizi

Nome e Cognome:

Corso: A □ B □

Esercizio 1

a)

b)

c)

Esercizio 2

a)

b)

c)

Soluzioni

Esercizio 1

a) lo sfasamento tra le due onde nel punto in cui si trova l'ascoltatore è: $\Delta\phi = kx_2 + \phi_2 - kx_1 - \phi_1 = k(x_2 - x_1) + \phi_2 = k \cdot 1 - \pi/2$.
Per avere interferenza costruttiva deve essere $\Delta\phi = 2n\pi$, per cui
per $n = 0$: $k = 2\pi f_0/v = \pi/2\ m^{-1}$ da cui $f_0 = v/4 = 85.75 Hz$;
per $n = 1$: $k = 2\pi f_1/v = 5\pi/2\ m^{-1}$ da cui $f_1 = 5/4v = 5f_0 = 428.75 Hz$;
per $n = 2$: $k = 2\pi f_2/v = 9\pi/2\ m^{-1}$ da cui $f_2 = 9/4v = 9f_0 = 771.75 Hz$.
Per la terza frequenza: $f_2 = 771.75 Hz, k = 9/2\pi\ m^{-1}, \omega = 2\pi f_2 = 1543.4\pi$ rad/sec.
L'onda risultante sarà: $y = A\ exp[i(\omega t + \alpha)]$ con $A = 2 \cdot A_1 = 10^{-10} m$ e $\alpha = (\alpha_1 + \alpha_2)/2 = 1/2[k(x_2 + x_1) + \phi_2] = 1/2[9\pi/2(12+13) - \pi/2] = 1/2\ \pi/2\ 224 = 56\pi$ che equivale a 0: $y = 10^{-10} m\ exp[i(1543.5\pi t)]$
b) in un tubo risonante aperto (o chiuso) alle due estremità le frequenze armoniche sono date da: $f_n = nv/2L$. Per il primo flauto (prima armonica): $f_1 = v/2L_1 \rightarrow L_1 = v/2f_1 = 0.22\, m$. Per il secondo flauto (seconda armonica, ma stessa frequenza del primo): $f_1 = 2v/2L_2 \rightarrow L_2 = v/f_1 = 0.44\ m$.
L'onda risonante nei due flauti risulta: $y = 2A_1\ sin\ kx\ cos\ \omega t = 10^{-10} m\ sin(9\pi/2\ x - 1543.4\pi\ t)$.
Nel primo flauto i ventri si trovano agli estremi del tubo (prima armonica, tubo lungo $\lambda/2$: $x = 0\ m\ e\ x = 0.22\ m$. Nel secondo flauto i ventri si trovano agli estremi e al centro del tubo (seconda armonica, tubo lungo $2\lambda/2$: $x = 0\ m$, $x = 0.22\ m\ e\ x = 0.44\ m$.
c) Si produce un battimento tra la frequenza del primo flauto (fermo) e del secondo flauto (in moto rispetto all'ascoltatore). Per il flauto fermo: $f = 771.75 Hz, k = 9/2\pi\ m^{-1}, \omega = 2\pi f_2 = 1543.4\pi$ rad/sec.
Per il flauto in moto: $v_s = 5\ km/h = 1.39\ m/s$ da cui $f' = f\frac{v}{v - v_s} = 771.75\frac{343}{343 - 1.39}\ Hz = 774.89\ Hz$ (ovvero $\omega' = 1549.78\pi$ rad/sec). La differenza di frequenza è: $3.14\ Hz$ e il doppio della frequenza media è: $1546.64\ Hz$.
Allora: $y = 2 \cdot A_1\ cos\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t\ sin\frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t = 10^{-10} m\ cos(3.14\pi\ t) sin(1546.64\pi\ t)$.

Esercizio 2

a) Dal fatto che $p_A = p_C$ deduco $T_C/T_A = V_C/V_A = 2$, cioè $T_C = 2T_A$. Inoltre il lavoro totale è $L = L_{BC} + L_{DA} = nR(T_C - T_A)\ln(V_C/V_A) = nRT_A \ln(V_C/V_A)$, mentre il calore assorbito è $Q_1 = Q_{AB} + Q_{BC} = \Delta U_{AB} + L_{BC} = 2.5nR(T_C - T_A) + nRT_C \ln(V_C/V_A) = 2.5nRT_A + 2nRT_A \ln(V_C/V_A)$.
Si trova quindi $\eta = \ln 2/(2.5 + 2\ln 2) = 17.8\%$.
b) I volumi sono noti: $V_A = V_B = 18$ l e $V_C = V_D = 36$ l.
$T_A = T_D = 273$ K (equilibri intermedi con ghiaccio fondente) e quindi $T_B = T_C = 546$ K.
$p_C = p_A = nRT_A/V_A = 4.98$ atm, $p_D = nRT_D/V_D = 2.49$ atm, $p_B = nRT_B/V_B = 9.96$ atm.
Il calore ceduto in DA è $Q_{DA} = L_{DA} = nRT_A \ln(V_A/V_D) = -6296$ J $= -1504$ cal e quindi la massa fusa è $m = Q_{DA}/\lambda_{\text{fus}} = 18.8$ g.
c) Il motore deve variare il termine potenziale di Bernoulli di ρgh e il termine cinetico di $\frac{1}{2}\rho v^2$ (l'acqua ha velocità zero nel pozzo dove la sezione è molto maggiore di quella del tubo), mentre il termine idrostatico resta costante (p_{atm} in ingresso e uscita) La potenza sviluppata dal motore è quindi $P = Q\Delta p = \pi r^2 v\rho(v^2/2 + gh) = 56.55$ kW. In un ciclo, $L = nRT_A \ln(V_C/V_A) = 6296$ J, quindi il motore deve compiere 8.98 cicli/s, ovvero 540 giri al minuto.

Prova scritta di Onde, Fluidi e Termodinamica - corso A e B
11/07/2019

Esercizio 1 Una lattina, con area di base pari a A, è alta in totale $h = 130$ cm e contiene acqua, assimilabile a un fluido ideale, fino ad un'altezza di $h' = 65$ cm. Sulla superficie del coperchio superiore è presente un foro di sezione $a \ll A$. La lattina viene capovolta e l'acqua inizia a fuoriuscire dal foro cadendo in un imbuto, che ha uno sbocco inferiore a sezione circolare di raggio $r = 3$ cm e lunghezza trascurabile, quindi si sviluppa verso l'alto a forma di tronco di cono, con inclinazione di 45°. Lo sbocco inferiore dell'imbuto è inizialmente chiuso con un tappo che viene rimosso quando l'altezza dell'acqua nell'imbuto raggiunge $H = 4.5$ cm e da quel momento si osserva una situazione di moto stazionario.

a) Trovare la velocità di afflusso e deflusso nell'imbuto nel moto stazionario.
b) Trovare l'area a.
c) Assumendo che, durante il flusso d'acqua, non riesca a penetrare altra aria nella parte superiore della lattina, dimostrare che ad un certo istante il flusso si interrompe e dire di quanto si è abbassato il livello dell'acqua quando ciò accade (considerare costante la temperatura dell'aria interna).

Esercizio 2 Un cilindro con pistone, contenente $n = 3$ moli di gas ideale biatomico, si trova in equilibrio termico con 1 kg di acqua alla temperatura $T_A = 373.2$ K. Il gas viene compresso in modo reversibile a T costante, a contatto con l'acqua fino allo stato B in cui $V_B = 1/3V_A$. Una trasformazione adiabatica reversibile riporta il gas al volume iniziale V_A. Infine anche la temperatura viene riportata al valore iniziale T_A ponendo di nuovo il cilindro in contatto termico con l'acqua e mantenendo costante il volume. Il calore latente di evaporazione dell'acqua vale 2237 J/g.

a) Calcolare il lavoro richiesto in un ciclo.
b) Dire quanti cicli sono necessari per far evaporare tutta l'acqua.
c) Determinare la variazione d'entropia del gas e dell'acqua nell'isocora in un ciclo.

Riepilogo risposte agli esercizi

Nome e Cognome:

Corso: A □ B □

Esercizio 1

a)

b)

c)

Esercizio 2

a)

b)

c)

Soluzioni

Esercizio 1 Notazione: 1 = pelo libero dell'acqua nella lattina, 2 = fuoriuscita dalla lattina, 3 = ingresso nell'imbuto, 4 = uscita dall'imbuto.
a) Per l'imbuto si applica Bernoulli ai punti 3 e 4:

$$p_{\text{atm}} + \frac{1}{2}\rho v_3^2 + \rho g H = p_{\text{atm}} + \frac{1}{2}\rho v_4^2.$$

Poichè il cono si apre a 45° il raggio varia come l'altezza dell'acqua. L'equazione di continuità è $v_3 = (s_4/s_3)v_4 = [r/(r+H)]^2 v_4$ da cui

$$v_4 = \sqrt{\frac{2gH}{1-[r/(r+H)]^4}} = 0.952 \text{ m/s}.$$

e $v_3 = 0.152$ m/s.
b) Per la lattina vale il teorema di Torricelli $v_2 = \sqrt{2gh'} = 3.57$ m/s. L'altezza H è stabile quindi la portata in ingresso e in uscita all'imbuto devono essere uguali: $av_2 = \pi r^2 v_4$, quindi $a = \pi r^2 v_4/v_2 = 7.5$ cm^2.
c) La condizione di arresto del flusso si ha per $v_1 = v_2 = 0$ ovvero quando: $p + \rho g(h' - \Delta h) = p_{\text{atm}}$ (Bernoulli si riduce alla legge di Stevino), dove p è la pressione dell'aria interna alla lattina e Δh l'abbassamento di livello.
Se non entra altra aria e la temperatura non cambia, vale la legge $pV =$ costante, ovvero $p_{\text{atm}}A(h-h') = pA(h-h'+\Delta h)$. Ricavando p, sostituendo nell'equazione precedente e risolvendo per Δh:

$$\Delta h = \frac{-p_{\text{atm}} + \rho g(2h'-h) + \sqrt{[p_{\text{atm}} - \rho g(2h'-h)]^2 + 4\rho^2 g^2 h'(h-h')}}{2\rho g} = 4.1 \text{ cm}.$$

