FORMULARIO DI FISICA

http://rosarioterranova.blogspot.it/

CINEMATICA

Studia i moti del corpo senza interessarsi delle cause del moto

Vettori

Componenti dei vettori: proiezioni dei vettori sugli assi cartesiani che individuano quelle direzioni

$a_x = a\cos\theta$ $\quad$ $a_y = a\sin\theta$

Conoscendo a_x e a_y si può trovare il modulo di a con il teorema di Pitagora

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

Possiamo trovare anche l'angolo compreso Θ con

$\tan\theta = \frac{a_y}{a_x}$ $\quad$ $\theta = \arctan(\tan\theta)$

Somma di due vettori: sommare due vettori significa sommare le sue componenti

$s_x = a_x + b_x$ $\quad$ $s_y = a_y + b_y$

Prodotto scalare tra due vettori: $\vec{a}\cdot\vec{b} = ab\cos\theta$

Prodotto vettoriale tra due vettori: $\vec{a}\times\vec{b}$ è un vettore c che ha direzione perpendicolare al piano di a e b; verso dato dalla mano destra e modulo uguale a $c = ab\sin\theta$

Versori: vettori di modulo 1 usati per indicare una data direzione o verso

$$a = a_x\hat{x} + a_y\hat{y}$$

Grandezze cinematiche

Densità: dipende dal materiale dell'oggetto, ed è data dal rapporto

$$p = \frac{m}{V}$$

Dove *m* è la massa del corpo e *V* il suo volume

Spostamento: variazione di posizione di un corpo in movimento su una retta

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

Dove x_2 è la posizione finale del corpo dopo il moto e x_1 è la posizione iniziale del corpo prima del moto. UdM = (m)etro

Velocità: variazione di posizione in uno specifico intervallo di tempo

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

UdM = m/s. Se l'intervallo di tempo Δt è molto piccolo, si definisce la velocità istantanea $\lim_{t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t}$. Se la velocità media non cambia nel tempo, abbiamo un *moto uniforme*.

Accelerazione: variazione di velocità nell'intervallo di tempo

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

UdM=m/s^2. Un oggetto che cade di 3m/s^2 aumenta ogni secondo la propria velocità di 3m/s. Se l'accelerazione media non cambia nel tempo, abbiamo un *moto uniformemente accelerato*.

Moti

Moto uniforme: ha sempre la stessa velocità; data la velocità media, troviamola legge del moto uniforme

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} \to \Delta x = vt \to x_f = x_i + vt$$

Moto uniformemente accelerato: accelerazione costante al trascorrere del tempo, do conseguenza la velocità è variabile a ritmo costante; dall'accelerazione media troviamo la legge della velocità:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \to \Delta v = at \to v_f = v_i + at$$

Per trovare legge della posizione per il moto uniformemente accelerato , dobbiamo considerare che essendo la velocità variabile, la legge del moto uniforme sarà

$$x = \frac{v_f - v_i}{2}t$$

dove sostituiamo v_f con la legge della velocità avremo

$$x = \frac{v_i + at + v_i}{2}t \to x = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$$

Moto di caduta dei gravi: moto uniformemente accelerato (a costante) con le sue stesse formule, ma invece di a c'è g=9,81. Quindi la velocità finale del corpo in caduta all'istante t sarà

$$v_y = v_{0i} - gt$$

E la posizione y del corpo in caduta all'istante t sarà

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

Moto parabolico con velocità iniziale orizzontale: sovrapposizione del moto uniforme orizzontale in orizzontale e del moto uniformemente accelerato in verticale; quindi essendo posizione e velocità iniziale nulle troviamo la traiettoria con il sistema seguente

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Isoliamo t e troviamo

$$\begin{cases} t = \frac{x}{v_0} \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \rightarrow y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \rightarrow y = -\frac{1}{2}\frac{g}{v_0^2} x^2$$

Tale equazione descrive una parabola con vertice nel punto di lancio

---

Moto parabolico con velocità iniziale obliqua: sempre sovrapposizione del moto uniforme orizzontale in orizzontale e del moto uniformemente accelerato in verticale; in questo caso solo la posizione iniziale è nulla; troviamo la traiettoria con il sistema seguente

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Isoliamo t e troviamo

$$\begin{cases} t = \frac{x}{v_0} \\ y = v_{0y} \frac{x}{v_0} - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \end{cases} \rightarrow y = v_{0y} \frac{x}{v_0} - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \rightarrow y = \frac{v_y}{v_x} x - \frac{1}{2}\frac{g}{v_x^2} x^2$$

Tale equazione descrive una parabola del tipo y=x-x^2

Gittata: distanza dal punto di partenza di lancio di un corpo al punto in cui atterra (max 45°)

$$R = 2\frac{v_x v_y}{g}$$

Moto circolare uniforme: la lunghezza della traiettoria circolare è $2\pi r$, dove r è il raggio; la frequenza è $f = \frac{1}{T}$ UdM=(H)ertz;

La velocità tangenziale è la velocità di un corpo che si muove nel moto circolare uniforme, ed è data da

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \left(\frac{2\pi}{T}\right) r = \omega r$$

La velocità angolare è la rapidità con cui il raggio vettore spazza l'angolo al centro in un certo intervallo di tempo, data da

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T}$$

Dove α è l'angolo spazzato da r; UdM = rad/s^2

L'ampiezza α di un angolo è data dal rapporto tra la lunghezza dell'arco AB e il valore del raggio della circonferenza

$$\alpha = \frac{l}{r} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi$$

L'accelerazione centripeta è un'accelerazione vettoriale subita dal corpo che lo fa rivolgere verso il centro durante il moto circolare uniforme

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(\omega r)^2}{r} = \omega^2 r$$

Moto vario: moto con velocità variabile possibile da calcolare dividendo in tanti intervallini il moto totale compiuto sommando la differenza di spostamento di vari intervallini

$$\Delta s = \lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} v_k \Delta t_k = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$$

DINAMICA

Studia le cause del movimento dei corpi

Leggi della dinamica

Secondo principio dinamica: la forza è uguale alla massa per l'accelerazione

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

UdM = (N)ewton=$kg \cdot m/s^2$

Forza peso: forza responsabile della caduta degli oggetti al suolo, data da

$$P = mg$$

Terzo principio dinamica: ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria

$$F_{AB} = -F_{BA}$$

Forze di tensione e di attrito

Legge di Hooke (forze elastiche): forza direttamente proporzionale allo spostamento del corpo che lo subisce rispetto ad un peso, diretta verso il centro stesso

$$F_c = -kx$$

Dove k è la costante elastica che misura la rigidità della molla e x è la distanza di allungamento della molla rispetto alla posizione di riposo

Tensione: intensità della forza che un tratto di corda esercita sul tratto di corda successivo

$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

dove A è un punto del piano. La tensione di un pendolo è data da

$$T = -mg\cos\theta\,(t)$$

Dove $\theta(t)$ è l'angolo spazzato dal filo ed m è la massa in movimento

Attrito: componente di una forza di contatto che si oppone al moto. L'attrito statico è la forza che impedisce ad un corpo di muoversi, è dato da

$$f_s \le \mu_s F_n$$

Dove μ_s è il coefficiente di attrito statico che dipende dal materiale delle superfici a contatto, e Fn è l'intensità della forza applicata. L'attrito dinamico è la forza che si oppone al corpo in movimento

$$f_d = \mu_d F_n$$

Pendolo inclinato: la forza peso si divide in

$P_\perp = mg\cos\alpha$ e $P_\parallel = mg\ sen\ \alpha$

Lavoro e potenza

Lavoro: trasferimento di energia tramite una forza

$W = F \cdot s$ $\quad W = F \cdot s \cdot cos\theta$

UdM = (J)oule=N·m

Lavoro della forza di gravità: dato dalla forza peso per il spostamento verticale

$$W = mg \cdot y$$

Lavoro totale di un sistema: somma di tutte le forze lavoro

$$W_{tot} = F_1 s_1 + F_2 s_2 + \cdots$$

Potenza: lavoro compiuto da una forza nell'unità di tempo; descrive la rapidità con cui un sistema compie un lavoro.

