# Corso di Algebra Lineare e Geometria
# Numeri Complessi

Dott.ssa L. Marino

Università di Catania

http://www.dmi.unict.it/lmarino

- I numeri complessi nascono dall'esigenza, puramente teorica, di trovare un ambiente in cui l'equazione

$$x^2 = -1$$

che non ha soluzioni in $\mathbb{R}$, abbia adesso soluzioni.
Ció porta ad ampliare l'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$.

- $\mathbb{C} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, *Coppie Ordinate* $(a, b)$,

$$a + ib$$

  con $a, b \in \mathbb{R}$

- Un **numero complesso** é una espressione della forma

$$a + ib$$

  , con $a, b \in \mathbb{R}$,

$$i^2 = -1$$

  dove $i \notin \mathbb{R}$, poiché $i^2$ é negativo
  Due numeri complessi $a + ib$, $c + id$ sono uguali se e solo se $a = c$, e $b = d$
  I numeri complessi si sommano e si moltiplicano con le regole solite del calcolo algebrico ricordando che $i^2 = -1$.
  Somma: $(a + ib) + (c + id) = (a + c) + i(b + d)$
  Prodotto
  $(a + ib) \cdot (c + id) = ac + iad + ibc + i^2bd = (ac - bd) + i(ad + bc)$

# $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

- $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$
- I numeri reali sono particolari numeri complessi aventi parte immaginaria nulla ($b = 0$).
- In particolare un numero complesso é zero, $a + ib = 0$, se e solo se

$$a = 0, b = 0$$

- Dicesi **coniugato** $\overline{z}$ di un numero complesso $z = (a + ib)$ il numero
$$\overline{z} = (a - ib)$$
ottenuto cambiando segno al coefficiente di $i$.
- La somma e il prodotto di un numero con il suo coniugato sono sempre numeri reali:
$z + \overline{z} = a + ib + a - ib = 2a$
$z \cdot \overline{z} = (a + ib)(a - ib) = a^2 - i^2 b^2 = a^2 + b^2$
- Un numero complesso é reale se e solo se coincide con il suo coniugato $z = \overline{z}$.

- Il numero

$$a = Re(z)$$

si chiama **parte reale** di $z$, mentre il numero

$$ib = \mathrm{Im}(z)$$

si chiama **parte immaginaria** di $z$.
Inoltre $b$ si dice coefficiente della parte immaginaria.

- Se la parte reale é nulla, i.e. $a = 0$, il numero $z = ib$ si chiama *immaginario puro*
Se la parte immaginaria é nulla, i.e. $b = 0$, il numero $z = a$ si chiama *numero reale*

# Rappresentazione mediante vettori

- Vettore
$$\overrightarrow{OP}$$
di componenti $(a, b)$
- Il modulo del vettore $\overrightarrow{OP}$ si chiama modulo di $z$ e si indica con $|z|$.
-
$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$
ed é la somma dei quadrati delle sue componenti
- Se $z$ é un numero reale $(b = 0)$ allora il suo modulo coincide con il suo valore assoluto.

- Propietá sui moduli:
  1)$|z| \geq 0$;
  2)$|z| = 0$ se e solo se $z = 0$
  3)$|z + z\prime| \leq |z| + |z\prime|$
  4)$|z * z\prime| = |z| * |z\prime|$