Esercizio 6

La frequenza ν_0 di soglia per effetto fotoelettrico in sodio è di circa $\nu_0 \simeq 4.4 \cdot 10^{14} s^{-1}$. Calcolare il lavoro di estrazione L_e del sodio.

Soluzione

La frequenza di soglia ν_0 è quella corrispondente a $\Delta V_0 = 0$. Dalla relazione $E_{cm} = -e\Delta V_0 = h\nu - L_e$ si ricava:

$$L_e = h\nu \simeq 6.63 \cdot 10^{-34} Js \cdot 4.4 \cdot 10^{14} s^{-1} = 2.9 \cdot 10^{-19} J$$

Ovvero in elettronvolt (eV):

$$L_e = \frac{2.9 \cdot 10^{-19} J}{1.6 \cdot 10^{-19} J/eV} \simeq 1.8\ eV.$$

Esercizio 7

Ad un metro di distanza da una sorgente isotropa da 1 W di luce gialla ($\lambda = 0.59$ μm) è posto uno schermo. Quanti sono i fotoni per unità di area e per unità di tempo che arrivano sullo schermo?

Soluzione

L'intansità luminosa che incide sullo schermo è:

$$I = 1W/4\pi m^2 \simeq 8 \cdot 10^{-2} W/m^2.$$

La radiazione ha frequenza:

$$\nu = c/\lambda = (3 \cdot 10^8 m/s)/(0.59 \cdot 10^{-6} m) \simeq 5.1 \cdot 10^{14} s^{-1}.$$

Dunque l'energia di ciascun fotone è:

$$h\nu = 6.63 \cdot 10^{-34} Js \cdot 5.1 \cdot 10^{14} s^{-1} = 3.4 \cdot 10{-}19 J.$$

Il numero di fotoni per unità di tempo e per unità di area è dunque

$$n = \frac{I}{h\nu} = \frac{8 \cdot 10^{-2} W/m^2}{3.4 \cdot 10{-}19 J} \simeq 2.4 \cdot 10^{17} fotoni/m^2 s.$$

A dispetto della intensità molto debole, il numero di fotoni è molto elevato.

Esercizio 8

Nel 1916, R. Millikan studiando l'effetto fotoelettrico dalla superficie del sodio ottenne i dati della seguente tabella (ν è la frequenza della luce, V_0 è il potenziale di arresto):

$\nu[10^{14}\,s^{-1}]$	5.49	6.92	7.41	8.22	9.60	11.83
$V_0[V]$	0.47	1.02	1.20	1.60	2.13	3.02

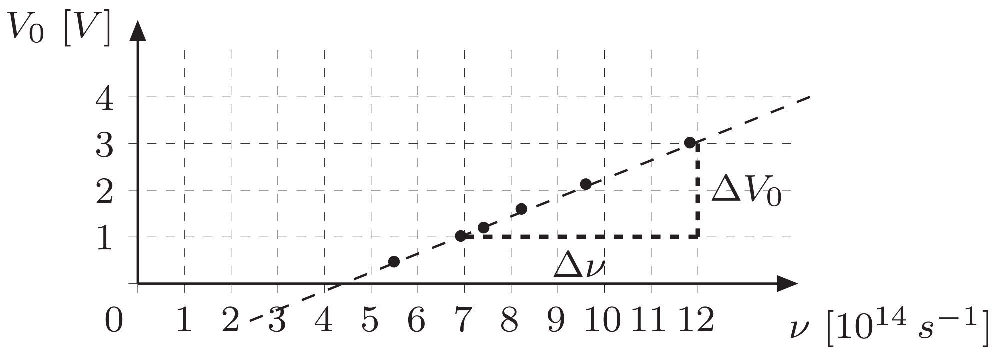
Determinare:

a) il valore della costante di Plank h,

b) il lavoro di estrazione del sodio.

Soluzione

Disegnamo i punti su un grafico:



I punti sono ben interpolati da una retta di equazione

$$V_0 = a\,(\nu - \nu_0).$$

I valori di a e ν_0 possono essere trovati graficamente:

- ν_0 è l'intercetta della retta tratteggiata con l'asse delle ascisse e vale circa:

$$\nu_0 \sim 4.4 \cdot 10^{14}\,s^{-1}.$$

- a è la pendenza della retta, cioè il rapporto

$$a = \frac{\Delta V_0}{\Delta\nu} \sim \frac{2\,V}{5\cdot 10^{14}\,s^{-1}} = 4\cdot 10^{-15}\,V\,s.$$

Confrontiamo questa retta con la formula dell'effetto fotoelettrico

$$e\,V_0 = h\,\nu - L_e, \qquad \Rightarrow \qquad V_0 = \frac{h}{e}\,\nu - \frac{L_e}{e},$$

dove $e\,V_0$ è l'energia cinetica massima degli elettroni emessi, $h\,\nu$ è l'energia dei fotoni incidenti e L_e è il lavoro di estrazione. Avremo quindi:

$$a = \frac{h}{e}, \qquad \Rightarrow \qquad h = a\,e \sim (4 \cdot 10^{-15}\,V\,s)\,(1.602 \cdot 10^{-19}\,C) = 6.4 \cdot 10^{-34}\,J\,s,$$

