Ricevimento 28-10-21

$$A=\begin{pmatrix} h & 0 & 0 & 0 \\ 2 & -h & 0 & 0 \\ -3 & 1 & h & 1 \end{pmatrix} \to R_3 \to R_1 \begin{pmatrix} -3 & 1 & \underset{}{\overset{\neq 0}{h}} & 1 \\ 2 & \overset{\neq 0}{-h} & 0 & 0 \\ \underset{\neq 0}{h} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$h \neq 0 \to \rho(A) = 3$

*****

TOGLIATTO LA CONDIZIONE

$\boxed{h=0}$ $\Rightarrow$ $\begin{pmatrix} -3 & \boxed{1} & 0 & 1 \\ \boxed{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\rho(A)=2$

$\neq 0$

$$\det\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc$$

LIBRO PAG 20

$$B = \begin{pmatrix} \boxed{1} & 2 & 3h & h+4 \\ 4^* & 1 & 0 & 1 \\ h & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & h & 0 \end{pmatrix}$$

$4\cdot$

5×4

$1-4(2)=-7$

$0-4(3h)=-12h$

LIBRO USA IL METODO DEI MINORI PER CALCOLARE IL RANGO

MINORE DI ORDINE MAX IN B È IL DET DI UNA 4x4

NOI FAREMO IL METODO DELLA RIDUZIONE

EL SPEC. DI R_1 : $a_{11}=1\neq 0$

$R_2 \to R_2 - 4\cdot R_1$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3h & h+4 \\ 0 & -7 & -12h & -15-4h \\ h^* & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & h & 0 \end{pmatrix}$$

$1-4(2)$

$0-4(3h)$

$1-4(h+4)=1-4h-16$

$1-h\cdot 2 = 1-2h$

$R_3 \to R_3 - hR_1$

$-1-h(3h)$

$0-h$

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & 2 & 3h & h+4 \\ 0 & -7 & -12h & -15-4h \\ 0 & 1-2h & -1-3h^2 & -h(h+4) \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & h & 0 \end{pmatrix}$$

$R_2 \to R_4$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3h & h+4 \\ 0 & -2 & 1 & \boxed{-1} \\ 0 & 1-2h & -1-3h^2 & -h(h+4)^{*} \\ 0 & -7 & -12h & -15-4h \\ 0 & 1 & h & 0 \end{pmatrix}$$

EL SPEC. DI R_2: $a_{24}=-1\neq 0$

$R_3 \to R_3 - \frac{-h(h+4)}{(-1)} R_2$

$R_3 \to R_3 - h(h+4) R_2$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3h & h+4 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 2h^2+6h+1 & -4h^2-4h-1 & 0 \\ 0 & -7 & -12h & -15-4h^{*} \\ 0 & 1 & h & 0 \end{pmatrix}$$

$1-2h-h(h+4)(-2) =$

$= 1-2h+2h(h+4) =$

$= 1-2h+2h^2+8h$

$-1-3h^2-h(h+4)(1) =$

$= -1-3h^2-h^2-4h$

$R_4 \to R_4 - \frac{-(15+4h)}{(-1)} R_2$

$(2h+1)^2$

QU. DI BINOMIO

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3h & h+4 \\ 0 & -2 & 1 & \boxed{-1} \\ 0 & 2h^2+6h+1 & -(4h^2+4h+1) & 0 \\ 0 & 8h+23 & -16h-15 & 0 \\ 0 & 1 & h & 0 \end{pmatrix}$$

$R_4 \to R_4 - (15+4h) R_2$

$-7-(15+4h)(-2) =$

$= -7+30+8h$

$-12h-(15+4h)(1) =$

$= -12h-15-4h$

$R_3 \to R_5$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3h & h+4 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & \boxed{1} & h & 0 \\ 0 & (8h+23)^{*} & -16h-15 & 0 \\ 0 & 2h^2+6h+1 & -(2h+1)^2 & 0 \end{pmatrix}$$

EL SPEC. DI R_3: $a_{32}=1\neq 0$

$R_4 \to R_4 - (8h+23) R_3$

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & 2 & 3h & h+4 \\ 0 & -2 & 1 & \boxed{-1} \\ 0 & \boxed{1} & h & 0 \\ 0 & 0 & -8h^2-39h-15 & 0 \\ 0 & 2h^2+6h+1 & -(2h+1)^2 & 0 \end{pmatrix}$$

$-16h-15-(8h+23)h =$

$-16h-15-8h^2-23h =$

$= -8h^2-39h-15$

$R_5 \to R_5 - (2h^2+6h+1)R_3$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3h & h+4 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & h & 0 \\ 0 & 0 & -8h^2-39h-15 & 0 \\ 0 & 0 & * & 0 \end{pmatrix}$$

$\neq 0$

$\underbrace{-(2h+1)^2-(2h^2+6h+1)\cdot h}_{} = *$

$-4h^2-4h-1-2h^3-6h^2-h=$

$\underbrace{-2h^3-10h^2-5h-1}_{*}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3h & h+4 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & h & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\neq 0$

EL. SPEC. DI R_4

$-(8h^2+39h+15)\neq 0$

$h \neq \dfrac{-39\pm\sqrt{1041}}{16}$ → $\alpha_1 = \dfrac{-39+\sqrt{1041}}{16}$, $\alpha_2 = \dfrac{-39-\sqrt{1041}}{16}$