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

UdM = (W)att=J/s

Energia

Misura della capacità di un sistema di compiere lavoro

Energia cinetica: energia che possiede il corpo per il movimento che ha o acquista

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

UdM = (J)oule=N·m

Teorema delle forze vive: un punto materiale che possiede un'energia cinetica K_i per effetto di un lavoro W di una forza, cambia il moto del punto fino ad avere una nuova energia cinetica K_f

$$K_f = K_i + \mathrm{W} \rightarrow \mathrm{W} = \Delta\mathrm{K} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

Forza conservativa: il lavoro totale compiuto su un punto materiale è nullo quando il punto materiale si muove su un circuito arbitrario chiuso, tornando nella sua posizione iniziale

Energia potenziale: energia che un corpo possiede per la sua configurazione o posizione nello spazio; capacità di un oggetto di trasformare la propria energia in un'altra come quella cinetica

Differenza di energia potenziale: è l'opposto del lavoro fatto dalla forza F durante il passaggio dalla situazione A a quella B

$$\Delta U = U_B - U_A = -W_{AB} = +W_{BA}$$

Per tutte le forze conservative

Energia potenziale gravitazionale: il lavoro della forza di gravità su un corpo è

$$W = mgy$$

un corpo che cade da un altezza h_0 avrà

$$W = mg(h_1 - h_0) = mgh$$

e potrà compiere questo lavoro, ad esempio deformando uno scatolone; definiamo quindi

$$U = mgh$$

Energia potenziale elastica: energia che si accumula quando si flette una molla

$$U_e = \frac{1}{2}ks^2$$

Conservazione energia meccanica: dato un corpo alla quota iniziale h_i, la sua energia cinetica è K_i e quella potenziale iniziale U_i; alla quota finale h_f la sua energia cinetica è K_f e quella potenziale U_f; per il teorema delle forze vive

$$W_{if} = K_f - K_i$$

per la variazione di energia potenziale avremo che

$$W_{if} = U_i - U_f$$

Quindi scriviamo che

$$U_i - U_f = K_f - K_i$$

da cui otteniamo l'energia meccanica totale

$$U_i + K_i = U_f + K_f$$

SISTEMI DI PARTICELLE

Centro di massa per due particelle su una retta: punto in cui è contrato tutto il peso del corpo o del sistema dei corpi

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

Centro di massa per n particelle in due coordinate: caso generale per un sistema di particelle

$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \cdots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}$ $\qquad$ $y_{cm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \cdots + m_n y_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}$

Per trovare la velocità o l'accelerazione del centro di massa del sistema di particelle bisogna solamente sostituire v o a alle coordinate x o y di queste equazioni

Quantità di moto: misura dello sforzo richiesto per fermare un punto materiale; direttamente proporzionale alla massa per la velocità

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

UdM = $kg \cdot m/s$

Teorema dell'impulso: dato un punto materiale di massa *m* con una quantità di moto iniziale

$$p_1 = mv_1$$

su di esso agisce una forza F per un Δt, come conseguenza la sua quantità di moto diventa

$$p_2 = mv_2$$

il vettore

$$\Delta p = p_2 - p_1$$

è la variazione della quantità di moto. Ricordando la formula dell'accelerazione media, possiamo scrivere il secondo principio della dinamica come

$$F = ma = m\frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow F\Delta t = m\Delta v$$

Il prodotto $m\Delta v$ diventa

$$m\Delta v = m(v_2 - v_1) = mv_2 - mv_1 = p_2 - p_1 = \Delta p$$

Abbiamo trovato il teorema dell'impulso

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}\Delta t \ \rightarrow \Delta\vec{p} = \vec{I}$$

Una forza impulsiva misura l'intensità della forza di interazione durante il contatto in un urto; in altre parole, è la forza spinta data ad un corpo, la quale ha durata molto breve.

Impulso per F variabile: se F è variabile è necessario calcolare l'impulso in infiniti intervallini di tempo in cui la forza si può considerare costante e poi sommare tutti questi contributi

$$\vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F} dt$$

Urti

Urti su una retta: la conservazione quantità di moto dopo un urto su una retta è data da

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

Urti elastici su una retta: l'energia cinetica totale del sistema costituito dai due corpi è la stessa prima e dopo la collisione; dopo l'urto i due corpi hanno ancora la stessa forma e la stessa temperatura; la conservazione della quantità di moto e dell'energia cinetica è data dal sistema

$$\begin{cases} m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \\ \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \end{cases}$$

Urti anaelastici su una retta: si perde l'energia cinetica; nell'urto i due corpi hanno subito delle variazioni nella struttura, nella forma o nella temperatura interna. Inoltre i due corpi hanno la stessa velocità dopo l'urto perché rimangono incastrati**.** La quantità di moto totale che si conversa è data da

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f$$

Con la quale possiamo trovare la velocità d'urto per il sistema con

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

Velocità d'urto generale: data dalle formule

$v_{1f} = \frac{(m_1 - \epsilon m_2) v_{1i} + m_2 (1 + \epsilon) v_{2i}}{m_1 + m_2}$ e $v_{2f} = \frac{(m_2 - \epsilon m_1) v_{2i} + m_1 (1 + \epsilon) v_{1i}}{m_1 + m_2}$

Dove la costante se $\epsilon = 0$ avremo un urto anelastico, se $\epsilon = 1$ avremo un urto elastico.

Urti obliqui negli urti elastici: data un corpo di massa *m* che urta in modo elastico con un altro corpo, dopo l'urto i corpi andranno verso le direzioni $\vec{u}$ e $\vec{V}$; imponiamo la conservazione della quantità di moto ottenendo

$$mv = mu + mV$$

dove dividendo per m ottengo

$$v = u + V$$

cioè la somma vettoriale delle velocità finali dei corpi; essendo un urto elastico imponiamo la conservazione dell'energia cinetica totale

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}mV^2$$

dove dividendo per $\frac{1}{2}m$ troviamo

$$v^2 = u^2 + V^2$$

Stabilendo che dopo l'urto i corpi hanno velocità perpendicolari tra loro

Momento angolare

Momento angolare di una particella: uguale al prodotto vettoriale tra il vettore r e la quantità di moto p della particella

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = r \times mv = rp \sin\theta$$

Momento di una forza: è un vettore M indice della capacità di una forza di generare una rotazione interno a un punto O; dato il vettore r che congiunge O con il punti di applicazione di F, avremo

$$M = r \times F$$

Momento meccanico: attitudine di una forza a imprimere la rotazione ad un oggetto attorno ad un punto (nel piano) o ad un asse (nello spazio)

$$P = T\omega$$

dove P è la potenza del motore espressa in W (watt) al numero di giri desiderato, T è la coppia generata espressa in $N \cdot m$, ω è la velocità angolare espressa in radianti al secondo a cui si riferisce la potenza P.

