

16.1 Introduzione

Una caratteristica molto importante del moto per onde è il fenomeno dell'interferenza. Esso avviene quando due o più moti ondosi coincidono nello spazio e nel tempo. Si può applicare direttamente a tale problema, almeno per il caso di onde armoniche o monocromatiche, la teoria della sovrapposizione di due moti armonici semplici sviluppata precedentemente nel volume 1. Un luogo nel quale l'interferenza avviene è ad esempio la regione spaziale in cui onda riflessa e onda incidente coincidono. Di fatto, questo è uno dei metodi più comuni per produrre interferenze. Un altro caso importante di interferenza si ha quando il moto ondoso è confinato in una regione limitata di spazio; per esempio, una corda con le estremità tenute fisse, o un liquido in un canale o un'onda elettromagnetica in una cavità metallica. In tal caso l'interferenza genera *onde stazionarie*.

Per poter applicare le formule sviluppate in precedenza scriveremo per un'onda armonica che si muove nella direzione $+X$,

$$\xi = \xi_0 \sin(\omega t - kx), \quad (16.1)$$

e per una che si muove nella direzione $-X$,

$$\xi = \xi_0 \sin(\omega t + kx), \quad (16.2)$$

invece delle equazioni (10.5) e (10.9). Tale notazione comporta un cambiamento di segno; ciò che non influenza sulla correttezza della procedura, purché essa venga applicata in modo consistente – come fu già indicato al termine del paragrafo 10.2 nell'equazione (10.10) e come si è usato già nell'esempio 13.2.

Come accennato nel capitolo precedente, la teoria sviluppata qui è applicabile a qualsiasi tipo di moto ondoso; ma in generale i nostri esempi e le applicazioni faranno riferimento a onde elettromagnetiche.

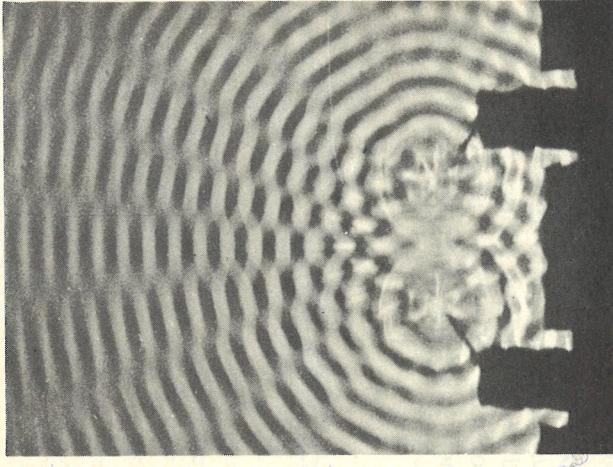
16.2 Interferenza di onde prodotte da due sorgenti sincrone

Si considerino due sorgenti puntiformi S_1 e S_2 (fig. 16-1) che oscillano in fase con la medesima frequenza angolare ω e hanno ampiezze ξ_{01} e ξ_{02} . Le rispettive onde sferiche sono

$$\xi_1 = \xi_{01} \sin(\omega t - kr_1) \quad (16.3)$$

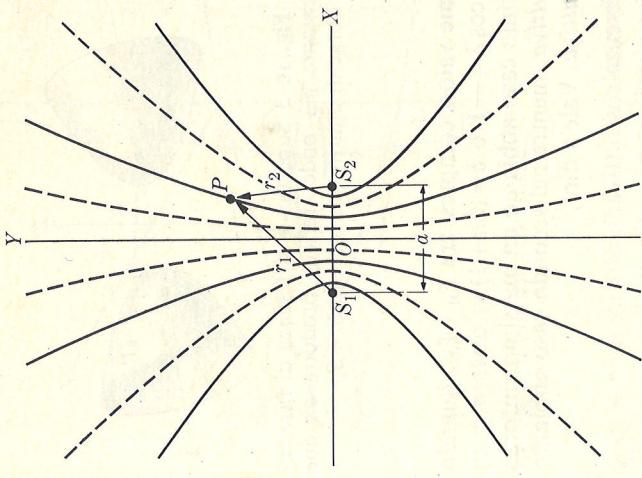
$$\xi_2 = \xi_{02} \sin(\omega t - kr_2) \quad (16.4)$$

dove r_1 e r_2 sono le distanze di un punto generico da S_1 e S_2 rispettivamente. Si osservi che benché le due sorgenti siano identiche, esse non producono la medesima ampiezza al punto P se r_1 e r_2 sono diverse, perché l'ampiezza di un'onda sferica decresce secondo una legge di tipo $1/r$.



(b)

Fig. 16-1 (a) Linee nodali e ventrali risultanti dall'interferenza di onde prodotte da due sorgenti identiche. (b) Figura di interferenza effettiva di onde sulla superficie dell'acqua. (Per concessione dell'Educational Services, Inc.)



