

# Fisica

## Fisica

18/02/2019

Metodo Scientifico

Unità del sistema internazionale

Grandezze fisiche e la loro misurazione

Incertezza di misura

Grandezze Fondamentali

Sistemi di Unità di Misura

Sistema Internazionale

Cifre significative e Arrotondamenti

Cinematica

Legge oraria del moto

Velocità media

Velocità istantanea

Accelerazione

Accelerazione Gravitazionale

Integrale della velocità

Esercizio

22/02/2019

Esercizio: Doppio lancio verticale

Grandezze vettoriali

Velocità istantanea in più dimensioni

Accelerazione in più dimensioni

Moto circolare uniforme

25/02/2019

esercizio palla di cannone

Inerzia

Primo principio di inerzia:

Secondo principio di inerzia:

Esperimenti carrelli

Esercizio pallina da tennis

01/03/2019

Forza di gravità

Forza Peso

Piano inclinato

Forza di attrito

L'attrito statico

Attrito dinamico

04/03/2019

Esercizio: Macchina che frena(senza ABS)

Esempio della carrucola

Lavoro

Esempio: Lancio sasso in aria

Con Forza non costante:

Potenza

Potenza istantanea

Potenza media

08/03/2019

Forza conservativa

Forza Non conservativa

Scelta origine del sistema di riferimento

Energia Potenziale

Energia Cinetica

Bilancio energetico

Varie casistiche

Energia Meccanica

Esercizi:

Lancio massa  $m$  in aria, a che altezza arriva?

Per casa

## 18/02/2019

### Metodo Scientifico

#

Fenomeno di interesse e sua idealizzazione, ho grandezze fisiche per descriverlo (**unità**), osservazione e misura (**incertezze**), formulazione di ipotesi, passando dal **modello alla legge fisica**.

Attraverso quest'ultima (legge fisica) per descrivere e prevedere ed in caso **falsificare l'ipotesi**.

### Unità del sistema internazionale

#

Grandezze fisiche e la loro misurazione

Incertezza di misura

Grandezze Fondamentali

Sistemi di Unità di Misura

Sistema Internazionale

Cifre significative e Arrotondamenti

### Cinematica

#

La cinematica è la descrizione del moto degli oggetti, rappresentati da punti materiali.

**Punto materiale:** Punto con delle proprietà fisiche, privandolo dell'estensione. Lecito quanto piccolo è l'oggetto.

*(Più piccolo, più lecito).*

Esempio:

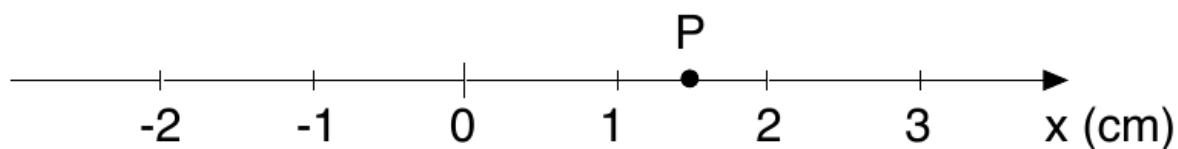
*Luna è un punto materiale con un rapporto 100 alla terra .*

## Legge oraria del moto

Scelgo un **punto**, un **verso di percorrenza** e creo il movimento del punto in **UNA dimensione**.

Un punto materiale non fa spazio ne ingombro.

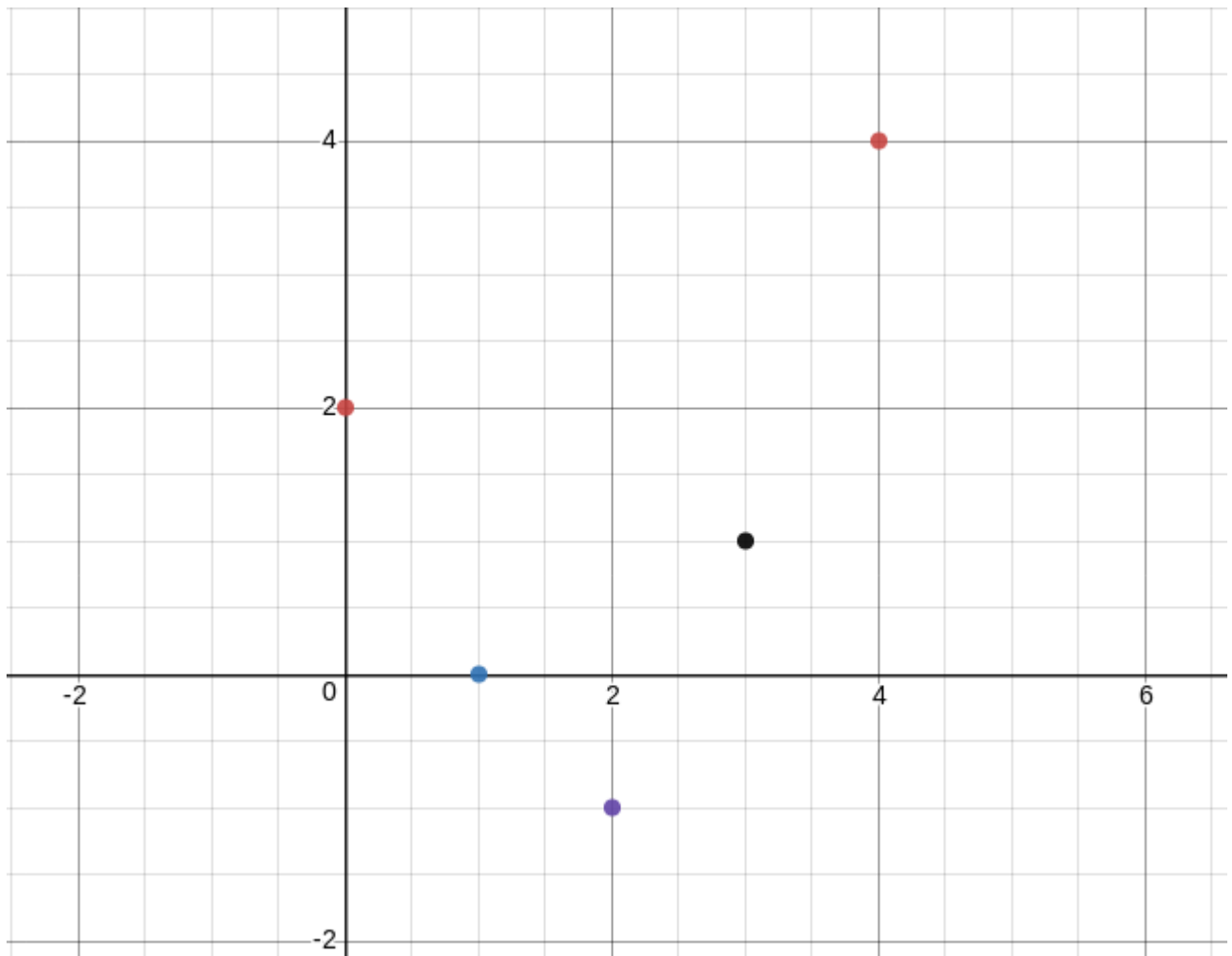
Posso assumere una unità di misura nella retta orientata (tipo centimetri).



La legge oraria posso esprimerla con una **tabella**:

$t(s)$	$s(m)$
0	2
1	0
2	-1
3	1
4	4

E disegno un **GRAFICO**:



Equazione oraria:  $s = s(t)$

**spazio** in funzione del **tempo**.

La legge oraria può variare in base alla funzione che ho su  $s(t)$

*Esempi*

$$s = A \cos(Bt)$$

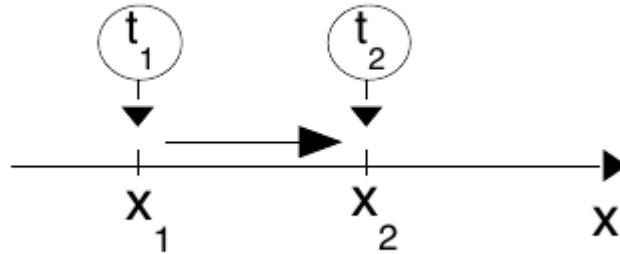
Nota bene che:

**NON** posso rimuovere la costante A, mentre posso rimuovere la costante B (se ad esempio la B vale 1), ma è consigliato tenerla in ogni caso. Senza A non posso dire di che cosa si tratta, di lunghezza, di tempo etc etc, quindi A deve essere **DEFINITA** ed avere una unità di misura.

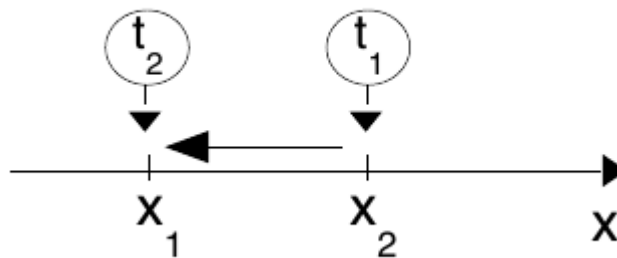
**Pulsazione:** nella **formula precedente** la pulsazione è  $\omega = B$ .

## Velocità media

Velocità positiva



Velocità negativa



Equazione:  $V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

Ovviamente ha una unità di misura

$$[v] = \frac{[s]}{[t]}$$

Le parentesi quadre indicano una equazione dimensionale, stiamo considerando l'uguaglianza del punto di vista delle **dimensioni**.