Rotazione attorno ad un'asse fisso: ciascun punto di un corpo rigido che ruota intorno ad un asse fisso compie una traiettoria circolare avente centro sull'asse e raggio uguale alla distanza del punto dall'asse di rotazione. Si immagini un disco che ruota introno a un asse fisso perpendicolare al disco e passante per il suo centro. Sia r_i il raggio e Θ_i l'angolo formato dalla direzione radiale per questo punto e da un asse di riferimento fisso nello spazio, misurato in senti antiorario. Mentre il disco ruota di un angolo $d\theta$, il punto materiale percorre un arco di circonferenza di lunghezza orientata $\boldsymbol{dsi}$ tale che

$dsi = rid\theta$

dove $d\Theta$ è misurato in radianti

Energia cinetica di rotazione: data dalla somma delle energie cinetiche di tutti i punti materiali che costituiscono il corpo. L'energia cinetica dell'i-esimo punto materiale di massa mi è data da

$$K = \frac{1}{2}m_i v_i^2$$

Sommando su tutti i punti materiali di cui è costituito il corpo e sfruttando la relazione $v_i = r_i\omega$ si ha

$$K = \sum_i \left(\frac{1}{2}m_1 v_i^2\right) = \frac{1}{2}\sum_i \left(\frac{1}{2}m_1 r_i^2 \omega^2\right) = \frac{1}{2}\sum_i \left(\frac{1}{2}m_1 r_i^2\right)\omega^2$$

di cui l'ultimo membro viene detto <u>momento di inerzia</u> del corpo rispetto all'asse intorno a cui avviene la rotazione

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

ovvero la misura della resistenza inerziale che il corpo oppone alle variazioni del moto di rotazione intorno a quell'asse

---

Teorema di Huygens-Steiner: teorema che semplifica il calcolo del momento di inerzia esprimendo una relazione tra il momento di inerzia rispetto a un asse passante per il centro di massa e il momento di inerzia rispetto a un asse a esso parallelo. Sia I il momento di inerzia rispetto a un asse qualunque e I_{cm} il momento di inerzia rispetto all'asse parallelo al primo ma passante per il centro di massa; inoltre sia m_{sis} la massa totale del corpo e h la distanza tra i due assi; il teorema dice che

$$I = I_{cm} + m_{sis}h^2$$

GRAVITAZIONE

Terza legge di Keplero: i quadrati dei tempi che i pianeti impiegano a percorrere le loro orbite (rivoluzione) sono proporzionali ai cubi delle loro distanze medie dal sole

$$T^2 = ka^3$$

Dove a è il semiasse maggiore (o equivalente al raggio medio) dell'orbita, T il periodo di rivoluzione e K una costante che dipende dal corpo celeste attorno al quale avviene il moto di rivoluzione (es. per il sole K=1)

Legge di gravitazione universale: la forza di attrazione gravitazionale esercitata tra due corpi è data da

$$F_g = G \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Dove G = $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ UdM =N · m^2/kg^2

Moto di un satellite intorno alla Terra: dato secondo principio della dinamica $F = ma$, sostituiamo con la forza di gravità $F_g = G\frac{m \cdot M_r}{R^2}$ e l'accelerazione centripeta $a = \frac{v^2}{r}$ dove M_r è la massa della Terra, m la massa del satellite, r la distanza del satellite dal centro della Terra e v la velocità del satellite. Unendo insieme le due formule trovo

$$G\frac{m \cdot M_r}{R^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M_r}{r}}$$

Vettore del campo gravitazionale: data una distribuzione qualunque di masse nello spazio, scegliamo un punto P e mettiamo una massa di prova m; possiamo misurare la forza gravitazione Fg che agisce su m in P; definiamo il vettore campo gravitazionale

$$g = \frac{F_g}{m}$$

Dove m è la massa della massa di prova

Campo gravitazionale di una massa puntiforme: data una massa puntiforme M che si trova nel punto O a distanza r da P; sulla massa di prova m posta in P agisce la forza gravitazionale F diretta da P verso O e con modulo dato dalla legge di gravitazione universale; il modulo di g sarà dato da

$$g = \frac{F_g}{m} = \frac{G\frac{mM}{r^2}}{m} = G\frac{M}{r^2}$$

Dove m è la massa della massa di prova e M la massa di un corpo che si trova nel campo.

Energia potenziale gravitazionale: sappiamo che la variazione di energia potenziale è

$$\Delta U = U_B - U_A = -W_{AB}$$

il passaggio di una massa m da una massa A a una massa B è dato da

$$W_{AB} = G\frac{mM}{r_B} - G\frac{mM}{r_A}$$

combinando le due equazioni avremo

$$U_B - U_A = G\frac{mM}{r_B} - G\frac{mM}{r_A}$$

di cui troviamo che

$$U_{(r)} = -G\frac{mM}{r} + k$$

Possiamo porre k=0 mettendo che m e M si trovano a distanza infinita l'una dall'altra.

Velocità di fuga da un pianeta: è la minima velocità che un corpo deve possedere per allontanarsi dal pianeta. Dato un pianeta di massa M e raggio R e una massa m, tale corpo m sparato dalla superficie di un pianeta con una velocità pari alla velocità di fuga v_f ha un energia potenziale U_1 ed energia cinetica K_1 dati da

$U_1 = -G\frac{mM}{R}$ e $K_1 = \frac{1}{2}mv_f^2$

la legge di conservazione dell'energia meccanica dice che

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

sostituendo ottengo

$$\frac{1}{2}mv_f^2 - G\frac{mM}{R} = 0$$

da tale equazione ricavo la velocità di fuga

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R_T}}$$

MOTO ARMONICO

Movimento che si ottiene proiettando su un diametro le posizioni di un punto materiale che si muove di moto circolare uniforme

Legge del moto armonico: data l'origine s=0 e l'istante di tempo t=0, la posizione s del corpo in moto armonico è data da

$$s = r\cos\omega t = r\cos\frac{2\pi t}{T}$$

Dove ω è la velocità angolare del moto circolare uniforme che genera il moto armonico e r è il raggio della traiettoria circolare

Velocità istantanea di un corpo in moto armonico: vale la relazione

$$v = -\omega r\sin\omega t = -v_0\sin\omega t$$

Accelerazione del moto armonico: il valore dell'accelerazione è

$$a = -\omega^2 s$$

Combinando questa formula con la legge del moto armonico abbiamo

$$a = -\omega^2 s = -\omega^2 r\cos\omega t = -a_0\cos\omega t$$

ELETTROSTATICA

Studio delle cariche elettriche e dei corpi che sfruttano tali cariche per qualche scopo

Legge di Coulomb: traduce l'attrazione e la repulsione di cariche in termini quantitativi, deducendone la forza di iterazione a distanza tra le cariche; poniamo in vicinanza due cariche puntiformi q1 e q2 posti ad una certa distanza r, si attraggono o si respingono con una forza F il cui modulo dipende dal prodotto delle stesse cariche ed inversamente proporzionale al quadrato della loro distanza

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

UdM = coulomb (C), dove k è la <u>costante di coulomb</u>, vale

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

in cui ε_0 è la <u>costante dielettrica</u> del vuoto UdM = C^2/m^2, la quale cambia in base al mezzo che attutisce il corpo.
L'attrazione è maggiore della repulsione (provocando l'induzione dei corpi che si attraggono, la ridistribuzione di carica)

Costante dielettrica relativa: in un isolate la forza di Coulomb è minore della forza di Coulomb che agisce sul vuoto, a parità di cariche e distanza. Per misurare di quanto l'intensità della forza elettrica è ridotta calcoliamo la costante dielettrica relativa

$$\varepsilon_r = \frac{F_0}{F_m}$$

Dove F_0 è la forza che agisce sul vuoto, F_m sul mezzo isolante. Nel vuoto si ha $F_m = F_0$ quindi $\varepsilon_r = 1$. Possiamo trovare l'equazione che fornisce la forza che si esercita su un mezzo materiale sostituendo a F_0 la legge di Coulomb:

$$F_m = \frac{F_0}{\varepsilon_r} = \frac{k_0}{\varepsilon_r}\frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Costante dielettrica assoluta: altra costante definita da

$$\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$$

Campo elettrico

La presenza di una carica q1 modifica le caratteristiche dello spazio che la circonda, cambiando le proprietà in punto B dove si trova una seconda carica q2, la quale avverte una forza elettrica che è dovuta alle nuove proprietà della zone di spazio in cui essa si trova. La carica q1 genera un campo elettrico e la zone di influenza B è sede del campo elettrico.