(a)

Supponiamo che ξ rappresenti una proprietà scalare, quale ad esempio una variazione di pressione. Nel caso in cui ξ corrisponda ad una quantità vettoriale, facciamo l'ipotesi che ξ_1 e ξ_2 siano nella stessa direzione, cosicché la combinazione delle due onde si possa trattare in modo scalare. Se si confrontano le equazioni (16.3) e (16.4) con l'espressione per un moto armonico semplice $\xi = A \sin(\omega t + \alpha)$, dove α è la fase iniziale, si può riconoscere che le quantità kr_1 e kr_2 giocano il ruolo di fasi iniziali. Dunque la differenza di fase tra i due moti ondosi al generico punto P , se ricordiamo che $k = 2\pi/\lambda$, è data da

$$\delta = kr_1 - kr_2 = \frac{2\pi}{\lambda} (r_1 - r_2). \quad (16.5)$$

Facendo uso della tecnica dei vettori rotanti (spiegata nel capitolo 12 del volume 1), i due moti ondosi che interferiscono possono essere rappresentati da vettori rotanti di lunghezza ξ_{01} e ξ_{02} rispettivamente, che formano angoli $\alpha_1 = kr_1$ e $\alpha_2 = kr_2$ con l'asse X (fig. 16-2). L'ampiezza ξ_0 e la fase α del moto ondoso risultante sono date dalla loro risultante vettoriale. Possiamo perciò esprimere l'ampiezza dell'effetto combinato in P mediante

$$\xi_0 = \sqrt{\xi_{01}^2 + \xi_{02}^2 + 2\xi_{01}\xi_{02} \cos \delta}. \quad (16.6)$$

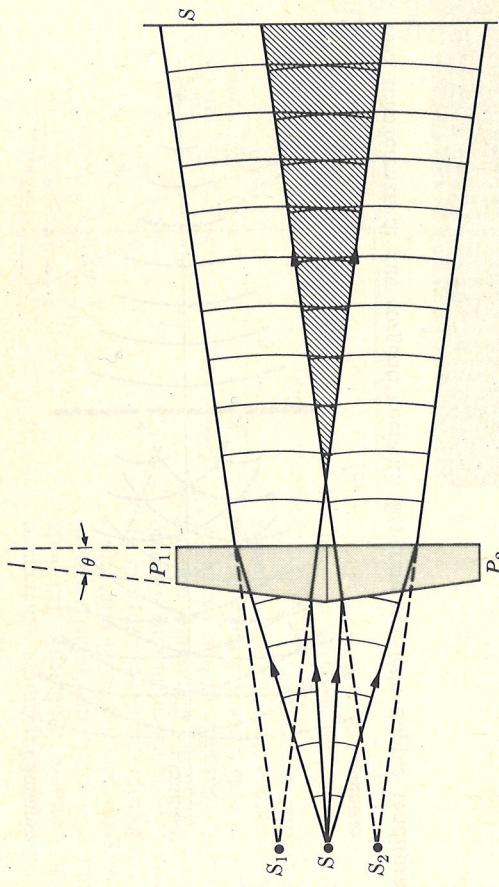


Fig. 16-2 Il biprisma di Fresnel.

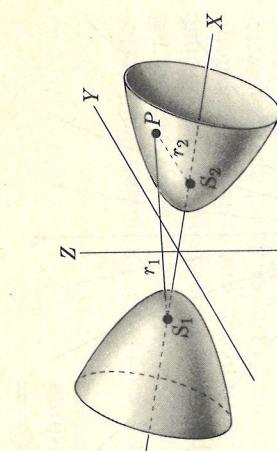


Fig. 16-3 Superfici a differenza di fase costante per onde sferiche prodotte da due sorgenti puntiformi coerenti S_1 e S_2 .

Dall'equazione (16.6), si vede che ξ assume valori compresi tra $\xi_{01} + \xi_{02}$, quando $\cos \delta = 1$ o $\delta = 2\pi n$, e $|\xi_{01} - \xi_{02}|$, quando $\cos \delta = -1$ o $\delta = (2n+1)\pi$; dove n è un numero intero positivo o negativo. Nel primo caso abbiamo un massimo rinforzo dei due moti ondosi, o *interferenza costruttiva*, mentre nel secondo caso abbiamo massima attenuazione o *interferenza distruttiva*. Vale a dire,

$$\delta = \begin{cases} 2n\pi & \text{interferenza costruttiva,} \\ (2n+1)\pi & \text{interferenza distruttiva.} \end{cases} \quad (16.7)$$

Usando l'equazione (16.5) possiamo perciò scrivere

$$\frac{2\pi}{\lambda} (r_1 - r_2) = \begin{cases} 2n\pi & \text{interferenza costruttiva,} \\ (2n+1)\pi & \text{interferenza distruttiva,} \end{cases} \quad (16.8)$$

$$r_1 - r_2 = \begin{cases} n\lambda & \text{interferenza costruttiva,} \\ (2n+1)\frac{\lambda}{2} & \text{interferenza distruttiva.} \end{cases} \quad (16.8)$$

