Traitement du signal et Apprentissage profond ; applications industrielles

Thomas COURTAT thomas.courtat@thalesgroup.com



Master MVA 2023

Plan du cours

- Apprentissage profond
 - Rappels d'apprentissage machine et d'optimisation
 - Réseaux de neurones et Graphes de calcul
 - Apprentissage de Réseaux de neurones
 - Modèles et couches de réseaux de neurones niveau 1
 - Trucs et astuces
 - Application : reconnaissance vocale
 - Mise en oeuvre avec PyTorch

Apprentissage profond

Rappels d'apprentissage machine et d'optimisation

Un *algorithme* est une procédure qui à partir de données x dans une espace \mathcal{E}_X produit des résultats y dans un autre espace \mathcal{E}_Y :

$$A:\mathcal{E}_X\to\mathcal{E}_Y$$

Un *algorithme* est une procédure qui à partir de données x dans une espace \mathcal{E}_X produit des résultats y dans un autre espace \mathcal{E}_Y :

$$A:\mathcal{E}_X\to\mathcal{E}_Y$$

Notamment, deux types d'algorithmes:

Un *algorithme* est une procédure qui à partir de données x dans une espace \mathcal{E}_X produit des résultats y dans un autre espace \mathcal{E}_Y :

$$A:\mathcal{E}_X\to\mathcal{E}_Y$$

Notamment, deux types d'algorithmes:

- Classification sur C classes $\Rightarrow \mathcal{E}_Y$ est un ensemble discret de taille C

Un *algorithme* est une procédure qui à partir de données x dans une espace \mathcal{E}_X produit des résultats y dans un autre espace \mathcal{E}_Y :

$$A:\mathcal{E}_X\to\mathcal{E}_Y$$

Notamment, deux types d'algorithmes:

- Classification sur C classes $\Rightarrow \mathcal{E}_Y$ est un ensemble discret de taille C
 - Classification souple: \mathcal{E}_Y est l'ensemble des vecteurs de dimension C,

$$y \in \mathcal{E}_Y \Rightarrow \forall i, y_i \ge 0, \sum_i y_i = 1$$

Un *algorithme* est une procédure qui à partir de données x dans une espace \mathcal{E}_X produit des résultats y dans un autre espace \mathcal{E}_Y :

$$A:\mathcal{E}_X\to\mathcal{E}_Y$$

Notamment, deux types d'algorithmes:

- Classification sur C classes $\Rightarrow \mathcal{E}_Y$ est un ensemble discret de taille C
 - Classification souple: \mathcal{E}_Y est l'ensemble des vecteurs de dimension C,

$$y \in \mathcal{E}_Y \Rightarrow \forall i, y_i \ge 0, \sum_i y_i = 1$$

- Régression $\Rightarrow \mathcal{E}_Y$ est un \mathbb{R} espace vectoriel

Un *algorithme* est une procédure qui à partir de données x dans une espace \mathcal{E}_X produit des résultats y dans un autre espace \mathcal{E}_Y :

$$A:\mathcal{E}_X\to\mathcal{E}_Y$$

Notamment, deux types d'algorithmes:

- Classification sur C classes $\Rightarrow \mathcal{E}_Y$ est un ensemble discret de taille C
 - Classification souple: \mathcal{E}_Y est l'ensemble des vecteurs de dimension C,

$$y \in \mathcal{E}_Y \Rightarrow \forall i, y_i \ge 0, \sum_i y_i = 1$$

- Régression $\Rightarrow \mathcal{E}_Y$ est un $\mathbb R$ espace vectoriel

Un *Algorithme paramétrique* est un algorithme A_{θ} dont la procédure dépend de paramètres regroupés dans un vecteur θ .

L'apprentissage supervisé est un domaine qui permet:

L'apprentissage supervisé est un domaine qui permet:

- de choisir une certaine classe d'algorithmes A_{θ}

L'apprentissage supervisé est un domaine qui permet:

- de choisir une certaine classe d'algorithmes A_{θ}
- de régler les paramètres de θ rationnellement sur un ensemble de données d'apprentissage annotées $\{(x_i,y_i)\}$ dans une phase d'apprentissage

L'apprentissage supervisé est un domaine qui permet:

- de choisir une certaine classe d'algorithmes A_{θ}
- de régler les paramètres de θ rationnellement sur un ensemble de données d'apprentissage annotées $\{(x_i,y_i)\}$ dans une phase d'apprentissage
- une fois θ réglé et fixé à θ_* , de *prédire* les valeurs y pour de nouvelles données x, dans une *phase d'inférence*

L'apprentissage supervisé est un domaine qui permet:

- de choisir une certaine classe d'algorithmes A_{θ}
- de régler les paramètres de θ rationnellement sur un ensemble de données d'apprentissage annotées $\{(x_i,y_i)\}$ dans une phase d'apprentissage
- une fois θ réglé et fixé à θ_* , de *prédire* les valeurs y pour de nouvelles données x, dans une *phase d'inférence*

La phase d'apprentissage en général par maximisation d'une fonction d'adéquation entre les sorties de l'algorithme évalué sur les données d'apprentissage et les annotations:

$$\theta_* \in \operatorname{Argmin}_{\theta} \mathcal{L}((A_{\theta}(x_i))_i, (y_i)_i)$$

 \mathcal{L} fonction de perte, minimale si adéquation maximale.

Classifieur binaire probabiliste:

- Entrée = vecteur de dimension M,
- Sortie = vecteur stochastique de dimension 2: $A_{\theta}(x) = \begin{pmatrix} A_{\theta}(x)_0 \\ A_{\theta}(x)_1 \end{pmatrix}$, $A_{\theta}(x)_i$, i = 0, 1 est l'estimation de P(Y(X) = i|X).

Classifieur binaire probabiliste:

- Entrée = vecteur de dimension M,
- Sortie = vecteur stochastique de dimension 2: $A_{\theta}(x) = \begin{pmatrix} A_{\theta}(x)_0 \\ A_{\theta}(x)_1 \end{pmatrix}$, $A_{\theta}(x)_i$, i = 0, 1 est l'estimation de P(Y(X) = i|X).

Hypothèse:
$$\forall i, \log P(X = x | Y(X) = i) = \sum_{j} \theta_{j}^{(i)} x_{j} + \text{Cste}$$

$$\Rightarrow P(Y(X) = 0 | X = x) = \frac{\exp \sum_{j} \delta_{j} x_{j}}{1 + \exp \sum_{j} \delta_{j} x_{j}}, \ \delta_{j} = (\theta_{j}^{(0)} - \theta_{j}^{(1)})$$

Classifieur binaire probabiliste:

- Entrée = vecteur de dimension M,
- Sortie = vecteur stochastique de dimension 2: $A_{\theta}(x) = \begin{pmatrix} A_{\theta}(x)_0 \\ A_{\theta}(x)_1 \end{pmatrix}$, $A_{\theta}(x)_i$, i = 0, 1 est l'estimation de P(Y(X) = i|X).