Vettore campo elettrico: dato un campo elettrico generato dal sistema di n cariche puntiformi, se mettiamo una carica di prova q^+ in un punto P del campo scelto, osserviamo che agisce una forza F sulla carica di prova che dipende da molti fattori (cariche che generano il campo, posizione del punto P,…). Definiamo una grandezza che descrive l'interazione elettrica in ogni punto dello spazio ma che non dipende da q^+, ovvero il vettore campo elettrico dato da

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q^+}$$

UdM = N/C. In sostanza, per determinare il campo elettrico in un punto nello spazio, mettiamo q^+ in quel punto e osserviamo la direzione e il verso della forza misurandola con un dinamometro; per ottenere il campo elettrico dividiamo il modulo della forza per la carica di prova

Calcolo della forza elettrostatica: se conosciamo il valore del vettore campo elettrico, possiamo calcolare la forza che agisce su qualsiasi carica nel campo con la formula inversa

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Campo elettrico di una carica puntiforme: data una carica Q che genera il campo e una carica di prova q^+, per la legge di Coulomb il valore della forza elettrica tra queste due cariche quando si trovano nel vuoto a una distanza r è

$$F = \frac{Qq^+}{r^2}$$

L'intensità del campo elettrico di una carica puntiforme sarà data da

$$E = \frac{F}{q^+} = \frac{k\frac{Qq^+}{r^2}}{q^+} = k\frac{Q}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$$

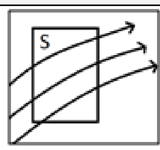
Campo elettrico generato da più cariche puntiformi: i diversi campi elettrici in uno stesso punto si sommano con la regola del parallelogramma; l'effetto totale di una carica non influisce gli altri campi. Vale il principio di sovrapposizione delle forze, quindi

$$F = F_1 + F_2 + \cdots + F_n$$

Possiamo quindi calcolare l'intensità del campo elettrico come se fosse una carica puntiforme ma con la forza elettrica F uguale alla somma delle forze elettriche delle cariche puntiformi del campo

Teorema di Gauss per il campo elettrico

Flusso del campo elettrico: proprietà che misura lo scorrimento dei vettori del campo attraverso una superficie piana immaginaria S immersa nel campo. Dato il numero di linee di forza che attraverso la superficie (flusso) Φ_S, se le linee di forza sono generate da un campo elettrostatico E, si avrà un flusso di linee di forza di E attraverso S $\Phi_S(E)$; il numero di linee che penetra S dipende dall'orientazione di S rispetto alle linee:



- Se S è perpendicolare alle linee di forza

$$\Phi_S(E) = E \cdot S$$

- Se S è inclinata rispetto alle linee di forza

$$\Phi_S(E) = E \cdot S\cos\alpha$$

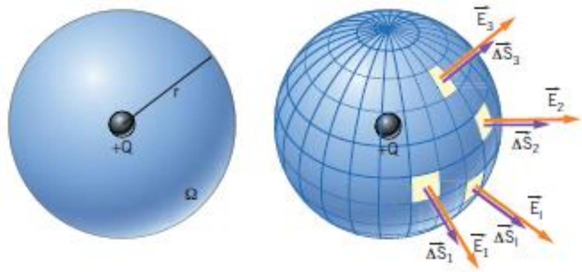
- Se S è parallelo alle linee di forza, il numero di linee di forza che attraverserà la superficie sarà uguale a zero.
- Se la superficie non è piana, la si suddivide in n parti ΔS, così piccole da essere piane e si calcola il flusso su ogni piccolo piano; il flusso complessivo è dato da

$$\Phi_S(E) = \sum_{i=1}^{n} E \cdot \Delta S_i$$

Teorema di Gauss per il campo elettrico: stabilisce che il flusso del campo elettrico attraverso una superficie chiusa è direttamente proporzionale alla carica totale contenuta all'interno della superficie e inversamente proporzionale alla costante dielettrica del mezzo

$$\Phi_\Omega(\vec{E}) = \frac{Q_{tot}}{\varepsilon}$$

<u>Dimostrazione</u>**:** consideriamo un campo elettrico generato da una singola carica puntiforme positiva Q; la superficie Ω attraverso cui si calcola il flusso del campo elettrico è una sfera di raggio r con il centro occupato da Q; dato che la superficie non è piana, suddividiamo Ω in n parti così piccole da poterle considerare piane. In questo modo tutti i vettori di superficie ΔS_i sono perpendicolari alle singoli superfici e ogni punto del vettore E_i ha direzione radiale e verso uscente dalla carica.



Calcoliamo il flusso di una generica superficie

$$\Delta\Phi_i(E) = E_i \Delta S_i$$

Visto che i punti della sfera hanno la stessa distanza dalla carica posta al centro, i vettori E_i hanno tutti lo stesso modulo dato dalla formula per calcolare l'intensità del campo elettrico è

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r^2}$$

Dato che la superficie della sfera è $S_\Omega = 4\pi r^2$ avremo che

$$\Phi_\Omega(E) = ES_\Omega = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r^2}4\pi r^2 = \frac{Q_{tot}}{\varepsilon}$$

Potenziali elettrici

Un sistema di corpi che passa dalla configurazione A a quella B mentre agisce una forza conservativa F ha una differenza di potenziale data da

$$\Delta U = U_B - U_A = -W_{AB}$$

Energia potenziale della forza di Coulomb: dato che la forza di Coulomb è conservativa, possiamo definire anche per la forza elettrica un energia potenziale, data a

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q_1 Q_2}{r}$$

Potenziale elettrico: grandezza scalare di campo che possiede una carica per la sua posizione o configurazione; data una carica di prova q nel punto A di un campo elettrico dove sono presenti N cariche che generano il campo (Q_1,Q_2,…); indichiamo con U_i l'energia potenziale del sistema formato da q e da una carica Q_i; l'energia potenziale complessiva U_A relativa al punto q e A, è data dalla somma

$U_A = U_1 + U_2 + \cdots + U_N = \sum_{i=1}^{n} U_i$

Dalla quale possiamo definire il potenziale elettrico del punto A con la formula

$$V_A = \frac{U_A}{q}$$

UdM = (V)olt = J/C

Differenza di potenziale elettrico (tensione o d.d.p): differenza di energia potenziale elettrica posseduta da una carica in due punti distinti del campo; corrisponde al lavoro necessario per spostare un elemento di valore unitario dal punto potenziale più basso al punto con maggior potenziale. Mettiamo una carica di prova q in un punto B dello spazio; il potenziale elettrico nel punto B sarà $V_B = \frac{U_B}{q}$; calcoliamo ora la differenza di potenziale tra i due punti A e B

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{U_B}{q} - \frac{U_A}{q} = \frac{\Delta U}{q}$$

Sappiamo che $\Delta U = -W_{AB}$, quindi

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = -\frac{W_{AB}}{q}$$

Dove W_{AB} è il lavoro fatto dalla forza elettrica sulla carica di prova q durante il suo spostamento da A a B