L'equazione $r_1 - r_2 = \text{costante}$, definisce una iperbole i cui fuochi sono S_1 e S_2 ; o meglio, poiché il problema è di fatto definito nello spazio, tale equazione definisce superfici iperboloidiche di rivoluzione, come quelle di figura 16-3. Possiamo perciò concludere dall'equazione (16.8) che sulle superfici a forma di iperbole di equazione $r_1 - r_2 = \pm\lambda, \pm 2\lambda, \pm 3\lambda, \dots$, i due moti ondosi interferiscono costruttivamente. Tali superfici sono dette *superficie ventrali o antinodali*. Sugli iperboloidi di equazione $r_1 - r_2 = \pm\frac{1}{2}\lambda, \pm\frac{3}{2}\lambda, \dots$, i due moti ondosi interferiscono distruttivamente. Tali superfici sono dette *superficie nodali*. La figura di interferenza complessiva è quindi una successione di superfici ventrali e nodali alternate. Le intersezioni di tali superfici con un piano passante per l'asse X sono le iperboli illustrate in figura 16.1.

La situazione descritta è che in ciascun punto dello spazio il moto d'onda risultante ha un'ampiezza caratteristica, data dall'equazione (16.6), della forma

$$\xi = \xi_0 \sin(\omega t + \alpha)$$

dove α è un angolo di fase iniziale, come indicato in figura 16-2. Perciò il moto che risulta dall'interferenza non ha l'aspetto di un'onda progressiva, ma piuttosto in ciascun punto dello spazio si ha una situazione *stazionaria* di moto oscillatorio con ampiezza costante. La ragione di tale condizione di stazionarietà è che le due sorgenti oscillano con la stessa frequenza e mantengono una differenza di fase costante; per questo si dicono *coerenti*. Se le sorgenti non hanno la stessa frequenza, o la loro differenza di fase varia in modo casuale nel tempo, non si osserva alcuna figura di interferenza, i.e. due sorgenti si dicono *incoerenti*. Questa è la situazione normale per due sorgenti luminose composte dal medesimo tipo di atomi e che quindi emettono luce della stessa frequenza. Poiché gli atomi coinvolti nel processo sono moltissimi in ciascuna sorgente, ed essi non oscillano in fase, non si osserva alcuna figura di interferenza definita.

Per superare tale difficoltà e produrre due fasci di luce coerenti, sono stati progettati parecchi metodi. Il più comune di tali metodi è il *biprisma di Fresnel*, rappresentato nella figura 16-4 e che prende il nome dal fisico francese che lo ha sviluppato, Augustin Fresnel (1788-1827). Esso consiste di due prismi, P_1 e P_2 , ciascuno con un angolo rifrangente θ molto piccolo disposti con le basi attaccate. La luce proveniente dalla sorgente S è rifratta da ciascun prisma e suddivisa così in due fasci che appaiono provenire da due sorgenti coerenti S_1 e S_2 . Queste non sono che le immagini di S prodotte da ciascun prisma. La coerenza è, in questo caso, garantita perché i due fasci provengono di fatto dalla stessa sorgente. I fasci interferiscono nella regione tratteggiata. Per differenze di fase grandi la coerenza viene a mancare, perché i fasci interferenti sono prodotti dalla sorgente in istanti successivi separati da un intervallo di tempo così grande che dal punto di vista microscopico la sorgente non è più la stessa.

Un metodo ancora più semplice è quello proposto dallo scienziato inglese Thomas Young (1773-1829), il quale con i suoi esperimenti sulla interferenza della

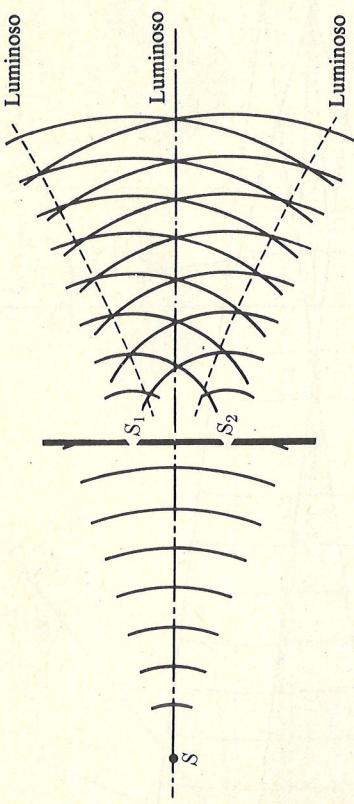


Fig. 16-5 Interferenza di due sorgenti coerenti. Esperimento della doppia fenditura di Young.

luce fu tra i primi a provare che la luce è un fenomeno ondulatorio. La sua apparecchiatura (fig. 16-5) consiste di una superficie opaca in cui sono praticate due piccole aperture o fenditure, S_1 e S_2 , molto vicine l'una all'altra, con una sorgente di luce S posta dietro. In base al principio di Huygens, S_1 e S_2 si comportano come sorgenti secondarie coerenti, le cui onde interferiscono al di là dello schermo.

