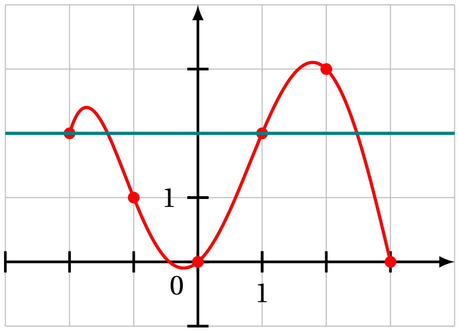
CHAPITRE 03

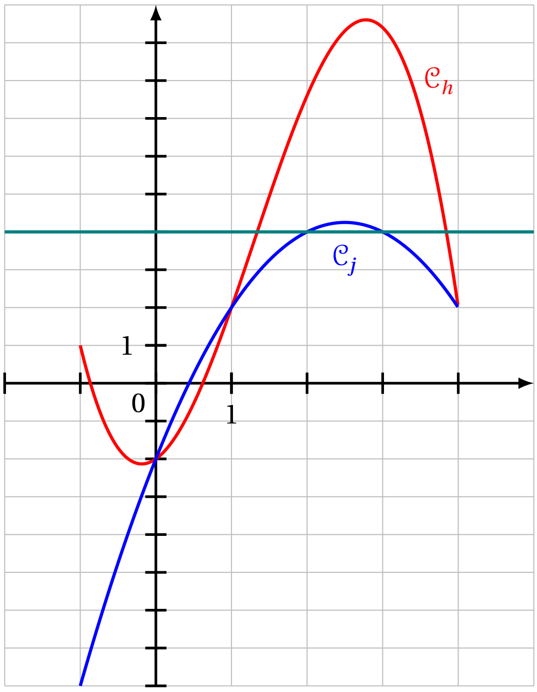
Gtés sur les fonctions - Exercices (Correction)

Exercice 1



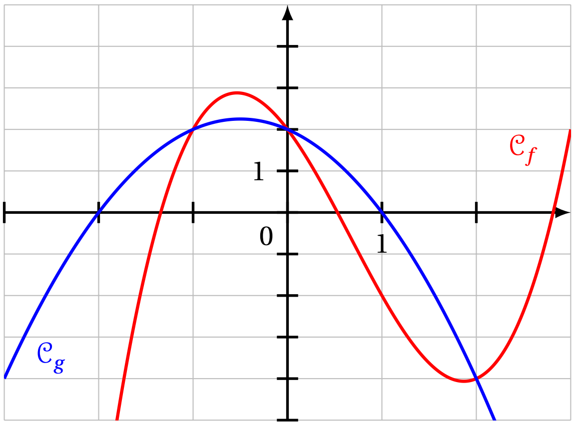
1. La fonction f est définie sur $[-2\,;3]$ car la courbe est tracée pour x allant de -2 à 3.
2. L'image de 1 par f est 2 (hauteur de la courbe en $x = 1$).
3. Par lecture graphique, on lit $f(3) = 0$ (la courbe est *sur* l'axe des abscisses).
4. Les antécédents de 2 par f sont (on trace la droite horizontale de hauteur 2) : -2 ; $-1{,}4$; 1 et 2,5.
5. On peut citer $-0{,}75$ ou 3,88 (par exemple) comme nombre qui n'admettent pas d'antécédents par f.