Hypothèse:
$$\forall i, \log P(X = x | Y(X) = i) = \sum_{j} \theta_{j}^{(i)} x_{j} + \text{Cste}$$

$$\Rightarrow P(Y(X) = 0 | X = x) = \frac{\exp \sum_{j} \delta_{j} x_{j}}{1 + \exp \sum_{j} \delta_{j} x_{j}}, \, \delta_{j} = (\theta_{j}^{(0)} - \theta_{j}^{(1)})$$

Fonction de perte: - log vraisemblance des données

$$\mathcal{L}((A_{\theta}(x_i))_i, (y_i)_i) = -\sum_{i \in \text{toutes les données}} \log A_{\theta}(x_i)_{y_i}$$

Classifieur binaire probabiliste:

- Entrée = vecteur de dimension M,
- Sortie = vecteur stochastique de dimension 2: $A_{\theta}(x) = \begin{pmatrix} A_{\theta}(x)_0 \\ A_{\theta}(x)_1 \end{pmatrix}$, $A_{\theta}(x)_i$, i = 0, 1 est l'estimation de P(Y(X) = i|X).

Hypothèse:
$$\forall i, \log P(X = x | Y(X) = i) = \sum_{j} \theta_{j}^{(i)} x_{j} + \text{Cste}$$

$$\Rightarrow P(Y(X) = 0 | X = x) = \frac{\exp \sum_{j} \delta_{j} x_{j}}{1 + \exp \sum_{i} \delta_{j} x_{j}}, \, \delta_{j} = (\theta_{j}^{(0)} - \theta_{j}^{(1)})$$

Fonction de perte: - log vraisemblance des données

$$\mathcal{L}((A_{\theta}(x_i))_i, (y_i)_i) = -\sum_{i \in \text{toutes les données}} \log A_{\theta}(x_i)_{y_i}$$

Minimisation de \mathcal{L} par descente de gradient .

Descente de gradient

 $f(\theta)$ à optimiser, on construit la suite (θ_i) avec

$$\theta_{i+1} = \theta_i - \mu \frac{\partial f}{\partial \theta}(\theta_i)$$

 $\mu > 0$ est un paramètre à fixer.

 \Rightarrow Si μ bien choisi, (θ_i) converge vers un minimum local de f.

Descente de gradient

 $f(\theta)$ à optimiser, on construit la suite (θ_i) avec

$$\theta_{i+1} = \theta_i - \mu \frac{\partial f}{\partial \theta}(\theta_i)$$

.

 $\mu>0$ est un paramètre à fixer.

 \Rightarrow Si μ bien choisi, (θ_i) converge vers un minimum local de f.

Pour la régression logistique, on prend $f(\theta) = -\sum_{i \in \text{toutes les données}} \log A_{\theta}(x_i)_{y_i}$

Descente de gradient

On peut exploiter les dérivées d'ordre 2:

$$f(\theta + \delta\theta) \simeq f(\theta) + \frac{t \frac{\partial f}{\partial \theta}(\theta_i) \cdot \delta\theta + \frac{1}{2} t \delta\theta H \delta\theta}{2}$$

Si θ de dimension n H matrice de taille $n \times n$ (Hessienne), $H_{kl} = \frac{\partial^2 f}{\partial \theta_k \partial \theta_l}$ On prend

$$\theta_{i+1} = \theta_i - H^{-1} \frac{\partial f}{\partial \theta}(\theta_i)$$

Descente de gradient stochastique

Descente de gradient: $f(\theta) = -\sum_{i \in \text{toutes les données}} \log A_{\theta}(x_i)_{y_i}$ ⇒ Problématique si beaucoup de données.

Descente de gradient stochastique

Descente de gradient: $f(\theta) = -\sum_{i \in \text{toutes les données}} \log A_{\theta}(x_i)_{y_i}$ \Rightarrow Problématique si beaucoup de données.

- Pour tout i
 - Tirer (x, y) parmi les données disponibles
 - $-f_i(\theta) = -\log A_{\theta}(x)_y$
 - $-\theta_i = \theta_{i-1} \mu \frac{\partial f}{\partial \theta}(\theta_{i-1})$

Descente de gradient stochastique Version mini-batch

Version 1:

- Pour tout i
- Tirer K données (x_k, y_k) parmi les données disponibles
- $-f_i(\theta) = -\frac{1}{K} \sum_k \log A_{\theta}(x_k)_{y_k}$
- $-\theta_i = \theta_{i-1} \mu \frac{\partial f}{\partial \theta}(\theta_{i-1})$

Descente de gradient stochastique Version mini-batch

Version 1:

- Pour tout *i*
- Tirer K données (x_k, y_k) parmi les données disponibles

$$-f_i(\theta) = -\frac{1}{K} \sum_{k \in \mathcal{L}} \log A_{\theta}(x_k) y_k$$

$$-\theta_i = \theta_{i-1} - \mu \frac{\partial f}{\partial \theta}(\theta_{i-1})$$

Version 2:

- -i = 1
- Pour tout j < nombre d'itérations sur l'ensemble des données,
 - Reinitialiser les données disponibles
 - Tant qu'il reste des données disponibles
 - Tirer K données (x_k, y_k) parmi les données disponibles et les retirer

$$-f_i(\theta) = -\frac{1}{K} \sum_k \log A_{\theta}(x_k)_{y_k}$$
$$-\theta_i = \theta_{i-1} - \mu \frac{\partial f}{\partial \theta}(\theta_{i-1})$$

$$-i+=1$$
Apprentissage profond et signal

Le perceptron

Généralise la régression logistique. Classifieur souple sur C classes.

Le perceptron

Généralise la régression logistique. Classifieur souple sur C classes.

Hypothèse: $\log P(Y(X) = c | X = x) \propto S(\sum w_i^{(c)} x_i + b_i) = Q^{(c)}$ Avec S une fonction scalaire non linéaire, typiquement $S(x) = \text{sigmo\"ide}(x) = \frac{1}{1 + \exp(-x)}$.

Le perceptron

Généralise la régression logistique. Classifieur souple sur C classes.

Hypothèse:
$$\log P(Y(X) = c | X = x) \propto S(\sum w_i^{(c)} x_i + b_i) = Q^{(c)}$$

Avec S une fonction scalaire non linéaire, typiquement $S(x) = \operatorname{sigmo\"ide}(x) = \frac{1}{1 + \exp{-x}}$.