***

$\rho(B)=4 \qquad h\neq \alpha_1, \alpha_2$

$h=\alpha_1 = \dfrac{-39+\sqrt{1041}}{16}$

VADO A SOSTITUIRE
NEL PASSAGGIO
PRIMA

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3\left(\frac{-39+\sqrt{\ }}{16}\right) & \frac{-39+\sqrt{1041}}{16}+4 \\ 0 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{-39+\sqrt{\ }}{16} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & * & 0 \end{pmatrix}$$

$r(B)=4$

$h=\alpha_2$ IDEM VADO A SOSTITUIRE $r(B)=4$

CONSIGLIO

SE AVETE UNA MATRICE $m\times n$ QUADRATA $\Rightarrow$ METODO DEI MINORI

SE AVETE UNA MATRICE $m\times n$ RETTANGOLARE $\Rightarrow$ METODO DELLA RIDUZIONE

$= 0$ MAI

$\Delta < 0$ EQUAZIONE $= 0$ $\Rightarrow$ L'EQUAZ. È IMPOSSIBILE

DISEQUAZIONE >0, ≥ 0, <0, ≤ 0

- SEGNO DI a È CONCORDE CON IL SEGNO DELLA DISEQ.) $\boxed{\forall x \in \mathbb{R}}$
- SEGNI DISCORDI $\Rightarrow$ $\boxed{\emptyset}$

$3x^2 + x + 10 > 0$

$-2x^2 + x - 11 < 0$

$\Delta = 1 - 88 = -87 < 0 \Rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$

$\Delta < 0$ $\quad \Delta = b^2 - 4ac$

MATRICE EL. SPEC. $\neq 0$ $\quad (\qquad) \neq 0 \Rightarrow$ SEMPRE

$\det = h^2 + 3h + 4$

PONGO $h^2 + 3h + 4 \neq 0$ $\quad \Delta = 9 - 16 < 0$

↑ sempre $\quad \boxed{\forall h \in \mathbb{R}}$

$\det \neq 0$ sempre

---

det

$\Delta > 0$ $\quad \boxed{h^2 - 2h - 3 \neq 0}$ $\quad \frac{\Delta}{4} = 1 + 3 = 4$

$h = 1 \pm 2 \quad \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases}$ $\quad h \neq 3, -1$ rango è max

$h = 3$ si sostituisce ----

$h = -1$ " si ricomincia

ESEMPIO

$$A = \begin{pmatrix} h & 2 & h \\ 1 & 0 & h \\ h & -1 & h \end{pmatrix}$$

CALCOLARE IL RANGO

$2h^2 - h + h^2 - 2h =$

$= \boxed{3h^2 - 3h}$

PONGO IL DET $\neq 0$:

$\cancel{3}h^2 - \cancel{3}h \neq 0$

$h^2 - h \neq 0 \quad h(h-1) \neq 0$

$h \neq 0$ $\quad$ $h \neq 1$ $\quad$ * * * * * *

IL RANGO QUANTO VALE ? 3×3 con $\det \neq 0$

QUINDI $\quad r(A) = 3$

TOLGO LA CONDIZIONE SE $h=0$ metto al posto di h lo zero

$\det = -2 \neq 0$

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

VADO AI 2×2

NE TROVO UNO $\neq 0$

QUINDI $\boxed{r(A) = 2}$

TOLGO L'ALTRA CONDIZIONE

SE $h=1$ metto al posto di h il numero 1

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$\neq 0$

$r(A)=2$

R. Se $h \neq 0,1$ $\quad r(A)=3$

Se $h=0$ $\quad r(A)=2$

Se $h=1$ $\quad r(A)=2$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3h \\ 4 & 1 & 0 \\ h & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$-1+12h-3h^2+8 \neq 0$

$-3h^2+12h+7 \neq 0$

$3h^2-12h-7 \neq 0$

$$h \neq \frac{6 \pm \sqrt{36+21}}{3} = \frac{6 \pm \sqrt{57}}{3}$$

$$\underset{3\times 4}{C} = \begin{pmatrix} 1 & h & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 3h-1 & h \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \neq 0$$

METODO DEI MINORI

UN MINORE DI ORDINE MAX É IL DET DI UNA 3X3

$$\begin{vmatrix} h & 1 & 0 \\ 1 & 3h-1 & h \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2h^2 - h - 1 \neq 0$$

$$h = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \frac{1 \pm 3}{4} \begin{cases} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$h \neq 1, -\frac{1}{2}$ $\qquad$ $r(C) = 3$

$h=1$ sostituisce nella matrice C

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

ANNULLA IL DET

PROVO CON QUESTO

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

VENGONO I 3x3 TUTTI ZERO

ALLORA PASSO AI 2x2

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 2 = -1 \neq 0 \qquad r(C) = 2$$

SE $h = -\frac{1}{2}$ sostituiamo nella matrice C

$$C = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -\frac{5}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

PROVO CON QUESTO

$\det = 9/4 \neq 0 \Rightarrow r(C) = 3$

R. Se $h \neq 1, -\frac{1}{2}$ $\quad r(C)=3$.

Se $h=1$ $\quad r(C)=2$

$h=-\frac{1}{2}$ $\quad r(C)=3$

$\Rightarrow$ Se $h \neq 1$ $r(C)=3$

Se $h=1$ $r(C)=2$