Esercizio 2
(A → B, isoterma)
L$_{AB}$ =nRT_A ln(V_B/V_A) = 3 * 8.314 * 373.2 * ln(1/3) J=10226 J
L$_{AB}$ = Q_{AB} = calore ceduto dal gas (A→B).
Per il gas si ha: S_B-S_A=Q_{AB}/T_A = n R ln(V_B/V_A)

(B→C, adiabatica)
L$_{BC}$ = nc$_V$(T$_B$-T$_C$) ma si ha: $T_C V_C^{\gamma-1}$= $T_B V_B^{\gamma-1}$ e quindi $T_C = T_B$ $(V_B/V_C)^{\gamma-1}$
γ-1 = 7/2 - 1 = 5/2, T_C =373.2* $(1/3)^{0.4}$ = 240.49 K
L$_{BC}$ = 3 * 5/2 * 8.314 * (373.2 - 240.5) J = 8274.5 J
Per il gas: S$_C$ - S$_B$ = 0 J

a) Il lavoro richiesto in un ciclo è L = L$_{AB}$ + L$_{BC}$ = (8274.5 -10226) J = -1951.5 J che è il calore ceduto all'acqua a ogni ciclo.

b) Numero cicli n = (λ m)/L = (2257 * 10^3)/1951 = 1157

(C →A, isocora)
L$_{CA}$ = 0
Per il gas: S$_A$ - S$_C$ = nc$_V$ ln(T_A / T_C) = 3 * 5/2 * 8.314 * ln (373.2/240.49) J/K = 27.40 J/K
Calore assorbito dal gas (C→A) = Q$_{CA}$ = ΔU = nc$_V$(T_A-T_C) = L$_{BC}$ perchè $T_A = T_B$
La variazione di entropia dell'acqua nell'isocora vale:
ΔS$_{aCA}$ = -Q_{CA}/T_A = -8274.5/373.2 J/K = -22.17 J/K
c) La somma delle variazioni di entropia per acqua e gas nell'isocora (unico processo irreversibile) è:
ΔS_{univ} = 27.40 J/K - 22.17 J/K = 5.23 J/K

d) L' energia inutilizzabile vale:
E_{in} =T_C * ΔS_{univ} =240.49 * 5.23 J = 1257.8 J

Oppure
In un ciclo il gas torna allo stato iniziale e quindi $\Delta S_{gas} = 0$
In un ciclo per l'acqua $\Delta S_a =$ - Q/T_A = 1951.5/373.2 = 5.23 J/K
$\Delta S_{univ} = \Delta S_{gas} + \Delta S_a =$ 5.23 J/K E_{in} =T_C * ΔS_{univ} =240.49 * 5.23 J=1257.8 J.

Prova scritta di Onde, Fluidi e Termodinamica - corso A e B
14/09/2017

Es. 1 2.5 moli di gas perfetto monoatomico subiscono un ciclo termodinamico reale tra i quattro punti di equilibrio A,B,C,D. La trasformazione A-B è una compressione adiabatica reversibile, la B-C una espansione isobara reversibile, la C-D una espansione adiabatica reversibile, la D-A una trasformazione isocora. Sono noti i rapporti tra i volumi $V_\mathrm{A}/V_\mathrm{B} = 5.0$ e $V_\mathrm{A}/V_\mathrm{C} = 2.0$. Il calore ceduto dal sistema durante il ciclo viene somministrato ad una massa $m = 100$ g di ghiaccio che si trova a temperatura $t_i = -5.1\,°\mathrm{C}$ (calore specifico del ghiaccio $c_G = 0.50$ cal/(g °C), calore latente di fusione del ghiaccio $L_f = 79.6$ cal/g). Dopo aver disegnato le trasformazioni nel piano di Clapeyron:

a) determinare il valore di T_A affinché il calore ceduto in un ciclo sciolga completamente il ghiaccio senza ulteriori trasformazioni;

b) ricavare il calore assorbito nel ciclo e il rendimento del ciclo per questo valore di T_A;

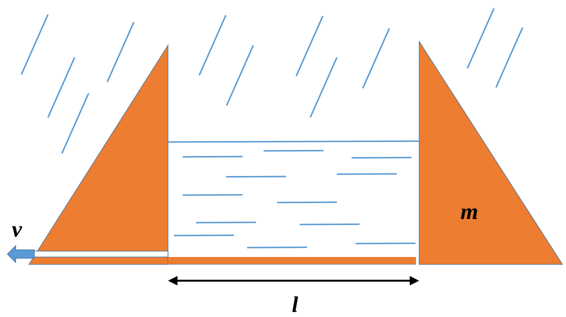
c) ricavare la variazione di entropia dell'universo in un ciclo.

Es. 2 Per diversi giorni piove ad un tasso di 0.6 mm/min. Una vasca per la raccolta dell'acqua piovana ha forma cubica all'interno, con lati di 0.7 m. Le sue pareti sono stagne ma una di esse (a destra in figura) è soltanto posta a contatto delle altre: essa ha una massa di 36 kg ed il suo coefficiente di attrito statico con il suolo vale $\mu_s = 0.53$.

a) Se la vasca non ha sbocchi, calcolare dopo quante ore dall'inizio della pioggia la parete destra si sposta.

b) Se invece viene praticato un foro alla base (in basso a sinistra), determinare la sua sezione minima s_min affinché lo spostamento della parete non si verifichi mai, qualunque sia la durata della pioggia.

c) Una volta che la pioggia cessa, dopo quanto tempo al massimo deve essere tappato lo sbocco (di sezione pari a s_min) per conservare almeno la metà dell'acqua raccolta?



Es. 3 Due corde identiche con frequenza di oscillazione nel modo fondamentale di 500 Hz sono vincolate ai loro estremi. L'aria, assimilabile a un gas perfetto biatomico, è a pressione atmosferica e con densità 1.23 kg/m^3.

a) Si aumenta la tensione della seconda corda a partire da 500 Hz sino a percepire un battimento acustico con una frequenza di 1 Hz. Di quanto bisogna aumentare percentualmente la sua tensione?

b) Un ascoltatore si sposta lungo la linea di congiunzione tra le due corde a velocità costante e non percepisce alcun battimento. Determinare in quale direzione si muove e con che velocità.

c) Per risonanza della prima corda si produce un suono la cui intensità, a 10 m da essa, è pari a 40 dB. Determinare tutti i parametri dell'onda sferica di pressione.

Soluzioni

Es. 1

a) Il calore è ceduto su DA: $Q_{DA} = nc_V(T_A - T_D)$ (minore di 0) e vale $-Q_{DA} = mc_G(t_0 - t_i) + mL_f$ (con $t_0 = 0\,°\mathrm{C}$).

Per la adiabatica A-B: $T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \to T_B = (V_A/V_B)^{\gamma-1} T_A = 5^{\gamma-1} T_A$
B e C su isobara: $T_C/T_B = V_C/V_B = 5/2 \to T_C = (5/2)T_B = (5/2)5^{\gamma-1}T_A = (5^\gamma/2)T_A$
Per la adiabatica C-D:
$T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1} \to T_D = (V_C/V_D)^{\gamma-1} T_C = (V_C/V_A)^{\gamma-1}(5^\gamma/2)T_A = (1/2^{\gamma-1})(5^\gamma/2)T_A = (5/2)^\gamma T_A$.
Tornando all'inizio: $Q_{DA} = nc_V(T_A - T_D) = nc_V[T_A - (5/2)^\gamma T_A] = nc_V T_A[1 - (5/2)^\gamma]$; con $\gamma = c_p/c_v = 5/3$. Ma $-Q_{DA} = m_G c_G(T_0 - T_i) + mL_f = 8215$ cal=34388J. Dunque $T_A = 305.25$ K.
b) $Q_{BC} = nc_p(T_C - T_B) = nc_p T_A(5^\gamma/2 - 5^{\gamma-1}) = 16631.5$ cal=69619.4 J. $L = Q_{BC} + Q_{DA} = 8416.5$ cal $\to \eta = L/Q_{BC} = 0.51$.
c) $\Delta S_U = \Delta S_{sist} + \Delta S_{amb} = \Delta S_{amb}$.
Nelle adiabatiche reversibili $\Delta S_{amb} = 0$. Nell'isobara reversibile $\Delta S_{amb}^{BC} = -\Delta S_{gas}^{BC} = -nc_p \ln(V_C/V_B) = -47.6$ J/K. Nell'isocora tutto il calore è ceduto al ghiaccio e quindi $\Delta S_{amb}^{DA} = m[L_f/T_0 + c_G \ln(T_0/T_i)] = 125.6$ J/K. In totale +78 J/K.