Au final,
$$P(Y(X) = c|X = x) = \operatorname{softmax}((Q^{(k)})_k)(c)$$

Le perceptron multicouches

Classifieur souple sur C classes.

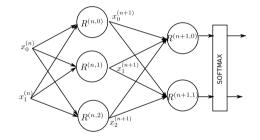
N couches

 $x^{(0)}$ =les données d'entrée.

 $x^{(n)}$ =entrées de la n-ème couches,

Couche $n \ M_n$ sorties $R^{(n,m)}(x^{(n)}) = S(\sum w_k^{(n,m)} x_k^{(n)} + b_k^{(n,m)})$

Finish: fonction softmax



Optimisation par une implémentation particulière de la descente du gradient: l'algorithme de rétro-propagation

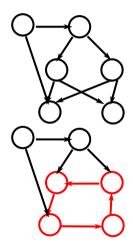
Réseaux de neurones et Graphes de calcul

Graphes

Un graphe orienté G = (V, E) est une collection discrète d'objets V appelés noeuds et un ensemble de liens ou arêtes entre ces noeuds ($E \subset V \times V$).

Un cycle de longueur n partant d est une suite finie d'arêtes $a_i = (x_i, y_i) \in E$, $y_i = x_{i+1}$ pour i < n-1 et $y_{n-1} = x_0$.

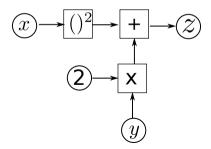
Un *graphe orienté acyclique* (Directed Acyclic Graph) est un graphe orienté qui n'induit aucun cycle.



Graphe de calcul

Un graphe alterné est un graphe dont les noeuds peuvent appartenir à deux sous-ensembles V_0 et V_1 et dont chaque arête est dans $V_0 \times V_1$. Un graphe de calcul est:

- un graphe
- orienté et acyclique
- dont les noeuds sont alternés entre données et transformations



Tenseurs

Les données d'un graphe de calcul sont des tenseurs:

Tenseurs

Les données d'un graphe de calcul sont des tenseurs:

Un tenseur T d'ordre N et de dimensions $[n_0, n_1, \cdots, n_{N-1}]$ sur un corps $\mathbb{K} (= \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C})$ est défini par ses composantes $T_{i_0, i_1, \cdots, i_{N-1}} \in \mathbb{K}$, $0 \le i_j < n_j$. Ils forment un espace vectoriel de dimension $n_0 \times n_1, \times \cdots \times n_{N-1}$

Tenseurs

Les données d'un graphe de calcul sont des tenseurs:

Un tenseur T d'ordre N et de dimensions $[n_0, n_1, \dots, n_{N-1}]$ sur un corps $\mathbb{K} (= \mathbb{R}$ ou \mathbb{C}) est défini par ses composantes $T_{i_0,i_1,\cdots,i_{N-1}} \in \mathbb{K}$, $0 \leq i_i < n_i$. Ils forment un espace vectoriel de dimension $n_0 \times n_1, \times \cdots \times n_{N-1}$

- Les tenseurs d'ordre N=0 correspondent aux scalaire (par convention)
- Les tenseurs d'ordre N=1 correspondent aux vecteurs et aux signaux
- Les tenseurs d'ordre N=2 correspondent aux matrices, aux "petits tableaux" et aux images

Si on a B tenseurs de dimensions identiques $[n_0, n_1, \cdots, n_{N-1}]$, on peut les regrouper dans un tenseur batch de dimensions

$$[B, n_0, n_1, \cdots, n_{N-1}]$$

Images: [B, W, H], Signaux: [B, T]

Tenseurs Canaux





Couramment une image $W \times H$ est représentée par un tenseur d'ordre 3, de dimensions [C, W, H] avec C le nombre de *canaux* (exemple: canaux Red / Green / Blue).

De même un signal de durée T (1D) est représenté par un tenseur d'ordre 2, de dimensions [C,T] avec C le nombre de canaux (exemple: son stéréo).

Images: [B, C, W, H], Signaux: [B, C, T]

On définit les opérations élémentaires op +, /, \times entre deux tenseurs de même dimensions par

$$(S \text{ op } T)i_0, i_1, \cdots, i_{N-1} = S_{i_0, i_1, \cdots, i_{N-1}} \text{ op } T_{i_0, i_1, \cdots, i_{N-1}}$$

On définit les opérations élémentaires op +, /, \times entre deux tenseurs de même dimensions par

$$(S \text{ op } T)i_0, i_1, \cdots, i_{N-1} = S_{i_0, i_1, \cdots, i_{N-1}} \text{ op } T_{i_0, i_1, \cdots, i_{N-1}}$$

De même si f est une fonction de $\mathbb{K} \to \mathbb{K}$, on prolonge f aux tenseurs par:

$$(f(T))_{i_0,i_1,\cdots,i_{N-1}} = f(T_{i_0,i_1,\cdots,i_{N-1}})$$

On définit les opérations élémentaires op $+,/,\times$ entre deux tenseurs de même dimensions par

$$(S \text{ op } T)i_0, i_1, \cdots, i_{N-1} = S_{i_0, i_1, \cdots, i_{N-1}} \text{ op } T_{i_0, i_1, \cdots, i_{N-1}}$$

De même si f est une fonction de $\mathbb{K} \to \mathbb{K}$, on prolonge f aux tenseurs par:

$$(f(T))_{i_0,i_1,\cdots,i_{N-1}} = f(T_{i_0,i_1,\cdots,i_{N-1}})$$

Les opérations linéaires de l'espace des tenseurs de dimensions données vers un autre espace de tenseurs est un espace vectoriel de dimension le produit de celles des espaces considérés.