(il valore corretto è $h = 6.626 \cdot 10^{-34}\,J\,s$),

$$a\,\nu_0 = \frac{L_e}{e} \qquad \Rightarrow \qquad L_e = a\,e\,\nu_0 = h\,\nu_0 \sim (6.4 \cdot 10^{-34}\,J\,s)\,(4.4 \cdot 10^{14}\,s^{-1}) = 2.8 \cdot 10^{-19}\,J = 1.8\,eV.$$

Esercizio 9

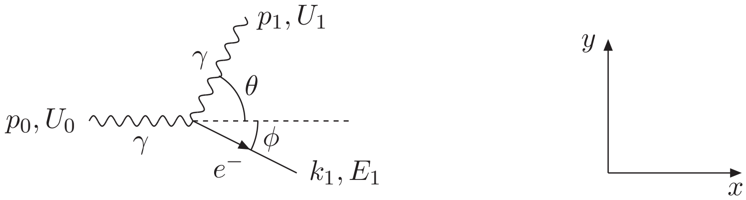
Un fotone con lunghezza d'onda $\lambda = 700$ nm (luce visibile) è diffuso ad un angolo $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ su in elettrone libero a riposo. Determinare:

a) la frazione dell'energia iniziale persa dal fotone;

b) la velocità v acquistata dall'elettrone.

Risolvere il problema anche per il caso in cui $\lambda = 0.1$ nm (raggi X).

Soluzione



La formula di Compton lega tra loro le lunghezze d'onda del fotone emesso (λ_1) e di quello incidente (λ_0) in funzione dell'angolo di diffusione θ:

$$\lambda_1 = \lambda_0 + \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta),$$

dove $h = 6.626 \cdot 10^{-34}\, J\, s$ è la costante di Planck, mentre $\lambda_c = h/(m_e c) = 2.43 \cdot 10^{-12}\, m$ è la lunghezza d'onda Compton.

Dalla formula di Compton ricaviamo la lunghezza d'onda del fotone uscente (nel caso $\theta = 90^o$):

$$\lambda_1 = \lambda_0 + \lambda_c (1 - \cos\theta) = 700 \cdot 10^{-9}\, m + (2.43 \cdot 10^{-12}\, m)(1 - \cos 90^0) = 700.00243 \cdot 10^{-9}\, m.$$

Calcoliano l'energia del fotone entrante e di quello uscente:

$$U_0 = h\,\nu_0 = \frac{h\,c}{\lambda_0} = \frac{(6.626 \cdot 10^{-34}\, J\, s)(3 \cdot 10^8\, m/s)}{(700 \cdot 10^{-9}\, m)(1.6 \cdot 10^{-19}\, J/eV)} = 1774.8214\, meV,$$

$$U_1 = h\,\nu_1 = \frac{h\,c}{\lambda_1} = \frac{(6.626 \cdot 10^{-34}\, J\, s)(3 \cdot 10^8\, m/s)}{(700.00243 \cdot 10^{-9}\, m)(1.6 \cdot 10^{-19}\, J/eV)} = 1774.8153\, meV.$$

La frazione dell'energia iniziale persa dal fotone sarà quindi data da:

$$U_0 - U_1 = 6.1 \cdot 10^{-6} eV$$

Utilizzando la conservazione dell'energia nell'urto, possiamo trovare l'energia cinetica dell'elettrone uscente:

$$K_1 = K_0 + U_0 - U_1 = U_0 - U_1 = 6.1 \cdot 10^{-6} eV$$

e di conseguenza la sua velocità:

$$v = \sqrt{\frac{2K_1}{m}} = \sqrt{\frac{2K_1}{m}\frac{c^2}{c^2}} = \sqrt{\frac{2K_1}{mc^2}c^2} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.1 \cdot 10^{-6} eV}{0.5 \cdot 10^6 eV}c^2} = 4.94 \cdot 10^{-6} c.$$

Se utilizzassimo dei raggi X ($\lambda = 0.1$ nm), la lunghezza d'onda del fotone uscente sarebbe:

$$\lambda_1 = \lambda_0 + \lambda_c\,(1 - \cos\theta) = 100 \cdot 10^{-12}\,m + (2.43 \cdot 10^{-12}\,m)(1 - \cos 90^0) = 102.43 \cdot 10^{-12}\,m.$$

Si può, quindi, calcolare l'energia del fotone entrante e di quello uscente:

$$U_0 = h\,\nu_0 = \frac{h\,c}{\lambda_0} = \frac{(6.626 \cdot 10^{-34}\,J\,s)(3 \cdot 10^8\,m/s)}{(100 \cdot 10^{-12}\,m)(1.6 \cdot 10^{-19}\,J/eV)} = 12.424\,keV,$$

$$U_1 = h\,\nu_1 = \frac{h\,c}{\lambda_1} = \frac{(6.626 \cdot 10^{-34}\,J\,s)(3 \cdot 10^8\,m/s)}{(102.43 \cdot 10^{-12}\,m)(1.6 \cdot 10^{-19}\,J/eV)} = 12.129\,keV.$$

La frazione dell'energia iniziale persa dal fotone sarà:

$$K_1 = U_0 - U_1 = 295eV.$$

Mentre la velocità dell'elettrone uscente diventa:

$$v = \sqrt{\frac{2K_1}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 295eV}{0.5 \cdot 10^6 eV}c^2} = 34.35 \cdot 10^{-3}c.$$