

Corso di Algebra Lineare e Geometria Insiemi

Dott.ssa L. Marino

Università di Catania

<http://www.dmi.unict.it/lmarino>

Libri **esercizi**:

P. Bonacini, M.G. Cinquegrani, L. Marino, *Algebra Lineare: Esercizi svolti*, Ed. Cavallotto, Catania 2012

P. Bonacini, M.G. Cinquegrani, L. Marino, *Geometria Analitica: Esercizi svolti*, Ed. Cavallotto, Catania 2012

Un **Insieme** è un contesto in cui vengono raggruppati degli oggetti aventi una o più caratteristiche in comune.

Questi oggetti vengono chiamati *elementi* dell'insieme.

Un insieme viene indicato con le lettere maiuscole dell'alfabeto (es. A, B, C,...)

e gli elementi con le lettere minuscole (es. a,b,c,...).

Si scrive $a \in A$ quando l'elemento a fa parte dell'insieme A

(letto correttamente: a appartiene all'insieme A)

mentre $a \notin A$ significa che l'elemento a non appartiene all'insieme A.

I tre modi per rappresentare un insieme. Modo n.1

Un insieme può essere rappresentato

1) **Per elencazione:**

$$A = \{a, b, c\}$$

L'insieme A è composto dagli elementi a, b, c .

Notiamo che però ad esempio per l'insieme dei numeri naturali $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ questo modo non va bene poichè esso ha infiniti elementi.

2) Per caratteristica:

$$A = \{a \mid a \text{ "possiede la propr. } P"\}$$

Esempio:

Dato D l'insieme che contiene tutti i numeri dispari ($D = 1, 3, 5, \dots$). Non è necessario (né realmente possibile) elencare uno alla volta ognuno dei membri che lo costituiscono quindi ci limiteremo quindi ad enunciarne la proprietà caratteristica che li accomuna, ossia essere dispari:

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ "dispari"}\}$$

3) Per **rappresentazione grafica**:

E' anche possibile descrivere un insieme di elementi finiti raffigurandolo come una curva chiusa,

i cui elementi sono rappresentati all'interno come dei punti.

Questo metodo di rappresentazione degli insiemi come spazi chiusi contenenti gli elementi rappresentati come punti, è detto **diagrammi di Eulero- Venn**.

Insiemi molto importanti per la nostra materia sono gli insiemi numerici \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} , \mathbb{C} contenenti rispettivamente:

\mathbb{N} i numeri naturali ,

\mathbb{Z} i numeri relativi,

\mathbb{Q} i numeri razionali,

\mathbb{R} i numeri reali

\mathbb{C} i numeri complessi.

Questi insiemi descrivono la totalità dei numeri, e verranno ampiamente usati,

Un insieme particolare è l'insieme vuoto che si indica con il simbolo \emptyset : esso indica un insieme privo di alcun elemento, e come tale è sottoinsieme di tutti gli insiemi.

Inclusioni tra gli insiemi

Tra gli insiemi numerici valgono le seguenti inclusioni:

$$\emptyset \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

Il simbolo

$$A \subseteq B$$

indica che tutti gli elementi di A sono inclusi nell'insieme B e si dice che A è un sottoinsieme di B oppure che A è incluso in B .

Simbolo di inclusione

Per esempio gli insiemi

$A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{5, 10, 15\}$ sono entrambi sottoinsiemi di \mathbb{N} .

Il simbolo

$$\subseteq$$

ammette che i due insiemi siano uguali, (es $A = \{1, 2, 3\} \subseteq B = \{3, 1, 2\}$)
mentre il simbolo

$$\subset$$

detto anche "sottoinsieme stretto" non ammette che i due insiemi siano uguali. A volte per sottolineare la negazione dell'uguaglianza viene usato anche il simbolo \subsetneq .

Se A è un insieme che ha un numero finito di elementi, allora si utilizzerà il simbolo $|A|$.

Per indicare il numero degli elementi che contiene si usa il fattore detto **cardinalità**.

La cardinalità di un insieme è il numero di elementi in esso contenuti. Ad esempio nell'insieme $A = \{0, 1, 2\}$ la cardinalità è 3 (letto correttamente: l'insieme A ha cardinalità 3).

Operazioni tra insiemi

Operazioni tra insiemi

1) Unione:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ o } x \in B\}$$

2) Intersezione:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

3) Differenza:

$$B \setminus A = \{x \mid x \in B \text{ e } x \notin A\}$$

4) Prodotto cartesiano:

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ e } b \in B\}$$

tutte le possibili coppie ordinate

Proprietà degli insiemi

Per gli insiemi valgono:

Proprietà commutativa dell'unione e dell'intersezione:

$$A \cap B = B \cap A$$

$$A \cup B = B \cup A$$

Proprietà associativa dell'unione e dell'intersezione:

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

Proprietà riflessiva dell'unione e dell'intersezione:

$$A \cap A = A$$

$$A \cup A = A$$

Proprietà distributiva:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap C) \cup (A \cap B).$$

Si noti che la differenza è anti-commutativa.

L'insieme vuoto è l'elemento neutro dell'unione:

$$A \cup \emptyset = A$$

Intersecando un insieme con l'insieme vuoto, si ottiene un altro insieme vuoto:

$$A \cap \emptyset = \emptyset$$