Exercice 2



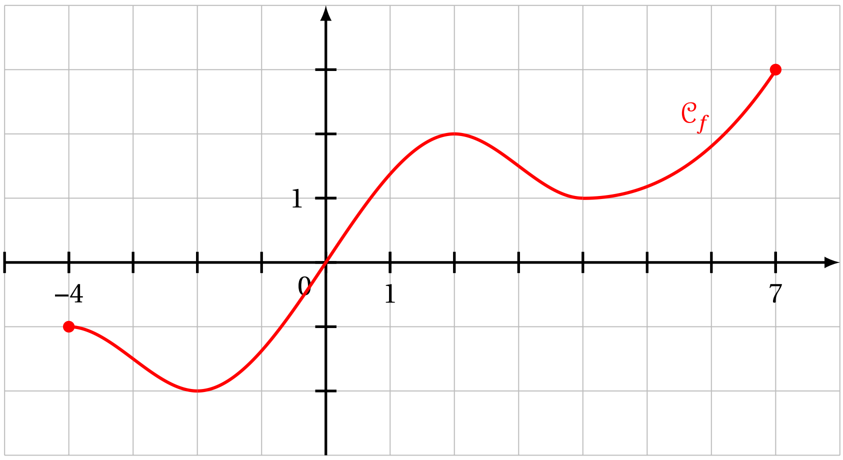
1. L'image de -1 par j est $j(1) = 2$ et l'image de 2 par j est $j(2) = 4$.
2. On lit $h(-1) = 1$ et $h(4) = 2$.
3. On trace la droite horizontale de hauteur 4 et on note les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_j$ avec cette droite.
   Les solutions de $j(x) = 4$ sont donc $x = 2$ et $x = 3$.
4. On s'intéresse aux points d'intersection des deux courbes.
   Les solutions de $h(x) = j(x)$ sont donc $x = 0$; $x = 1$ et $x = 4$.

Exercice 3



1. a. Les solutions de $f(x) = 0$ sont $x \approx -1{,}3$; $x \approx 0{,}5$ et $x \approx 2{,}85$.
   b. Les solutions de $f(x) = g(x)$ sont $x = -1$; $x = 0$ et $x = 2$.
   c. Les solutions de $g(x) = -3$ sont $x \approx -2{,}8$ et $x \approx 1{,}8$
2. Résoudre graphiquement :
   a. $f(x) \geqslant -1$ donne $\mathcal{S} = [-1{,}5\,;0{,}75] \cup [2{,}8\,;3]$.
   b. $f(x) < g(x)$ donne $\mathcal{S} = [-3\,;-1[\cup]0\,;2[$.
   c. $g(x) \leqslant 1$ donne $\mathcal{S} = [-3\,;-1{,}75] \cup]0{,}75\,;3]$.

Exercice 4



1. La fonction f est définie sur $[-4\,;7]$.
2. Graphiquement, $f(2) = 2$; et l'image de -4 par f est $f(-4) = -1$.
3. Les éventuels antécédents de 1,5 par f sont (on trace la droite horizontale de hauteur 1,5) : 1,1 ; 3 et 5,6.
4. Le maximum de f sur $[-4\,;7]$ est $\mathrm{M} = 3$ (atteint en $x = 7$).
   Le minimum de f sur $[-4\,;7]$ est $m = -2$ (atteint en $x = -2$).
5. Les solutions de :
   a. $f(x) = 0$ sont $x = 0$;
   b. $f(x) \geqslant 0$ sont $\mathcal{S} = [0\,;7]$;
   c. $f(x) = 2$ sont $x = 2$ et $x \approx 6{,}25$.
6. a. La fonction f est :
      — décroissante sur $[-4\,;-2]$;
      — puis croissante sur $[-2\,;2]$;

— puis décroissante sur $[2;4]$;
— puis croissante sur $[4;7]$.

b. On obtient donc le tableau de variations suivant :

x	-4		-2		2		4		7
f	-1	↘	-2	↗	2	↘	1	↗	3

Exercice 5

x	-5		a		-2		1		4		b		6		c		10
f	-4	↗	0	↗	7	↘	2	↗	6	↘	0	↘	-1	↗	0	↗	1

1. **a.** La fonction f est définie sur $[-5;10]$ (valeurs extrêmes de la ligne des x).

b. Le maximum de f sur $[-5;10]$ est $\mathrm{M} = 7$ (atteint en $x = -2$).