Es. 2

a) La forza totale su una parete verticale esercitata da un fluido statico si trova integrando l'espressione $dF = \rho g h l dh$, tra la base ($h = 0$) e il riempimento massimo h. Essa fornisce $F_{\text{tot}} = \rho g l h^2/2$. Uguagliando questa forza alla massima forza di attrito statico $\mu_s mg$, si ottiene $h_{\max} = 23.3$ cm. Quindi $t_{\max} = h_{\max}/R = 6.49$ ore (R è il "rate" di pioggia).
b) La velocità di uscita dell'acqua dal foro è $\sqrt{2gh}$, per cui la velocità di svuotamento della vasca dall'equazione di continuità è $(s/l^2)\sqrt{2gh}$. Si ha quindi:

$$\frac{dh}{dt} = R - \frac{s}{l^2}\sqrt{2gh}.$$

Il raggiungimento dell'equilibrio tra riempimento e svuotamento si ha quando dh/dt diventa nullo, quindi la sezione minima per evitare lo spostamento si ha per: $R = (s_{\min}/l^2)\sqrt{2gh_{\max}}$, da cui $s_{\min} = 2.29$ mm^2.
c) Quando cessa di piovere, l'equazione dello svuotamento è la stessa della precedente con $R = 0$. Per ottenere il tempo di metà svuotamento, essa va integrata: $-\int_{h_{\max}}^{h_{\max}/2} dh/\sqrt{2gh} = (s_{\min}/l^2)\int_0^t dt$. Da ciò si ottiene

$$t = \frac{l^2}{s_{\min}}\left(\sqrt{\frac{2h_{\max}}{g}} - \sqrt{\frac{h_{\max}}{g}}\right) = 3.79 \text{ ore}.$$

Es. 3 a)

$$f_0 = v/2L = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}} \tag{1}$$

μ e L rimangono gli stessi varia solo la frequenza della fondamentale. Voglio $f_0' - f_0 = 1$ Hz. Usiamo il rapporto:

$$\frac{f_0}{f_0'} = \frac{500}{501} = \sqrt{\frac{T}{T'}} \tag{2}$$

Voglio trovare $(T' - T)/T$:

$$\frac{T' - T}{T} = \frac{T'}{T} - 1 = 0.4\%. \tag{3}$$

. b) Voglio che l'effetto Doppler faccia sì che l'ascoltatore non percepisca il battimento. In questo caso ho l'osservatore in movimento:

$$f_o = f_s \frac{v + v_o}{v} \tag{4}$$

con $v = \sqrt{\gamma p_0/\rho} = 339.6$ m/s, velocità del suono. Poichè la seconda corda è più acuta, l'osservatore si muove dalla seconda verso la prima. Per la prima corda ho $f_o = f_{s1}\frac{v+v_o}{v}$ e per la seconda $f_o = f_{s2}\frac{v-v_o}{v}$, da cui $v_o = v(f_{s2} - f_{s1})/(f_{s2} + f_{s1}) = 0.4$ m/s.
c) L'onda sferica di pressione si scrive:

$$\Delta p(r,t) = \frac{A}{r}\sin(kr - \omega t)$$

dove $\omega = 2\pi f_{s1} = 3140$ rad/s e $k = \omega/v = 9.25$ m^{-1}. Per quanto riguarda A si consideri che $A/r = \Delta p_{\max}(r) = \sqrt{2v\rho I(r)}$. Questa relazione va valutata in $r = 10$ m e $I(10$ m$)$ si ottiene dal livello sonoro $I = I_0 10^{B/10} = 10^{-8}$ W/m^2. Quindi $A = 28.9$ mPa $\cdot$ m.

Prova scritta di Onde, Fluidi e Termodinamica - corso B
19/07/2016

Es. 1 Un sistema per l'irrigazione a pioggia è composto da: un rubinetto di alimentazione (che si può considerare a livello del terreno), un primo tratto di tubo di sezione circolare pari a $S = 1.4$ cm^2 e lungo 60 m disposto orizzontalmente, un secondo tratto di tubo di eguale sezione che, salendo ortogonalmente al terreno, raggiunge una quota verticale di 1.5 m e infine un bulbo spruzzatore con 54 forellini uguali di sezione $s = 0.4$ mm^2, che indirizza l'acqua parallelamente al terreno, simultaneamente in tutte le direzioni. Trovare:

a) la pressione in ingresso al rubinetto necessaria per ottenere una portata di 12 l/min, assumendo l'acqua come un fluido ideale;
b) la pressione in ingresso al rubinetto necessaria per ottenere la medesima portata, assumendo l'acqua come un fluido con $\eta = 10^{-3}$ Pa s (trascurare l'effetto della viscosità nel breve tratto verticale);
c) con questo valore della portata, a quale distanza orizzontale dalla base dell'innaffiatore viene bagnato il terreno.

Es. 2 Uno strumento musicale a fiato, con canna aperta da un lato e chiusa dell'altro, emette un La2 (110 Hz) nell'aria alla temperatura di 10 °C, in un angolo solido pari a $\pi/9$. Un ascoltatore alla distanza di 500 m nella direzione del suono percepisce un livello sonoro di 60 dB. Supponendo che la potenza sia trasferita soltanto dall'armonica fondamentale, che la densità dell'aria sia $\rho = 1.29$ kg/m^3 e che l'attenuazione dell'aria sia trascurabile, determinare:

a) la lunghezza della canna e le lunghezze d'onda delle 4 frequenze più basse emesse da essa (v_{suono} a 10 °C = 337 m/s);
b) la potenza media emessa dallo strumento;
c) l'ampiezza dell'onda di pressione nella posizione dell'ascoltatore.

Es. 3 Sono dati due contenitori rigidi A e B con pareti adiabatiche. Essi sono connessi tramite un rubinetto di volume trascurabile mentre il volume di B può variare grazie alla presenza di un pistone P, anch'esso adiabatico, libero di muoversi senza attrito. Inizialmente in A sono contenute $n = 3$ moli di gas perfetto monoatomico alla temperatura $T_1 = 323$ K. Nel contenitore B vi è il vuoto e P è in posizione fissa tale che il volume in B sia uguale al volume in A. Si operano quattro successive trasformazioni:

1. Aprendo il rubinetto, il gas contenuto in A si espande liberamente nel contenitore B, con P tenuto nella posizione iniziale;

2. Agendo sul pistone, il gas viene raffreddato fino alla temperatura $T_0 = 273$ K con una trasformazione adiabatica reversibile;

3. Rimuovendo una delle pareti adiabatiche nel comparto A e mettendo il gas a contatto con una sorgente a temperatura T_0, esso viene compresso molto lentamente a temperatura costante fino a tornare completamente in tale comparto;

4. A contatto con una seconda sorgente a temperatura T_1, il gas viene riscaldato fino a tornare alla temperatura T_1, nello stato iniziale.

Si chiede di:

a) Indicare schematicamente nel piano pV le trasformazioni del gas;
b) Calcolare esplicitamente la variazione di entropia del gas in ciascuna della quattro trasformazioni, dimostrando che la variazione totale è nulla;
c) Calcolare la variazione totale di entropia dell'universo.

Soluzioni

$\boxed{\textbf{Es. 1}}$

a) Sia A il punto di ingresso dell'acqua dal rubinetto e B quello di uscita dai forellini. Con una portata di 12 l/min (ovvero $2 \cdot 10^{-4}$ m^3/s) si ottengono le velocità:

$$v_A = Q/S = 1.43 \text{ m/s} \qquad v_B = Q/(54s) = 9.26 \text{ m/s}$$

Applicando l'equazione di Bernoulli tra i due punti:

$$p_A + 0.5\rho v_A^2 = p_{atm} + 0.5\rho v_B^2 + \rho g h$$

da cui $p_A = 1.56$ atm.

b) Nel tratto orizzontale si ha una caduta di pressione ulteriore (legge di Poiseuille) pari a $\Delta p = 8\pi\eta l Q/S^2 = 0.15$ atm. Quindi la pressione necessaria è pari a $p_A + \Delta p = 1.71$ atm.

c) L'acqua all'uscita descrive un moto parabolico di equazione $y = -(g/2v_B^2)x^2$. Quando $y = -h$, si trova $x = \sqrt{2v_B^2 h/g} = 5.12$ m.

$\boxed{\textbf{Es. 2}}$

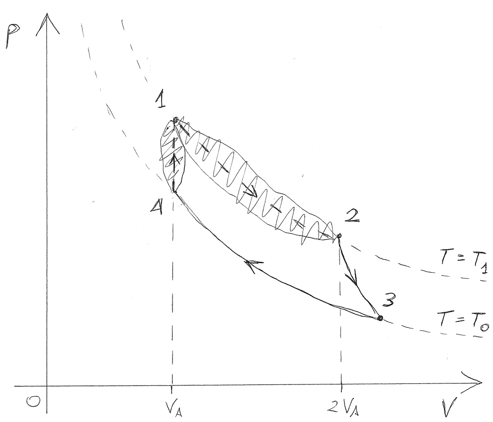
a) Dalla frequenza fondamentale (110 Hz) si deduce che la prima lunghezza d'onda è $\lambda_0 = v_{\text{suono}}/f_0 = 3.07$ m. Per la canna del tipo chiusa/aperta, la lunghezza d'onda fondamentale si ha per $l = \lambda_0/4$, da cui $l = 0.77$ m. Le successive lunghezze d'onda sono date dalla formula $\lambda_n = 4l/(2n+1)$, quindi $\lambda_1 = 1.02$ m, $\lambda_2 = 0.61$ m, $\lambda_3 = 0.44$ m, etc.

b) Il livello sonoro è 60 dB, ovvero $I = I_0 \cdot 10^{(B/10)} = 10^{-6}$ W/m^2. Il fronte d'onda a quella distanza copre una superficie ΩR^2, quindi $\langle P \rangle = I\Omega R^2 = 87$ mW.

c) Trovandosi nella posizione dell'ascoltatore, ricavo: $\Delta p_{max} = \sqrt{2I\rho v_{\text{suono}}} = 29.5$ mPa.

$\boxed{\textbf{Es. 3}}$

a)



b) L'espressione generica di ΔS per qualsiasi trasformazione (reversibile o irreversibile) di gas monoatomico è:

$$\Delta S_{AB} = \frac{3}{2} nR \ln \frac{T_B}{T_A} + nR \ln \frac{V_B}{V_A}$$

Per la prima trasformazione (espansione libera) $\Delta T = 0$ e quindi $\Delta S_{12} = nR \ln 2 = 17.28$ J/K.
Per la seconda trasformazione, $\Delta S_{23} = 0$.
Per la terza trasformazione, devo prima trovare V_3. Uso la legge delle adiabatiche reversibili per gas monoatomici: $TV^{2/3}$ = costante, tra i punti 2 e 3, ottenendo $V_3/V_2 = (T_1/T_0)^{3/2}$, e dunque $V_3/V_4 = 2(T_1/T_0)^{3/2} = 2.574$. Si ottiene quindi $\Delta S_{34} = nR \ln(V_4/V_3) = -23.58$ J/K.
Per la quarta trasformazione, $\Delta S_{41} = 1.5nR \ln(T_1/T_0) = 6.30$ J/K. La somma delle quattro è nulla.
c) Dato che la variazione di entropia del gas totale è nulla, basta considerare quella dell'ambiente.