Potenziale di una carica puntiforme: data una carica puntiforme Q a distanza r da un punto P dove mettiamo q, l'energia potenziale del sistema di due cariche è data da

$$U(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qQ}{r}$$

per la formula del potenziale elettrico per un punto r troviamo che

$$V_r = \frac{U_r}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qQ}{r}\frac{1}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r}$$

Generazione del campo elettrico

Campo elettrico generato da una distribuzione piana infinita di carica: data una superficie gaussiana Ω di forma cilindrica disposta perpendicolarmente al piano di carica, le due superfici hanno la stessa area ΔS_1 e ΔS_2 e i due vettori del campo elettrico hanno steso modulo E_1 e E_2; il flusso del campo sul cilindro è dato dai due contributi delle superfici del cilindro, in cui applico la legge di gauss

$$\Phi_\Omega(E) = E_1 \Delta S_1 + E_2 \Delta S_2 = \frac{\Delta Q}{\varepsilon}$$

Da cui otteniamo

$$E\Delta S + E\Delta S = 2E\Delta S = \frac{\Delta Q}{\varepsilon}$$

Dove ricavando E otteniamo

$$E = \frac{\Delta Q}{2\varepsilon \Delta s} = \frac{\Delta Q}{\Delta S} \cdot \frac{1}{2\varepsilon} = \frac{\sigma}{2\varepsilon}$$

Quindi trovo la formula del modulo del campo elettrico generata da una distribuzione piana infinita di carica

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon}$$

Dove ε è la costante dielettrica del mezzo e σ è la densità superficiale di carica

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S}$$

ovvero il rapporto tra la carica contenuta su una porzione di piano e l'area di tale porzione

---

Distribuzione lineare infinita di carica: consideriamo un filo infinito costituto da cariche elettriche disposte in modo uniforme; dato un punto P a distanza r dal filo, il campo elettrico ha direzione perpendicolare al filo e intensità data da

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

Dove λ è la densità lineare di carica data da

$$\lambda = \frac{\Delta Q}{\Delta l}$$

dove l è la lunghezza del filo

Campo elettrico all'esterno di una distribuzione sferica di carica: data una sfera di raggio R composta da una carica totale Q; in un punto P a distanza r dal centro della sfera l'intensità del campo elettrico è

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

Campo elettrico all'interno di una sfera omogenea di carica: data una carica Q distribuita omogeneamente in una sfera di raggio R; il campo elettrico in un punto P all'interno della sfera a distanza r dal centro ha intensità

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^3} r$$

Superfici equipotenziali

Una superficie equipotenziale è il luogo dei punti dello spazio in cui il potenziale elettrico assumo uno stesso valore; in ogni punto, la superficie equipotenziale è perpendicolare alla linea di campo che passa per quel punto.

Deduzione del campo elettrico dal potenziale: conoscendo $E = F/q$ e quindi la forza elettrica $F = qE$ che agisce su una carica di prova q, possiamo calcolare il potenziale elettrico in una certa zona di spazio; dato

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = -\frac{W_{AB}}{q}$$

Sostituiamo il lavoro con la sua formula dinamica

$$\Delta V = -\frac{F \cdot \Delta s}{q}$$

Dove sostituiamo F con la forza elettrica

$$\Delta V = -\frac{qE \cdot \Delta s}{q} = -E \cdot \Delta s$$

Dalla quale ricaviamo

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta s}$$

Circuitazione di un campo vettoriale: il lavoro fatto dalla forza elettrica mentre una carica di prova è spostata da un punto A allo stesso punto A lungo la curva chiusa Λ non dipende dal particolare cammino seguito ed è quindi nullo, così come è nullo il lavoro fatto, con spostamento uguale a zero, su una carica di prova che rimane ferma in A.

Densità superficiale di carica: gli esperimenti mostrano che in un sistema in equilibrio statico (tutte le cariche sono ferme) la carica elettrica in eccesso nei conduttori si trova tutta sulla superfice esterna; data una sfera di area ΔS e una carica ΔQ che si trova su essa, tale valore di carica è distribuito secondo al densità superficiale di carica

$$\sigma = \frac{\Delta Q}{\Delta S}$$

Risulta sempre la stessa, indipendentemente dalla forma, dall'estensione e dalla posizione sulla sferra della superficie di area ΔS

Campo elettrico all'interno di un conduttore carico in equilibrio: mentre all'esterno succede quello visto prima, all'interno di un conduttore carico in equilibrio elettrostatico il campo elettrico è nullo

Teorema di Coulomb

Supponiamo di avere n conduttori di cui conosciamo forma, posizione nello spazio e carica su ognuno di essi; il problema generale dell'elettrostatica consiste nel determinare il potenziale elettrico V o il campo elettrico E in tutti i punti dello spazio.

Teorema di Coulomb: in condizioni di equilibrio elettrostatico, la densità superficiale di carica σ che si trova in punto P appartenente alla superficie di un conduttore è legata al modulo del campo E in quel punto da

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Dove ε è la costante dielettrica assoluta del mezzo isolante in cui il conduttore è immerso

Condensatori

Capacità di un conduttore: dato un conduttore isolato scarico, se lo elettrizziamo con una carica Q il potenziale del conduttore passa da zero a un verto V, dando la capacità elettrostatica del conduttore C come

$$C = \frac{Q}{V}$$

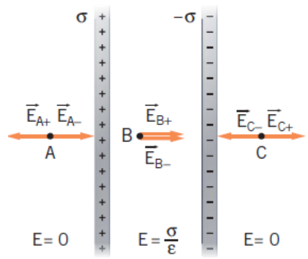
UdM=(F)araday=C/V. Tale capacità dipende dalla forma del conduttore, dimensioni e materiale in cui è immerso.

Condensatore: dispositivo elettrico di tipo puramente capacitivo, il quale immagazzina l'energia nella forma un campo elettrostatico; produce campi elettrici. È formato da due lastre metalliche parallele (armature) poste a distanza piccola in modo che quando una di esse riceve la carica Q, l'altra acquista per induzione una carica –Q.

Capacità di un condensatore: esperimenti mostrano che la carica Q presente sull'armatura positiva di un condensatore è inversamente proporzionale alla differenza di potenziale ΔV tra le armature, dando la capacità del condensatore

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

Campo elettrico generato da un condensatore piano: ha direzione perpendicolare al piano stesso e modulo dato dalla formula del campo elettrico generato da una distribuzione piana infinita di carica.



Nel punto A della figura a destra il campo E_{A+} generato dalle cariche positive è uguale in direzione e modulo a E_{A-} generato dalle cariche negative ma con verso opposto (la loro somma è nulla); stessa cosa nel punto C; invece nel punto B posto tra i due piani i campi elettrici sono uguali per cui la loro somma è uguale al doppio di ciascuno di essi. All'esterno del condensatore il campo elettrico è nullo, mentre all'interno è uniforme, ortogonale alle armature, diretto da quella positiva a quella negativa e con modulo dato da

$$E = 2E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Capacità di un condensatore piano: dato un condensatore piano con armature di area S e una distanza *d* tra esse; tra le armature cariche con Q e –Q è posto un materiale isolante con costante dielettrica ε; dalla formula trovata per dedurre il campo elettrico dal potenziale, sappiamo che

$$\Delta V = E\Delta s = Ed$$

Applichiamo la formula del campo elettrico generato dal condensatore piano

$$Ed = \frac{\sigma}{\varepsilon}d$$

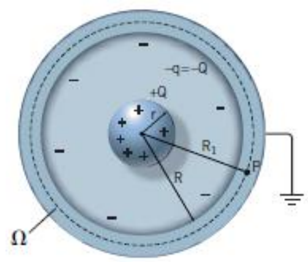
E applichiamo la formula della densità superficiale di corrente

$$\frac{\sigma}{\varepsilon}d = \frac{Qd}{S\varepsilon}$$

In base alla formula della capacità dei condensatori troviamo che

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = Q\frac{S\varepsilon}{Qd} = \varepsilon\frac{S}{d}$$