Abbiamo ovviamente una **unità di misura**

$$udm(v) = \frac{udm(s)}{udm(t)} = \frac{m}{s}$$

*può essere metri al secondo come altro(km/h...)*

Nota che è una differenza, non dipende dal sistema che abbiamo utilizzato.

utilizzando il sistema di riferimento di prima (**tabella**), abbiamo:

$$\frac{-2}{1} = -2 \frac{m}{s}$$

$$-1 \frac{m}{s}$$

$$2 \frac{m}{s}$$

$$3 \frac{m}{s}$$

**Coefficiente Angolare:** Nel grafico ho

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Nota bene che il grafico con tempo, non può avere valori che "tornano indietro nel tempo".

## Velocità istantanea

Velocità nel tempo che dipende dall'istante  $t$ .

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = v$$

anche detta

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t) - x_0}{t - t_0} = v(t)$$

Rapporto incrementale, quindi è la **derivata** nel grafico **spazio tempo**.

*Esempi:*

$$s(t) = At \implies v(t) = \frac{ds}{dt} = A$$

Essendo  $t$  Tempo,  $A$  sarà spazio tempo perchè mi fornisce un'uguaglianza = spazio, quindi deve dare spazio. Quindi  $A$  sarà la **Velocità**.

$$v(t) = A[-\sin(\omega t)]\omega = -A\omega \sin(\omega t)$$

In questo caso  $A$  è **Spazio**.

Avendo la **legge oraria della velocità**, posso ottenere la **legge oraria del moto** integrando  $v(t)$

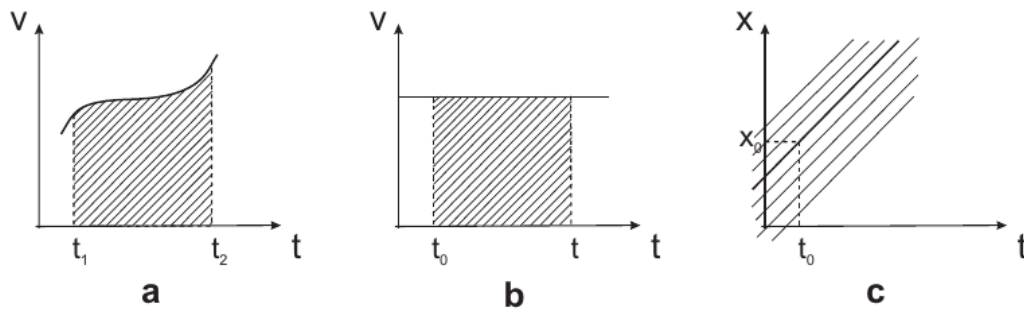


Figura 2.4: Calcolo della legge oraria, nota la velocità in funzione del tempo

$$s(t) - s_0 = \int_{t_0}^t d\tau v(\tau) \implies s(t) = s_0 + \int_{t_0}^t d\tau v(\tau)$$

quindi

$$s(t) = s_0 + \int_{t_0}^t \bar{v} d\tau = s_0 + \bar{v}(t - t_0)$$

Avendo una velocità costante ottengo

$$s(t_0) = s_0 + \bar{v}(t_0 - t_0) = s_0$$

## Accelerazione

**Variazione** della velocità nel tempo o **Derivata** della velocità nel tempo

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{v(t) - v(t_0)}{t - t_0} = a(t_0)$$

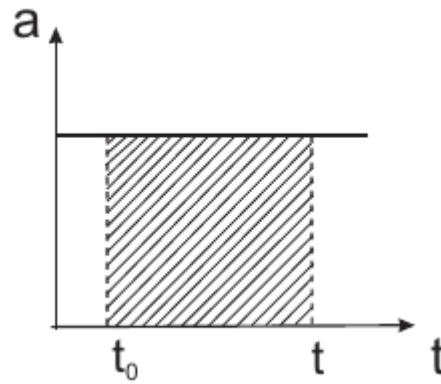
**Protip:** Controllo di avere consistenza dimensionale

$$[a] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{[s]}{[t][t]} = [s/t^2]$$

## Accelerazione Gravitazionale

L'accelerazione gravitazionale è pari a

$$g = 9,8055 \frac{m}{s^2}$$



**Punti estremanti:** Punti di massimo e di minimo, punti nei quali l'accelerazione vale ZERO, cioè la velocità è costante.

## Integrale della velocità

$$v(t) = v_0 + \int_{t_0}^t d\tau a(\tau)$$

*Nota che:*

**Integrando** accelerazione, ottengo la **velocità**.

**Integrando ancora** , ottengo lo **spazio**.

**Derivando** lo spazio, ottengo la **velocità**.

**Derivando ancora** ottengo l'**accelerazione**.

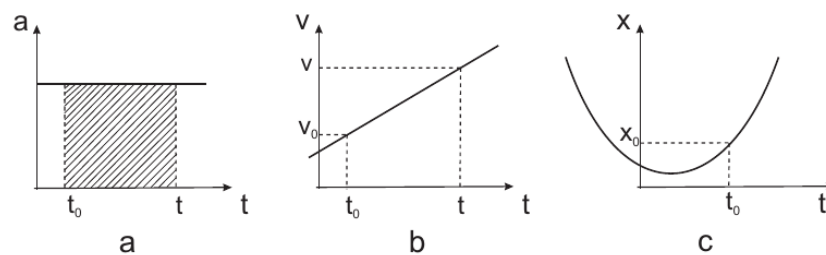


Figura 2.5: Calcolo della legge oraria per un moto uniformemente vario: (a) accelerazione, (b) velocità, (c) posizione in funzione del tempo

**Protip:**

$$F = \frac{-G \cdot m \cdot M}{r^2} = -m \cdot g \cdot r$$



l'accelerazione gravitazionale è **diversa** in base a dove mi trovo nella terra, ma di poco, quindi la **assumo** come definita prima.

## Esercizio

**Protip:** lo posso piazzare il mio asse delle  $x$ , cioè  $s(t)$  come mi pare e piace, quindi posso ottenere una  $g$  **negativa**, per avere una accelerazione **positiva**.

Un tipo tira un sasso in aria

DATI:

$$v_0 = ?$$

$$h = 4,0m$$

$$s_0 = 0, t_0 = 0$$

$$a = +g (g = -9,81m/s^2)$$

$$v(t) = v_0 > 0 + \int_0^t d\tau a(\tau) = v_0 + \int_0^t d\tau g = v_0 + gt$$

dove  $g$  è ovviamente l'accelerazione gravitazionale.

$$s(t) = s_0 + \int_{t_0}^t d\tau v(\tau) = \int_0^t d\tau (v_0 + g\tau) = v_0 t + g \frac{t^2}{2}$$

---

22/02/2019

#

Ricordiamo che l'**accelerazione** è un **differenziale** della velocità

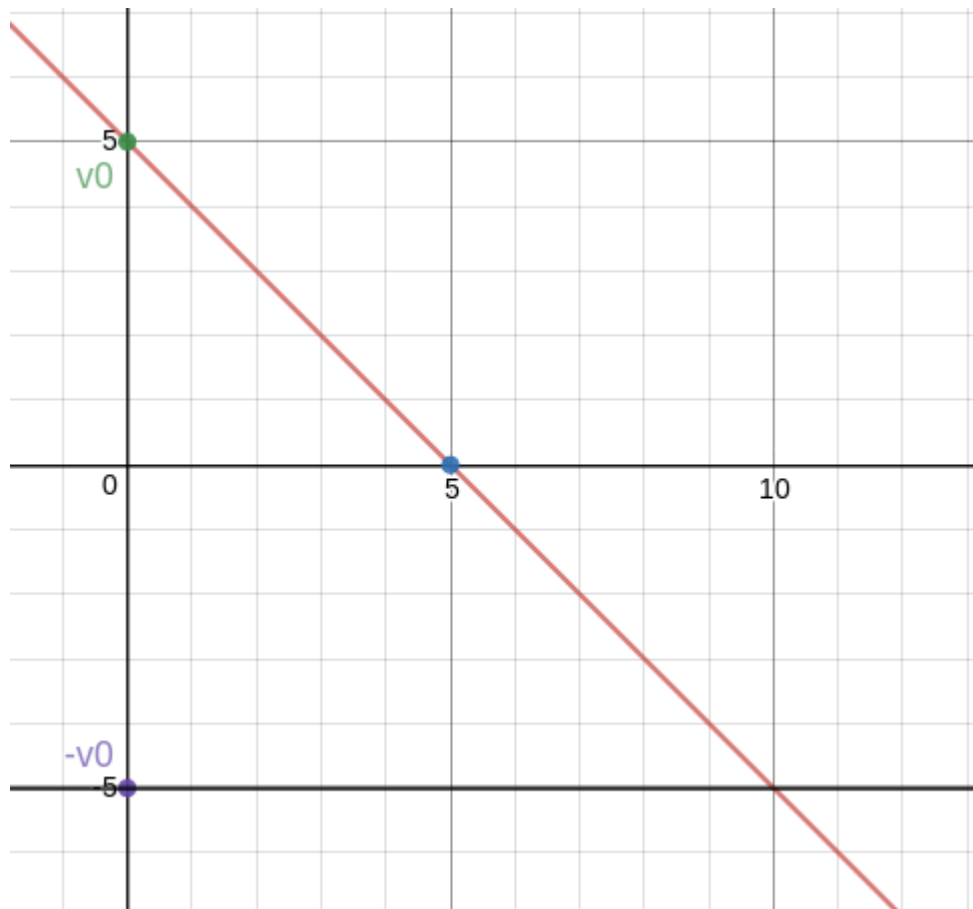
$$\frac{dv}{dt} = a$$

tornando all'esercizio precedente, otteniamo

$$\begin{cases} v(t) = v_0 + gt \\ s(t) = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