In 12 e 23 non c'è scambio di calore e quindi $\Delta S_{amb} = 0$. La trasformazione 34 è reversibile, quindi $\Delta S_{amb} = -\Delta S_{gas} = 23.58$ J/K. Per la trasformazione 41 (a volume costante) il calore assorbito dal gas è $Q = \Delta U = 1.5nR(T_1 - T_0) = 1870.8$ J. Questo calore è quindi ceduto dalla sorgente che resta a temperatura costante, da cui $\Delta S_{amb} = -Q/T_1 = -5.79$ J/K. Il totale è $\Delta S_{amb} = 17.79$ J/K (positivo perché il ciclo è complessivamente irreversibile).

Prova scritta di Onde, Fluidi e Termodinamica - corso A e B
22/06/2018

Esercizio 1 Nello stato iniziale (0), un gas perfetto monoatomico è contenuto in un serbatoio A di volume 100 l alla pressione $p_0^A = 1$ atm e alla temperatura $T_0^A = 30$ °C, mentre un secondo gas perfetto monoatomico è contenuto in un altro serbatoio B di volume 50 l alla pressione $p_0^B = 2p_0^A$ ed alla temperatura $T_0^B = 40$ °C. Le pareti dei serbatoi, connessi fra di loro da un rubinetto di volume trascurabile, sono adiabatiche e rigide. Aprendo il rubinetto, i due gas si mescolano e si arriva ad una nuova situazione di equilibrio (1). Successivamente, mantenendo il rubinetto aperto, una parete del serbatoio B viene avvicinata molto lentamente a quella opposta, in modo da far fluire la miscela di gas nel solo serbatoio A e raggiungendo un nuovo equilibrio (2). Infine, la parete mobile viene rilasciata e ritorna nella sua posizione iniziale sotto l'azione della pressione del gas, senza alcuna forza esterna che contrasti il movimento (3). Determinare:

a) la temperatura e la pressione nello stato 1 (T_1, p_1) e la variazione di entropia dell'universo nel processo di mescolamento $0 \to 1$;
b) la temperatura e la pressione nello stato 2 (T_2, p_2) e il lavoro compiuto dalla parete sul gas nella compressione $1 \to 2$ (disegnare inoltre questa trasformazione nel piano p-V);
c) la temperatura e la pressione nello stato 3 (T_3, p_3) e la variazione di entropia dell'universo nell'espansione $2 \to 3$ (disegnare inoltre questa trasformazione nel piano p-V).

Esercizio 2 Il *sonar* permette la localizzazione dei corpi sommersi tramite la rivelazione di echi di impulsi sonori. Un sottomarino X, che si muove a grande profondità a una velocità di $v = 24$ m/s, emette un segnale (onda sferica) di frequenza $f = 20$ kHz, rilevando così la presenza di un sottomarino Y che, all'istante dell'emissione, si trova a una distanza $d = 1.5$ km e si muove a velocità $-v$. Le velocità sono entrambe dirette lungo la congiungente i due sottomarini. Il modulo di compressibilità dell'acqua di mare è 2.2 GPa e la sua densità pari a 1.023 g/cm^3.

a) Quale frequenza di eco riceve il sottomarino X?
b) Dopo quale intervallo di tempo è ricevuto tale segnale di eco? Eseguire il calcolo in *approssimazione statica* (ovvero supponendo che i sottomarini non si muovano mentre l'onda sonora viaggia avanti e indietro) e il calcolo esatto, quindi valutare la differenza percentuale tra le due soluzioni.
c) Se il ricevitore può percepire segnali di intensità ≥ 40 dB, quale doveva essere al minimo la potenza del segnale emesso? Eseguire il calcolo in approssimazione statica, assumendo che non vi sia attenuazione in acqua, che la superficie riflettente del sottomarino Y sia $S = 150$ m^2 e che il segnale sia riflesso perfettamente e isotropicamente.

Riepilogo risposte agli esercizi

Nome e Cognome:

Corso: A □ B □

Esercizio 1

a)

b)

c)

Esercizio 2

a)

b)

c)

Soluzioni

Esercizio 1

a) Per $0 \to 1$ considerando A+B, $Q = 0$ e $V =$ costante:

$$\Delta U_{A+B} = 0 = n_A c_V^A (T_e - T_0^A) + n_B c_V^B (T_e - T_0^B).$$

So che in A e in B ci sono gas perfetti. Allora: $c_V^A = c_V^B = (3/2)R$ e $n = pV/RT$, quindi $n_A = 4.02$ moli e $n_B = 3.89$ moli. Ricavo $T_e = 308.07$ K. $p_1 = p_A + p_B$ la ricavo da Dalton e dall'equazione di stato dei gas perfetti:

$$p_1 = (n_A + n_B)\frac{RT_e}{V_A + V_B} = 1.33 \text{ atm}.$$

Mescolamento è processo irreversibile. Qui ho pareti adiabatiche inoltre quindi: $\Delta S_U = \Delta S_{sistema} = \Delta S_A + \Delta S_B$. ΔS per i gas perfetti:

$$\Delta S = nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) + nc_V \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right).$$

Dunque $\Delta S_A = 14.52$ J/K e $\Delta S_B = 34.89$ J/K, in totale $\Delta S_U = 49.41$ J/K.
b) Adiabatica reversibile, uso l' equazione di Poisson ($pV^\gamma =$ costante), essendo $V_i = V_A + V_B$ e $V_f = V_A$ ottengo $p_2 = 2.61$ atm, dall'equazione di stato dei gas perfetti $T_2 = p_2 V_A/(n_A + n_B)R = 402.74$ K. Devo trovare $\Delta U = Q - L = -L = (n_A + n_B)c_V(T_2 - T_e) = 9178$ J. Il lavoro come atteso è negativo perché compiuto sul sistema.
c) L'espansione è libera quindi $T_3 = T_2$, perciò $p_3 = (n_A + n_B)RT_3/(V_A + V_B) = 1.74$ atm. Di nuovo la sola entropia dell'universo che varia è quella del gas: $\Delta S_U = (n_A + n_B)R\ln(V_A + V_B/V_A) = 26.66$ J/K.

Esercizio 2

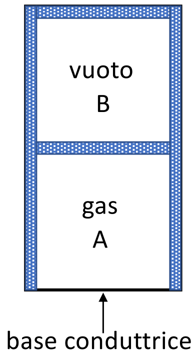
a) La velocità delle onde sonore in acqua profonda è $c = \sqrt{K/\rho} = 1466$ m/s. Sia nell'emissione che nella riflessione, sorgente e ricevitore sono entrambi in moto. La frequenza riflessa è $f' = f(c+v)/(c-v)$, perciò quella percepita di nuovo dalla sorgente è: $f'' = f(c+v)^2/(c-v)^2 = 21.35$ kHz.
b) Lo spazio percorso dall'onda per raggiungere il secondo sottomarino è dato da: $s_1 = d - vt_1 = ct_1$, quindi $t_1 = d/(c+v) = 1.006$ s. Per il percorso inverso: $s_2 = s_1 - vt_1 - vt_2 = ct_2$, quindi $t_2 = (s_1 - vt_1)/(c+v) = 0.974$ s, in totale 1.980 s. La correzione è del 3% circa rispetto all'approssimazione statica $t_{appross} = 2d/c = 2.046$ s.
c) Per la potenza minima cercata, la superficie del secondo sottomarino avverte un'intensità $I' = P_{min}/(4\pi d^2)$ e, riflettendola completamente, diventa un emettitore di potenza $P_{rifl} = SI'$. L'intensità minima rilevata (40 dB $\implies$ 10^{-8} W/m^2) è $I'' = P_{rifl}/(4\pi d^2) = SP_{min}/(4\pi d^2)^2$. Da cui $P_{min} = 53.3$ kW.

Prova scritta di Onde, Fluidi e Termodinamica - corso A e B
24/11/2020

$\boxed{\textbf{Es. 1}}$ Un recipiente cilindrico di sezione $S = 100\ cm^2$ è pieno di un liquido ideale sino ad una quota $h = 40\ cm$. Sul fondo è praticato un foro di sezione $s = 0.2S$, attraverso il quale fuoriesce il liquido. Calcolare:

a) il valore della velocità di efflusso trascurando la velocità di abbassamento della superficie libera del liquido;
b) il valore della velocità di efflusso considerando la velocità di abbassamento della superficie libera del liquido e l'errore percentuale commesso trascurandola;
c) il valore della pressione a $h' = 20\ cm$ quando si usa la seconda approssimazione, se la densità del liquido è pari a 9/10 di quella dell'acqua.

$\boxed{\textbf{Es. 2}}$ Un cilindro verticale, rigido, di sezione S =100 cm^2, è termicamente isolato tranne una base conduttrice. È diviso in due parti, A e B, da un pistone, di massa m =15 kg, mobile senza attrito, anch'esso termicamente isolato. La parte A si trova a contatto con la base conduttrice e vi sono contenute $n = 6$ moli di gas perfetto monoatomico, alla temperatura $T_0 = 300\ K$, mentre in B c'è il vuoto. Il sistema è inizialmente in equilibrio termodinamico. Tramite la base conduttrice si fornisce al gas il calore Q = 5kJ, molto lentamente.
Calcolare:



a) la pressione iniziale del gas;
b) il lavoro compiuto dal gas in funzione di Q;
c) la variazione di entropia dell'ambiente.