Capacità del condensatore sferico: dato un condensatore costituto da due armature sferiche di raggi r<R con ramature separate da un isolante dielettrico con costante ε; determiniamo la capacità di tale condensatore calcolando prima la differenza di potenziale tra le armature, data dalla formula del potenziale sulla superficie di una sfera



$$V_{Q,sfera\ interna} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r}$$

Stessa cosa per la sfera esterna, che però ha una carica negativa -Q

$$V_{Q,sfera\ esterna} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{(-Q)}{R}$$

Calcoliamo il potenziale V sommando tali formule

$$V_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r} + \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{(-Q)}{R} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\frac{R-r}{Rr}$$

Utilizziamo quindi la formula della capacità di un condensatore e troviamo

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = Q\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\frac{R-r}{Rr} = 4\pi\varepsilon\frac{rR}{R-r}$$

Condensatori in serie e in parallelo

Capacità equivalente (o capacità complessiva) di una rete di condensatori: capacità di un singolo condensatore che, sottoposto alla stessa differenza di potenziale V a cui è soggetta l'intera reta, assorbe la stessa carica elettrica

$$C_{eq} = \frac{Q_{eq}}{V}$$

Condensatori in parallelo: condensatori collegati in modo da avere ai loro estremi la stessa differenza di potenziale. Date le capacità C_1 e C_2 dei condensatori, la carica equivalente Q_{eq} sul condensatore è data dalla somma delle cariche

$$Q_{eq} = Q_1 + Q_2$$

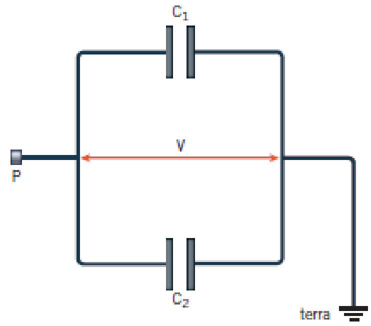
Da cui per la definizione di capacità equivalente possiamo calcolare

$Q_1 = C_1V$ e $Q_2 = C_2V$

Per cui

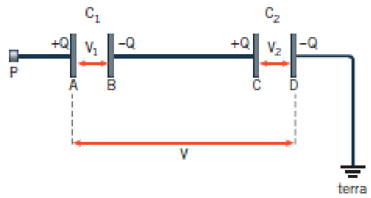
$$Q_{eq} = Q_1 + Q_2 = C_1V + C_2V = \frac{(C_1 + C_2)V}{V} = C_1 + C_2$$

Quindi la capacità equivalente di più condensatori collegati in parallelo è uguale alla somma delle capacità dei singoli condensatori



$$C = C_1 + C_2 + \cdots$$

Condensatori in serie: condensatori collegati l'uno di seguito all'altro; dalla figura a destra, l'armatura A viene elettrizzata da una carica Q, l'armatura B acquista per induzione –Q; il filo che collega B e C è neutro, quindi l'armatura C del secondo condensatore ha carica Q, che per induzione diventa –Q su D; ne consegue che due o più condensatori collegati in serie tra loro portano sulle armature la stessa carica. La carica Q sui condensatori è la stessa della carica equivalente Q_{eq}



$$Q_{eq} = Q$$

Invece la differenza di potenziale V che esiste tra le armature A e D è uguale alla somma delle differenze di potenziale $V_1 + V_2$ ai capi dei due condensatori

$$V = V_1 + V_2$$

La definizione di capacità equivalente ci permette di scrivere

$V_1 = \frac{Q}{C_1}$ e $V_2 = \frac{Q}{C_2}$

Per cui

$$V = V_1 + V_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)Q$$

Dalla formula reciproca della capacità equivalente ricaviamo che

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{V}{Q_{eq}} = \frac{V}{Q} = \frac{1}{Q}\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)Q = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Quindi la capacità equivalente di più condensatori collegati in serie è uguale alla somma degli inversi delle capacità dei singoli condensatori

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots$$

Energia immagazzinata in un condensatore: per caricare un condensatore scarico occorre un lavoro per vincere la repulsione delle cariche che si trovano già sul conduttore che si oppongono a quelle che aggiungiamo. Data la differenza di potenziale V ai capi del condensatore e Q=CV la carica positiva che si trova su una delle sue armature alla fine del processo di carica, il lavoro di carica W_c del condensatore è dato da

$$W_c = \frac{1}{2}QV$$

Per la conservazione dell'energia, il lavoro compiuto per caricare il condensatore rimane immagazzinato al suo interno fino a quando esso non si scarica. Così i condensatori sono dei serbatoi di energia (flash di una fotocamera o defibrillatore)

Moto di una carica nel campo elettrico

In un campo elettrico E uniforme una carica q risente di una forza F=qE costante

Moto della direzione del campo elettrico: se una particella di carica q e massa m parte da ferma, il suo moto è analogo a quello di un copro soggetto alla forza peso perché su di esso agisce un'accelerazione uniforme che per la seconda legge della dinamica vale

$$F = ma \rightarrow qE = ma$$

Velocità finale con partenza da fermo: la particella di carica q e massa m in un campo elettrico uniforme con velocità nulla, si sposta dal punto iniziale A a quello finale B in maniera rettilinea (no attrito e forza peso); il teorema delle forze vive stabilisce che

$$K_f = K_i + W_{AB}$$

Dato che nel nostro caso la particella parte da ferma, quindi $K_i = 0$ e l'energia cinetica è $K_f = \frac{1}{2}mv^2$ abbiamo che

$$\frac{1}{2}mv^2 = W_{AB}$$

Dalla definizione di differenza di potenziale

$$\Delta V = -\frac{W_{AB}}{q}$$

si ottiene che

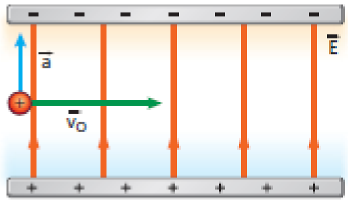
$$W_{AB} = q(V_A - V_B)$$

Per cui l'equazione precedente diventa

$$\frac{1}{2}mv^2 = q(V_A - V_B)$$

Da questa si ricava v che risulta

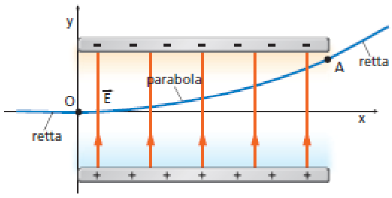
$$v = \sqrt{\frac{2q(V_A - V_B)}{m}}$$



Moto parabolico: data una particella di carica q e massa m che entra tra due armature cariche di segni opposti, con velocità parallela alle armature; sulla carica agisce una forza F=qE rivolta verso l'alto e perpendicolare a v_0; per la seconda legge della dinamica l'accelerazione impressa sulla carica è costante

$$a = \frac{q}{m}E$$

Ciò significa che la particella è soggetta a due moti simultanei: moto uniforme in orizzontale e moto uniformemente accelerato in verticale; siamo quindi in moto parabolico con velocità iniziale orizzontale, con coordinate della partiella date da



$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 \end{cases}$$

Il moto è quello della figura a sinistra, con la parabola che ha la concavità verso l'alto perché la carica in moto è positiva e l'armatura in alto è carica positivamente. Una volta terminato il moto parabolico, la particella segue la retta tangente alla parabola nel punto A in cui la forza elettrica si annulla.

