Ricevimento 4-11-21

$$A = \begin{pmatrix} h & 2 & 0 & \boxed{1} \\ h & \boxed{2} & 0 & 0 \\ -h & 0 & \boxed{3} & 0 \end{pmatrix}$$

$3 \neq 0$

$r(A) = 3 \quad \forall h \in \mathbb{R}$

la matrice è ridotta per riga

$$B = \begin{pmatrix} h & 2 & 0 & \boxed{1} \\ h & \boxed{2} & 0 & 0 \\ -h & 0 & \boxed{h+1} & 0 \end{pmatrix}$$

$\neq 0$ ****** $\Rightarrow$ CONDIZIONE $h \neq -1$

SE $h \neq -1 \Rightarrow r(B) = 3$

Andiamo a togliere la condizione

$\boxed{h = -1} \Rightarrow$

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & \boxed{1} \\ -1 & \boxed{2} & 0 & 0 \\ \boxed{1} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow r(B) = 3$$

det $\neq 0$

CONCLUSIONE: R. DIREMO CHE $r(B) = 3 \quad \forall h \in \mathbb{R}$

$$A = \begin{pmatrix} \boxed{2h+2} & 2h+2 & 4h+2 \\ 0 & 8 & \boxed{2} \\ 0 & -2 & 4^* \end{pmatrix}$$

$\neq 0$

Riduciamo

$\cancel{2}h + \cancel{2} \neq 0$

$\Downarrow$

$\boxed{h \neq -1}$

CONDIZIONE ******

$$\begin{pmatrix} \boxed{2h+2} & 2h+2 & 4h+2 \\ 0 & 8 & \boxed{2} \\ 0 & \boxed{-18} & 0 \end{pmatrix}$$

$\neq 0$

$R_3 \to R_3 - \frac{4}{2} R_2 = R_3 - 2R_2$

$-2 - 2(8) = -2 - 16$

$\Longrightarrow r(A) = 3$ SE $h \neq -1$

Togliamo la condizione $h = -1$

$$\begin{array}{ccc} & & \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & \boxed{-2} \\ 0 & \boxed{8} & 2 \\ 0 & -18 & 0 \end{pmatrix} \\ \text{III} \quad\quad \text{II} \quad\quad \text{I} \end{array}$$

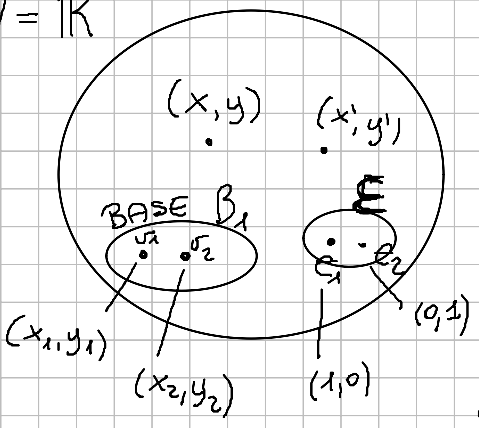
È ridotta per colonna

$\Rightarrow r(A) = 2$

R. SE $h \neq -1 \Rightarrow r(A) = 3$; SE $h = -1 \Rightarrow r(A) = 2$.

BASE DI UNO SPAZIO VETTORIALE

$V = \mathbb{R}^2$



$\mathbb{R}^2 = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}\}$ TUTTE LE COPPIE

OGNI BASE DI $\mathbb{R}^2$ È FORMATA DA 2 VETTORI LINEARM. INDIPENDENTI

$\mathcal{E}$ = BASE CANONICA DI $\mathbb{R}^2$ $= \{\underset{e_1}{\overset{\hat{\imath}}{(1,0)}}, \underset{e_2}{\overset{\hat{\jmath}}{(0,1)}}\}$ di $\mathbb{R}^2$

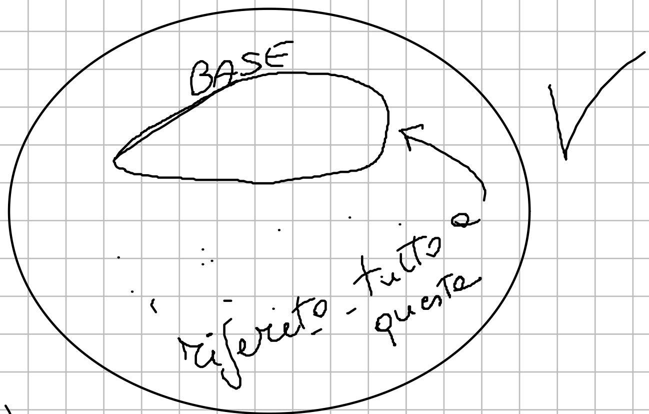
$\mathbb{R}^2$

$E = \{\hat{\imath}, \hat{\jmath}\} = \{e_1, e_2\} = \{(1,0), (0,1)\}$

BASE CANONICA

SIST. DI RIF.

