

Esercizi Geometria

1) Data una retta nello spazio, determinare i parametri direttori e scriverla come intersezione tra due piani:

a) $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{0} = z-2$

b) $\frac{3x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = z$

c) $\frac{x-2}{0} = \frac{y+1}{0} = z-2$

d) $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{4} = \frac{4z}{4}$

2) Data una retta e un piano, stabilire se la retta r è contenuta nel piano π :

a) $r : \begin{cases} 2y - z = -1 \\ x - y = -3 \end{cases}, \pi : x + y - z - 2 = 0$

b) $r : \begin{cases} x - y - z = 0 \\ x + y + z = -2 \end{cases}, \pi : 2x + y + z - 4 = 0$

3) Dato un punto fissato $P_0 = (1, 1, -1)$, determinare la retta passante per P_0 e avente parametri direttori $(5, 0, 5)$.

4) Date le seguenti rette e i seguenti piani, trovare i parametri direttori di ciascuno:

a) $r_1 : \begin{cases} x + y = 2 \\ x + y + z = 2 \end{cases}; r_2 : \begin{cases} 2x - 3z + 1 = 0 \\ x - y + 2z - 1 = 0 \end{cases}; r_3 : \begin{cases} x = 0 \\ y = z - 3 \end{cases}$

b) $\pi_1 : 2x + y - 3z + 1 = 0; \pi_2 : x - z = 0; \pi_3 : x + y + 4 = 0$

5) Dato un punto P_0 e una retta r , determinare la retta s passante per P_0 e parallela alla retta r e una retta t passante per P_0 e ortogonale alla retta s :

a) dato $P_0 = (2, -2, 0), r : \begin{cases} x + y = 2 \\ x - z = 3 \end{cases}$

b) dato $P_0 = (1, 0, -3), r : \begin{cases} 2x + y = -3 \\ 2x + y + z = 0 \end{cases}$

6) Dato un punto P_0 e un piano π , determinare il piano π_{\parallel} passante per P_0 e parallelo al piano π

a) dato $P_0 = (0, 2, 0), \pi : x + y = 0$

b) dato $P_0 = (1, 1, -3)$, $\pi : 2x + 2y + 2z$

7) Data una retta r un punto P_0 e un piano π , determinare la retta t_1 passante per P_0 , ortogonale al piano π e il piano π_\perp passante per P_0 , ortogonale alla retta r

7a) Data una retta $r : \begin{cases} x - y + z = 0 \\ x + y + z - 2 = 0 \end{cases}, P_0 = (0, 0, 1), \pi : x + 3y - 1 = 0$

7b) Data una retta $r : \begin{cases} y + z = 0 \\ 3x - z - 1 = 0 \end{cases}, P_0 = (1, -1, 1), \pi : x + y - z = 0$

8) Date due rette r_1, r_2 e un punto P_0 , determinare la retta t che passa per P_0 ed è ortogonale ad entrambe le rette

8a) $r_1 : \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - y = 1 \end{cases}, r_2 : \begin{cases} y + z = 0 \\ x = 0 \end{cases}, P_0 = (1, 0, -3)$

8b) $r_1 : \begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}, r_2 : \begin{cases} x + z = 0 \\ z = 0 \end{cases}, P_0 = (0, 0, 3)$

9) Date due rette r_1, r_2 e un punto P_0 , determinare il piano π_\parallel che passa per P_0 ed è parallelo ad entrambe le rette

9a) $r_1 : \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - y = 1 \end{cases}, r_2 : \begin{cases} y + z = 0 \\ x = 0 \end{cases}, P_0 = (1, 0, -3)$

9b) $r_1 : \begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}, r_2 : \begin{cases} x + z = 0 \\ z = 0 \end{cases}, P_0 = (0, 0, 3)$

10) Data una retta, un punto e un piano, determinare la retta s parallela al piano, che passa per il punto ed è ortogonale alla retta e il piano π' parallelo alla retta, ortogonale al piano e che passa per il punto

10a) Data una retta $r : \begin{cases} 4x - y = 0 \\ y + z - 2 = 0 \end{cases}, P_0 = (0, 0, 0), \pi : x + y - 1 = 0$

10b) Data una retta $r : \begin{cases} y - z = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}, P_0 = (-1, 1, 1), \pi : x + 3y - 2 = 0$

11) Dati tre punti, determinare l'unico piano passante per i tre punti:

11a) Dati $A = (1, 1, 2), B = (0, 0, 1), C = (2, -2, 0)$

11b) Dati $A = (0, 0, 2), B = (-1, 0, 1), C = (0, -2, 0)$

12) Verificare se due rette sono sghembe (cioè determinante diverso da zero)

$$12a) r_1 : \begin{cases} 4x - y - z = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}, r_2 : \begin{cases} z = 0 \\ x = 0 \end{cases},$$

$$12b) r_1 : \begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}, r_2 : \begin{cases} x + z = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

13) Date due rette calcolare l'angolo individuato dalle due rette:

$$13a) r_1 : \begin{cases} 4x - y - z = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}, r_2 : \begin{cases} z = 0 \\ x = 0 \end{cases},$$

$$13b) r_1 : \begin{cases} x - z = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}, r_2 : \begin{cases} x + z = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

14) Calcolare la distanza punto-piano:

$$14a) P_0 = (2, 5, -1), \pi : x - z = 0$$

$$14b) P_0 = (0, 5, 0), \pi : x + y - z - 2 = 0$$

15) Dati due punti calcolare il punto medio M di A e B:

$$15a) A = (2, 5, -1), B = (2, 0, 0)$$

$$15b) A = (0, 5, 0), B = (-1, 3, 4)$$

16) Dati due punti P_0 e il punto P , trovare il simmetrico P'_0 di P_0 rispetto ad P :

$$16a) P_0 = (2, 5, -1), P = (2, 0, 0)$$

$$16b) P_0 = (0, 5, 0), P = (1, 1, 4)$$

17) Dati il piano π e il punto P_0 trovare il simmetrico P'_0 di P_0 rispetto ad π :

$$17a) P_0 = (2, 5, -1), \pi : x + y + z - 1 = 0$$

$$17b) P_0 = (0, 5, 0), \pi : 2x - y - z = 0$$

18) Dati due vettori v_1, v_2 , calcolare il prodotto scalare $v_1 \cdot v_2$, i moduli

di v_1 e di v_2 , e l'angolo individuato dai due vettori. Inoltre individuare un vettore parallelo a v_1 e uno ortogonale a v_2

18a) $v_1 = (2, 5, -1), v_2 = i + j - k$

18b) $v_1 = (1, 3, 5), v_2 = (0, 0, 1)$

19) Date due rette nel piano $z = 0$ e nello spazio, calcolare l'angolo individuato da loro:

19a) $r_1 : 2x - y = 0, r_2 : x + y - 1 = 0$

19b) $r_1 : y + 4 = 0, r_2 : x - 1 = 0$

19c) $r_1 : 2x - y = y - z = 0, r_2 : x + y - 1 = z - 1 = 0$

19d) $r_1 : y + 4 = z = 0, r_2 : x - 1 = x - y + z = 0$

20) Date due rette r_1, r_2 e un punto $P_0 = (3, 6)$ calcolare $d(P_0, r_1), d(P_0, r_2), d(r_1, r_2)$:

20a) $r_1 : 2x - y = 0, r_2 : y - x - 1 = 0, P_0 = (0, 0)$

20b) $r_1 : y + 4 = 0, r_2 : 2y - 1 = 0, P_0 = (2, 2)$