Soluzioni

Es. 1

a) Scegliendo come sezioni del tubo di flusso la superficie libera del liquido ideale supposto fermo e la sezione del foro, da Bernoulli si ricava:

$$p_0 + \rho gh = p_0 + 1/2\rho v^2 \text{ da cui } v = \sqrt{2gh} = 2.800\ m/s\ (Torricelli)$$

b) applicando Bernoulli alle stesse sezioni ma considerando la velocità della superficie libera:

$$p_0 + \rho gh + 1/2\rho v_1^2 = p_0 + 1/2\rho v_2^2 \text{ da cui } v_2^2 = 2gh + v_1^2$$

Usando l'equazione di continuità: $v_1 S = v_2 s \rightarrow v_1 = v_2(s/S)$

$$v_2^2 = 2gh + v_1^2 = 2gh + v_2^2(s/S)^2 \rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2gh}{1-(s/S)^2}} = \sqrt{\frac{2gh}{1-0.2^2}} = 2,859\ m/s$$

L'errore relativo sarà:

$$\epsilon = \frac{v - v_2}{v} = -0.021 \rightarrow 2.1\%$$

c) applicando Bernoulli alla superficie libera del liquido e alla sezione alla quota h':

$$p_0 + \rho gh + 1/2\rho v_1^2 = p' + \rho gh' + 1/2\rho v'^2$$

dalla equazione di continuità: $v_1 S = v' S \rightarrow v' = v_1$ per cui $p_0 + \rho gh = p' + \rho gh'$ e

$$p' = p_0 + \rho g(h - h') = 101325 + 0.9 \cdot 10^3 * 9.806 * 0.2\ Pa = 103090\ Pa$$

Es. 2

La pressione esterna sul gas è $p_0 = \frac{mg}{S} = cost$ all'inizio ho equilibrio termodinamico .. poi ho trasformazione reversibile con p_0 pressione esterna costante.

a) $p_0 = \frac{mg}{S} = cost = \frac{(15 \cdot 9.8)}{100 \cdot 10^{-4}} = 14700 Pa$

b) $L = p_0 \Delta V = nR\Delta T$.

So che $Q = nc_p\Delta T = \frac{5}{2}nR\Delta T$

$L = \frac{2}{5}Q$

c) $\Delta S_U = \Delta S_A + \Delta S_{gas}$

$\Delta S_A = -\Delta S_{gas} = -nc_p ln\frac{T_f}{T_0}$.

Dobbiamo trovare T_F usiamo la definizione di Q.

$T_f = \frac{2Q}{5nR} + T_0 = 5000/30R + T_0 = 340.09K$

Prova scritta di Onde, Fluidi e Termodinamica - corso A e B
26/06/2019

Esercizio 1 Un frigorifero reale ha la capienza di 1.2 m^3 di aria, che può essere considerata come un gas ideale biatomico, inizialmente a condizioni normali di pressione e temperatura ($p = p_{\text{atm}}$, $T = 20°$ C). Il frigorifero ha una potenza di 90 W e un coefficiente di prestazione $\xi = 1.5$. Quando è acceso, la sorgente calda a cui viene ceduto il calore è l'aria esterna.

a) Una volta chiusa ermeticamente la porta del frigo, dire quanto tempo deve restare acceso perché l'aria al suo interno raggiunga una temperatura di $-5°$ C. Considerare le pareti adiabatiche in questa fase.

b) Raggiunta tale temperatura, calcolare quale forza va esercitata sulla maniglia del frigo per aprirlo (la porta del frigo ha dimensioni 150×70 cm e la maniglia si trova lungo il lato maggiore, a metà altezza).

c) Calcolare la variazione di entropia dell'universo nella trasformazione a) e quella che si ha invece quando il frigo viene spento e l'aria interna ritorna lentamente alla temperatura T per le perdite di calore attraverso le pareti.

Esercizio 2 Un grande serbatoio a tenuta stagna è riempito d'acqua fino ad un'altezza dal fondo di 30.00 m. lL di sopra dell'acqua si trova aria a pressione relativa di 2.94 bar. Al fondo del serbatoio, sulla parete laterale, si trova un foro (sezione S_F di 1.00 dm^2) di sezione molto minore rispetto a quella del recipiente. Se al foro è connesso, tramite un raccordo ad angolo retto, un tubo (trascurarne la lunghezza) diretto verso l'alto:

a) Calcolare l'altezza massima h_{max}, rispetto al fondo del serbatoio raggiungibile dal getto e la spinta esercitata dall'acqua sul gomito ad angolo retto (in forma vettoriale)

b) Se il serbatoio viene scoperchiato e una pompa viene inserita nel tubo, calcolare la minima pressione che deve fornire la pompa perchè il getto raggiunga i 37.00 m dal fondo.

c) In questa configurazione della pompa, considerando che il tubo venga portato in posizione orizzontale, il suo getto colpisce la parete piana vericale di un carrello (si trascuri l'attrito) che si sta muovendo i direzione opposta a quella del getto con velocità pari alla metà di quella media dell'acqua. Si determini la forza necessaria per mantenere tale moto, rispetto a quella necessaria per mantenere il carrello fermo.

Riepilogo risposte agli esercizi

Nome e Cognome:

Corso: A ☐ B ☐

Esercizio 1

a)

b)

c)

Esercizio 2

a)

b)

c)

Soluzioni

Esercizio 1

a) Il calore assorbito dalla sorgente fredda al secondo è: $dQ_2/dt = \xi P = 135$ W. Per raffreddare il gas a volume costante occorre assorbire un calore $Q_2 = 2.5nR(T_i - T_f)$ con $n = p_iV/RT_i = 49.8$ moli, cioè 25880 J. Il tempo che occorre è perciò 192 s (3.2 minuti).
b) La pressione all'interno dopo il raffreddamento è $p_f = p_iT_f/T_i = 92600$ Pa. La forza di pressione agente uniformemente sulla porta (e quindi applicata al centro) è $F_P = (p_f - p_i)ab = 9065$ N. La maniglia dà una leva favorevole con braccio raddoppiato quindi la forza necessaria è $F_P/2 = 4533$ N.
c) Nel raffreddamento, la macchina frigorifera compie dei cicli quindi la sua entropia non varia. Per l'aria interna $\Delta S = \int(2.5nR/T)dT = 2.5nR\ln(T_f/T_i) = -92.3$ J/K, per quella esterna $\Delta S = Q_1/T_i = (L + Q_2)/T_i = 147.1$ J/K in totale $\Delta S_U = +54.8$ J/K.
Dopo lo spegnimento del frigo l'aria interna restituisce il calore Q_2 e quindi $\Delta S = 2.5nR\ln(T_i/T_f) = 92.3$ J/K, mentre quella esterna cede tale calore per riscaldarla, quindi $\Delta S = -Q_2/T_i = -87.9$ J/K, in totale $\Delta S_U = +4.4$ J/K.

Esercizio 2

a) Applico Bernoulli tra sup di interfaccia gas/acqua e sbocco. In 1) pressione è $p_0 + pr$ mentre in 2) è p_0. Posso scrivere, presso lo 0 del riferimento al fondo del serbatoio:
$p_r/\rho g + h_s = h_{max}$

da cui ricavo h_{max}=60.0 m
Per determinare la spinta, determiniamo la forza che serve a cambia la direzione della qdm del fluido. La spinta del fluido sara' uguale e opposta. La qdm, come la velocità da orizzontale diventa verticale.
$\bar{S} = \rho A v^2(\bar{i} - \bar{j})$
b)Applico Bernoulli generalizzato, considerando che sulla sup libera e allo sbocco ci sia la stessa pressione, cioè la pressione atmosferica:
$h_s + \Delta H = h_2$
da cui si ottiene la prevalenza della pompa:
$\Delta H = 7m$, da cui otteniamo $\Delta p = \rho g \Delta H = 68.7kPa$
c)Applicando Bernoulli generalizzato, la prevalenza della pompa, va tutta in energia cinetica del getto quindi:
$\rho g(\Delta H + h_s) = 0.5\rho v^2 \rightarrow v = \sqrt{2g\Delta H + h_s} = 26.93m/s$
La spinta che il getto esercita sul carrello è in modulo pari a:
$\Delta p/\Delta t = \rho Q v_r = \rho A v_r^2$
Nel primo caso $v_r = v + v/2 = 3/2v$ nel secondo è proprio v. La forza necessaria per mantenere il carrello in moto è dunque $(3/2)^2\rho A v^2$, in modulo uguale e contrari alla spinta del getto, mentre quella per mantenere il carrello fermo $\rho A v^2$, Il loro rapporto è $R = (3/2)^2 = 2.25$s

Prova scritta straordinaria di Onde, Fluidi e Termodinamica - corso A e B
26/11/2019

Es. 1 Un motore a ciclo di Brayton-Joule reversibile ha quattro tempi che possono essere descritti come:

- AB: riscaldamento a pressione costante;
- BC: espansione adiabatica;
- CD: raffreddamento a pressione costante;
- DA: compressione adiabatica.

Considerare un motore di Brayton-Joule che utilizza un gas biatomico e con *rapporto di compressione barico* $p_B/p_C = 3$.

a) Dopo aver disegnato il ciclo nel piano $p - V$, calcolarne il rendimento.

b) Per uno specifico motore della categoria sopraindicata, si utilizza una mole di gas, p_A e T_A valgono 3 atm e 380 K rispettivamente, mentre $T_B = 4T_A$. Calcolare le coordinate termodinamiche di B, C, D e il lavoro compiuto in un ciclo.

c) Il motore è utilizzato per sollevare l'acqua dalla superficie di un pozzo fino a un'altezza di 6.93 m, tramite un tubo cilindrico di raggio (costante) 15 cm. Sapendo che l'acqua fuoriesce dallo sbocco in alto a una velocità di 8 m/s, dedurne il regime del motore in giri al minuto.