Concaténation:

Si T_0 de dimensions $[n_0,n_1,\cdots n_{N-2},n_{0,N-1}]$ et T_1 de dimensions $[n_0,n_1,\cdots n_{N-2},n_{1,N-1}]$ alors on définit la concaténation de T_0 et T_1 le long de la dimension N-1 par $\mathrm{cat}(T_0,T_1|N-1)$ est le tenseur de dimensions $[n_0,n_1,\cdots n_{N-2},n_{0,N-1}+n_{1,N-1}]$ tel que

$$\operatorname{cat}(T_0, T_1|N-1)_{i_0, \cdots, i_{N-1}} = (T_0)_{i_0, \cdots, i_{N-1}} \quad \text{si} \quad i_{N-1} < n_{0,N-1}$$

$$\operatorname{cat}(T_0, T_1|N-1)_{i_0, \cdots, i_{N-1}} = (T_1)_{i_0, \cdots, i_{N-1} - n_{0,N-1}} \quad \text{sinon}$$

Réduction:

Une opération de réduction selon la dimension N-1 est une fonction qui à un tenseur T de dimensions $[n_0, n_1, \cdots, n_{N-1}]$ associe un tenseur d'ordre N-1 et de dimensions $[n_0, n_1, \cdots, n_{N-2}]$

Réduction:

Une opération de réduction selon la dimension N-1 est une fonction qui à un tenseur T de dimensions $[n_0, n_1, \cdots, n_{N-1}]$ associe un tenseur d'ordre N-1 et de dimensions $[n_0, n_1, \cdots, n_{N-2}]$

Par exemple:

somme
$$(T|N-1)_{i_0,\dots,i_{N-2}} = \sum_{0 \le j < n_{N-1}} T_{i_0,\dots,i_{N-2},j}$$

Apprentissage de Réseaux de neurones

Réseau de neurones

Un graphe de calcul paramétrique est un graphe de calculs dont tout ou partie des transformations dépend d'un ensemble de paramètres θ .

Réseau de neurones

Un graphe de calcul paramétrique est un graphe de calculs dont tout ou partie des transformations dépend d'un ensemble de paramètres θ .

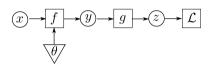
Un réseau de neurones est un graphe de calcul paramétrique dont tout ou partie des transformations est non-linéaires

Pour régler les paramètres libres θ d'un réseau de neurones, on utilise une variation de la descente du gradient tirant partie de la structure de graphe de calcul pour calculer efficacement le gradient.

Nota: ici gradient = application linéaire tangente

Cas 1: Gradient par rapport à θ de

$$l(x,\theta) = \mathcal{L}(h(g(f(x|\theta))))$$



Cas 1: Gradient par rapport à θ de

$$l(x, \theta) = \mathcal{L}(h(g(f(x|\theta))))$$

$$\begin{array}{c}
x \longrightarrow f \longrightarrow y \longrightarrow g \longrightarrow z \longrightarrow \mathcal{L} \\
\theta \nearrow \\
\end{array}$$

$$\begin{split} f(x|\theta+\delta\theta) &= f(x|\theta) + \frac{\partial f}{\partial \theta}(x,\theta)\delta\theta + o(\delta\theta) \\ g(f(x|\theta+\delta\theta)) &= g(f(x|\theta)) + \frac{\partial g}{\partial X}(f(x,\theta)) \circ \frac{\partial f}{\partial \theta}(x,\theta)\delta\theta + o(\delta\theta) \end{split}$$

Cas 1: Gradient par rapport à θ de

$$l(x,\theta) = \mathcal{L}(h(g(f(x|\theta))))$$

$$f(x|\theta + \delta\theta) = f(x|\theta) + \frac{\partial f}{\partial \theta}(x,\theta)\delta\theta + o(\delta\theta)$$

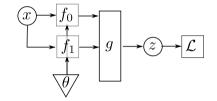
$$g(f(x|\theta + \delta\theta)) = g(f(x|\theta)) + \frac{\partial g}{\partial X}(f(x,\theta)) \circ \frac{\partial f}{\partial \theta}(x,\theta)\delta\theta + o(\delta\theta)$$

$$l(x, \theta + \delta\theta) = l(x, \theta) + \underbrace{\frac{d\mathcal{L}}{dX}(g(f(x|\theta))) \circ \frac{\partial g}{\partial X}(f(x, \theta)) \circ \frac{\partial f}{\partial \theta}(x, \theta)}_{\beta l} \delta\theta + o(\delta\theta)$$

 $\frac{\partial i}{\partial \theta}$

Cas 2: Gradient par rapport à θ de

$$l(x, \theta) = \mathcal{L}(g(f_0(x|\theta), f_1(x|\theta)))$$



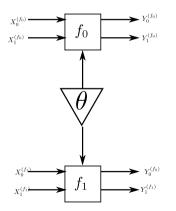
$$\begin{array}{l} l(x,\theta+\delta\theta) = \\ l(x,\theta) + \sum_{i=0}^{1} \frac{d\mathcal{L}}{dX} g(f_0(x|\theta), f_1(x|\theta)) \circ \frac{\partial g}{\partial X_i} (f_0(x,\theta), f_1(x,\theta)) \circ \frac{\partial f_i}{\partial \theta} (x,\theta) \delta\theta + o(\delta\theta) \end{array}$$

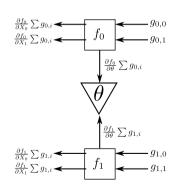
Cas 3: Gradient par rapport à θ de

$$l(x,\theta) = \mathcal{L}(g(f(x|\theta)|\theta))$$

$$\begin{split} l(x,\theta+\delta\theta) &= \\ l(x,\theta) + \frac{d\mathcal{L}}{dX}g(f(x|\theta)|\theta) \circ \left(\frac{\partial g}{\partial X}(f(x|\theta)|\theta) \circ \frac{\partial f}{\partial \theta}(x,\theta) + \frac{\partial g}{\partial \theta}(f(x|\theta)|\theta)\right)\delta\theta + o(\delta\theta) \end{split}$$

On suppose que pour toute fonction $f(X_0, X_1, \dots, X_{N-1})$ apparaissant dans le graphe de calcul on sait calculer $\frac{\partial f}{\partial X_i}$, $\forall i$. (X_i donnée ou paramètre).





Frameworks de calcul



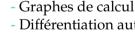












- Calcul tensoriel



Accélération matérielle





Exemples PyTorch Opération sur les tenseurs

```
#Création d'un tenseur
tenseur = torch.zeros((10,5,100)) # [10,5,100]
tenseur = torch.ones((10.5,100)) # [10.5,100]
tenseur = torch.rand((10.5.100)) # [10.5.100]
tenseur zeros = torch.zeros like(tenseur) # [10.5.100]
tenseur copy = torch.clone(tenseur)
print(f'Tenseur de dimensions {tenseur.shape} et de type {tenseur.dtype}')
# Opération élémentaires
tenseur2 = torch rand((10.5.100)) # [10.5.100]
tenseur au carre = tenseur**2 # [10.5.100]
tenseur_exp = torch.exp(tenseur) # [10,5,100]
tenseur somme = tenseur + tenseur2 # [10.5.100]
tenseur produit = tenseur * tenseur2 # [10.5.100]
# Concaténation
tenseur concatene axe0 = torch.cat([tenseur.tenseur2].axis=0) # [20.5.100]
tenseur_concatene_axe1 = torch.cat([tenseur, tenseur2],axis=1) # [10,10,100]
tenseur concatene axe2 = torch.cat([tenseur, tenseur2].axis=2) # [10.5.200]
tenseur tile = torch.tile(tenseur.dims=(2.3.4)) # [20.15.400]
```