CORRENTE ELETTRICA

La corrente elettrica è un moto ordinato di cariche elettriche, cioè un flusso ordinato di elettroni che ha luogo all'interno di alcuni materiali, definito operativamente come la quantità di carica elettrica che attraversa una determinata superficie nell'unità di tempo. Per far muover le cariche è necessaria una differenza di potenziale elettrico: le cariche positive vanno dal potenziale più alto a quello più basso e le cariche negative vanno dal potenziale più basso a quello più alto.

Intensità di corrente: data una sezione trasversale S di un filo attraversato da corrente elettrica, indichiamo intensità di corrente la quantità di carica in un determinato intervallo di tempo

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

UdM=(A)mpere=C/s. Il verso della corrente è quello in cui si muovono le cariche positive.

Corrente continua: corrente in cui la sua intensità non cambia nel tempo. È l'inversa dell'intensità di corrente

$$\Delta Q = i\Delta t$$

Generatore di tensione: la corrente elettrica viene generata dalla differenza di potenziale, che tende ad essere annullata man mano che corrente elettrica fluisce. Per mantenere la corrente occorre ricreare il dislivello di potenziale con una pila o un generatore di tensione continua, che è un dispositivo capace di mantenere ai suoi capi una differenza di potenziale costante.

Circuiti elettrici

Insieme di conduttori connessi in modo continuo e collegati a un generatore. Se la catena dei conduttori non è interrotta, il circuito è chiuso e la corrente circolare; al contrario, il circuito è aperto e non c'è corrente

---

Collegamento in serie: conduttori collegati in successione tra loro; passa la stessa corrente elettrica ma si dividono la differenza di potenziale

---

Collegamento in parallelo: conduttori collegati che hanno le prime estremità connesse tra loro e anche i secondi estremi connessi tra loro; sono sottoposti alla stessa differenza di potenziale ma intensità diversa

Prima legge di Ohm

L'intensità di corrente è direttamente proporzionale alla differenza di potenziale applicata ai loro capi

$$I = \frac{\Delta V}{R}$$

Dove R è la resistenza elettrica, componente che resiste (frena) il passaggio di corrente. È un indice dell'opposizione che incontrano le cariche negative (elettroni) nel muoversi all'interno del conduttore. UdM=Ω(ohm)=V/A

Resistori: componente elettrico in un circuito destinato a fornire una specifica resistenza elettrica al passaggio della corrente elettrica. Segue la prima legge di Ohm, e come grandezza fisica associata ha la resistenza.

Resistenza equivalente (o complessiva): dato un circuito formato da un generatore di differenza di potenziale collegato a una rete di resistori, chiamiamo resistenza equivalente della rete di resistori quella di un singolo resistore che, sottoposto alla stessa differenza di potenziale ΔV a cui è soggetta l'intera rete, assorbe dal generatore la stessa corrente elettrica

$$R_{eq} = \frac{\Delta V}{i_{eq}}$$

Resistori in serie: l'intensità i della corrente che passa nel circuito deve essere la stessa se si sostituiscono i due resistori R_1 e R_2 con un unico resistore equivalente, avendo quindi

$$i_{eq} = i$$

Invece la differenza di potenziale ΔV ai capi del generatore è la somma delle tensioni ΔV_1 e ΔV_2 agli estremi dei due resistori

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

Per la prima legge di Ohm le tensioni ai capi dei resistori sono

$\Delta V_1 = R_1 i$ e $\Delta V_2 = R_2 i$

Sostituendo questa formula con quella di prima troviamo

$$\Delta V = R_1 i + R_2 i = (R_1 + R_2) i$$

Infine sostituiamo la resistenza equivalente, trovando

$$R_{eq} = \frac{\Delta V}{i_{eq}} = \frac{(R_1 + R_2) i}{i} = R_1 + R_2$$

Dimostrando che la resistenza equivalente di più resistori posti in serie è uguale alla somma delle resistenze dei singoli resistori

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots$$

La legge per le resistenze in serie mostra che ogni resistore aggiunto in serie aumenta la resistenza totale del circuito; ciò è dovuto al fatto che ogni resistore in più aggiunge un nuovo ostacolo al fluire della corrente

Resistori in parallelo: la corrente erogata a una rete con resistori in parallelo è uguale alla somma delle correnti i_1 e i_2 che attraversa i resistori, quindi si ha

$$i_{eq} = i_1 + i_2$$

Se due resistori sono posti in parallelo, essi sono posti alla stessa differenza di potenziale ΔV mantenuta dal generatore, per cui si ha

$i_1 = \frac{\Delta V}{R_1}$ e $i_2 = \frac{\Delta V}{R_2}$

Applicando la formula inversa della resistenza equivalente abbiamo

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{i_{eq}}{\Delta V} = \frac{1}{\Delta V}(i_1 + i_2) = \frac{1}{\Delta V}\left(\frac{\Delta V}{R_1} + \frac{\Delta V}{R_2}\right) = \frac{1}{\Delta V}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\Delta V = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

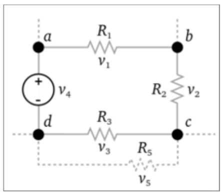
Dimostrando che se si hanno più resistori collegati in parallelo, l'inverso della loro resistenza equivalente R_{eq} è uguale alla somma degli inversi delle resistenze dei singoli resistori

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots$$

Secondo tale formula, ogni resistore aggiunto in parallelo diminuisce la resistenza totale del circuito, perché si offre una possibilità in più al fluire della corrente elettrica.

Leggi di Kirchhoff

Risoluzione di un circuito: risolvere un circuito significa determinare il valore e il verso di tutte le correnti presenti e, di conseguenza, anche il valore delle tensioni ai capi di tutti i resistori



Rete elettrica: circuiti con geometrie complicate dove distinguiamo rami (o arco, singolo percorso circuitale tra due nodi), nodi (punto nel quale convergono almeno due rami in cui possono esserci componenti attivi (generatori) e passivi (resistori)) e maglie (insieme di due o più rami che formano un cammino chiuso.

L'analisi delle reti elettriche è semplificata dall'uso delle due leggi di Kirchoff relative ai nodi e alle maglie.

Prima legge di Kirchhoff (legge dei nodi): la somma delle intensità di corrente entranti in un nodo è uguale alla somma di quelle uscenti; quindi date m correnti entranti un nodo, per la legge di conservazione della carica elettrica

$$i_1 + i_2 + \cdots + i_m = \sum_{k=1}^{m} i_k = 0$$

Es. prendiamo un nodo a cui giungono quattro rami del circuito e chiamiamo le correnti i1, i2, i3 ed i4. Decido che dai rami 3 e 4 uscirà corrente, quindi la formula sarà: i1+i2=i3+i4 che trasformata nella forma canonica sarà i1+i2-i3-i4=0

Seconda legge di Kirchhoff (legge delle maglie): la somma algebrica delle differenze di potenziale che si incontrano percorrendo una maglia è uguale a zero; quindi date p variazioni di potenziali incontrare percorrendo una maglia, abbiamo, per la legge di conservazione dell'energia

$$\Delta V_1 + \Delta V_2 + \cdots + \Delta V_p = \sum_{k=1}^{m} \Delta V_k = 0$$

La legge delle maglie esprime il fatto che, descrivendo un percorso chiuso lungo il circuito, ritorniamo allo stesso potenziale da cui eravamo partiti. Quindi la differenza di potenziale totale attraversata, uguale alla somma algebrica delle singole differenze di potenziale incontrate, non può che essere nulla.

