

Corso di Laurea in Fisica - A.A. 2020/2021

Esercizi di Fisica 2

Seconda settimana

Esercizio 2.1

In un foglio isolante piano indefinito, carico con densità superficiale uniforme $\sigma = 10^{-6} \text{ C/m}^2$, è praticato un foro circolare di raggio $R = 0.1 \text{ m}$. Sull'asse del foro, in un punto P, distante $x = R$ dal centro O del foro, è sospesa in equilibrio, tramite un filo attaccato al bordo superiore del foro, una sferetta di massa $m = 10^{-3} \text{ kg}$ e carica q . Calcolare:

- (i) il valore della carica q ;
- (ii) il lavoro necessario per spostare la sferetta, lasciata libera da P a O.
[$0.25 \cdot 10^{-6} \text{ C}$; $5.7 \cdot 10^{-4} \text{ J}$]

Esercizio 2.2

Si consideri una sfera di raggio R , con una cavità sferica di raggio $R/2$ il cui centro è posto a distanza $R/2$ dal centro della prima sfera. Tale oggetto possiede una carica distribuita uniformemente con densità volumica ρ .

- (i) Calcolare il campo elettrico \mathbf{E} sulla retta passante per i centri di sfera e cavità.

$$[\mathbf{E} = \frac{\rho R}{6\epsilon_0} \hat{\mathbf{u}}_x \text{ nella cavità; } \mathbf{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(x + \frac{(R/2)^3}{(x-R/2)^2} \right) \hat{\mathbf{u}}_x \text{ nella regione carica della sfera; } \mathbf{E} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \left(\frac{R^3}{x^2} - \frac{(R/2)^3}{(x-R/2)^2} \right) \text{sgn}(x) \hat{\mathbf{u}}_x \text{ all'esterno della sfera}]$$

Esercizio 2.3

Sia data, in una regione indefinita di spazio 2-dimensionale, la funzione $V(x, y) = ax^2 + bxy - ay^2$, dove a, b sono costanti.

- (i) Dimostrare che $V(x, y)$ può rappresentare un potenziale elettrostatico.
- (ii) Determinare il campo elettrostatico \mathbf{E} associato a V e la densità di carica $\rho(x, y)$.
[$E_x = -2ax - by$, $E_y = 2ay - bx$; $\rho = 0$]

Esercizio 2.4

Un filo di lunghezza L , posto lungo l'asse x di un sistema di riferimento cartesiano (estremità sinistra nell'origine), possiede una densità lineare di carica positiva λ uniforme. Determinare l'espressione del campo \mathbf{E} in un generico punto dell'asse y .

$$[E_x = -\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 y} \left(1 - \frac{y}{\sqrt{y^2+L^2}}\right); E_y = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 y} \frac{L}{\sqrt{y^2+L^2}}]$$

Esercizio 2.5

L'enunciato del teorema di Earnshaw è il seguente:

Un potenziale elettrostatico $V(x, y, z)$, che soddisfa l'equazione di Laplace ($\nabla^2 V = 0$), non ha né minimi né massimi locali, ma tutti i punti stazionari sono punti di sella.

Fisicamente, significa che è impossibile mantenere in equilibrio stabile una particella carica sotto l'azione di sole forze elettrostatiche.

- (i) Verificate il teorema nella configurazione di 4 particelle di uguale carica $+q$ disposte ai 4 vertici di un quadrato sul piano (x, y) , mettendo una quinta carica positiva al centro del quadrato.