Nel caso di luce, si può osservare una figura di interferenza su di uno schermo disposto parallelamente alle due sorgenti S_1 e S_2 come indicato nella figura 16-6a. Sullo schermo appare una serie di frange chiare e scure alternate, come è mostrato nella figura 16-6b, che sono prodotte dall'intersezione dello schermo con le superfici a iperboloidi ventrali e nodali rispettivamente. Per osservare la figura di interferenza in altre regioni dello spettro elettromagnetico si devono usare tipi diversi di rivelatori.

Se la distanza a fra le sorgenti S_1 e S_2 è piccola rispetto alla distanza D , si può trascurare la piccola differenza tra r_1 e r_2 e fare l'ipotesi che le ampiezze ξ_{01} e ξ_{02} siano praticamente uguali. Si può quindi riscrivere l'equazione (16.6) come

$$\xi_0 = \xi_{01} \sqrt{2(1 + \cos \delta)} = 2\xi_{01} \cos \frac{1}{2}\delta.$$

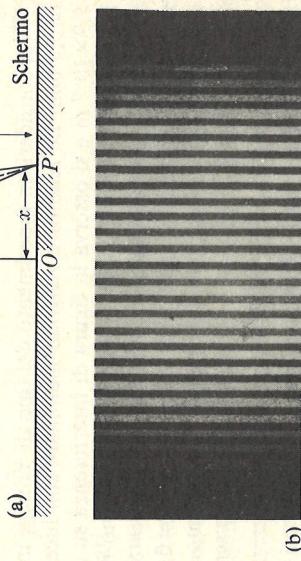
Dalla situazione geometrica rappresentata in figura 16-6, tenendo in conto che θ è un angolo piccolo per cui $\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{x}{D}$, si ricava che $r_1 - r_2 = S_1 B = a \sin \theta = a \cdot \dot{x}/D$, e riscrivendo l'equazione (16.7), si ottiene

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta = \frac{2\pi a x}{D \lambda}. \quad (16.9)$$

L'intensità dell'onda risultante nei punti dello schermo è proporzionale a ξ_0^2 . Perciò

$$I = I_0 \cos^2 \left(\frac{1}{2}\delta \right) = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} \right) = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi a x}{D \lambda} \right) \quad (16.10)$$

Fig. 16-6 (a) Diagramma schematico per determinare l'intensità dell'onda risultante prodotta dall'interferenza di due sorgenti coerenti su di uno schermo. (b) Fotografia delle frange di interferenza prodotte su di uno schermo da due fenditure illuminate da una sorgente puntiforme di luce monocromatica. Si noti come le frange variano scompariendo verso i bordi a causa della perdita di coerenza.



(a)
(b)

dove I_0 è l'intensità corrispondente a $\theta = 0$. Questa distribuzione di intensità di tipo \cos^2 è illustrata in figura 16-7. I punti di massima intensità corrispondono a

$$\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} = n\pi \quad \text{o} \quad \frac{\pi a x}{D \lambda} = n\pi.$$

Questi due risultati per l'intensità massima si possono scrivere come

$$\sin \theta = n \frac{\lambda}{a} \quad \text{o} \quad x = n \frac{D \lambda}{a} \quad (16.11)$$

dove n è un numero intero positivo o negativo, mentre θ e x sono indicati in figura 16-6. La distanza tra due frange luminose successive sullo schermo è dunque

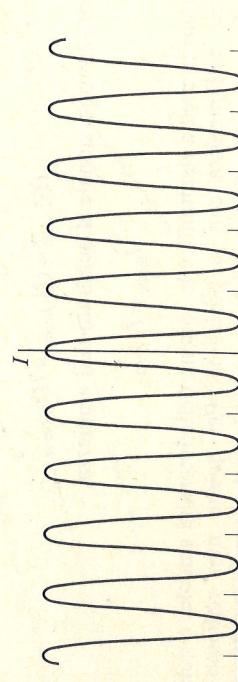


Fig. 16-7 Distribuzione dell'intensità nella figura di interferenza prodotta da due sorgenti coerenti.

$\Delta x = (D/a)\lambda$. Perciò la misura di Δx , D e a consente di determinare la lunghezza d'onda λ . Questo metodo è, in effetti, uno dei metodi standard per misurare le lunghezze d'onda. Si noti che se la sorgente luminosa è composta da più di una lunghezza d'onda, ciascuna lunghezza d'onda produrrà separatamente la sua propria figura di interferenza sullo schermo.

Esempio 16.1 Determinazione della distanza fra due frange chiare oppure scure successive in un esperimento con due fenditure.