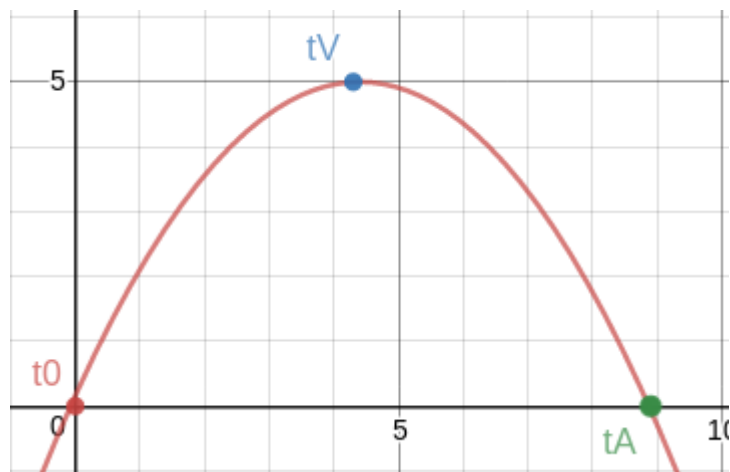
Ora nel punto in cui la velocità è zero:

$$\begin{cases} v(t) = 0 = v_0 + gt_{max} \\ s(t) = h_{max} = v_0 t_{max} + \frac{1}{2}gt_{max}^2 \end{cases}$$



Continuando:

$$\begin{cases} v_0 = -gt_{max} \\ h_{max} = -\frac{1}{2}gt_{max}^2 \end{cases} = \begin{cases} v_0 = -g\sqrt{\frac{2h_{max}}{-g}} = \sqrt{|g|^2 \frac{2h_{max}}{-g}} = \sqrt{-2gh_{max}} = 8,9m/s \\ t_{max} = \sqrt{\frac{2h_{max}}{-g}} = \sqrt{\frac{8m}{9,8m/s^2}} = \sqrt{0,816} \end{cases}$$



### Esercizio: Doppio lancio verticale

Vengono lanciati due sassi

DATI:

$$v_0 = 8,0m/s$$

$$a = g = -9,8055m/s^2$$

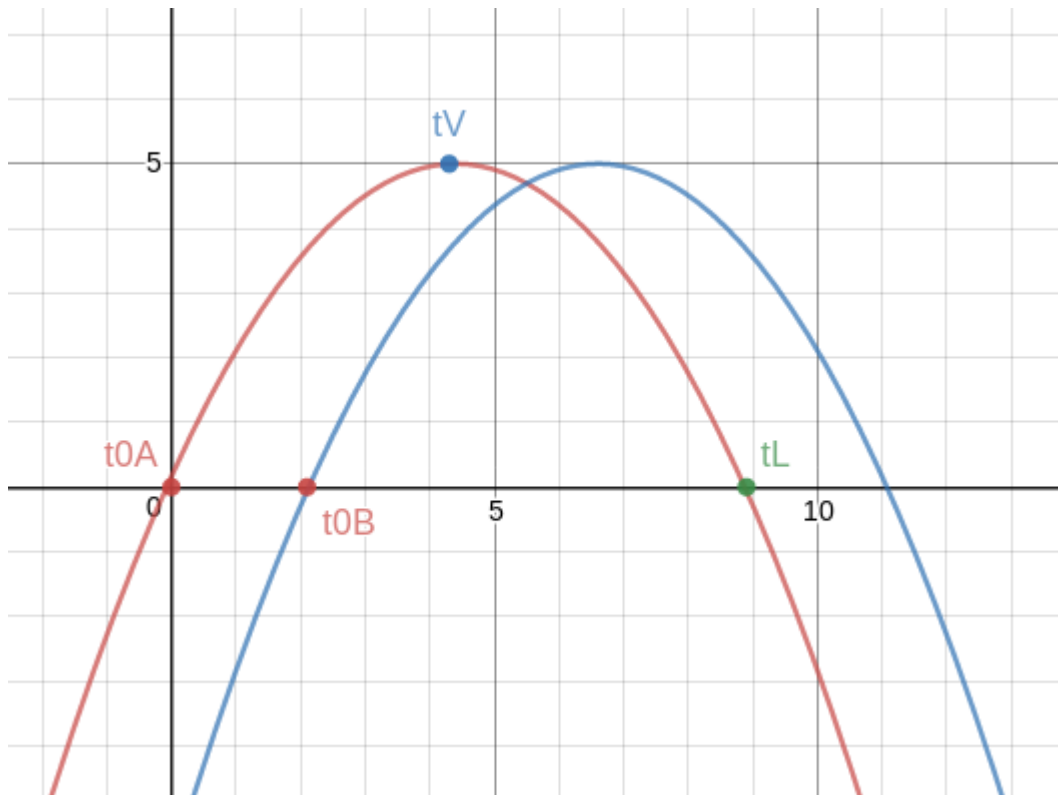
$$s_0 = 0m$$

$$t_{0A} = 0s$$

$$t_{0B} = \text{Arbitrario}$$

Si incontrano per  $s > 0$ ?

Se aspetto che il primo sasso vada a terra, **no**.



Come possiamo vedere, la possibilità che si incontrino è **nell'intersezione delle due parabole**.

1. **Primo Caso/Modo:**  $t_{0B} > t_{LA} = 2t_{max} = 2\sqrt{\frac{-2h_{max}}{g}}$

se ho che lo lancio dopo il landing dell'altro.

2. **Secondo Caso/Modo:**  $\begin{cases} s(t) = v_{0A}(t - t_{0A}) + \frac{1}{2}g(t - t_{0A})^2 \\ s(t) = v_{0B}(t - t_{0B}) + \frac{1}{2}g(t - t_{0B})^2 \end{cases}$  ottengo

$$v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 = v_0(t - t_{0B}) + \frac{1}{2}g(t - t_{0B})^2$$

Ottengo dunque che

$$0 = -v_0 t_{0B} + \frac{1}{2}gt_{0B}^2 - gt_{0B}t$$

arrivando a  $t$

$$t = \frac{\frac{1}{2}gt_{0B}^2 - v_0 t_{0B}}{gt_{0B}} = \frac{t_{0B}}{2} - \frac{v_0}{g}$$