CGS



V

$(i - j + 3k \Rightarrow (1, -1, 3)_E$

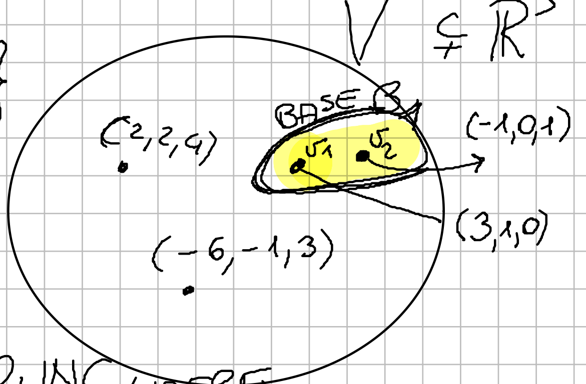
$(1, -1, 3)$ È RIFERITO AD $E = \{\hat{\imath}, \hat{\jmath}, \hat{k}\}$

$\cdot\, \underline{v_1} - \underline{v_2} + \underline{3}\, \underline{v_3} = (1, -1, 3)_B$

$B = \{v_1, v_2, v_3\}$

$V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \quad x - 3y + z = 0\}$

$V \subsetneq \mathbb{R}^3$



el. generico $\rightarrow$ $x = 3y - z$

$V = \{(\overbrace{3y - z}^{\text{dipendente da}}, y, z)\}$

$\dim V = 2$ (n° inc. libere) $\Leftarrow$ LIBERE

2 INC. LIBERE

$$(3(2)-4,\ \overset{y}{2},\ \overset{z}{4}) = (6-4, 2, 4) = (2,2,4) \in V$$

$\mathbb{R}^3$
(x,y,z)

INDIPENDENTI

$$(3(-1)-3,\ -1,\ 3) = (-6,-1,3) \in V$$

CERCHIAMO DI COSTRUIRE UNA BASE PER V

METODO STANDARD: DÓ ALLA y VALORE 1 E ALLA z VALORE ZERO, POI DÓ ALLA y VALORE 0 E ALLA z VALORE UNO

$\neq 0$

$$(3(1)-0,\ 1,\ 0) = (3,1,0)$$
$$(3(0)-1,\ 0,\ 1) = (-1,0,1)$$

sono L. I.

DUE VETTORI DI V CHE FORMANO UNA BASE DETTA BASE B_1

$$B_1 = \{\underbrace{(3,1,0)}_{v_1},\ \underbrace{(-1,0,1)}_{v_2}\} = \{v_1, v_2\}$$

$\dim V = 2$

$$W = \{(x,y,z,t)\ /\ y-t=0\} \subseteq \mathbb{R}^4$$

DETERMINARE UNA BASE

$\Downarrow$

el. generico $y = t$

$$W = \{(x, t, z, t)\}$$

sono LIBERE

INCOGNITE LIBERE? QUANTE SONO 3

$$(1,0,0,0)$$
$$(0,0,1,0)$$
$$(0,1,0,1)$$

$$B_1 = \{\underbrace{(1,0,0,0)}_{v_1}\ \underbrace{(0,0,1,0)}_{v_2},\ \underbrace{(0,1,0,1)}_{v_3}\} \neq E$$

QUAL É LA $\dim W$? $\dim W = 3$ = 3 vettori formano B_1 = = 3 inc. libere

SE VOLESSI TROVARE UNA SECONDA BASE B_2 DI W

$$W = \{(x, t, z, t)\}$$

3 INC. LIBERE

$(1, 1, 1, 1) = v'_1$

$(0, 0, 1, 0) = v'_2$

$(0, 1, 1, 1) = v'_3$

$$A \Rightarrow \begin{pmatrix} \boxed{1} & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

SCAMBIO

$$\begin{vmatrix} \boxed{1} & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \boxed{1} & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 \end{vmatrix}$$

É RIDOTTA $r(A) = 3$

sono L. I.

$B_2 = \{v'_1, v'_2, v'_3\}$ É UNA BASA DIVERSA DA B_1