▼ Si consideri un esperimento del tipo di Young, in cui le due fenditure sono distanziate di 0,8 mm. Le fenditure vengono illuminate con luce monocromatica di lunghezza d'onda $5,9 \times 10^{-7}$ m e si osserva la figura di interferenza su di uno schermo posto alla distanza di 0,5 m dalle fenditure. Le grandezze che compaiono nell'equazione (16.11) sono, in questo caso, $a = 0,8$ mm = 8×10^{-4} m, $D = 5 \times 10^{-1}$ m e $\lambda = 5,9 \times 10^{-7}$ m. Perciò le posizioni delle frange chiare sono $x = n(D\lambda/a) = 3,7 \times 10^{-4} n$ m = $0,37 n$ mm. In generale tali frange si devono osservare con una lente di ingrandimento. La distanza tra due frange chiare successive è di 0,37 mm, ed è la stessa distanza che separa due frange scure. ▲

Esempio 16.2 Figura di interferenza di due sorgenti incoerenti della stessa frequenza.

▼ L'incoerenza è dovuta in questo caso ad una differenza di fase variabile. Perciò invece delle equazioni (16.3) e (16.4) scriviamo

$$\xi_1 = \xi_{01} \sin(\omega t - kr_1 - \phi) \quad \text{e} \quad \xi_2 = \xi_{02} \sin(\omega t - kr_2)$$

dove ϕ è la differenza di fase addizionale, che varia nel tempo in modo casuale. La differenza di fase è dunque $\delta = 2\pi(r_1 - r_2)/\lambda + \phi$ e l'ampiezza risultante in un punto qualsiasi della figura di interferenza è

$$\xi_0 = \xi_{01}^2 + \xi_{02}^2 + 2\xi_{01}\xi_{02} \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) + \phi \right].$$

Ora ξ_0 non è costante nel tempo a causa della dipendenza da ϕ ; dobbiamo perciò valutare invece $(\xi_0)^{\text{medio}}$. A causa delle variazioni casuali in ϕ ,

$$\left\{ \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) + \phi \right] \right\}_{\text{medio}} = 0.$$

Dunque

$$(\xi_0)^{\text{medio}} = (\xi_{01}^2)^{\text{medio}} + (\xi_{02}^2)^{\text{medio}}$$

e poiché l'intensità è proporzionale al quadrato dell'ampiezza,

$$I_{\text{medio}} = I_1 + I_2.$$

Vale a dire, l'intensità media risultante è la somma delle intensità singole, e non si osserva alcuna variazione dell'intensità con la posizione. Per questo non vediamo frange di interferenza prodotte, per esempio, da due lampadine elettriche; perché le differenze di fase dei relativi atomi che irradiano sono distribuite in modo casuale, anche se entrambe emettono luce monocromatica della stessa lunghezza d'onda. ▲

16.3 Interferenza di molte sorgenti sincrone

Consideriamo ora il caso di molte sorgenti monocromatiche identiche e sincrone disposte su di una retta, come la figura 16-8 schematizza. Per semplificare la discussione, facciamo l'ipotesi di osservare il moto ondulatorio risultante ad una distanza molto grande rispetto alla distanza fra le sorgenti, cosicché i raggi che interferiscono siano di fatto paralleli. Si può vedere dalla figura che fra due raggi successivi si ha una differenza di fase costante data da

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta, \quad (16.12)$$

dove a è la distanza tra le sorgenti, λ è la lunghezza d'onda e θ è l'angolo che un particolare insieme di raggi forma con la normale al piano delle sorgenti. Per ottenere l'ampiezza risultante per la direzione di osservazione individuata dall'angolo θ , dobbiamo valutare la somma vettoriale dei vettori rotanti corrispondenti a ciascuna sorgente. Se tutte le sorgenti sono simili, i loro vettori rotanti hanno tutti la medesima ampiezza, ξ_{0i} ; e ciascun vettore è deviato dal precedente dello stesso angolo δ , com'è mostrato in figura 16-9. Indicando con N il numero di sorgenti, abbiamo dunque un poligono di $N+1$ lati con centro C e "raggio" Q , in cui l'angolo OCP è $N\delta$. L'ampiezza del vettore risultante è data dal segmento OP che chiude il poligono. Si vede dalla figura che

