# Tutoraggio di Fisica 3

**2025 – Corso A – 3**

---

**17** Il campo magnetico in una regione di spazio ha la seguente espressione (lo spazio è misurato in m, il tempo in s):

$$\mathbf{B}(x,y,z,t) = 2\cdot 10^{-6}(\mathbf{u}_x + 2\mathbf{u_y})\cos\Big((2x-y+2z)\cdot 10^{-3} - 6\cdot 10^5\ t\Big)\ \mathrm{T}\ .$$

(a) Dimostrare che si tratta di un'onda; calcolarne la velocità di propagazione, la lunghezza d'onda e la frequenza.

(b) Assumendo che $\mathbf{B}$ sia il campo magnetico di un'onda e.m., calcolare il campo elettrico ed il vettore di Poynting; specificare lo stato di polarizzazione.

(c) Calcolare l'intensità media dell'onda.

**18** Un'onda radio piana di frequenza $\nu = 500$ kHz si propaga nell'acqua ($n \simeq 9$) parallelamente all'asse $z$ ed è polarizzata linearmente con il campo elettrico parallelo all'asse $x$; la potenza media trasmessa per unità di superficie è 30 W/m$^2$.

(a) Qual è la lunghezza d'onda ?

(b) Quali sono i valori efficaci del campo elettrico e dell'induzione magnetica associati all'onda ?

**19** Un'onda elettromagnetica piana, che si propaga nel vuoto, ha il campo elettrico dato dall'espressione

$$\vec{E} = E_x \hat{u}_x \sin(kz - \omega t) + E_y \hat{u}_y \sin(kz - \omega t + \varphi)\ ,$$

con $E_x = \mathcal{E} = 60.0$ V/m.

(a) Se l'onda e.m. ha polarizzazione lineare con $\vec{E}$ parallelo al versore $\hat{n} = \frac{1}{2}\hat{u}_x + \frac{\sqrt{3}}{2}\hat{u}_y$, calcolare $E_y$ e $\varphi$ e l'intensità dell'onda (mediata nel tempo).

(b) Se l'onda e.m. ha polarizzazione circolare, calcolare $E_y$ e $\varphi$ e l'intensità dell'onda (mediata nel tempo).

(c) Se $E_y = E_x$ e $\varphi = \frac{\pi}{4}$, qual è lo stato di polarizzazione dell'onda e quanto vale la sua intensità?

**20** Un'onda elettromagnetica piana si propaga nel vuoto. Il modulo del vettore di Poynting è dato dall'espressione:

$$S = S_0 \cos^2\left(x + y + \sqrt{2}z - \omega t\right)$$

dove $S_0 = 50.0$ W/m$^2$, $x, y, z$ sono misurati in metri, $t$ in secondi.

(a) Calcolare il vettore d'onda e la frequenza dell'onda

(b) Scrivere le espressioni dei campi elettrico e magnetico sapendo che $\vec{E}$ è parallelo al vettore $\hat{u}_x - \hat{u}_y$ (usare il valore approssimato $c = 3\cdot 10^8$ m/s).

**21** **Pressione di radiazione. Forza su una superficie**

Si consideri una superficie piana di area $A$ su cui incide, ad angolo $\theta$, una radiazione e.m. piana. Dimostrare che la forza agente su tale superficie, dovuta alla pressione di radiazione, è:

(a) $F_{\text{ass}} = \dfrac{I}{c} A\cos\theta$, nel caso di superficie perfettamente assorbente.

(b) $F_{\text{rifl}} = 2\dfrac{I}{c} A\cos^2\theta$, nel caso di superficie perfettamente riflettente.

Calcolare, in entrambi i casi, anche la pressione di radiazione.

Si consideri ora una superficie sferica di raggio $R$.

(c) Dimostrare che la forza agente sulla superficie sferica è

$$F_{\text{sfera}} = \pi R^2 \frac{I}{c}$$

sia nel caso di superficie perfettamente assorbente che perfettamente riflettente.

**22** Una cellula fotoelettrica con catodo di potassio è inserita in un circuito nel quale, mediante un potenziometro, si può applicare una d.d.p. V tra il catodo C e l'anodo A; l'intensità della corrente $I$ è letta con il galvanometro G. Se si illumina il catodo con la luce gialla prodotta da una lampada al sodio ($\lambda_1 = 589$ nm) si nota che il valore minimo $V_{min,1}$ per cui $I = 0$ è 0.361 V; illuminandolo con una lampada al mercurio ($\lambda_2 = 253.7$ nm), si trova $V_{min,2} = 3.146$ V. Assumendo nota la carica dell'elettrone calcolare la costante di Planck $h$, il lavoro di estrazione $L_e$ del potassio, la lunghezza d'onda massima $\lambda_0$, ovvero la frequenza minima $\nu_0$, capace di produrre effetto fotoelettrico sul potassio. Calcolare infine l'energia cinetica massima $T_{max}$ e la velocità massima $v_{max}$ con cui l'elettrone esce dal potassio nei due casi (massa dell'elettrone: $m_e = 9.109 \cdot 10^{-31}$ kg).

**23** Un fotone di energia $\epsilon = 500$ k$e$V, viene diffuso ad un angolo $\theta = 60°$ da un protone a riposo (massa $m_p = 1.673 \cdot 10^{-27}$ kg). Determinare la lunghezza d'onda del fotone finale e la velocità del protone finale (si usi l'approssimazione non relativistica).
**Facoltativo** (dopo le lezioni di Relatività!)
Ripetere il calcolo per un fotone della stessa energia ed un elettrone a riposo ($m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$ kg). Confrontare i risultati ottenuti per la velocità finale, sia per il protone che per l'elettrone, con le formule esatte (relativistiche) e con l'approssimazione non relativistica e valutare quando quest'ultima è accettabile.
(costante di Planck: $h = 6.626 \cdot 10^{-34}$ Js, 1 $e$V=$1.602 \cdot 10^{-19}$ J).