Es. 2 Uno stesso suono di frequenza fissa $f = 171$ Hz viene inviato a due amplificatori di potenza $P_1 = 1.2$ kW e $P_2 = 0.6$ kW, posti in aria a una distanza di $l = 302$ m. La velocità del suono in aria è 342 m/s.

a) Trovare l'intensità e il livello sonoro percepiti da un osservatore che si trova a metà tra gli amplificatori, sulla linea congiungente i due.

b) Una cordicella tesa tra le mani dell'osservatore ha lunghezza 10 cm e massa 40 g. Essa viene posta in risonanza dal suono degli amplificatori alla sua frequenza fondamentale. Trovare la tensione applicata agli estremi della fune dall'osservatore.

c) Trovare l'intensità e il livello sonoro percepiti da un secondo osservatore che si trova a distanza $l/4$ dall'amplificatore 1 e da un terzo che si trova invece a $l/4$ dall'amplificatore 2, sulla stessa congiungente.

Riepilogo risposte agli esercizi

Nome e Cognome:

Corso: A ☐ B ☐

Esercizio 1

a)

b)

c)

Esercizio 2

a)

b)

c)

Soluzioni

$\boxed{\textbf{Es. 1}}$

a) $\eta = 1 - Q_{ced}/Q_{ass} = 1 - c_p(T_C - T_D)/c_p(T_B - T_A) = 1 - (T_C - T_D)/(T_B - T_A)$. Nelle adiabatiche $Tp^{(1-\gamma)/\gamma}$ = costante e quindi per ogni estremo del ciclo: $T_A = k_1 p_A^{(\gamma-1)/\gamma}$, $T_B = k_2 p_A^{(\gamma-1)/\gamma}$, $T_C = k_2 p_C^{(\gamma-1)/\gamma}$, $T_D = k_1 p_C^{(\gamma-1)/\gamma}$. Sostituendo nell'espressione sopra si trova: $\eta = 1 - (p_C/p_A)^{(\gamma-1)/\gamma} = 26.9\%$.
b) Le pressioni sono note: $p_A = p_B = 3$ atm e $p_C = p_D = 1$ atm.
Il volume in A è $V_A = RT_A/p_A = 10.4$ l. Se pV^γ = costante nella adiabatica DA allora $V_D = V_A(p_A/p_D)^{1/\gamma} = 22.7$ l.
Il volume in B è $V_B = 4V_A = 41.6$ l. Se pV^γ = costante nella adiabatica BC allora $V_C = V_B(p_A/p_D)^{1/\gamma} = 91.2$ l.
Risulta quindi $T_B = 1520$ K, $T_C = 1110$ K, $T_D = 278$ K. $L = \eta Q_{ass} = 3.5\eta R(T_B - T_A) = 8923$ J.
c) $P = Q\Delta p = \pi r^2 v\rho(v^2/2 + gh)$. La potenza sviluppata dal motore è quindi 56.55 kW. In un ciclo, $L = 8923$ J, quindi il motore deve compiere 6.34 cicli/s, ovvero 380 giri al minuto.

$\boxed{\textbf{Es. 2}}$

a) Per $j = 1, 2$ si ha $I_j = P_j/4\pi(l/2)^2$. Poichè le sorgenti sono coerenti e la differenza di cammino è zero, si hanno onde in fase per l'osservatore: $A_{tot} = A_1 + A_2 \implies I_{tot} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = 12.20$ mW/m^2 e $B_{tot} = 100.9$ dB.
b) Per la risonanza: $f_{ampl} = f_0 = v/2L = (1/2L)\sqrt{T/\mu} = 0.5\sqrt{T/ML} \implies T = 4MLf_0^2 = 468$ N.
c) Per l'osservatore più vicino a S1 la differenza di fase delle onde è $\delta = 2\pi f_0(l/2)/c_s = 151\pi$ rad, per l'altro è $-\delta$. Un numero dispari di π indica onde in opposizione di fase in entrambi i casi. $A_{tot} = A_1 - A_2 \implies I_{tot} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$.
Per l'osservatore più vicino a S1: $I_1 = P_1/4\pi(l/4)^2$, $I_2 = P_2/4\pi(3l/4)^2$, $I_{tot} = 9.79$ mW/m^2 e $B_{tot} = 99.9$ dB. Per l'osservatore più vicino a S2: $I_1 = P_1/4\pi(3l/4)^2$, $I_2 = P_2/4\pi(l/4)^2$, $I_{tot} = 2.34$ mW/m^2 e $B_{tot} = 93.7$ dB.

Prova scritta di Onde, Fluidi e Termodinamica - corso A e B
18/07/2017

Es. 1 Da un tubo fuoriesce un getto d'acqua con direzione orizzontale e sezione 1 cm^2. Esso colpisce una spugna appesa ad un filo, posta in prossimità dell'ugello d'uscita. L'acqua ricade verticalmente al suolo con continuità. La spugna impregnata d'acqua ha massa m=1 kg.

a) Quale portata volumica deve avere il getto per avere equilibrio con il filo inclinato di $\pi/4$ rad rispetto alla verticale.

b) Se l'acqua del getto viene sollevata (con condotto a sezione costante) da un pozzo che si trova alla profondità di 15 m, determinare la potenza della pompa necessaria per sollevarla.

c) Viene rimossa la spugna. Se il getto viene inclinato di $\pi/3$ verso l'alto e si trova a 1 m dal suolo qual è la sua gittata?

Es. 2 Le tre corde più basse (Mi, La, Re) di una comune chitarra classica, nell'accordatura standard, hanno frequenze fondamentali di 82.4, 110.0 e 146.8 Hz rispettivamente. Le tre corde hanno tutte la stessa lunghezza di 65 cm, sono costituite di un materiale di densità media pari a 3.2 g/cm^3 e sono tutte e tre nello stesso stato di tensione, pari a 70 N.

a) Trovare i diametri in mm delle tre corde.

b) Scrivere l'equazione di un'onda stazionaria di ampiezza 2 mm che si forma pizzicando al centro la corda del La al tempo $t = 0$, in funzione del tempo e della distanza da uno degli estremi fissi di essa, calcolando tutte le costanti.

c) Scrivere l'equazione dell'onda sferica di pressione che si forma per risonanza della corda del La, in funzione del tempo e della distanza dello strumento, sapendo che il livello sonoro a 2 m dalla chitarra è di 52 dB e calcolando tutte le costanti ($v_{\text{suono}} = 343$ m/s, $\rho_{\text{aria}} = 1.21$ kg/m^3).

Es. 3 Un condotto orizzontale di vetro a sezione quadrata di lato $q = 20$ cm attraversa per un tratto di $l = 2.8$ m un ambiente buio, dove la temperatura esterna è di $T_1 = 33$ °C. Lo spessore delle pareti di vetro è $d = 5$ mm e la sua conducibilità termica è $\kappa = 1.9$ W/(m · °C). Nel condotto fluisce lentamente, a una velocità di $v = 5$ cm/s, una miscela di ghiaccio e acqua la cui composizione, all'ingresso nell'ambiente caldo, è 20% (ghiaccio):80% (acqua). Il calore latente di fusione del ghiaccio è pari a $\lambda = 334$ J/g. Calcolare:

a) la potenza termica trasmessa attraverso le pareti del condotto di vetro quando la miscela fluisce in esso;

b) in un intervallo temporale di 1 s, la massa di ghiaccio che si fonde e il conseguente aumento di entropia dell'universo;

c) la composizione della miscela all'uscita dall'ambiente caldo (trascurare la differenza di densità tra ghiaccio e acqua ed assumerla uguale a 1000 kg/m^3).

Soluzioni

Es. 1

a)

equilibrio delle forze (T,F,P), dove T e' la tensione del filo, P è la forza peso e F è la forza dovuta al getto d'acqua.

Per le forxe verticali:

T$\sqrt{2}$/2=P

Per quelle orizzonatali T$\sqrt{2}$/2=F

Determiniamo F sulla spugna come variazione della quantità di moto nellunità di tempo:
F=—$\Delta p/\Delta t| = \rho Q v$
dove Q è la portata volumica. D'altra parte :
Q=Sv
Quindi
$\rho S v^2$=T$\sqrt{2}/2$ e mg=T$\sqrt{2}/2$
Dunque $\rho S v^2$=mg da cui v=$\sqrt{mg/(\rho S)}$=9,89 m/s.
Quindi Q=Sv=9.89 10^{-4} m/s
b) La potenza della pompa deve far superare all'acqua un dislivello di 15 m e portarla a velocità v da velocità nulla nel pozzo. Per la parte cinetica: $W_c = Q\rho v^2/2$; mentre per superare il dislivello servono: $W_H = Q\rho g H$. Dunque: W=$W_c + W_H = Q(\rho v^2/2 + \rho g H$=193.75 W
c)si ricava t dall'equazione del moto per la componente y: H=-vsin(60°)t+1/2 gt^2 $x_G = vcos(60°)t$ =9.15 m

Es. 2

a) Per la velocità dell'onda in una delle corde ($i = 1, 2, 3$) si ha $v_i = \sqrt{T/\mu_i} = \sqrt{T/\rho S_i} = \sqrt{4T/\rho\pi d_i^2}$. Dalla definizione di frequenza fondamentale in una corda con estremi fissi si ottiene $L = \lambda_i/2 = v_i/2f_i = \sqrt{T/f_i^2\rho\pi d_i^2}$ e quindi $d_i = \sqrt{T/f_i^2 L^2\rho\pi}$. Per le tre corde si trovano i valori: 1.56 mm, 1.16 mm e 0.88 mm.
b) L'onda stazionaria desiderata si scrive:

$$y(x, t) = A\sin(kx)\cos(\omega t),$$

dove $A = 2$ mm, $\omega = 2\pi f_2 = 691$ rad/s e $k = 2\pi/\lambda = \pi/L = 4.83\ \mathrm{m}^{-1}$. La costante di fase del coseno è posta uguale a zero dato che il massimo di ampiezza del ventre si ha per $t = 0$ (sollecitazione della corda).
c) L'onda sferica di pressione si scrive:

$$\Delta p(r, t) = \frac{A'}{r}\sin(k'r - \omega t)$$

dove ω è identica a quella precedente (risonanza) e $k' = \omega/v_{\mathrm{suono}} = 2.01\ \mathrm{m}^{-1}$. Per quanto riguarda A' si consideri che $A'/r = \Delta p_{\max}(r) = \sqrt{2v_{\mathrm{suono}}\rho_{\mathrm{aria}}I(r)}$. Questa relazione va valutata in $r = 2$ m e $I(2\ \mathrm{m})$ si ottiene dal livello sonoro $I = I_0 10^{B/10} = 1.58 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{W/m^2}$. Quindi $A' = 22.9\ \mathrm{mPa \cdot m}$.