Exemples PyTorch Opération sur les tenseurs

```
# Opérations de réduction
tenseur reduit axe0 = torch.mean(tenseur.axis=0) # [5.100]
tenseur reduit axe1 = torch.mean(tenseur,axis=1) # [10,100]
tenseur reduit axe2 = torch.mean(tenseur.axis=2) # [10.5]
tenseur_reduit_axe0_kd = torch.mean(tenseur,axis=0,keepdim=True) # [1,5,100]
#ăManipulation sur les dimensions
tenseur 21 = torch.transpose(tenseur,1,2) # [10,100,5]
tenseur flat = torch.flatten(tenseur) # [5000.]
tenseur newdim 0 = torch.unsqueeze(tenseur.dim=0) # [1.10.5.100]
tenseur newdim 1 = torch.unsqueeze(tenseur.dim=1) # [10.1.5.100]
# Slicing
tenseur partie = tenseur[0,:.:] # [5,100]
tenseur partie = tenseur[0...] # [5.100]
tenseur_partie = tenseur[0:5,:,:] # [5,5,100]
tenseur partie = tenseur[0,:,0::2] # [10.5.50]
```

Exemples PyTorch Optimisation d'un graphe de calcul - régression linéaire

```
a true = 2.0
b true = -1.0
x = torch.rand((10,)) # simulation des données
v = a true * x + b true
a = torch.zeros(1,requires grad=True) # les objets que l'on va faire converger vers les valeurs recherchées
b = torch.zeros(1.requires grad=True) # requires grad => un champs gradient est attaché à l'objet crée
for i in range(1000):
   y_est = a*x + b # je connais x, j'estime y / paramètres estimés courants
               # cette ligne crée un graphe de calcul entre x et v est mettant en jeu a et b
   loss = torch.mean((v est-v)**2) # ie calcule l'erreur entre l'estimation et les valeurs observées
   loss.backward() # je différencie la fonction de perte
               # cela entraîne la différentiation automatique de tout le graphe de calcul
               # le gradient est mis à jour dans toutes les variables du graphe / requires grad = True
   print(f'Itération {i}:')
   print(f"a: {a.item(): 4f}, b: {b.item(): 4F}, loss: {loss.item(): 4f}, grad a: {a.grad.item(): 4f}, grad b: {b.grad.item(): 4f},")
   with torch no grad(): #ie vais effectuer des opérations sur des objets attachés au graphe de calcul
                    # mais je ne veux pas que ces opérations entrent dans l'optimisation des paramètres
      a -= 0.1*a.grad # descente de gradient de pas 0.1
      b -= 0.1*b.grad
      a.grad.zero () # je remets à 0 tous les champs gradient des objets
      b.grad.zero ()
```

Modèles et couches de réseaux de neurones - niveau 1

Réprésentation objet d'un réseau de neurones

Dans les frameworks de calcul, un réseau de neurones = Modèle défini par:

- un ensemble de paramètres
- une fonction *forward* des tenseurs d'entrée \mapsto des tenseurs de sortie.
- la fonction forward alterne des opération linéaires et des opérations non linéaires

Dans certains cas simples (mais nombreux), le modèle = succession de modèles plus simples couches (layers)

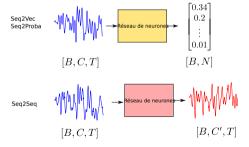
Exemples PyTorch Définition d'un réseau de neurones

```
class MonModeleQuiTorche(torch.nn.Module):
 def init (self,delta chan=4):
    torch.nn.Module. init (self)
    self.delta_chan=delta_chan
    self.learnable param = torch.nn.Parameter(torch.rand([1.delta chan.1]))
    self.not learnable param = torch.rand((1.delta chan.1))
 def forward(self,x): #x is [B,input chan,T]
    # output is [B.self.output chan.T]
    x reduced = torch.mean(x , axis = 1 , keepdim=True)
    x duplicated = torch.tile(x reduced dims = (1, self.delta chan, 1))
    v0 = self.learnable param *x duplicated
    y1 = y0+ self.not_learnable_param
    v2 = torch.abs(v1)
    v3 = torch.concat([x, v2], axis=1)
    return v3
 def call (self,x):
 # Défini dans la classe mère
    return self.forward(x)
mon modele=MonModeleQuiTorche(delta chan=4)
x = torch.rand(5.1.100)
v = mon modele(x)
z = mon modele(v)
Apprentissage profond et signal
```

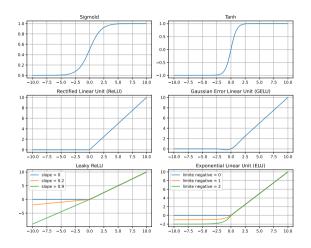
Exemples PyTorch Définition d'un réseau de neurones

Réseaux de neurones et signal

Réseau de neurones = grosse fonction. Signal = tenseur [B , C, T]



Fonctions non linéaires



⇒ Quand ils existent les paramètres des non linéarités peuvent être appris.

Couches linéaires = couches denses (=perceptron des familles)

A un tenseur X de dimensions $[B, C_{in}]$ associe Y de dimensions $[B, C_{out}]$.

Paramètres:

- les poids : tenseur d'ordre 2, W, $[C_{in}, C_{out}]$
- les biais: tenseur d'ordre 1, μ , [C_{out}]

$$\forall 0 \le b < B, \ 0 \le j < C_{\text{out}}, \quad Y_{b,j} = \sum_{i} W_{i,j} X_{b,i} + \mu_j$$

Nombre de paramètres: $C_{\text{in}} \times C_{\text{out}}(+C_{\text{out}})$

Couches linéaires appliquées à un signal

Approche pour appliquer une couche linéaire à un tenseur $[B, C_{in}, T]$:

$$[B, C_{\text{in}}, T] \rightarrow \text{flatten} \rightarrow [B, C_{\text{in}} \times T] \rightarrow [B, C_{\text{out}}]$$

Nombre de paramètres: $T \times C_{in} \times C_{out}(+C_{out})$

Couches de convolutions

Existe en trois parfums: Conv1D, Conv2D, Conv3D.

La Conv1D associe à un tenseur X de dimensions $[B, C_{in}, T_{in}]$ un tenseur Y de dimension $[B, C_{out}, T_{out}]$.