## Grandezze vettoriali

#

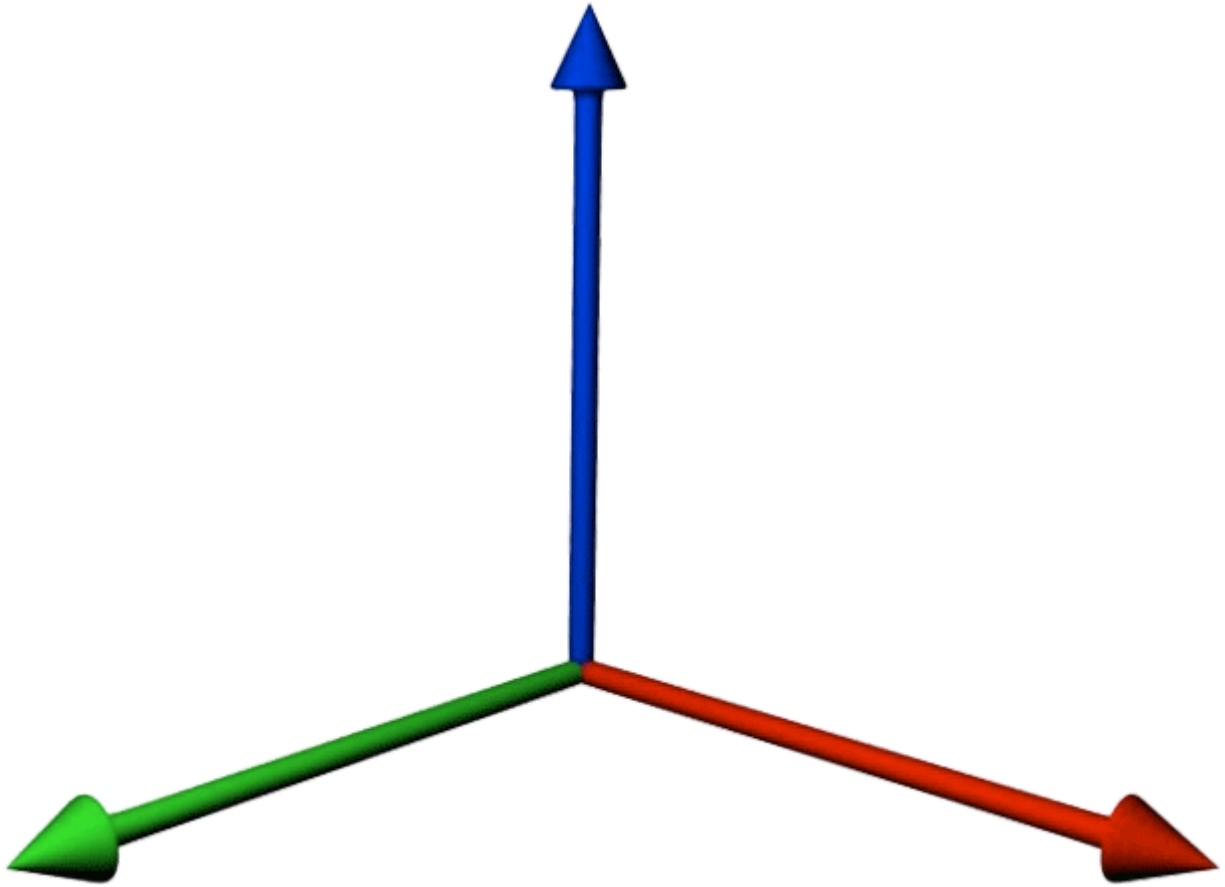
$$s \longrightarrow \vec{s}$$

$$v \longrightarrow \vec{v}$$

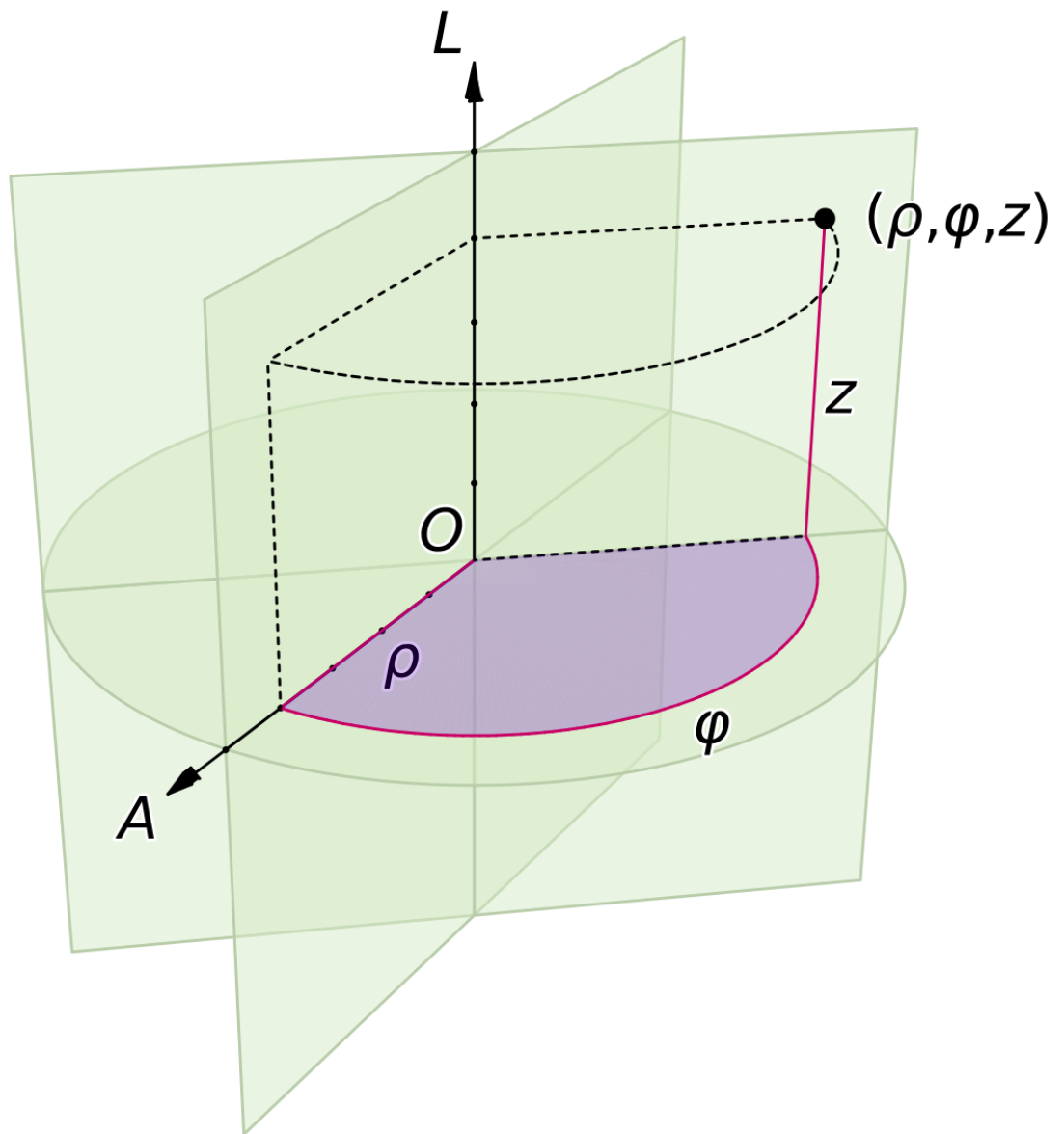
$$a \longrightarrow \vec{a}$$

Ci sono diversi tipi di **assi**

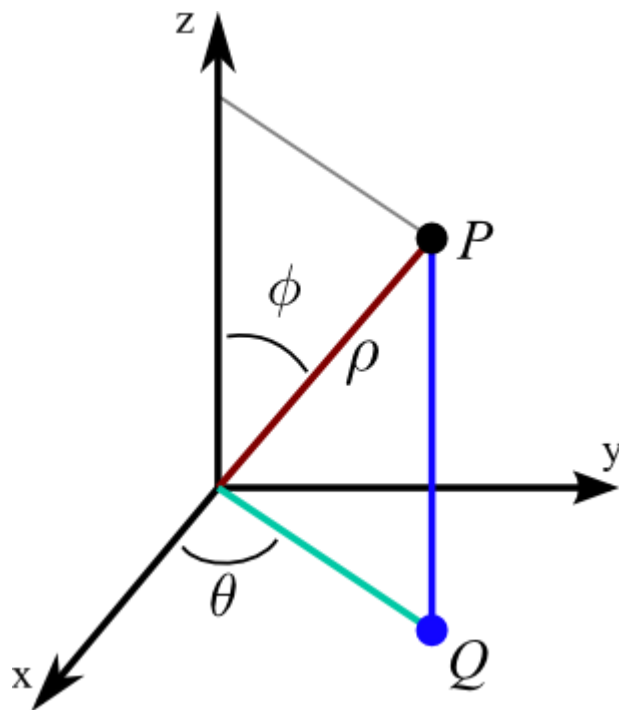
1. **Cartesiano**



2. Cilindrico (Cyl)



3. Polare



Formule (le quali non ho idea a cosa si riferiscano)

$$s \longrightarrow \Delta \vec{s} = \Delta \vec{r} = \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} = \Delta x \hat{x} + \Delta y \hat{y} + \Delta z \hat{z}$$

$$\vec{v}_M = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta x}{\Delta t} \\ \frac{\Delta y}{\Delta t} \\ \frac{\Delta z}{\Delta t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = v_x \hat{x} + v_y \hat{y} + v_z \hat{z}$$

## Velocità istantanea in più dimensioni

$$\vec{v}(t) = \lim_{t' \rightarrow t} \frac{\vec{s}(t') - \vec{s}(t)}{t' - t}$$

Al cambio di dimensioni posso avere valori in più.

La velocità, in ogni caso, è sempre tangenziale alla direzione.

## Accelerazione in più dimensioni

$$\vec{a}(t) = \lim_{t' \rightarrow t} \frac{\vec{v}(t') - \vec{v}(t)}{t' - t}$$

Prima avevo solo una variazione di velocità, qui invece ci dice che l'accelerazione c'è se la velocità in un certo istante è **diversa** dalla velocità in un altro istante. Ciò **non implica** che i due valori siano diversi. In **matematica**:

$$\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v}(t') \neq \vec{v}(t) \nRightarrow v(t') \neq v(t)$$

Possiamo avere

1. Moto rettilineo uniforme (**MRV**)
2. Moto rettilineo uniforme vario (**MRVA**)
3. Moto non rettilineo uniforme (**MNRV**)
4. Moto non rettilineo non uniforme (**MNRNV**)

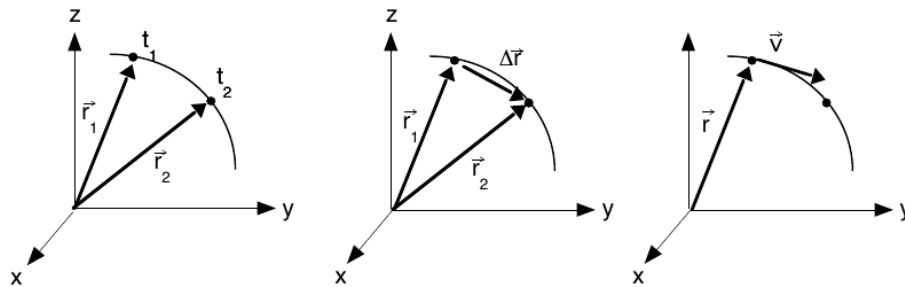


Figura 2.7: Vettori posizione del punto  $P$  agli istanti  $t_1$  e  $t_2$  (a sinistra). Vettore spostamento  $\Delta \vec{r}$  (al centro). Vettore velocità  $\vec{v}$  (a destra).

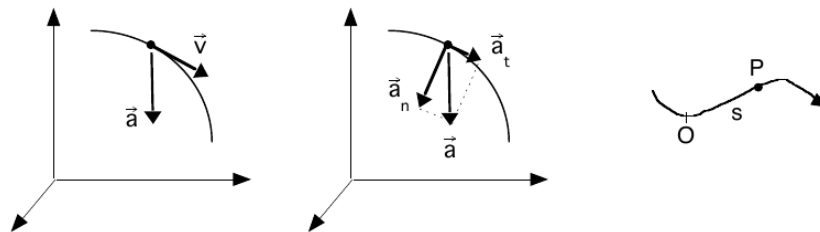


Figura 2.8: A sinistra: il vettore accelerazione è diretto verso la concavità della traiettoria. Al centro: componenti tangenziale e normale dell'accelerazione. A destra: coordinata curvilinea

## Moto circolare uniforme

#

Ha **velocità costante**, con traiettoria **circonferenza**.

$$\begin{cases} x = r \cos \phi \\ y = r \sin \phi \end{cases}$$

per trovare le coordinate.

$$r(t) = \cos t = R \Rightarrow s = R\phi$$

Perchè  $R=s_{\phi}....$  ? boh(dubbio)

Ogni punto della velocità è tangente alla circonferenza (incerto)

La velocità è il prodotto della **velocità angolare** per il raggio.