**24** Consideriamo un modello classico dell'atomo di idrogeno, in cui l'elettrone (carica $e = 1.602 \cdot 10^{-19}$ C, massa $m = 9.109 \cdot 10^{-31}$ kg) compie un'orbita circolare di raggio $r_0 = 0.53 \cdot 10^{-10}$ m attorno al protone (di massa molto maggiore). A causa dell'accelerazione a cui è sottoposto, l'elettrone emette onde e.m., la sua energia perciò diminuisce ed il raggio dell'orbita cambia.

(a) Calcolare velocità e accelerazione dell'elettrone, la sua energia totale e la potenza emessa per irraggiamento in funzione della distanza $r$ dal protone (trascurare la componente radiale della velocità).
(b) Ricavare un'equazione differenziale che determini la variazione di $r$ nel tempo.
(c) Risolvere l'equazione diferenziale trovata, con la condizione iniziale $r(0) = r_0$.
(d) Calcolare in quanto tempo il raggio dell'orbita dell'elettrone si annulla.
(e) Quale conseguenza possiamo ricavare da questo risultato?

**Risultati**

**17.** (a) $v = 2 \cdot 10^8$ m/s, $\lambda = 2.09$ km, $\nu = 9.55 \cdot 10^4$ Hz; (b) posto $\alpha = (2x - y + 2z) \cdot 10^{-3} - 6 \cdot 10^5\, t$: $\mathbf{E} = 894 \left(\frac{4}{3\sqrt{5}}\mathbf{u}_x - \frac{2}{3\sqrt{5}}\mathbf{u}_y - \frac{5}{3\sqrt{5}}\mathbf{u}_z\right) \cos\alpha$ V/m, $\mathbf{S} = 3.18 \cdot 10^3 \left(\frac{2}{3}\mathbf{u}_x - \frac{1}{3}\mathbf{u}_y + \frac{2}{3}\mathbf{u}_z\right) \cos^2\alpha$ W/m$^2$; polarizzazione lineare; (c) $\bar{I} = 1.59 \cdot 10^3$ W/m$^2$.

**18.** (a) $\lambda = 66.6$ m , (b) $E_{\text{eff}} = \sqrt{\mu_0 v \bar{I}} = 35.4$ V/m , $B_{\text{eff}} = \frac{E_{\text{eff}}}{v} = 1.06 \cdot 10^{-6}$ T

**19.** a) $\varphi = 0$, $E_y = \sqrt{3}\mathcal{E} = 103.9$ V/m, $I = 2\varepsilon_0 c\mathcal{E}^2 = 19.1$ W/m$^2$; b) $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$, $E_y = \mathcal{E} = 60.0$ V/m, $I = \varepsilon_0 c\mathcal{E}^2 = 9.6$ W/m$^2$; c) polarizzazione ellittica (gli assi dell'ellisse sono sulle rette $y = \pm x$), $I = \varepsilon_0 c\mathcal{E}^2 = 9.6$ W/m$^2$.

**20.** a) $\vec{k} = (\hat{u}_x + \hat{u}_y + \sqrt{2}\hat{u}_z)$ rad/m, $\omega = 6 \cdot 10^8$ rad/s, $\nu = 9.55 \cdot 10^7$ Hz;
b) $E_0 = \sqrt{S_0/(\varepsilon_0 c)} = 137.2$ V/m, $\vec{E} = 97.0(\hat{u}_x - \hat{u}_y) \cos\left(x + y + \sqrt{2}z - 6 \cdot 10^8 t\right)$ V/m,
$\vec{B} = 2.29 \cdot 10^{-7}(\hat{u}_x + \hat{u}_y - \sqrt{2}\hat{u}_z) \cos\left(x + y + \sqrt{2}z - 6 \cdot 10^8 t\right)$ T.

**21.** *Vedere la guida alla soluzione*

**22.** $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ Js, $L_e = 2.8 \cdot 10^{-19}\,\text{J} = 1.7\,e\text{V}$
$\nu_0 = 4.22 \cdot 10^{14}$ Hz, $\lambda_0 = c/\nu_0 = 0.71\mu$m.
$T_{max,1} = 5.78 \cdot 10^{-20}$ J, $v_{max,1} = 3.56 \cdot 10^5$ m/s
$T_{max,2} = 5.04 \cdot 10^{-19}$ J, $v_{max,2} = 1.05 \cdot 10^6$ m/s

**23.** Per il protone: $\lambda' = 2.48 \cdot 10^{-12}$ m, $v_f = 1.6 \cdot 10^5$ m/s.
Per l'elettrone: $\lambda' = 3.69 \cdot 10^{-12}$ m, (calcolo relativistico) $v_f = 1.96 \cdot 10^8$ m/s

**24.** Posto, per comodità, $\kappa = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}$ : a) $v = \sqrt{\frac{\kappa}{mr}}$, $a = \frac{v^2}{r} = \frac{\kappa}{mr^2}$, $U(r) = -\frac{\kappa}{2r}$, $P(r) = \frac{2\kappa^3}{3c^3m^2r^4}$; b) $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}U}\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = -\frac{4\kappa^2}{3c^3m^2r^2}$; c) $r(t) = \sqrt[3]{r_0^3 - \frac{4\kappa^2}{c^3m^2}t}$; d) $t_0 = \frac{r_0^3 m^2 c^3}{4\kappa^2} = 1.56 \cdot 10^{-11}$ s.