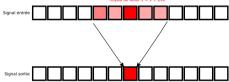
 \Rightarrow Fait "glisser" une couche dense le long de l'axe temporel.

```
Paramètre: noyaux [C_{\mathrm{out}}, C_{\mathrm{in}}, K], K = 2k+1 = \mathrm{taille} du noyau conv = torch.nn.Conv1d(in_channels=1, # entrée [B,1,T] out_channels=4, # sortie [B,4,T] kernel_size=11, # préférer les nombres impairs padding='same', # même effet que (kernel_size-1)//2 )
```

Intermzzo: champs receptif

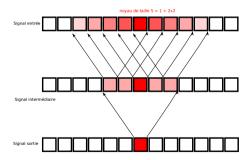
Intervalle d'échantillons dans le signal d'entrée qui ont participé au calcul d'un échantillon dans le signal de sortie.

ă Pour une convolution de noyau 5:

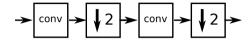


Intermzzo: champs receptif

Intervalle d'échantillons dans le signal d'entrée qui ont participé au calcul d'un échantillon dans le signal de sortie. ă Pour 2 convolutions de noyau 5:



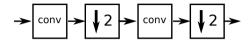
Couches de convolutions



Convolution + décimation \leftrightarrow Convolution avec un *stride* de 2

```
\label{eq:conv} \begin{split} \text{conv} = \text{torch.nn.Conv1d(in\_channels=1,} & \# \text{ entrée } [B,1,T] \\ & \text{out\_channels=4,} & \# \text{ sortie } [B,4,T'] \\ & \text{kernel\_size=11,} & \# \text{ préférer les nombres impairs} \\ & \text{stride=2,} & \# T' = T//2 \\ & \text{padding='same',} & \# \text{ idem } (\text{kernel\_size-1})//2 \\ & \text{)} \end{split}
```

Couches de convolutions



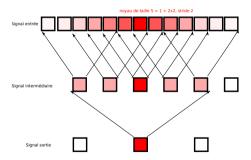
Convolution + décimation \leftrightarrow Convolution avec un *stride* de 2

```
\label{eq:conv} \begin{split} \text{conv} &= \text{torch.nn.Conv1d(in\_channels=1,} & \# \text{ entrée } [B,1,T] \\ & \text{out\_channels=4,} & \# \text{ sortie } [B,4,T'] \\ & \text{kernel\_size=11,} & \# \text{ préférer les nombres impairs} \\ & \text{stride=2,} & \# T' = T//2 \\ & \text{padding='same',} & \# \text{ idem } (\text{kernel\_size-1})//2 \\ & \text{)} \end{split}
```

Nombre de paramères: taille noyau \times $C_{\text{in}} \times C_{\text{out}}(+C_{\text{out}})$

Intermzzo: champs receptif

Intervalle d'échantillons dans le signal d'entrée qui ont participé au calcul d'un échantillon dans le signal de sortie. ă Pour 2 convolutions de noyau 5:



Convolution dilatées

D'une couche à une autre, "dilate" le noyau des convolution (ie le bourre de 0) Solution pour agrandir le champs perceptif sans décimer le signal

```
Obtain 197
Heatin 197
```

Pointwise convolutions

Convolution de noyau de taille 1 \Rightarrow Couche dense appliquée indépendamment échantillon par échantillon pointwise = torch.nn.Conv1d(in_channels=1, # entrée [B,1,T] out_channels=4, # sortie [B,4,T] kernel size=1, # préférer les nombres impairs

stride=1.

Depthwise convolutions

Une convolution indépendante sur chacun des canaux du signal d'entrée.

Convolution séparables

Cascade d'une convolution "pointwise" et d'une convolution "depthwise".

separable convolution = torch.nn.Sequential(depthwise, pointwise)

Nombre de paramètres: taille noyau $\times C_{\rm in} + C_{\rm in} \times C_{\rm out} (+2 \times C_{\rm out})$

Réseaux de neurones récurrents

Système dynamique :

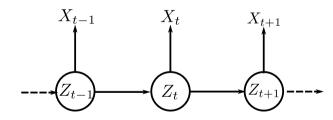
- -x = entrée
- -y =sortie ou observable
- -h =état interne ou état caché

$$h(t + dt) = F(x(t), h(t))dt$$
$$y(t) = G(h(t))$$

cf Chaînes de MArkov cachées

Modèles de Markov cachés

Un *modèle de Markov caché* est une chaîne de Markov à laquelle on ajoute pour chaque temps t une variable dite de diffusion X_t . La loi de X_t est définie conditionnellement à Z_t : $P(X_t|Z_t)$.

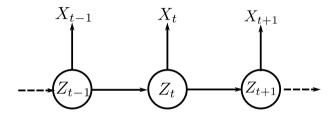


Modèles de Markov cachés - Propriétés

On a encore une propriété d'indépendance conditionnelle:

$$P(X_{t-k}, X_{t+k}|Z_t) = P(X_{t-k}|Z_t)P(X_{t+l}|Z_t) \, \forall t, k, l > 0, k \le t$$

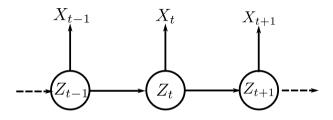
Modèles de Markov cachés - Problèmes d'inférence



On a deux problèmes d'inférence sur les modèles de Markov cachés:

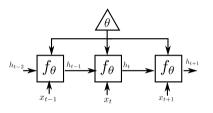
• Estimer $P(Z_t = z | x_{0:T-1}), \forall z \in \mathcal{E}, \forall t < T$

Modèles de Markov cachés - Problèmes d'inférence



On a deux problèmes d'inférence sur les modèles de Markov cachés:

- Estimer $P(Z_t = z | x_{0:T-1}), \forall z \in \mathcal{E}, \forall t < T$
- Estimer la séquence $(z_{0:T-1}^*) = \operatorname{argmax}(P(z_{0:T-1}|x_{0:T-1}))$



- Définissent un état caché h_i pour chaque échantillon x_i
- $-h_i = f(h_{i-1}, x_i, \theta)$
- Partage de θ à travers le temps