**Velocità:**

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{d(R\phi)}{dt} = R \frac{d\phi}{dt} = \omega R$$

$\omega$  è la **pulsazione**, cioè la **velocità angolare**.

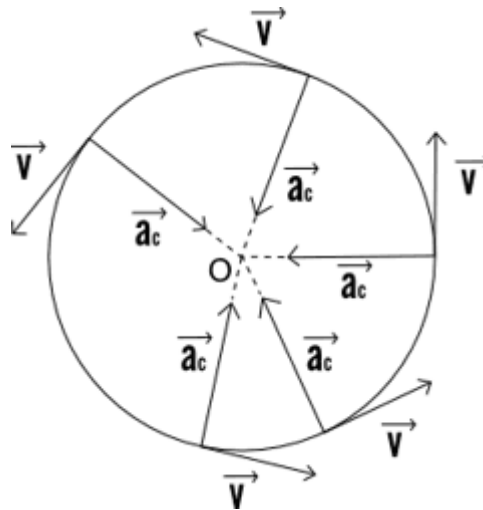
**L'accelerazione:**

$$a = \frac{dv}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = \alpha R$$

L'accelerazione è **diretta verso il centro**, cioè **accelerazione centripeta**.

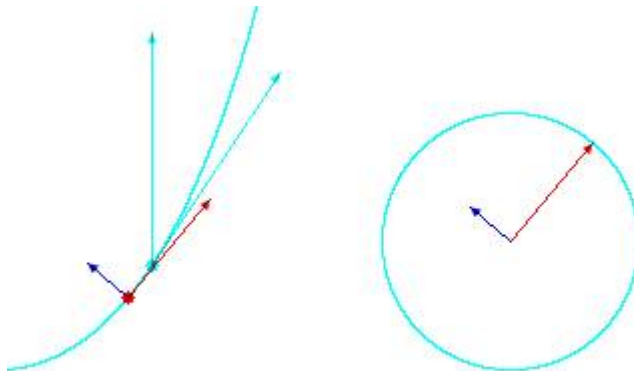
Accelerazione centripeta in un moto non circolare = **accelerazione normale**.

È normale moto, perpendicolare.



**Nota che:**

Se non ho una circonferenza, posso dire che l'**accelerazione ORTOGONALE** ci porta ad avere un'accelerazione centripeta verso una ipotetica circonferenza per la nostra curva:





$$v_x = \frac{dx}{dt} = R \frac{d \cos \phi}{dt} = -R \sin \phi \frac{d\phi}{dt}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = R \frac{d \sin \phi}{dt} = R \cos \phi \frac{d\phi}{dt}$$

Quindi ottengo che

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = R \frac{d\phi}{dt} = R\omega$$

con le **accelerazioni**

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -R \left[ \cos \phi \left( \frac{d\phi}{dt} \right)^2 + \sin \phi \left( \frac{d^2 \phi}{dt^2} \right) \right]$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = R \left[ -\sin \phi \left( \frac{d\phi}{dt} \right)^2 + \cos \phi \left( \frac{d^2 \phi}{dt^2} \right) \right]$$

**Nota bene:**  $\frac{d^2 \phi}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left[ \frac{d\phi}{dt} \right]$

dove  $\left[ \frac{d\phi}{dt} \right] = \omega$  è costante, quindi la derivata di una costante è **zero**.

## 25/02/2019

$$\omega = \cos t$$

**Velocità angolare:**  $v = \omega r$

### esercizio palla di cannone

Calcolo della traiettoria di un oggetto sparato con un cannone.

Il cannone è posizionato su  $(0, 0)$ .

$$x_0 = 0 \quad v_{0x} = v_0 \cos \phi$$

$$y_0 = 0 \quad v_{0y} = v_0 \sin \phi$$

$$\vec{v}_0 = v_{0x} \hat{x} + v_{0y} \hat{y} \iff v_0, \phi$$

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0x} t \\ y(t) = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a t^2 \end{cases} \begin{cases} x = v_{0x} t \\ y = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \begin{cases} t = \frac{x}{v_{0x}} \\ y = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} x - \frac{1}{2 v_{0x}^2} g x^2 \end{cases}$$

ottenendo

$$x = -\frac{b}{a} = \tan \phi \frac{2 v_{0x}^2}{g} = \frac{2 v_{0x} v_{0y}}{g}$$

Sottolineo che ho sostituito  $y = \tan \phi x - \frac{g}{2 v_{0x}^2} x^2 = b x + a x^2$

La componente **perpendicolare** cambia la direzione del moto.

#### Nota

Non posso dopo un po' continuare a derivare perchè ottengo

$$\vec{F} = c \cdot \vec{a}$$

derivando rimarrebbe solo  $c$ .

## Inerzia

#

### Primo principio di inerzia:

$$\vec{v} = \vec{0}$$

$$\vec{v} = \overrightarrow{\text{costante}}$$

Un corpo rimane in moto rettilineo uniforme fino a quando una forza esterna ne cambia e ferma la quiete del moto.

**Sistema di riferimento inerziale:** Sistema di sistemi di riferimento tra i quali, per passare tra di essi attraverso una **velocità costante**.

**Molto importante:** Se sono sopra un oggetto movente non posso affermare se si sta muovendo, perchè mi sto muovendo con esso.

### Secondo principio di inerzia:

#### Esperimenti carrelli

*IMMAGINE che non trovo*

avendo due carrelli che si tirano tra loro con una molla di mezzo cosa succede?

Beh se i carrelli sono uguali, ho  $\Delta v_1 = \Delta v_2$

altrimenti, se carrello 2 è 2 volte la **massa** del carrello 1 ottengo  $\Delta v_1 = 2\Delta v_2$

idem se vale 3 ottengo  $\Delta v_1 = 3\Delta v_2$

da qui otteniamo che

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Sull'es di prima ottengo

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Forza è la variazione della quantità di moto per l'unità di tempo.

La forza è l'interazione.

per l'esercizio di prima, con  $v_1$  con stessa massa di  $v_2$  abbiamo

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = -\frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

dove  $\vec{F}_1 = \frac{d\vec{p}_1}{dt}$   $\vec{F}_2 = \frac{d\vec{p}_2}{dt}$

OTTENENDO

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}_2) = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

Noi sappiamo che  $a = \frac{d\vec{v}}{dt}$

quindi abbiamo la **seconda legge della termodinamica**

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

cioè  $\vec{F} = m \cdot \vec{a} + \frac{dm}{dt}\vec{v}$

**LA MAGGIOR PARTE DELLE VOLTE**  $\frac{dm}{dt}\vec{v}$  SI PUÒ IGNORARE PERCHÈ È NULLO, vale se abbiamo tipo un razzo mandato nello spazio.

Unità di misura: **NEWTON** = kg·m/s

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$d\vec{p} = \vec{F}dt$$

per calcolare la

**forza media** dobbiamo avere l'impulso.

**Impulso:**  $\Delta\vec{p} = \int_{t_0}^t \vec{F}(\tau)d\tau$

Avendo poi

**Forza media:**  $\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$

## Esercizio pallina da tennis

Ho una pallina da tennis, la tiro contro il muro che succede?

$m = 150g$  di pallina

$$v = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$$

otteniamo

$$\vec{p}_i = 1,5 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ è sbagliato!}$$

Non ho un vettore dall'altra parte! devo mettere  $\hat{x}$

$$\vec{p}_i = 1,5 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \hat{x}$$

ottenendo

$$\begin{cases} \vec{p}_i = 1,5 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \hat{x} \\ \vec{p}_i = -1,5 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \hat{x} \end{cases}$$

il professore dovrà fornirmi in quanto tempo si stretcha. ( $\Delta t$ )

#### Principio di sovrapposizione:

Gli effetti delle forze sono equivalenti alla sovrapposizione degli effetti delle forze ( *somma* )

$$\vec{F}_{tot} = m \vec{a}_{tot}$$

$$\vec{s}(t) = \vec{s}_0 + \int_{t_0}^t d\tau \vec{v}_0(\tau) + \int_{t_0}^t d\tau + \int_{t_0}^t du \frac{\vec{F}(u)}{m} (\cancel{du} \cancel{du})$$

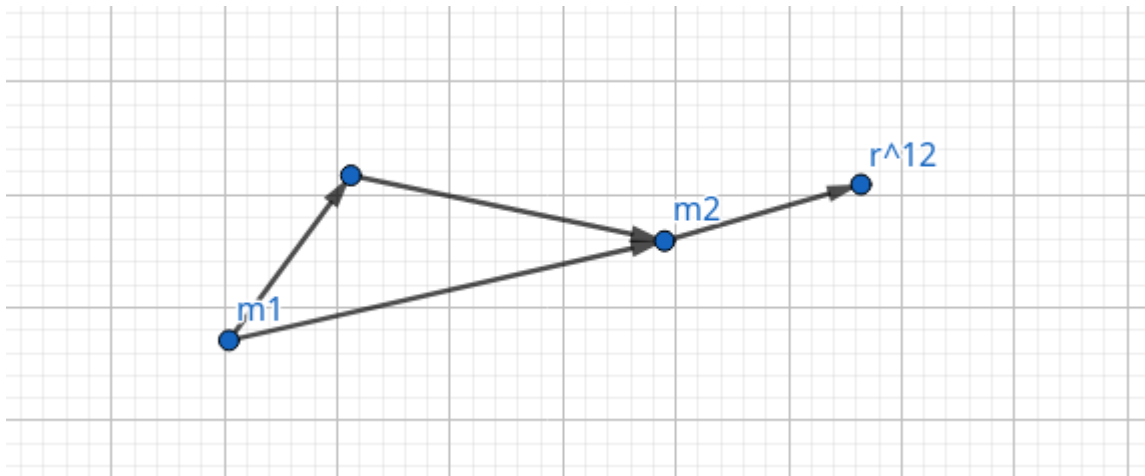
in ordine di forza crescente:

1. Forza di gravità
2. Forza debole
3. Forza elettromagnetica
4. Forza Forte

01/03/2019

Forza di gravità

#



La massa descrive **quanto intensamente** sento la gravità.

