Zeitschrift für Physik, Bd. 133, S. 325—339 (1952).

Zur Bewegungsumkehr in quantisierten Feldtheorien*.

Von

GERHART LÜDERS, Göttingen.

(Eingegangen am 28. Mai 1952.)

Im ersten Teil wird für die Quantenelektrodynamik des Elektrons eine explizite Formulierung der Bewegungsumkehr gegeben und die Invarianz dieser Theorie gegen Bewegungsumkehr erneut gezeigt. Im zweiten Teil wird die Bewegungsumkehr für eine weitgehend beliebige quantisierte Feldtheorie axiomatisch formuliert und die Vorzeichenumkehr von Impuls und Drehimpuls aus diesen Axiomen bewiesen. Die Invarianz der Naturgesetze gegen Bewegungsumkehr würde die Kopplungsmöglichkeiten zwischen verschiedenen Feldern einschränken; ein Nichtbestehen dieser Invarianz würde nach Ansicht des Verfassers nicht notwendig thermodynamische Konsequenzen haben.

Die Frage der Invarianz der Quantentheorie gegen Bewegungsumkehr (oder „Zeitumkehr") ist kürzlich von zwei verschiedenen Fragestellungen her erneut aufgegriffen worden. Einerseits haben SCHWINGER[1] und WATANABE[2] untersucht, ob bereits aus der Forderung, daß eine Theorie invariant gegen Zeitumkehr ist, die richtigen Vertauschungsrelationen (mit Kommutatoren oder Antikommutatoren) abgeleitet werden können; andererseits hat COESTER[3] darauf hingewiesen, daß eine bereits vor längerer Zeit bemerkte Schwierigkeit[4] bei der Formulierung des Prinzips des detaillierten Gleichgewichts behoben wird, wenn man beachtet, daß für den gegenläufigen Prozeß die bewegungsinversen Zustände einzusetzen sind[5]. Das Prinzip des detaillierten Gleichgewichts wird dann zu einem auch unabhängig von der Störungsrechnung beweisbaren Satz, sofern die den Prozeß beschreibende Theorie invariant ist gegen Bewegungsumkehr.

1. Bewegungsumkehr in der Quantenelektrodynamik des Elektrons.

In diesem ersten Teil der vorliegenden Arbeit wird für die Quantenelektrodynamik des Elektrons der Übergang von einem Zustand zu dem

* Herrn Prof. H. G. MÖLLER zum 70. Geburtstag.

[1] SCHWINGER, J.: Phys. Rev. **82**, 914 (1951).

[2] WATANABE, S.: Phys. Rev. **84**, 1008 (1951).

[3] COESTER, F.: Phys. Rev. **84**, 1259 (1951).

[4] HAMILTON, J., u. H. W. PENG: Proc. Roy. Irish Acad., Sect. A **49**, 197 (1944). — HEITLER, W.: Quantum Theory of Radiation, 2. Aufl. Oxford: University Press 1944.

[5] Diese Formulierung ist gelegentlich bereits früher angegeben worden, etwa bei L. LANDAU und E. LIFSCHITZ, Quantenmechanik (russ.). Moskau: Ogiz 1948. Diesen Hinweis verdanke ich Herrn V. GLASER.

bewegungsinversen Zustand explizit durchgeführt und damit die Invarianz der Quantenelektrodynamik gegen Bewegungsumkehr erneut bewiesen. Die explizite Formulierung des Übergangs unterscheidet sich von früheren Behandlungen[1]; neue Resultate werden dabei aber naturgemäß nicht gewonnen. Vorangestellt wird eine Formulierung des physikalischen und mathematischen Problems.

a) Allgemeine Formulierung der Bewegungsumkehr.

Es liegt folgendes Problem vor: Für eine vorgegebene Quantentheorie (Quantenmechanik bzw. quantisierte Feldtheorie) soll eine Vorschrift angegeben werden, die jedem HILBERT-Vektor Ψ einen „bewegungsinversen" HILBERT-Vektor $\hat{\Psi}$ zuordnet. Dabei wird man zunächst fordern, daß bei diesem Übergang das Skalarprodukt zweier HILBERT-Vektoren wenigstens dem Betrage nach (da sich hieraus die quantentheoretischen Wahrscheinlichkeiten errechnen) erhalten bleibt. Es zeigt sich, daß sogar gefordert werden darf

$$(\Psi, \Phi) = (\hat{\Psi}, \hat{\Phi})^* \qquad [= (\hat{\Phi}, \hat{\Psi})]. \tag{1.1}$$

Weiterhin soll in Analogie zur Bewegungsumkehr in der klassischen Punktmechanik, bei der alle Geschwindigkeitsvektoren ihr Vorzeichen wechseln, gelten: geht das System, falls es sich zur Zeit t_1 im Zustand Ψ_1 befand, infolge der SCHRÖDINGER-Gleichung in den Zustand Ψ_2 zur Zeit t_2 über, so geht es, falls es sich zur Zeit t_1 im Zustand $\hat{\Psi}_2$ befand, in den Zustand $\hat{\Psi}_1$ zur Zeit t_2 über. Hierin drückt sich die Bewegungsumkehr aus; sie wird ermöglicht durch eine bestimmte Invarianzeigenschaft des HAMILTON-Operators, eben die „Invarianz gegen Bewegungsumkehr" in einem gleich in (1.2) und (1.3) zu präzisierenden Sinne. Die soeben für eine endliche Zeitdifferenz $t_2 - t_1$ formulierte Eigenschaft der Bewegungsumkehr läßt sich nämlich auch differentiell so formulieren, daß als Folge von

$$-\frac{\hbar}{i}\dot{\Psi} = H\Psi \tag{1.2}$$

gelten soll

$$+\frac{\hbar}{i}\dot{\hat{\Psi}} = H\hat{\Psi}. \tag{1.3}$$

Der HAMILTON-Operator ist dabei hier und im folgenden der Einfachheit halber als (in der SCHRÖDINGER-Darstellung) zeitlich konstant angenommen worden. Setzt man nun $\Phi(t_1) = \hat{\Psi}_2$, unterwirft $\Phi(t)$ der SCHRÖDINGER-Gleichung des Systems und beachtet (1.3), so folgt in der Tat $\Phi(t_2) = \hat{\Psi}_1$, wie oben gefordert wurde.

---

[1] WATANABE, S.: Le deuxième théorème de la thermodynamique et la mécanique ondulatoire. Paris: Hermann 1935. — WATANABE, S.: Sci. Pap. Inst. Phys. Chem. Res. **31**, 109 (1937).