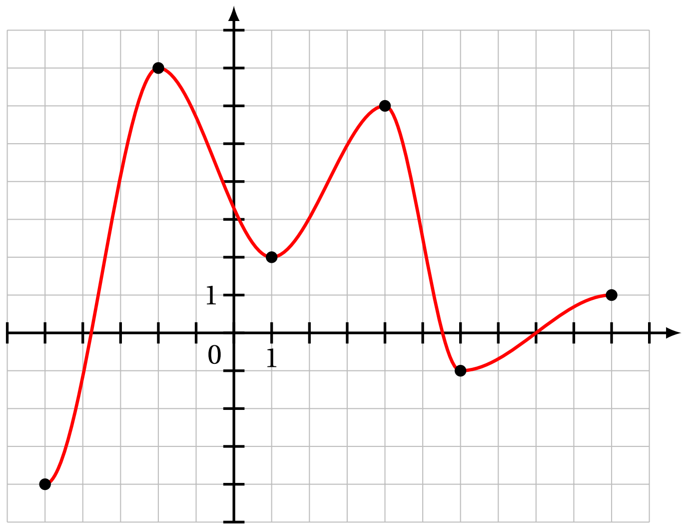
c. Le minimum de f sur $[-5;10]$ est $m = -4$ (atteint en $x = -5$).

d. On *compte* le nombre de fois où les flèches *passent* par 0, et on comptabilise 3 solutions pour $f(x) = 0$.

e. On obtient le tableau de signes :

x	-5		a		b		c		10
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

On peut proposer la courbe suivante :



2. Pour comparer des images, on peut commencer par repérer s'ils sont « sur une même flèche » :

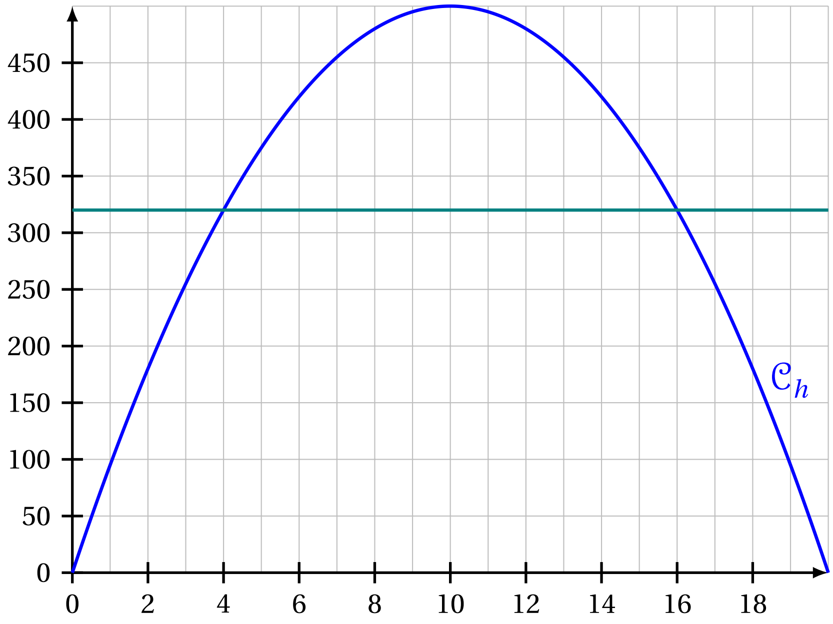
a. $f(3)$ et $f(4)$ sont sur une même flèche (↗), donc $f(3) \leqslant f(4)$;

b. $f(5{,}5)$ et $f(5{,}7)$ sont sur une même flèche (↘), donc $f(5{,}5) \geqslant f(5{,}7)$;

c. $f(2)$ et $f(7)$ ne sont pas sur une même flèche, mais $-1 \leqslant f(7) \leqslant 1 < 2 \leqslant f(2) \leqslant 6$, donc $f(7) < f(2)$;

d. $f(-4)$ et $f(0)$ ne sont pas sur une même flèche, et rien ne permet de les comparer…

Exercice 6



1. **a.** L'altitude du projectile au temps $t = 2$ s est $h(2) = -5 \times 2^2 + 100 \times 2 = 180$ soit 180 m.

   b. L'altitude du projectile au temps $t = 10$ s est $h(10) = -5 \times 10^2 + 100 \times 10 = 500$ soit 500 m.

2. **a.** On peut *lire* les variations de f sur $[0\,;20]$:
   — f est croissante sur $[0\,;10]$ (et va de 0 à 500) ;
   — f est décroissante sur $[10\,;20]$ (et va de 500 à 0).

   b. La période pendant laquelle l'altitude du projectile est supérieure ou égale à 320 m est entre 4 s et 16 s.