Ricevimento 19-10-21

LIBRO PAG. 10

Calcolare il determinante della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & -1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \to 14 \\ \to 24 \\ \to 34 \\ \to 44 \end{matrix}$$

4×4

E' conveniente prendere o la terza riga o la quarta colonna

Risoluzione

Laplace n°1 → 4° colonna

$$\underset{\text{determ. di } A}{|A|} = a_{14} \cdot A_{14} + a_{24} \cdot A_{24} + a_{34} \cdot A_{34} + a_{44} \cdot A_{44}$$

complemento algebrico

$$= 2 \cdot A_{14} - 2 \cdot A_{24} + \cancel{0 A_{34}} + 1 \cdot A_{44} = 2 \overset{3}{\overset{\parallel}{A_{14}}} - 2 \overset{-2}{\overset{\parallel}{A_{24}}} + A_{44}$$

sono da calcolare

$$\underbrace{A_{14}}_{1+4=5 \text{ dispari } -} = (-1)^5 \cdot \det \begin{pmatrix} \text{Tagliare} \\ \text{la prima Riga} \\ \text{e} \\ \text{la quarta Colonna} \end{pmatrix} = - \left| \begin{matrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{matrix} \right| \begin{matrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{matrix} =$$

$$= - [3 - 8 + 4 - (-6) - (4) - (4)] = - [-1 + 6 - 8] = 3 \qquad \boxed{A_{14} = 3}$$

$$\underset{2+4=6 \text{ pari}}{A_{24}} = + \cdot \det \begin{pmatrix} \text{Tagliare} \\ \text{la seconda Riga} \\ \text{e} \\ \text{la quarta Colonna} \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$(4)(1)(3) + (1)(2)(4) + (-1)(2)(2) +$
$- (-1)(1)(4) - (2)(2)(4) - 3(2)(1)$

$$= 12 + 8 - \cancel{4} + \cancel{4} - 16 - 6 = -2 \qquad A_{24} = -2$$

$$\text{Calcoliamo } \underset{4+4=8}{A_{44}} = + \det \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

METODO A STELLA

$$-8 + \cancel{2} - 1 - \cancel{2} - 4 - 2 =$$
$$= -15 \qquad A_{44} = -15$$

$$|A| = 2(3) - 2(-2) + 1\cdot(-15) = 6+4-15 = -5$$

R. $|A| = -5$

(come quello del libro)

Esercizio 1.6

Determinare i valori di $h \in \mathbb{R}$ per cui la seguente matrice ha determinante pari a zero:

$$A = \begin{pmatrix} \boxed{1} & -1 & h \\ 2 & 1 & 3 \\ \boxed{4} & h & 1 \end{pmatrix}$$

Risoluzione

Calcolare $|A|$, porlo $=0$, e ricavare h

Metodo a stella

$$|A| = 1 + (-1)(3)(4) + h(2)(h) - 4h - 3h - (1)(-1)(2) =$$

$$= 1 - 12 + 2h^2 - 4h - 3h + 2 =$$

$$= 2h^2 - 7h - 9 = 0$$

$\boxed{x^2 > 0}$ $\forall x \neq 0$

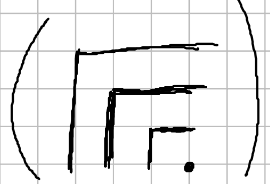
$\boxed{x > 0}$ BOCCIATO!

equazione di secondo grado

$$h = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{7 \pm \sqrt{49+72}}{4} = \frac{7 \pm 11}{4} \begin{cases} 18/4 = \frac{9}{2} \\ -\frac{4}{4} = -1 \end{cases}$$

R. $\boxed{h = \frac{9}{2} \quad e \quad h = -1}$

MATRICE SIMMETRICA



$n \times n$

$i = 1, \dots, n$ $\quad$ n righe

$j = 1, \dots, n$ $\quad$ n colonne

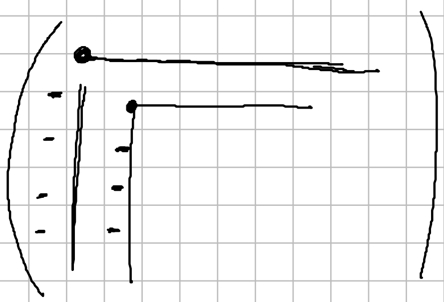
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & -5 & 6 \\ 2 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 4 & 8 & 0 & 1 & 0 \\ -5 & 9 & 1 & 5 & 6 \\ 6 & 10 & 0 & 6 & 11 \end{pmatrix}$$

SIMMETRICA 5x5

$a_{ij} = a_{ji} \quad \forall i,j = 1,\dots,n$

$a_{34} = a_{43}$

MATRICE ANTISIMMETRICA



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & 5 & 6 \\ +2 & -5 & 7 & -8 \\ -3 & -6 & +8 & 11 \end{pmatrix} \quad 4\times 4$$

DETERMINANTE DI UNA 5X5 :

LAPLACE N°1 SCEGLIERE UNA RIGA O UNA COLONNA (QUELLA CON PIÙ ZERI)

AD ESEMPIO SCEGLIAMO LA PRIMA RIGA

$$|A| = a_{11}\cdot A_{11} + a_{12}\cdot A_{12} + a_{13}\cdot A_{13} + a_{14}\cdot A_{14} + a_{15}\cdot A_{15}$$

complemento algebrico 4x4

$$(-1)^2 \cdot \det\begin{pmatrix} \text{tagliare} \\ 1° \text{ Riga} \\ 1° \text{ Colonna} \end{pmatrix}$$

4x4

Si riapplica Laplace! ....

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

1° Riga

$$|A| = 1\cdot A_{11} - 1\, A_{12} = A_{11} - \underbrace{A_{12}}_{\text{disp.}} = +3 - (-1)\,2 = 3+2 = 5$$