Forza che 1 esercita su 2:  $\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$

dove G è la costante di **gravitazione universale**

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

La massa  $m_1$  è influenzata dalla massa  $m_2$  e viceversa.

La gravità si propaga alla velocità della luce, ma non è istantanea, però per noi abbiamo velocità infinita.

Nota sulla elettricità:

$$\vec{F} = Kel \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12} \text{ dove } Kel = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

## Forza Peso

#

Forza con la quale descrivo il fenomeno della caduta dei gravi sulla superficie terrestre.

*Ho un palazzo alto 100 metri, butto un sasso.*

$$\vec{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \hat{r} \text{ dove } M \text{ è la massa della terra, } m \text{ è la massa del sasso. } (\vec{P} = -m\vec{g})$$

**Teorema della forza centrale:** Posso assumere che la massa sia concentrata al centro dell'oggetto, poichè le forze applicate vanno al centro.

$$\vec{F} = -G \frac{M_T m}{(R_T + h)^2} = -\frac{GM_T}{R_T^2 (1 + \frac{h}{R_T})} m$$

ora so che

$$(1 + \epsilon)^\alpha = 1 + \alpha\epsilon \text{ con } \epsilon \ll 1$$

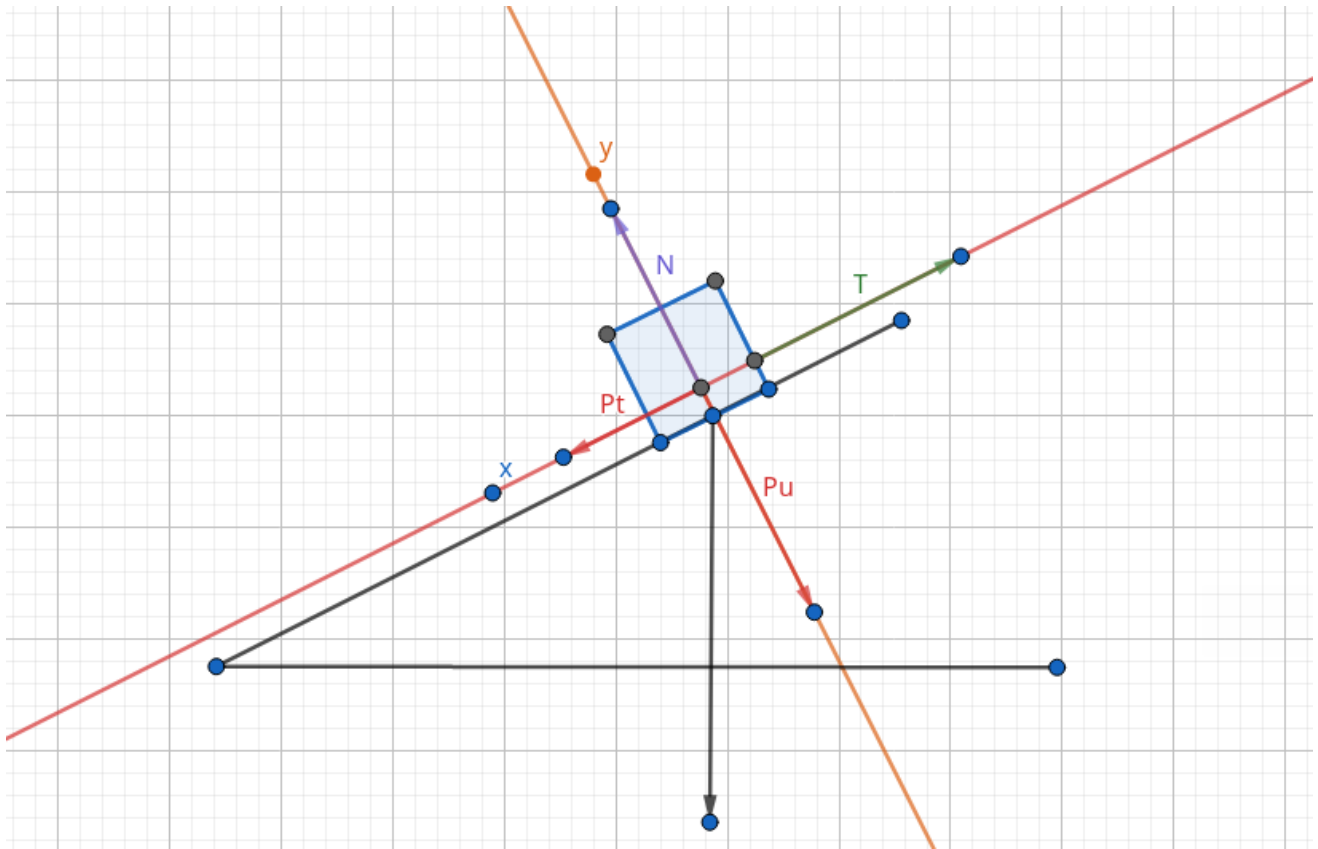
quindi

$$\frac{1}{1+\epsilon} = 1 - \epsilon$$

$$-\frac{GM_T}{R_T^2}(1+2\frac{h}{R_T})m = -\frac{GM_T}{R_T^2} \text{ perchè } (1+2\frac{h}{R_T}) \text{ è dell'ordine di } 10^{-5}$$

NO.

Se aggiungo una fune



ottengo che ho una forza  $T$  che sommata a  $P_t$  è  $= 0$

quindi ottengo

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} = \vec{0}$$

Importante:

$$\vec{F}_c = m\vec{a}_c \neq \vec{0}$$

Con la forza centripeta, posso immaginarmi come una fune che è collegata al centro della circonferenza.

Dunque il carico di rottura sale quadraticamente:

$$F_c = -m\omega^2 R = -G \frac{mM}{R^2}$$

otteniamo che

Terza legge di Keplero

$$\omega^2 = \frac{GM}{R^3} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{R^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \text{ dove questa è costante.}$$

**Forza di attrito**

#

Forza di **reazione vincolare**.

$$\vec{F}_a | \vec{F}_t + \vec{F}_A = \vec{0}$$

### L'attrito statico

dipende da quanto l'oggetto "preme". Ovviamente dipende dalla forza peso, che è uguale e opposta a  $N$ . Quindi uso  $N$

**Nota bene che:**

$$\vec{F}_a \leq \vec{F}_{a,max} = \mu_S |\vec{N}| \hat{t}$$

Questo esiste sempre.  $\mu_S$  è il **coefficiente di attrito statico**.

### Attrito dinamico

$$\vec{F}_{AD} = \mu_C |\vec{N}| \hat{t} \longrightarrow \vec{F}_{AD} = -\mu_C |\vec{N}| \hat{v}$$

Disco rotante:

Velocità  $\omega$ , ho la corona inglese sopra, forza di attrito  $\mu_S = 0,3$  qual è il massimo a cui posso far girare prima che se ne vada?

**04/03/2019**

*spiegazione disco rotante che ho perso*

## Esercizio: Macchina che frena(senza ABS)

#

Ho una macchina che frena

$t_f$  = tempo frenata = ?

$s_f$  = spazio frenata = ?

$\mu_S$

$$\vec{F} = -\vec{F}_a = m\vec{a}$$

$$-\mu_c N = m \frac{dv}{dt}$$

$$-\mu_c N(t - t_0) = m(v(t) - v_0)$$

$$-\mu_c \cancel{m} g(t_f - t_0) = m(v_t - v_0) \text{ dove } mg = N \text{ e } v_t = 0$$

ottengo:

$$\mu_c g t_f = v_0$$



Concludendo

$$t_f = \frac{v_0}{\mu_c g} \implies s_f = \frac{1}{2} a t_f^2 = \frac{1}{2} (-\mu_c g) \frac{v_0^2}{(\mu_c g)^2} = -\frac{1}{2} \frac{v_0^2}{\mu_c g}$$

la posso calcolare integrando

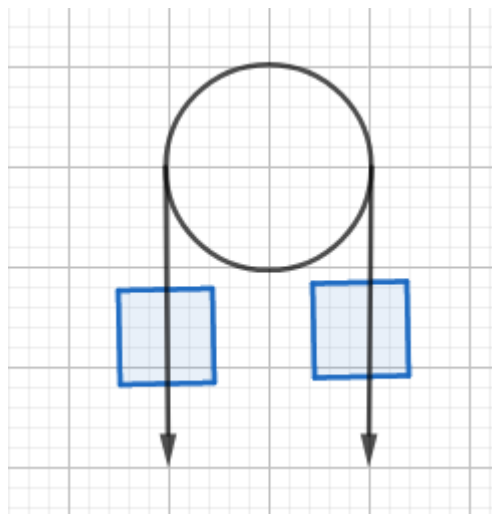
$$-\mu_c N \frac{(t-t_0)^2}{2} = m[(s(t) - s_0) - v_0(t - t_0)]$$

ottenendo

$$-\mu g \frac{t_f^2}{2} = s_f - v_0 t_f$$

## Esempio della carrucola

#



Ho due carrucole, attaccate ad una ruota.

