Tutoraggio di Fisica 3

2025 – Corso A/B – 9

---

65 Si considerino tre eventi A, B, C le cui coordinate spazio-temporali in un Sistema di Riferimento inerziale K sono:

evento A: $t_A = \frac{2d}{c}$, $x_A = 2d$, $y_A = 3d$, $z_A = 0$

evento B: $t_B = -\frac{d}{c}$, $x_B = 2d$, $y_B = d$, $z_B = -2d$

evento C: $t_C = 0$, $x_C = 2d$, $y_C = d$, $z_C = 0$

($d =$ parametro positivo, $c =$ velocità della luce nel vuoto).

(a) Dimostrare che esiste un Sistema di Riferimento inerziale in cui due dei tre eventi dati (quali?) sono simultanei e calcolare, in tale Sistema di Riferimento, la loro distanza spaziale.

(b) Dimostrare che esiste un Sistema di Riferimento inerziale in cui due dei tre eventi dati (quali?) sono spazialmente coincidenti e calcolare, in tale Sistema di Riferimento, l'intervallo temporale tra di essi.

(c) Cosa si può dire della terza coppia di eventi ?

(d) Per quali coppie di eventi è possibile una connessione causale?

(e) È possibile trovare un Sistema di Riferimento K' in cui l'ordinamento cronologico di B e C è invertito? Se sì, trovarne almeno uno, specificando il modulo e la direzione della velocità relativa rispetto a K.

66 Sono dati tre eventi A, B e C connessi da una relazione causale tale che:

$$A \text{ è causa di } B\ , \qquad\qquad B \text{ è causa di } C\ .$$

Le coordinate spazio-temporali dei tre eventi sono, nel Sistema di Riferimento (SR) inerziale K:

$$\begin{array}{llll} A: & t_A = a/c & x_A = a & y_A = z_A = 0 \\ B: & t_B = ? & x_B = 2a & y_B = z_B = 0 \\ C: & t_C = 4a/c & x_C = ? & y_C = z_C = 0\ , \end{array}$$

essendo a un parametro positivo.
Determinare i possibili valori delle coordinate incognite t_B e x_C sapendo che:
i) nel SR K', in moto rispetto a K con velocità $|\vec{v}| = \frac{3}{5}c$ in direzione x, gli eventi A e B sono spazialmente coincidenti;
ii) B e C sono separati da un intervallo di tipo luce.

67 In un SR inerziale K, una particella si muove nel piano xy con velocità $\vec{u}$ nella direzione che forma un angolo α con l'asse x. In un altro SR inerziale K', in moto rispetto a K con velocità $\vec{v}$ in direzione x, la particella si muove con velocità parallela all'asse y'.

(a) Sapendo che $u = 0.8\,c$ e $v = 0.4\,c$, calcolare l'angolo α.

(b) Calcolare la velocità della particella in K'.

68 Una particella P si muove con velocità $\vec{u} = (0, \frac{c}{\sqrt{35}}, 0)$ rispetto ad un sistema di riferimento inerziale K. Un altro sistema di riferimento inerziale K' è in moto, rispetto a K, con velocità v in direzione $+x$.

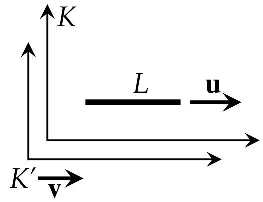
(a) Sapendo che nel sistema di riferimento K' la particella P si muove parallelamente alla direzione della diagonale del secondo quadrante del piano $x'y'$, calcolare v.

(b) Calcolare le componenti ed il modulo della velocità di P in K'.

69 Nel SR inerziale K, la particella A ha velocità costante $\vec{u}_A = (\frac{2}{3}c, \frac{1}{3}c, \frac{1}{3}c)$. Calcolare la sua quadrivelocità nel SR K e nel SR K', in moto rispetto a K con velocità $\vec{v} = (0, \frac{c}{2}, 0)$.

70 Dimostrare che la velocità ottenuta componendo due velocità secondo la regola relativistica non può mai superare c.

71 Una sbarra si muove con velocità $u = (5/7)c$ nel SR K (vedi figura) ed ha, in tale SR, lunghezza $L = 10$ m.
Qual è la sua lunghezza misurata nel SR K', in moto rispetto a K con velocità $v = (3/5)c$?



72 **Treno e galleria**
Un treno, di lunghezza propria L_0, viaggia a velocità v e percorre una galleria anch'essa di lunghezza propria L_0. Descrivere come avviene il passaggio del treno in galleria secondo due SR: K solidale con la galleria (in cui il treno ha lunghezza contratta), e K' solidale con il treno (in cui è la galleria ad essere contratta). L'inizio della galleria sia in $x = x' = 0$, ed la testa del treno vi entra al tempo $t = t' = 0$. Calcolare, nei due SR, i tempi in cui la coda del treno entra in galleria, e in cui la testa del treno esce dalla galleria.
Rappresentare i risultati con dei diagrammi di Minkowski.

Risultati

65. *NB: si chiede di dimostrare che esiste un SR con certe caratteristiche, non si chiede di trovarlo!*
a) Esiste SR in cui B e C sono simultanei, $L_{min} = \sqrt{3}d$.
b) Esiste SR in cui A e B sono spazialmente coincidenti, $\Delta\tau = d/c$.
c) A e C sono separati da un intervallo di tipo luce: non esiste un SR in cui siano simultanei e neanche uno in cui siano spazialmente coincidenti.
d) Connessione causale possibile: tra A e C (solo con un segnale luminoso), tra A e B.
e) L'ordinamento cronologico di B e C può essere invertito, per esempio effettuando una TL in direzione z, con $\frac{1}{2} < \beta < 1$.

66. $t_B = \frac{8a}{3c}$, per x_C ci sono due soluzioni accettabili: $x_C = \frac{2}{3}a$ e $x_C = \frac{10}{3}a$.

67. $\alpha = 60°$; b) $u' = 0.76\,c$.

68. a) $v = c/6$; b) $u'_x = -c/6$, $u'_y = c/6$, $u'_z = 0$, $u' = c\sqrt{2}/6$

69. $U^\mu_A = \left(\sqrt{3}c,\ \frac{2}{\sqrt{3}}c,\ \frac{c}{\sqrt{3}},\ \frac{c}{\sqrt{3}}\right)$, $U'^\mu_A = \left(\frac{5}{3}c,\ \frac{2}{\sqrt{3}}c,\ -\frac{c}{3},\ \frac{c}{\sqrt{3}}\right)$

70. *Suggerimento: scegliere gli assi cartesiani in modo che l'asse x sia parallelo ad una delle due velocità. In altre parole, siano $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$ e $\vec{v} = (v, 0, 0)$ le due velocità da "sommare" e sia $\vec{u}'$ la velocità risultante, calcolare $1 - u'^2/c^2$ e dimostrare che è sempre positivo.*

71. $L' = \frac{7}{5}L = 14$ m.

72. Secondo K: la coda del treno entra in galleria al tempo $t_1 = \frac{L_0}{\gamma v}$, la testa esce al tempo $t_2 = \frac{L_0}{v}$.
Secondo K': la coda del treno entra in galleria al tempo $t'_1 = \frac{L_0}{v}$, la testa esce al tempo $t'_2 = \frac{L_0}{\gamma v}$.
Notare che i due eventi sono cronologicamente invertiti nei due SR.