$$\xi_0 = OP = 2QP = 2Q \sin \frac{1}{2} N\delta.$$

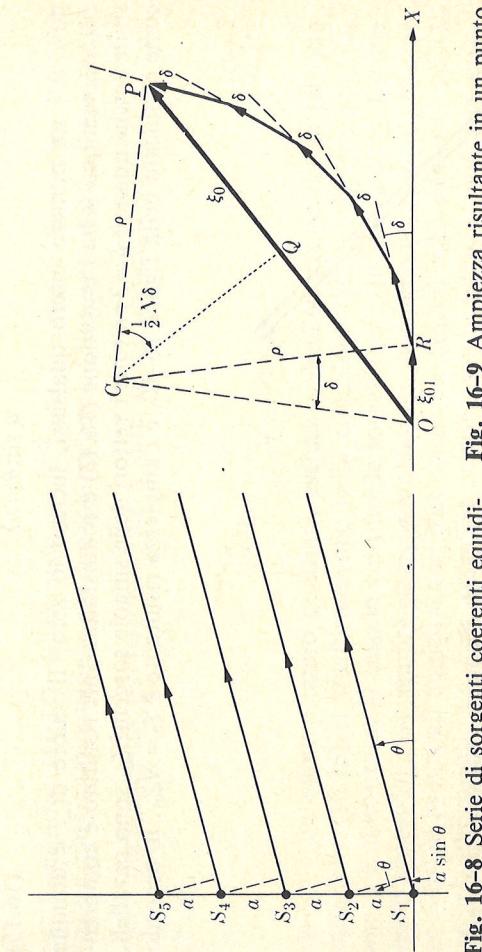
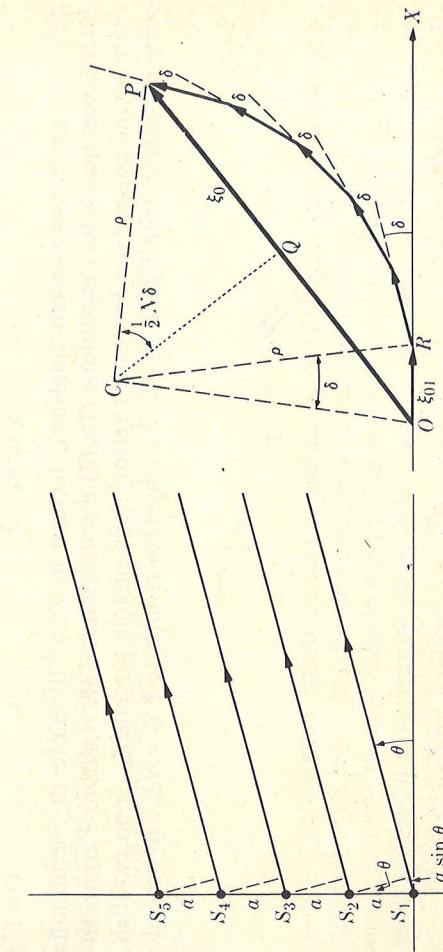


Fig. 16-8 Serie di sorgenti coerenti equidistanti, su di una retta.
Fig. 16-9 Ampiezza risultante in un punto arbitrario dall'interferenza di onde generate da sorgenti coerenti equidistanziati disposte su di una retta.

D'altra parte considerando il triangolo COR abbiamo

$$\xi_{01} = 2\rho \sin \frac{1}{2}\delta.$$

Dividendo le due relazioni in modo da eliminare ρ , otteniamo

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sin \frac{N\delta}{2}} &= \xi_{01} \frac{1}{\sin \frac{1}{2}\delta} \\ \xi_0 &= \xi_{01} \frac{1}{\sin \frac{1}{2}\delta} \end{aligned} \quad (16.13)$$

Per $N=2$, otteniamo $\xi_0 = 2\xi_{01} \cos \frac{1}{2}\delta$, in accordo con il risultato derivato in precedenza nel paragrafo 16.2 per due sorgenti uguali. L'intensità dell'onda risultante, proporzionale a ξ_0^2 , è dunque

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \frac{1}{2}N\delta}{\sin \frac{1}{2}\delta} \right)^2 = I_0 \left[\frac{\sin(N\pi a \sin \theta/\lambda)}{\sin(\pi a \sin \theta/\lambda)} \right]^2 \quad (16.14)$$

dove I_0 è l'intensità di ciascuna sorgente, proporzionale a ξ_{01}^2 . L'espressione (16.14) ha dei massimi molto pronunciati, uguali a $N^2 I_0$, quando $\delta = 2\pi n$ perché $\sin N\alpha/\sin \alpha = \pm N$ per $\alpha = n\pi$, e nel nostro caso $\alpha = \frac{1}{2}\delta$. Vale a dire, c'è interferenza costruttiva quando

$$a \sin \theta = n\lambda \quad (16.15)$$

dove n è un numero intero qualsiasi, incluso lo zero. Il valore di I è dunque $I = N^2 I_0$ ogniqualvolta l'equazione (16.15) è soddisfatta. Tale risultato è comprensibile perché quando $\delta = 2\pi n$ tutti i vettori delle singole sorgenti ξ_{01} sono paralleli, come è indicato nella figura 16-10, e l'ampiezza risultante è $\xi_0 = N\xi_{01}$, in accordo