Supponendo che la corda **non si estende**:

1. Si muovono a velocità uguali;
2. Le variazioni di velocità sono uguali.

Posso dunque supporre che  $\vec{a} = \vec{a}_1 = \vec{a}_2$

$$\begin{cases} m_1 \vec{a} = \vec{P}_1 + T \\ m_2 \vec{a} = \vec{P}_2 + T \end{cases} \implies \begin{cases} m_1 \vec{a} = \vec{P}_1 - T \\ m_2 (-\vec{a}) = \vec{P}_2 - T \end{cases} \implies \begin{cases} m_1 \vec{a} = m_1 g - T \\ m_2 \vec{a} = T - m_2 g \end{cases}$$

Otteniamo:

$$(m_1 + m_2)a = (m_1 - m_2)g \implies a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}g$$

Osservo che

Se le due masse sono uguali,  $m_1 - m_2 = 0$  non si muovono! l'accelerazione è nulla!

Se una delle due forze è zero otteniamo "g", quindi ottengo  $\vec{a} = \pm g$  cioè uno dei due cade.

## Lavoro

#

Ad una massa, tipo un treno che va per dei binari:

1. Applico forza parallela **concorde**, posso affermare che sono **avvantaggiato dal moto**;
2. Applico forza parallela **discorde** (che ha il senso opposto). Posso affermare che sono **svantaggiato dal moto**.
3. Forza perpendicolare (applicata ad esempio in "giù") non sono avvantaggiato ne svantaggiato dal moto.

Voglio dunque ottenere una forza che dipende da:

1. Per quanto tempo la applico;
2. Come la applico(1,2,3)

**Lavoro**: Prodotto scalare forza con spostamento.

$$w = \vec{F} \Delta \vec{s} = \cos(\Theta_{F_1 \Delta s})$$

cioè

$$[w] = [FL] = M \frac{L}{T^2} L = [m \frac{L^2}{T^2}]$$

Con **unità di misura** pari a  $1N \cdot 1m$

La formula di prima **VALE SOLO SE UNIFORME SU  $\Delta \vec{s}$**

### Esempio: Lancio sasso in aria

Lancio in aria

$$w_{grav} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{s} =$$

$$\begin{cases} \vec{F} = -mg \cdot \hat{z} \\ \Delta \vec{s} = h \hat{z} \end{cases} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{s} = -mgh$$

$$w_{grav} = -mgh$$

cioè la gravità oppone.

Il sasso torna giù

$$w_{grav} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{s} =$$

$$\vec{F} = -mg \hat{z}$$

$$\Delta \vec{s} = -h \hat{z}$$

ottengo

$$w_{grav} = mgh$$

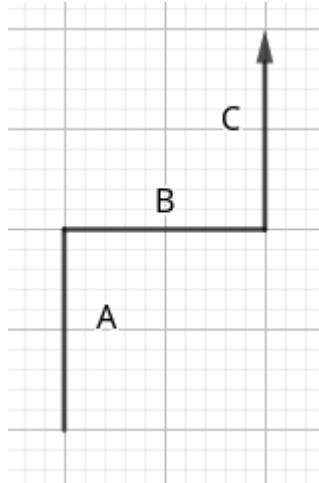
cioè la gravità aiuta.

Caso dove il sasso viene lanciato+ il sasso torna giù

$$\vec{F} = -mg$$

$\Delta\vec{s} = \vec{0}$  quindi **zero**.

Caso dove fa dei giri strani



In questo caso

$$\begin{cases} w_a = -mg\frac{h}{3} \\ w_c = -mg\frac{2}{3}h \\ w_b = 0 \end{cases}$$

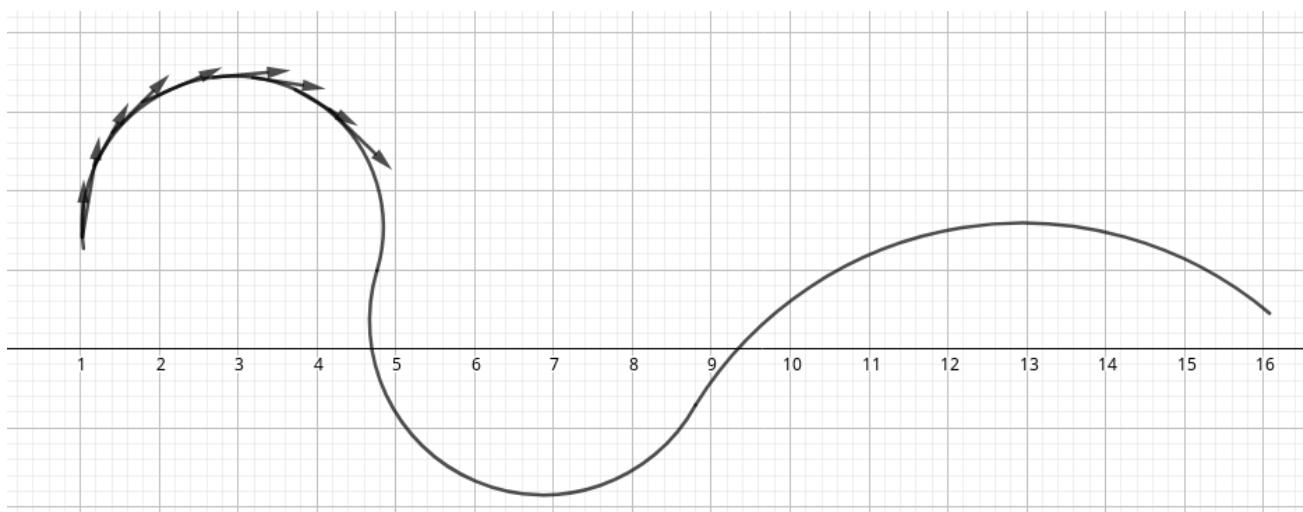
$w_b = 0$  perchè ho  $\Delta\vec{s} = 0$

ottengo che alla fine, sommandoli è  $= -mgh$ .

Questo ci fa capire che la formula rimane la stessa!

### Con Forza non costante:

Cosa succede se la **forza non è costante**?



dunque questo grafico, con curva che chiameremo AB

$$\overrightarrow{AB} = \sum_{i=1}^N d\vec{s}_i \longrightarrow_{n \rightarrow \infty} \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

Quindi la vera definizione di lavoro è:

$$\text{Lavoro: } W_{A \rightarrow B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

## Potenza

#

### Potenza istantanea

Lavoro che compie nel tempo:  $\frac{dw}{dt}$

### Potenza media

Totale del lavoro nell'intervallo di tempo:  $\frac{w_{tot}}{\Delta t}$

08/03/2019

## Forza conservativa

#

$$W_{a \rightarrow a} = 0$$

$$\text{Cioè } \oint \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

**Teorema:**  $\oint_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$  non dipende dal percorso  $A \rightarrow B$

### Dimostrazione:

Ho due semimetà  $I$  e  $II$

$$\oint_{II} \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$I \oint_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} + II \oint_B^A \vec{F} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$I \oint_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = -II \oint_B^A \vec{F} \cdot d\vec{s} = II \oint_B^A \vec{F} \cdot d\vec{s} \implies wI_{a \rightarrow b} = wII_{a \rightarrow b}$$

■.

#

## Forza Non conservativa

Una forza non conservativa è la **forza di attrito**.

**Esempio:**

Ho un oggetto sul quale ho una forza esercitata

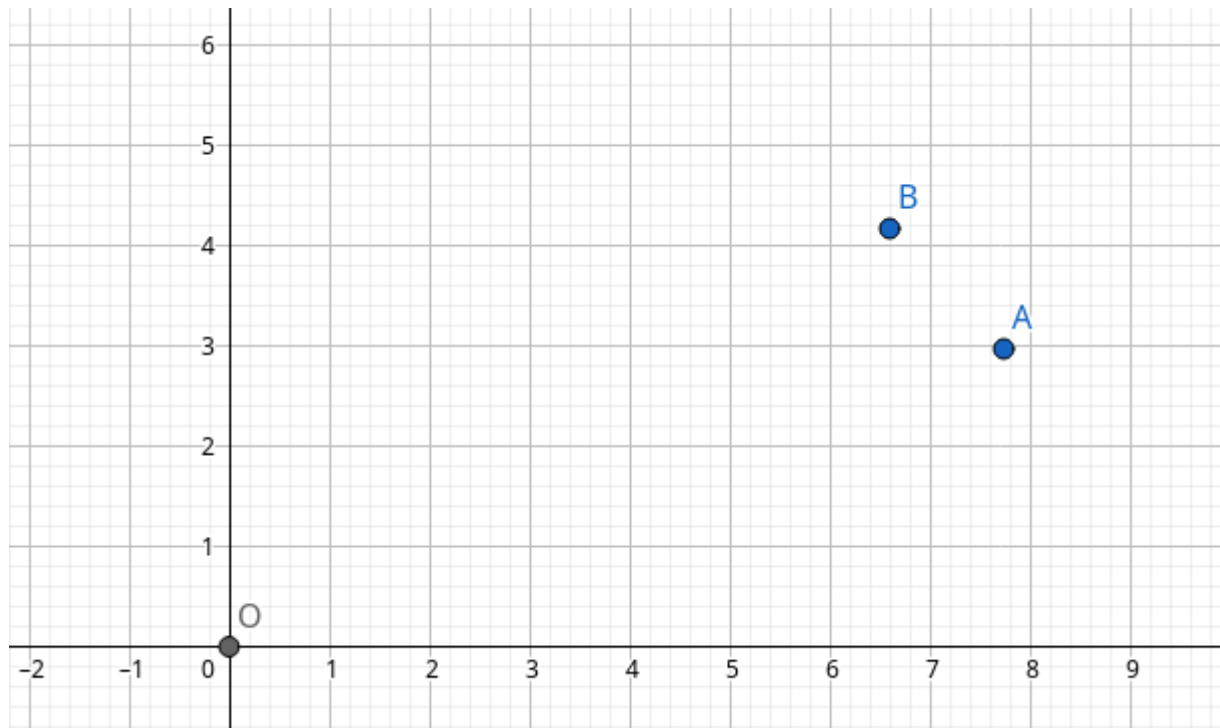
per andare da A a B quanto lavoro applica la forza d'attrito?

$$W_{A \rightarrow B}^{(A)} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \vec{F}_A \cdot \int_A^B d\vec{s} = F_a \times \bar{AB} \cos \alpha_{\vec{F}_A, \vec{AB}}$$

Otteniamo che questa formula è  $= -\mu_d mgd = W_{B \rightarrow A}^{(A)}$

ci permette di dire che  $\implies W_{A \rightarrow A}^{(A)} = -2\mu_d mgd$  dove  $A \rightarrow A$  mi significa qualcosa che va da un punto, fa un percorso non nullo e torna dove era.