RNN vanilla: $\theta = (W, b)$ $f_{\theta}(x,h) = NL(W \cdot cat(x,h) + b)$

avec typiquement $NL = \tanh$

```
recurrent = torch.nn.RNN(input_size=6, # x is [B, T , input_size] ! Temps et canaux inversés
                  hidden size =15, # h is [B,T, hidden size]
                  batch_first=True, # pour que la première dimension soit bien le batch
                  num_layers =1, # Paramètre par défaut
                  bidirectional= False # Paramètre par défaut
x = torch.rand([10, 100, 6])
h , h_layers_end = recurrent(x)
print(h.shape) #[10 , 100 , 15]
print(h layers_end.shape)#[1,15,10]
```

```
recurrent = torch.nn.RNN(input_size=6, # x is [B, T , input_size]! Temps et canaux inversés hidden_size = 15, # h is [B, T , hidden_size] to batch_first=True, # pour que la première dimension soit bien le batch num_layers =4, # Le h de la couche n devient le x de la couche n+1 bidirectional= False # Paramètre par défaut
)
x = torch.rand([10, 100 , 6])
h , h_layers_end = recurrent(x)
print(h_shape) #(10 , 100 , 15] # la séquence des états cachés de la dernière couche
print(h_layers_end.shape)#(4,15,10] # le dernier état caché de chaque couche
```

Deux modes d'utilisation:

- Seq2Seq : $x \rightarrow h$: on garde la séquence des états cachés
- Intégrateur : $x \to h[:, -1, :]$: on garde le dernier état caché

Réseau bidirectionnel:

- On applique le réseau à la séquence \boldsymbol{x}
- On applique un réseau identique à la même séquence mais renversée dans le temps : $\tilde{x}=(x_{N-1},\cdots x_0)$
- Remarque: les poids des réseaux directs et renversés sont différents
- On concatène les résultats

```
recurrent = torch.nn.RNN(input_size=6, # x is [B, T, input_size] ! Temps et canaux inversés
hidden_size =15, # h is [B, T, hidden_size]
batch_first=True, # pour que la première dimension soit bien le batch
num_layers =4, # Le h de la couche n devient le x de la couche n+1
bidirectional= True # Paramètre par défaut
)
x = torch.rand([10, 100, 6])
h, h_layers_end = recurrent(x)
print(h shape) #[10, 100, 15*2] # les séquence des états cachés de la dernière couche en sens direct et inversé concaténés
print(h layers end shape) #(4,15,10) # le dernier état caché de chaque couche
```

Un mode d'utilisation:

- Seq2Seq: $x \rightarrow h$: on garde la séquence des états cachés

Estimer $P(Z_t = z | x_{0:T-1}), \forall z \in \mathcal{E}$

$$\gamma_{t}(z) = P(Z_{t} = z | X_{0:T-1} = x_{0:T-1}) = \frac{P(Z_{t} = z \cap X_{0:T-1} = x_{0:T-1})}{P(X_{0:T-1} = x_{0:T-1})}$$

$$\gamma_{t}(z) = \frac{1}{\Omega} P(Z_{t} = z \cap X_{0:t} = x_{0:t}) \cdot P(X_{t+1:T-1} = x_{t+1:T-1} | Z_{t} = z \cap X_{0:t} = x_{0:t})$$

$$\gamma_{t}(z) = \frac{1}{\Omega} \underbrace{P(Z_{t} = z \cap X_{0:t} = x_{0:t})}_{f_{0:t}(z)} \cdot \underbrace{P(X_{t+1:T-1} = x_{t+1:T-1} | Z_{t} = z)}_{b_{t:T-1}(z)}$$

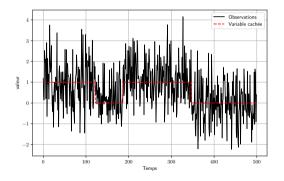
• $f_{0:t}(z)$ se calcule par récurrence:

$$\forall z, \ f_{0:t}(z) = \sum_{y} f_{0:t-1}(y) \cdot \Pi(y \to z) \cdot P(X_t = x_t | Z_t = z)$$

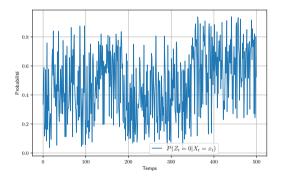
• $b_{t:T-1}(z)$ se calcule par récurrence aussi:

$$\forall z, \ b_{t:T-1}(z) = \sum_{y} b_{t+1:T-1}(y) \cdot \Pi(z \to y) \cdot P(X_{t+1} = x_{t+1} | Z_{t+1} = y)$$

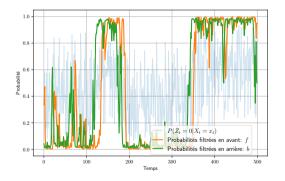
Deux états,
$$A$$
 et B , $\Pi(A \to A) = \Pi(B \to B) = 0.99$, $(Y_t|Z_t = A) \sim \mathcal{N}(0,1)$, $(Y_t|Z_t = B) \sim \mathcal{N}(1,1)$



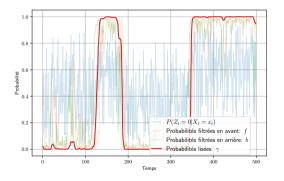
Deux états,
$$A$$
 et B , $\Pi(A \to A) = \Pi(B \to B) = 0.99$, $(Y_t | Z_t = A) \sim \mathcal{N}(0, 1)$, $(Y_t | Z_t = B) \sim \mathcal{N}(1, 1)$



Deux états,
$$A$$
 et B , $\Pi(A \to A) = \Pi(B \to B) = 0.99$, $(Y_t | Z_t = A) \sim \mathcal{N}(0, 1)$, $(Y_t | Z_t = B) \sim \mathcal{N}(1, 1)$

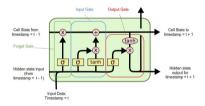


Deux états,
$$A$$
 et B , $\Pi(A \to A) = \Pi(B \to B) = 0.99$, $(Y_t | Z_t = A) \sim \mathcal{N}(0, 1)$, $(Y_t | Z_t = B) \sim \mathcal{N}(1, 1)$



Réseaux de neurones récurrents Long Short Term Memory (LSTM)

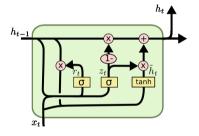
Structure élaborée de réseau récurrent pour favoriser la "circulation" de l'information à travers le temps



```
lstm = torch.nn.LSTM(input_size=4, #x is [B, T, input_size]
hidden_size=10, # h is [B, T, hidden_size]
num_layers =2, # h de la couche 0 devient le x de la couche 1 etc.
batch_first=True, # pour que la première dimension soit bien le batch
bidirectional= True # cf Algorithme forward backward
)
```

Réseaux de neurones récurrents Gated recurrent Unit (GRU)

Simplification du LSTM, limite le nombre de paramètres libres



Couches d'Attention

Popularisé en NLP par Vaswani et Al., Attention is all you need, NeurIPS 2017 .