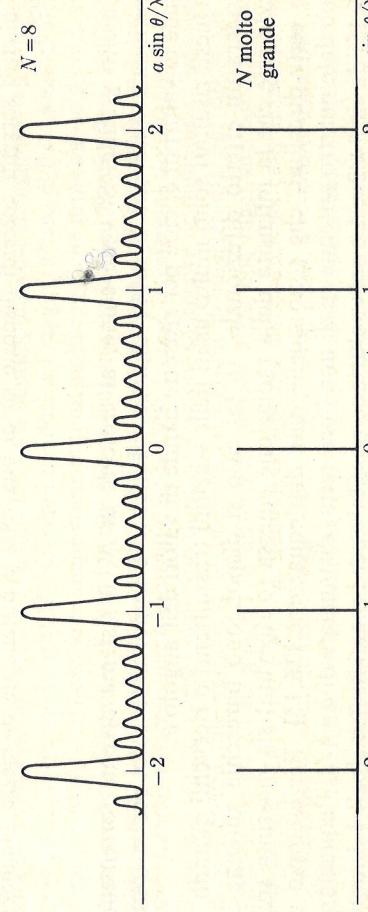
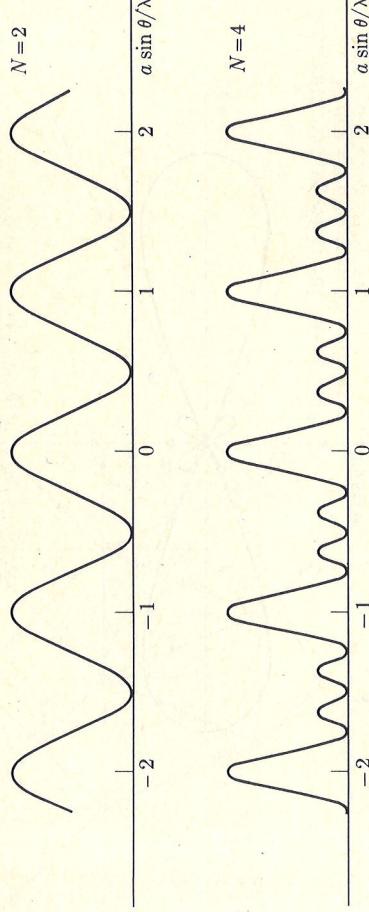


Fig. 16-11 Intensità a delle sorgenti è mantenuta costante. La distanza relativa a delle sorgenti è mantenuta costante. La

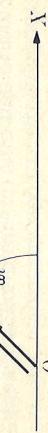
con l'equazione (16.13). L'espressione (16.15) è identica all'equazione (16.11), derivata con ipotesi analoghe per due sole sorgenti. L'intensità dell'onda risultante è zero ogniqualvolta $\frac{1}{2}N\delta = n'\pi$. Vale a dire si ha un'interferenza distruttiva quando

$$a \sin \theta = \frac{n'\lambda}{N} \quad (16.16)$$

dove n' è un numero intero qualsiasi, esclusi 0, N , $2N$, ... perché in tal caso l'equazione (16.16) si trasformerebbe nella equazione (16.15) che corrisponde, come si è dimostrato, al caso in cui tutte le sorgenti sono in fase. Poiché fra due minimi successivi deve sempre esserci un massimo, possiamo concluderne che tra due massimi principali qualsiasi dati dall'equazione (16.15) si hanno anche $N-2$ massimi addizionali. Le loro ampiezze relative sono, tuttavia, molto piccole, specialmente se N è grande. I massimi principali sono quelli che corrispondono alle direzioni per cui le onde emesse da sorgenti adiacenti sono in fase.

La figura 16-11 riporta il grafico di I/I_0 in funzione di δ , per $N=2, 4, 8$, e per

Fig. 16-10 Ampiezza risultante dell'interferenza di sorgenti equidistanti disposte su di una retta, in un punto corrispondente a differenza di fase zero.



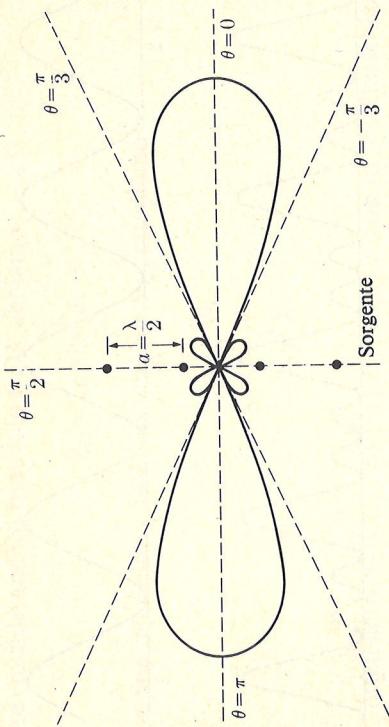


Fig. 16-12 Distribuzione angolare di intensità per quattro sorgenti coerenti disposte su di una retta e distanziate di mezza lunghezza d'onda.

N molto grande. Si vede come, al crescere di N , il sistema diventi fortemente direzionale dato che il moto ondoso risultante è importante solo per ristrette bande di valori di δ , cioè per ristrette bande di valori dell'angolo θ . Questi risultati sono molto usati nelle stazioni trasmissibili o riceventi quando si desidera un effetto direzionale. In tal caso si dispongono parecchie antenne in modo tale che la intensità della radiazione emessa (o ricevuta) sia massima solo per certe direzioni, che sono quelle date dall'equazione (16.15). Per esempio se sono date quattro antenne su di una linea retta, distanziate di $a = \lambda/2$, l'equazione (16.15) dà $\sin \theta = 2n$. La sola soluzione possibile per i massimi principali è dunque $n = 0$ che implica $\theta = 0$ o π . Per gli zeri, o piani nodali, l'equazione (16.16) da