Es. 3

a) All'interno del condotto, poichè coesistono ghiaccio e acqua, la temperatura deve essere costante e pari a $T_0 = 0$ °C. Il flusso di calore è quindi stazionario e dato dalla legge di Fourier, applicata all'intera superficie laterale S del condotto.

$$\frac{dQ}{dt} = \kappa S\frac{T_1 - T_0}{d} = 4\kappa q l\frac{T_1 - T_0}{d} = 28.1\ \mathrm{kW}.$$

b) In 1 secondo il calore trasmesso all'interno è $Q = 28.1$ kJ e quindi la massa di ghiaccio che si fonde è pari a $m = Q/\lambda = 84$ g. Per il calcolo dell'entropia si noti che la miscela assorbe il calore Q a temperatura costante $T_0 = 273$ K, l'ambiente lo cede a temperatura costante $T_1 = 306$ K, mentre il vetro si limita a trasmetterlo. Quindi $\Delta S_{\mathrm{univ}} = Q(1/T_0 - 1/T_1) = +11.1$ J/K (positiva perchè il processo è ovviamente irreversibile).
c) Il flusso di massa nel condotto con l'approssimazione considerata è pari a $dm/dt = \rho \cdot dV/dt = \rho q^2 v = 2$ kg/s. In 1 secondo, perciò fluiscono 2 kg di miscela, di cui 400 g all'ingresso sono ghiaccio e i restanti 1600 g sono di acqua. Poichè in quell'intervallo di tempo si fondono 84 g di ghiaccio, la nuova composizione è: [ghiaccio = (316 g/2000 g) = 15.8%]:[acqua = 84.2%].

Esercizio3

Un recipiente cilindrico di volume V_0 = 0.02 m³ a pareti laterali adiabatiche e basi conduttrici, contiene 1.2 mol di un gas perfetto monoatomico a temperatura T_0 = 300 K, divise in due parti uguali A e B da un setto mobile senza attrito, anch'esso adiabatico. La base della parte B è posta in contatto con un termostato a temperatura T_0; attraverso la base della parte A fluisce reversibilmente calore in A sino a che la temperatura del gas assume il valore T_1 = 900 K.

Calcolare:

1) i volumi finali delle due quantità di gas;
2) le quantità di calore scambiate;
3) le variazioni di entropia delle quantità di gas in A ed in B e quella del termostato.

1) Nello stato finale le pressioni dei due gas sono uguali quindi, dividendo membro a membro le equazioni di stato, si ottiene $V_A/V_B = T_1/T_0 = 3$ da cui

$$V_A = 3/4V_0 = 0.015 \text{ m}^3$$
$$V_B = 1/4V_0 = 0.005 \text{ m}^3$$

2) Complessivamente, per il sistema A+B, possiamo scrivere:

$$Q_0 + Q_1 = \Delta U_A + \Delta U_B + L_A + L_B$$

Ma $L_A = -L_B$ e $\Delta U_B = 0$ in quanto isoterma. Dunque

$$Q_0 + Q_1 = \Delta U_A = n/2c_V R\Delta T_A = 4487 \text{ J}$$

Ma $Q_0 = L_A = n/2RT_0 \ln V_{Af}/V_{Ai} = -1037$ J (in quanto isoterma)

e dunque $Q_1 = 4487 + 1037 = 5524$ J

3) Essendo A e B gas perfetti:

$\Delta S_A = n/2c_V \ln T_{Af}/T_{Ai} + n/2R \ln V_{Af}/V_{Ai} = 10.2$ J/K

$\Delta S_B = 0 + n/2R \ln V_{Bf}/V_{Bi} = 3.46$ J/K

$\Delta S_0 = -|Q_0|/T_0 = -1037/300 = -3.46$ J/K

(come atteso, visto che il sistema B + termostato è isolato e la trasformazione è reversibile e dunque $\Delta S_B + \Delta S_0 = 0$)

Prova scritta di OFT - corso A e B
28/01/2021

Es. 1 (OFT) Un *iceberg* di massa m_g a temperatura $0\,°\mathrm{C}$, che ha al suo interno una cavità inaccessibile di volume ignoto V_x, galleggia in un piccolo lago artico il cui volume totale di acqua è V_a e la cui temperatura in gradi centigradi è $T_a > 0\,°\mathrm{C}$. La densità del ghiaccio è ρ_g (questo numero vale circa 0.91 g/cm^3).

a) Dire quale volume di ghiaccio emerge sopra la superficie del lago inizialmente, in funzione di V_x.
$m_g g = \rho_a g V_{\text{immerso}} \implies V_{\text{immerso}} = m_g/\rho_a$. Il volume totale dell'iceberg, compresa la cavità è $V_{tot} = m_g/\rho_g + V_x$. Si trova quindi $V_{\text{emerso}} = m_g(1/\rho_g - 1/\rho_a) + V_x$.

b) Valutare di quanto diminuisce la temperatura del lago quando l'intero *iceberg* si è sciolto (usare i simboli c_g e λ_g per il calore specifico e latente di fusione del ghiaccio, rispettivamente).
Dall'equilibrio tra gli scambi di calore:
$\rho_a V_a c_a (T_a - T) = m_g \lambda_g + m_g c_a T$.
$T = (\rho_a c_a V_a T_a - m_g \lambda_g)/(\rho_a c_a V_a + m_g c_a)$.
$\Delta T = T - T_a = -\frac{m_g(\lambda_g + c_a T_a)}{c_a(rho_a V_a + m_g)}$.

c) Valutare di quanto aumenta il livello del lago mentre ciò avviene, in funzione di V_x.
Volume di materiale sotto la superficie del lago:
- Prima dello scioglimento: $V_a + V_{\text{immerso}} = V_a + m_g/\rho_a$ (vedi punto a)
- Dopo lo scioglimento: $V_a + V_{\text{iceberg sciolto}} = V_a + m_g/\rho_a$
Questi volumi sono sempre uguali quindi il livello dell'acqua non cambia, qualsiasi sia V_x.

Es. 2 L'azoto è una sostanza con le seguenti proprietà:

- formula chimica: N_2
- massa molare: 28 g/mol
- temperatura di ebollizione: $T_0 = -195.8$ °C
- calore latente di vaporizzazione: $\lambda = 47.4$ cal/g
- densità allo stato liquido: $\rho_l = 0.808$ g/cm^3
- calore specifico allo stato liquido: $c_l = 1040$ J/(kg·°C).

Un cilindro termicamente isolato di sezione di base $A = 500$ cm^2 è chiuso da un pistone di massa $m = 220$ kg che può scorrere senza attrito ed è riempito con 2.5 moli di azoto alla temperatura $T_1 = 30$ °C. All'esterno del cilindro è presente la pressione atmosferica. Tramite un tubicino di dimensioni trascurabili, il gas viene messo a contatto con una bombola di azoto liquido alla temperatura $T_2 = -200$ °C e, attraverso una valvola, 3.465 ml vengono liberati gradualmente nel gas per raffreddarlo.

a) Trovare la temperatura di equilibrio.
L'azoto liquido ha una massa $m_2 = \rho_l v = 2.8$ g e quindi sono $n_2 = 0.1$ mol. L'equilibrio fra il calore ceduto dal gas e quello assorbito dall'azoto liquido si scrive:

$$n_1 c_p (T_1 - T_{eq}) = m_2 c_l (T_0 - T_2) + m_2 \lambda + n_2 c_p (T_{eq} - T_0),$$

dove $c_p = 7R/2 = 29.1$ J/(mol·°C). Si ricava $T_{eq} = 13.8$ °C.

b) Calcolare il lavoro fatto dalla pressione di aria e pistone sul gas durante il raffreddamento e la variazione di altezza del pistone.
La pressione totale è costante e pari a $p = p_{\text{atm}} + mg/A = 144.47$ kPa. Si ha quindi $V_i = n_1 R T_1/p = 0.0436$ m^3 e $V_f = (n_1 + n_2) R T_{eq}/p = 0.0429$ m^3. Il lavoro fatto *da* aria e pistone è *l'inverso* del lavoro fatto dal gas ed è a pressione costante quindi $L = -p\Delta V = p(V_i - V_f) = 101$ J. La variazione dell'altezza del pistone è $\Delta h = (V_f - V_i)/A = -1.4$ cm.

c) Determinare la variazione di entropia dell'universo e verificare che il processo non è reversibile. Da ogni scambio di calore in a) si calcola la variazione di entropia (sempre sostituendo con dei differenziali esatti):

$$\Delta S = n_1 c_p \ln\left(\frac{T_{eq}}{T_1}\right) + m_2 c_l \ln\left(\frac{T_0}{T_2}\right) + \frac{m_2 \lambda}{T_0} + n_2 c_p \ln\left(\frac{T_{eq}}{T_0}\right) = +14.01 \text{ J/K}.$$

Se eseguito in maniera quasi-statica, il processo può apparire come adiabatico e reversibile, ma l'ebollizione e il mescolamento dell'azoto non sono tali.