Idée de base: transformer (x_i) en (y_i) selon:

$$y_i = \sum_i \langle x_i, x_j \rangle x_j$$

On ajoute des paramètres pour gagner en expressivité $q_i = Q(x_i)$ $k_i = K(x_i)$, $v_i = V(x_i)$ avec Q, K, V à apprendre. Puis on pose $P_i = \operatorname{softmax}((\langle q_i, k_i \rangle)_i)$ et finalement

$$y_i = \sum_i P_{ij} v_j$$

Couches d'Attention

A la base des Transformers et des LLM actuels. Mais similarités avec l'idée des Non Local Means en débruitage d'images



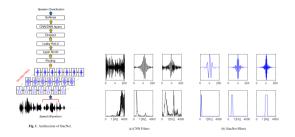
Buades A., Morel J.M., A non-local algorithm for image denoising, CVPR 2005 .

Réseaux de neurones avec injection de connaissance

⇒ On peut injecter de la connaissance "métier" dans la structure d'un réseau de neurones:

Exemple: sinc-net pour la reconnaissance de locuteur Ravanelli et Al., Speaker Recognition from raw

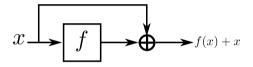
waveform with SincNet,2018



Exemple: deep-unfolding principe général qui consiste à débrayer certains paramètres dans un algorithme "classique" et de les apprendre.



Connexions résiduelles



Ajoute un "court circuit" entre les entrées et la sortie d'une couche ou d'une séquence de couches

- Lors de l'apprentissage, favorise la remontée du gradient
- Chaque couche apporte une "petite modification" des données
- Simplifie l'initialisation des paramètres de f: autour de 0

Batch normalization

Couche de normalisation: chargée de faire en sorte qu'à l'inférence, les données en entrée d'une couche soient statistiquement centrées et réduites.

Problème: ces statistiques varient avec les paramètres du réseau et elles doivent être *apprises* conjointement.

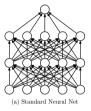
Une couche de batch normalization:

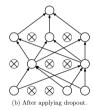
- Lors de l'entrainement: estime au fil des itérations les statistiques des données au moyen de moyennes mobiles
- Lors de l'inférence: normalise les données avec les statistiques apprises

```
\label{eq:batchnorm} \begin{array}{ll} \texttt{batchnorm} = \texttt{torch.nn.BatchNorm1d(num\_features} = 4 \ \# \ En \ entrée \ [B,4,T] \\ \texttt{momentum} = 0.1 \ \# \ intertie \ dans \ le \ calcul \\ \# de \ la \ moyenne \ mobile \ lors \ de \ l'apprentissage \\ \texttt{)} \end{array}
```

Dropout

- A l'entrainement supprimer une partie aléatoire des données en entrée ou des paramètres d'une couche
- Désactivé après l'entrainement
- Solution au surapprentissage
- \Rightarrow Surtout utilisée avant les couches très concentrées en paramètres: récurrentes, linéaires.





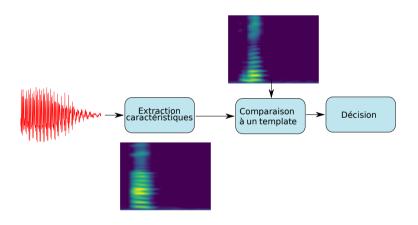
dropout = torch.nn Dropout(p=0.2) # met 20 prct des composantes du tenseur d'entrée à 0
gru = torch.nn.GRU(input_size=4, # x is [B, T, input_size]
 hidden_size =10, # h is [B, T, hidden_size]
 dropout = 0.2 # dropout sur tous les poids

Application : reconnaissance vocale

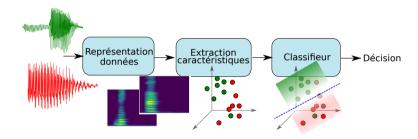
Tâches de classification en audio

- Détection de parole
- Reconnaissance de phonèmes
- Reconnaissance de mots-clef
- Reconnaissance de langue
- Reconnaissance d'émotion
- Détection de stress
- Reconnaissance d'environnement / ambiance / bruit de fond
- Reconnaissance de locuteur

Reconnaissance vocale - approches classiques



Reconnaissance vocale - approches par apprentissage



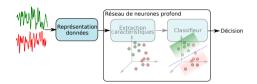
Classification de signaux

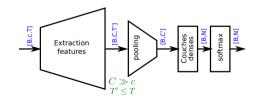
Trois étapes:

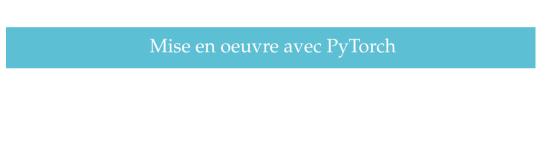
- Extraction de features temporelles
- Contraction dimension temporelle
 - Par moyenne
 - Statistiques d'ordres suppérieurs
 - Minimum, maximum etc.
 - Moyenne pondérée par attention
- Classification à proprement parler

Fonction de perte:

negative log vraisemblance (torch.nn.NLLLoss())







Gestion des données

Gestion des données

```
class MySampler(
 torch.utils.data.Sampler):
    def ___init___(self,...):
    def len (self):
       #returns number of batches
    def getitem (self,i):
       #returns list of indices in batch i
def my_collate_fn(list_of_x_y):
   #inputs: list of raw (data, label)
   # has to pack data into tensors
   # may perform data augmentation
   #returns (tensor of data, tensor of labels)
dataloader = DataLoader(dataset.
                 sampler=my_sampler,
                 collate fn=mv collate fn.
```

Entrainement

```
class metric_logger:
 def init (self,...):
 def reset metrics(self):
 def update metrics(self, batch x,batch v true,batch v pred):
    return {'metric0':....
         'metric1':...
 def log(self):
device = 'cpu' # set so 'cuda:xx' if you have a GPU, xx is GPU index
model = ...
optimizer = torch.optim.Adam(model.parameters())
n epochs=100
model.to(device)
metric logger train = metric logger(...)
metric logger valid = metric logger(...)
```

Entrainement

```
for epoch in range(n_epochs):
 metric logger train.reset()
 metric logger valid.reset()
 for batch_x,batch_y in dataloader_train:
    batch_x.to(device)
    batch v.to(device)
    optimizer.zero grad()
    batch v predicted = model(batch x)
    l = loss(batch_y_predicted, batch_y)
    metric logger train.log(batch x.batch v.batch v predicted)
    1.backward()
    optimizer.step()
 for batch x.batch v in dataloader valid:
    batch x.to(device)
    batch v.to(device)
    with torch.no grad():
       batch v predicted = model(batch x)
    metric logger valid.log(batch x,batch y,batch y predicted)
Apprentissage profond et signal
```