## Scelta origine del sistema di riferimento



Ho un asse cartesiano.

$$W_{O \rightarrow B} = \int_O^B \vec{F} d\vec{s} = f(\vec{B})$$

$$W_{A \rightarrow B} = W_{A \rightarrow O} + W_{O \rightarrow B} = -W_{O \rightarrow A} + W_{O \rightarrow B}$$

che è uguale a

$$W_{A \rightarrow B} = f(\vec{B}) - f(\vec{A})$$

Ma allora facendo così ottengo che

Il valore di  $f$  è arbitrario, dipende dalla posizione di  $O$ , mentre **le differenze di  $f$  sono non arbitrarie** cioè non dipendono da  $O$ , posso avere un'origine qualsiasi.

## Energia Potenziale

#

$$\int_O^B \vec{F} d\vec{s} = W_{A \rightarrow B} \stackrel{\text{def}}{=} -(E_p(\vec{B}) - E_p(\vec{A}))$$

$$\text{dove } (E_p(\vec{B}) - E_p(\vec{A})) = \Delta E_p \stackrel{\text{def}}{=} -W$$

**Energia Potenziale:**  $\Delta E_p \stackrel{\text{def}}{=} -W$

tutto questo è possibile solo perchè il  $\Delta$  **non** è **arbitrario**.

mentre l'energia potenziale è definita a meno di costante arbitraria.

## Energia Cinetica

#

$$W_{(W>0)} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_A^B m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{s} = \int_A^B m d\vec{v} \cdot \vec{v} = \text{caso speciale} = \int_A^B m v dv$$

Per fare questa cosa ho dovuto fare una bestemmia matematica e passare il  $dt$  sotto al  $ds$

$$= [m \frac{v^2}{2}]_A^B = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$$

Otengo dunque che energia cinetica

- non richiede lavoro;
- non dipende da forze esterne;
- $W = \Delta E_K$  vale sempre;
- se c'è energia cinetica, qualcosa, una forza ci ha lavorato su.

**Energia Cinetica:**  $E_k = \frac{1}{2} m v^2$

## Bilancio energetico

#

Avendo

$$A \rightarrow B$$

$$\vec{F}_{TOT} = \sum_i \vec{F}_i = \sum_i \vec{F}_i^{(Con)} + \sum_k \vec{F}_k^{(n.c.)}$$

$$W_{TOT} = \int_A^B \vec{F}_{TOT} \cdot d\vec{s} = W^{(cons)} + W^{(n.cons)} = \Delta E_k$$

$$\text{con } W^{(cons)} = -\Delta E_p$$

dove ho che *con* è forza **conservativa**

mentre *n.c.* è forza **non conservativa**.

$$\text{ottengo che } -\Delta E_p + W^{n.cons.} = \Delta E_k$$

Ottenendo il **Teorema generale del bilanciamento energetico**

$$\Delta E_p + \Delta E_k = W^{n.cons.}$$

Alla fine gli integrali li devo usare solo con forze non conservative.

### Varie casistiche

1. Caso: Non ho forze non conservative

$$\Delta E_p + \Delta E_k = 0$$

$$(E_p^f - E_p^i) + (E_k^f - E_k^i) = 0$$

$$(E_p^f + E_k^f) + (E_k^i + E_p^i) = 0$$

Quindi abbiamo

$$E = E_p + E_k$$

**è energia meccanica!**

$$\Delta E = W^{n.cons.}$$

2. Ci sono forze non conservative

$$W^{n.cons} = \Delta E \neq 0$$

### Energia Meccanica

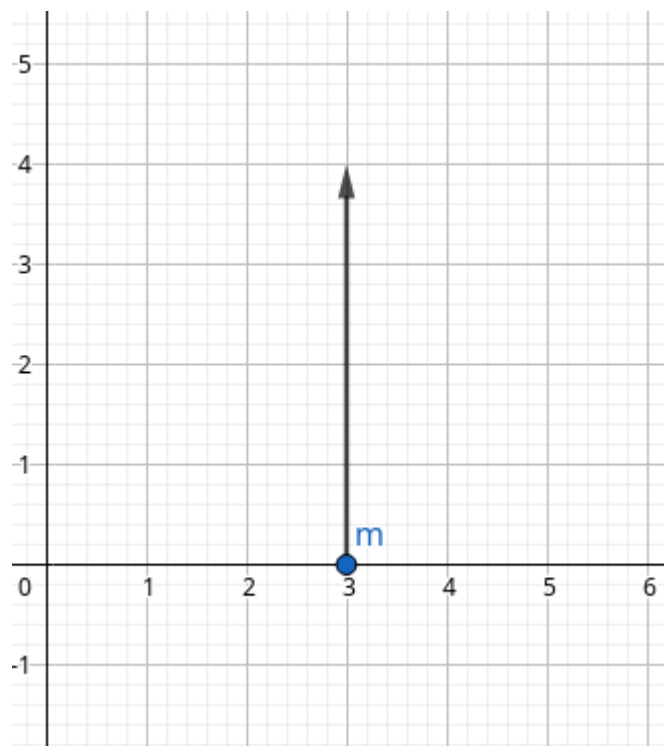
#

$$E = E_p + E_k$$

### Esercizi:

#

Lancio massa  $m$  in aria, a che altezza arriva?



$$E = \cos t$$

$$E = E_p^i + E_k^i = \frac{\sqrt{\pi}}{e} + \frac{1}{2}mv^i{}^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$E^t = E_p^t + E_k^t = \frac{\sqrt{\pi}}{e} + mgh + 0 = mgh$$

dall'insieme di queste due otteniamo

$$\cancel{\frac{\sqrt{\pi}}{e}} + gh = \frac{v_0^2}{2} + \cancel{\frac{\sqrt{\pi}}{e}}$$

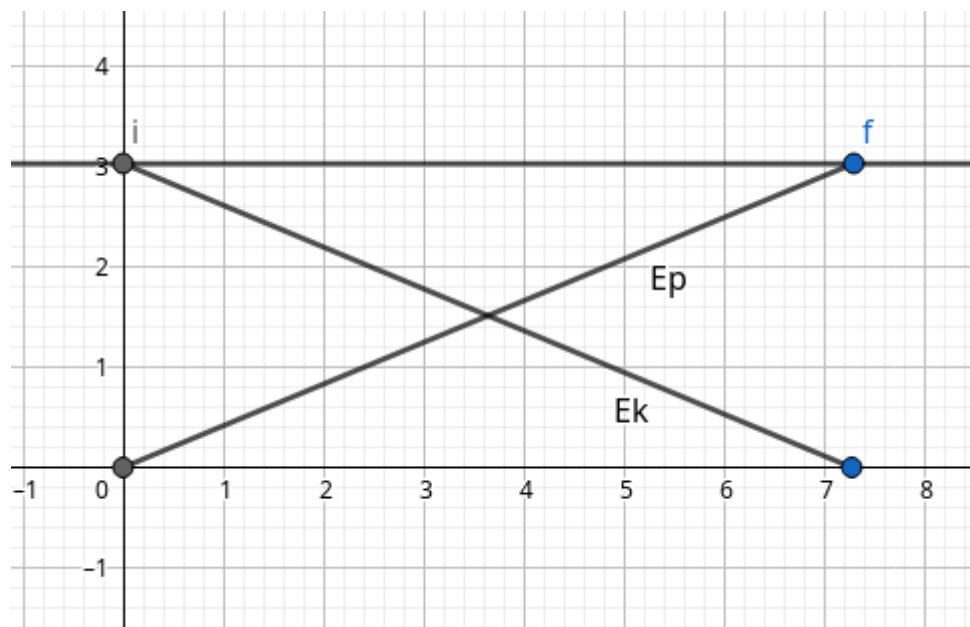
$$h = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$\Delta E = 0$$

$$\Delta E_k = -\Delta E_p$$

*cose che non ho fatto in tempo a ricopiare*

Poichè le energie sono lineari, alla metà del grafico ho esattamente un'uguaglianza tra  $E_p = E_k$



## Per casa

Problema del pendolo semplice: Filo di lunghezza  $l$ , viene lasciato il pendolo.

1. Analisi delle forze
2.  $\theta = \theta(t)$
3. scegliere  $c_1, c_2$  (Sistema di coordinate a piacere)
  1.  $c_1 = c_1(t), \frac{d_{c_1}}{d_t(t)}, v_1, a_1$
  2.  $c_2 = c_2(t), \frac{d_{c_2}}{d_t(t)}, v_2, a_2$