Corso di Laurea in Fisica - A.A. 2013-2014
Scritto di Onde Fluidi e Termodinamica - 15/07/2014

Esercizio 1 Un ascoltatore munito della necessaria strumentazione lancia, a t = 0, verso il basso con $v_0 = 3\ m/s$ una piccola sirena a batteria, da un grattacielo alto 100 m. All'istante immediatamente successivo al lancio l'ascoltatore percepisce un segnale a 525 Hz. Sapendo che la temperatura ambiente è 30^oC ($v_S = 348\ m/s$), trascurando l'attrito dell'aria e supponendo che all'impatto con il suolo la sirena smetta di funzionare si determini:

a) La frequenza più bassa percepita dall'ascoltatore

b) Il tempo t al quale l'ascoltatore sente il segnale interrompersi

c) La distanza dal suolo della sirena nel momento in cui l'ascoltatore percepisce la frequenza di 480 Hz.

Esercizio 2

Un involucro sferico cavo di ferro è tenuto vincolato al fondo di una piscina, piena d'acqua e profonda 3.8 m, da una corda. Il raggio esterno è $R = 0.4\ m$, la densità del ferro è 7900 kg/m^3 . Se la corda viene tagliata esso galleggia affondando per 3/4 del suo volume. Determinare:

a) il raggio interno r_i;

b) la tensione iniziale della corda;

c) Si inserisce una sfera di rame (8960 kg/m^3) al suo interno (con il suo centro coincidente col centro della sfera). Si tiene ferma la sfera con il volume completamente immerso e quindi la si lascia libera a t=0. L'oggetto tocca il fondo della piscina dopo 4 s. Qual è il raggio della sfera inserita? Si trascuri la viscosità dell'acqua.

Esercizio 3 Un gas perfetto monoatomico inizialmente in equilibrio nello stato A alla temperatura $T_A = 350\ K$ e pressione $P_A = 1\ atm$ occupa un volume $V_A = 15\ l$. Il gas subisce una trasformazione isocora reversibile che lo porta nello stato B alla temperatura $T_B = 2T_A$. A questo punto il gas subisce una espansione libera, senza scambio di calore con l'ambiente, portandosi nello stato C in cui la pressione è $P_C = 0.4P_A$. Il gas compie poi una trasformazione isobara reversibile fino a portarsi nello stato D, dal quale una compressione adiabatica reversibile DA lo riporta nello stato iniziale A. Determinare:

a) le coordinate termodinamiche degli stati A,B,C,D;

b) il rendimento oppure il coefficiente frigogeno (o di prestazione)del ciclo;

c) le variazioni di entropia dell'ambiente e dell'universo nel ciclo.

Esercizio 1

a) La sorgente si allontana con velocità v_0, per effetto Doppler:
$f_p = f_0\ v_s/(v_0 + v_s) = 525Hz$
$f_0 = f_p\ (348 + 3)/348 = 529.53Hz$.
La frequenza più bassa si ha per la massima velocità raggiunta dalla sirena. Questo accade un attimo prima che tocchi terra, momento in cui si interrompe il suolo. Possiamo prendere come limite proprio la velocità nell'istante in cui tocca terra.
Trovo t(100m) per moto uniformemente accelerato con accelerazione g rivolta verso il basso e velocità iniziale v_0. La velocità sarà:
$v_M^2 = v0^2 + 2g(x - x0) = v0^2 + 2g(100m)$
v$_M$=$\sqrt{v0^2 + 200g}$=44.37 m/s

$f_p = 0.887\ f0 = 469.65\ Hz$

b) Devo trovare il tempo cui sente interrompersi il suono. In questa discesa la sirena parte da ferma e percorre uno spazio s=100m raggiungendo la velocità massima v_M trovata al punto precedente. $v_M = gt + v_0$;
t=$(v_M - v_0)/g$ =4.22 s a questo tempo si interrompe il suono.
Ma il suono deve arrivare all'ascoltatore e quindi deve percorrere 100m quindi si devono aggiungere:
t=s/v_s=0.29 s
Quindi t'=4.22+0.29=4.51 s

c) f$_p$=f0 v_s/(v+v_s)=480 Hz
da cui v_s/(v+v_s)=0.907 quindi v+v_s=383.88 m/s cioè v=35.89 m/s
Sappiamo che $v(t) = v_0 + gt$
gt=33.106 m/s cioè t=3.36 s
In questo istante la sirena si trova a s'=1/2gt^2+v_0t=55.32+10.11=65.43 m dall'ascoltatore.
Ma c'è anche il tempo di risalita del suono. Per arrivare all'ascoltatore il suono ci mette: $t' = s'/v_s = 0.188s$ Il tempo totale è dunque 3.55 s.

A questo tempo corrisponde uno spazio percorso dalla sirena pari a:
Lo spazio percorso è dunque s"=$1/2gt^2 + v_0t$=72.33 m
La distanza dal suolo è d=100-s"=27.67m

Esercizio 2

a) $F_A = mg = 3/4 * (4/3\pi R^3)\rho_a g = 1969.408N$
$m_0 = \rho_{FE}$V=4/3π($R^3 - r_i^3)\rho_{FE} = 200.96kg$
$r_i = R\ (1 - 3/4(\rho_a/\rho_{FE}))^{1/3} = 0.387m$

b) T+P=F'$_A$
In questo caso il volume immerso è tutto il volume della sfera cava V:
F'$_A$=4/3F$_A$=2625.88 N
T=1/3F$_A$=656.47N

c) se trascurassimo Stokes:
$ma = P' - F'_A$
inoltre dai dati del problema (considerando s=(3.8 -2R) per moto uniformemete accelerato: $a = 2s/t^2$=0.375m/s^2

ma=mg-F'$_A$
m=F'$_A$/g-a= 278.608kg
la massa adesso è:
m=$m_0 + m_{cu}$=200.96kg+m$_{cu}$ kg
m$_{cu}$=77.65kg
V$_{cu}$=m$_{cu}/\rho_{cu}$=8.67 $10^{-3}m^3$
r$_{Cu}$=$\sqrt{V/(4/3\pi)}$=0.127 m

Esercizio 3

a) Le coordinate termodinamiche degli stati A,B,C,D
Stato A: $T_A = 350K; P_A = 1atm = 101300Pa; V_A = 0.015m^3$
Dall'equazione di stato :n=PV/RT=0.522
Stato B: $T_B = 2TA = 700K; V_B = V_A = 0.015m^3; P_B = 2nRT_A/V_A = 2P_A = 202600Pa$
Tra B e C espansione libera è isoterma:
Stato C:
$T_C = T_B = 2T_A = 700K; P_C = 0.4P_A = 40520Pa; V_C = nR(2T_A)/(0.4P_A) = 5V_A = 0.075m^3;$

Stato D:
$P_C = P_D = 0.4P_A$ e D e A sono legati da un'adiabatica reversibile. Il gas è monoatomico e quindi $\gamma = 5/3$:
$P_D V_D^\gamma = P_A V_A^\gamma$
Quindi $V_D = V_A(P_A/P_D)^{1/\gamma} = V_A(10/4)^{1/\gamma}$=0.026 m^3;
$T_D = P_D V_D/nR = 242.75K$
Inoltre $P_D = 40520Pa$ visto che C e D sono legate da isobara reversibile.

b) per capire se ho macchina termica o frigorifera indago i calori scambiati nelle 4 trasformazioni
$Q_{AB} = nc_v(T_B - T_A) = 0.522 * 1.5 * 8.314 * (700 - 350) = 2278.45J$
$Q_{BC} = 0(espansionelibera)$
$Q_{CD} = nc_p(T_D - T_C) = 0.522 * 2.5 * 8.314 * (242.75 - 700) = -4961.05J$
$Q_{DA} = 0$ (adiabatica)
$Q_{tot} = -2682.6J = L_{tot} < 0 =$ macchina frigorifera
il coefficiente di prestazione (COP) è dato da $COP = Q_{ASS}/|L| = Q_{AB}/|L| = 0.85$

c) Le variazioni di entropia dell'ambiente e dell'universo nel ciclo le ottengo calcolando dapprima le varizioni di entropie per il gas e poi quelle dell'ambiente: $\Delta S_{AB} = nc_V ln(T_B/T_A) = 0.522 * 1.5 * 8.314 * ln(2) = 4.512J/K$ (AB : trasformazione isocora)
$\Delta S_{BC} = nRln(V_C/V_B) = 0.522 * 8.314 * ln(5) = 6.98J/K$ (BC è isot irrev, per calcolo ΔS si usa la isot rev per A e B
$\Delta S_{CD} = nc_P ln(T_D/T_C) = 0.522 * 2.5 * 8.314 * ln(242.75/700) = -11.49J/K$ (AB : trasformazione isobara) ; $\Delta S_{DA} = 0$
$\Delta S_{tot} = 0$,
$\Delta S_{AB}(amb) = -\Delta S_{AB}(gas) = -4.512J/K$(trasformazione reversibile)
$\Delta S_{BC}(amb) = 0$; non c'è scambio di calore;
$\Delta S_{CD}(amb) = -\Delta S_{CD}(gas) = 11.49J/K$ (trasformazione reversibile) ;
$\Delta S_{DA}(amb) = 0$ (DA adiabatica non c'è scambio di calore con ambiente) Quindi $\Delta S_{tot}(amb) = 6.98J/K$
ΔS(universo) = $\Delta S_{tot}(gas) + \Delta S_{tot}(amb)$ = 6.98 J/K 0 come ci aspettiamo visto che abbiamo una trasformazione irreversibile.

Riepilogo risposte agli esercizi

Nome e Cognome:

Corso: A ☐ B ☐

Esercizio 1

a)

b)

c)

Esercizio 2

a)

b)

c)

Esercizio 3

a)

b)

c)

d)