$\sin \theta = \frac{1}{2} n'$, che consente $n' = \pm 1$ e $\theta = \pm \pi/3$ e $\pm \pi/2$. La situazione è rappresentata nel diagramma polare di figura 16-12, che riporta l'intensità in funzione dell'angolo. La disposizione di antenne di figura 16-12, trasmette e riceve quindi preferibilmente in una direzione perpendicolare alla linea congiungente le sorgenti, ed è perciò detta una *disposizione da bordata*. Questo stesso effetto direzionale è utilizzato nei radio telescopi. Molte antenne paraboliche sono disposte lungo una linea retta a uguale distanza l'una dall'altra e con gli assi paralleli. Per una data distanza e orientazione degli assi, la lunghezza d'onda delle onde radio ricevuta è determinata dall'equazione (16.15). (Vedi il problema 16.12).

Esempio 16.3 Interferenza per riflessione o trasmissione attraverso pellicole sottili.

▼ La discussione del paragrafo precedente si può applicare al caso di luce riflessa o trasmessa da pellicole sottili. Si consideri (fig. 16-13) una pellicola sottile di spessore a su cui incide un'onda piana secondo un angolo di incidenza θ_i . Parte di un raggio, come ad esempio AB , viene riflessa lungo BG , parte è rifratta lungo BC . Il raggio BC a sua volta è

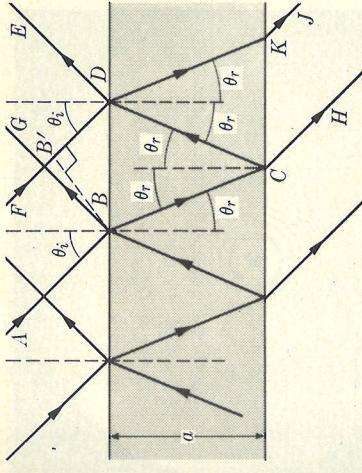


Fig. 16-13 Interferenza per riflessione o rifrazione da una pellicola sottile.

parzialmente riflesso nel punto C lungo CD e parte trasmesso lungo CH . Il raggio CD è nuovamente riflesso in parte in D lungo DK , e si sovrappone così al raggio rifratto di FD , ed è in parte trasmesso lungo DE , sovrapponendosi col raggio riflesso di FD . Analogamente il raggio riflesso BG contiene anche contributi da molti raggi che provengono da sinistra. Si hanno perciò fenomeni di interferenza che avvengono sia lungo i raggi riflessi sia lungo quelli rifratti. La situazione è dunque simile al caso discusso nel paragrafo 16.3 con N molto grande, ma con una importante differenza: i raggi interferenti non hanno tutti la medesima intensità, perché ogni riflessione o rifrazione successiva ne diminuisce l'intensità. Se si trascura tale variazione di intensità, i massimi di interferenza per riflessione o rifrazione hanno luogo quando la differenza di fase δ tra due raggi successivi soddisfa l'equazione $\delta = 2m\pi$, dove m è un numero intero. Per calcolare δ nel caso di interferenza per riflessione, si considerino i raggi AB e FD . Se si disegna il fronte d'onda BB' , la differenza di fase lungo DE è dovuta al diverso tempo richiesto per seguire i percorsi B' e BCD . Ora si vede dalla figura che $B'D = BD \sin \theta_i$, e $BD = 2a \tan \theta_i$. Perciò

$$B'D = 2a \tan \theta_i, \sin \theta_i = \frac{2a \sin^2 \theta_i}{\cos \theta_i},$$

perché, per la legge di Snell, $\sin \theta_i = n \sin \theta_r$. Inoltre $BCD = 2BC = 2a/\cos \theta_i$. Quindi i tempi di percorso sono $t_1 = B'D/c = 2a \sin^2 \theta_i/c \cos \theta_i$, e $t_2 = BCD/v = 2a/n/c \cos \theta_i$, essendo $v = c/n$. La differenza di tempo è

$$t_2 - t_1 = \frac{2a \cos \theta_i}{c}$$

e la differenza di fase è

$$\delta = \omega(t_2 - t_1) = \frac{2a \omega n \cos \theta_i}{c} = \frac{4\pi a n \cos \theta_i}{\lambda}$$

dove è stata usata la relazione $\lambda = 2\pi c/\omega$. Può avvenire che questa non sia l'intera differenza di fase perché, come abbiamo visto nel paragrafo 14.2, in alcuni casi per riflessione si ha una addizionale differenza di fase di π . Per esempio, nel caso di onde eletromagnetiche, quando luce polarizzata perpendicolarmente al piano di incidenza passa da un mezzo in cui la velocità è maggiore ad uno in cui è minore, la fase cambia di π radianti. Perciò in questo caso se $n > 1$, c'è uno spostamento di fase di π per il raggio FD quando esso viene riflesso in D , ma non per il raggio DC quando esso viene riflesso in C . Quando $n < 1$ accade la situazione opposta. Così in entrambi i casi dobbiamo scrivere

$$\delta = \frac{4\pi a n \cos \theta_i}{\lambda} + \pi;$$