Es. applichiamo la legge alla maglia a, b, c, d, a del circuito in figura sopra. Partiamo dal nodo a percorrendo la maglia in senso orario e ipotizziamo che i potenziali elettrici dei nodi da a -->d siano via via decrescenti. Si ha: v1+v2+v3-v4=0

Effetto Joule

Un ferro da stiro e un asciuga capelli contengono un resistore che si riscalda quando è percorso da corrente elettrica; mentre passa la corrente, l'energia (potenziale) elettrica si trasforma in energia interna del filo che diventa caldo in quanto è aumentata l'energia cinetica media delle sue molecole.

Potenza dissipata: rapidità con cui l'energia elettrica è trasformata in energia interna al resistore; dato un resistore R con agli estremi A e B i potenziali elettrici V_A e V_B; per la prima legge di Ohm

$$V_A - V_B = Ri$$

Il resistore è percorso da una corrente i che, in un intervallo di tempo Δt, trasporta una carica

$$q = i\Delta t$$

Dalla definizione di differenza di potenziale

$$\Delta V = -\frac{W_{AB}}{q}$$

si ottiene che

$$W_{AB} = q(V_A - V_B)$$

Dove sostituendo $q = i\Delta t$ avremo

$$W_{AB} = i\Delta t(V_A - V_B)$$

Data la definizione di potenza avremo

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{i\Delta t(V_A - V_B)}{\Delta t} = i(V_A - V_B)$$

Infine sostituendo a questa equazione $V_A - V_B = Ri$ troviamo la potenza dissipata P

$$P = i(V_A - V_B) = i(Ri) = Ri^2$$

Quindi

$$P = Ri^2$$

UdM=(W) kilowattora=Ω/A (misura l'energia assorbita in un ora da un dispositivo non la potenza). La trasformazione di energia elettrica in calore è detto effetto Joule.

Spiegazione microscopica effetto Joule: un conduttore metallico si scalda perché gli ioni del reticolo cristallino assorbono, attraverso gli urti, l'energia cinetica degli elettroni che sono stati accelerati dal campo elettrico.

Forza elettromotrice (o f.e.m.): forza di un generatore che spinge le cariche contro il campo elettrico; spinge le cariche positive verso il polo + e quelle negative perso il polo -. Si mantiene ai capi del generatore una differenza di potenziale. Dato il lavoro W compiuto da questa forza per spostare una carica q al suo interno

$$f_{em} = \frac{W}{q}$$

UdM=(V)olt=J/C

Velocità di deriva degli elettroni: tutti gli elettroni che contribuiscono alla corrente elettrica si muovono verso i punti a potenziale maggiore con lo stesso valore v_d della velocità; tale valore è il modulo della velocità media degli elettroni nel metallo.

Dato un filo metallico in cui è presente un campo elettrico ed è e quindi percorso da corrente dove gli elettroni si muovono nel verso opposto alla corrente, tutti con la stessa velocità di deriva v_d; gli elettroni che passano attraverso una sezione del filo di area A un in certo intervallo avranno compiuto una distanza

$$v_d\Delta t$$

Il numero N di elettroni contenuti in quest'area A è uguale al numero di elettroni per unità di volume n, moltiplicato per il volume dell'area $Av_d\Delta t$, quindi

$$N = nAv_d\Delta t$$

La carica ΔQ che passa attraverso A nel tempo Δt è uguale a

$$\Delta Q = eN = enAv_d\Delta t$$

Per cui calcoliamo l'intensità di corrente

$$i = \frac{\Delta \mathrm{Q}}{\Delta \mathrm{t}} = \frac{enAv_d\Delta t}{\Delta t} = enAv_d$$

Quindi la relazione tra intensità di corrente e velocità di deriva v_d è data da

$$i = enAv_d$$

Dove e è la carica elementare, n il numero di elettroni di conduzione per unità di volume (proprietà di ogni metallo) e A l'area delle sezione trasversale del filo

Seconda legge di Ohm

Dato un filo metallico di lunghezza l e area trasversale A, esperimenti di Ohm dimostrano che la resistenza di un filo conduttore è direttamente proporzionale alla sua lunghezza e inversamente proporzionale alla sua area trasversale

$$R = p\frac{l}{A}$$

Dove p è la costante di proporzionalità chiamata resistività la quale dipende dal materiale del filo e dalla temperatura, dato da

$$p = R\frac{A}{l}$$

UdM = $\Omega \cdot m$. Conoscere il valore della resistività permette di dire se un certo materiale è un buon conduttore o un buon isolante.

Resistività e temperatura: nei metalli la resistività aumenta al crescere della temperatura. Quando la temperatura del metallo aumenta, gli ioni del reticolo cristallino oscillano attorno alle posizioni di equilibrio in maniera più veloce e ampia. Ciò rende più probabili gli urti tra elettroni e ioni e, in questo modo, aumenta l'impedimento opposto dal reticolo cristallino al movimento degli elettroni. La resistività p_T del metallo alla temperatura T è legata a quella di 293K, attraverso la relazione

$$p_T = p_{293}(1 + \alpha\Delta T)$$

Dove $\Delta T = T - 293K$, e α è il coefficiente di temperatura della resistività pe il metallo.

Circuito RC

Particolare tipo di circuito in cui sono collegati una resistenza e un condensatore. Rispetto a dei semplici circuiti a corrente continua in questo caso la corrente è variabile nel tempo, e quindi sia il processo di carica che quello di scarica, non sono istantanei. Per processo di carica/scarica si intendono due tipi di operazioni per cui grazie al passaggio di corrente le armature del condensatore si caricano (o scaricano). Questo lavoro di carica permette di immagazzinare energia elettrica all'interno del condensatore; essa rimane quindi a disposizione fino a quando non decidiamo di utilizzarla

Processo di carica: dato un circuito in cui sono collegati in serie una batteria di forza elettromotrice f_{em}, un resistore di resistenza R, un condensatore di capacità C e un interruttore I. All'inizio la corrente è piuttosto intensa: il condensatore è scarico e quindi è facile portare cariche elettriche su di esso. In seguito le cariche che già si trovano sulle armature del condensatore tendono a respingere le cariche dello stesso segno che provengono dalla batteria; così il flusso di cariche elettriche nel circuito diventa sempre meno rapido, fino a diventare praticamente uguale a zero.

Dato il circuito descritto all'istante t=0; la corrente nel resistore ha intensità i(t) mentre la carica positiva sul condensatore è Q(t); partendo dall'interruttore, abbiamo un aumento di potenziale pari a $+f_{em}$ tra i poli del feneratore, poi una caduta di potenziale –Ri(t) ai capi della resistenza e infine una differenza di potenziale negativa –Q(t)/C tra le armature del condensatore; per la legge delle maglia si ha

$$f_{em} - Ri(t) - \frac{Q(t)}{C} = 0$$

Sappiamo che l'intensità di corrente è la derivata della funzione carica elettrica

$$i(t) = \frac{dQ(t)}{dt}$$

Sostituendo quest'ultima espressione alla precedente troviamo

$$f_{em} - R\frac{dQ(t)}{dt} - \frac{Q(t)}{C} = 0$$

Che è un equazione differenziale la cui soluzione è

$$Q(t) = A\left(1 - e^{-\frac{t}{K}}\right)$$

Dove A e K sono costanti da determinare calcolando la derivata di Q(t)

$$\frac{dQ(t)}{dt} = \frac{A}{K}e^{\frac{t}{K}}$$

E sostituendo le ultime due formule all'equazione differenziale che descrive il circuito, ottenendo

$$\left(f_{em} - \frac{A}{C}\right) + Ae^{-\frac{t}{K}}\left(\frac{1}{C} - \frac{R}{K}\right) = 0$$

La quale deve deve essere uguale a zero qualunque sia il valore di t. Per ottenere ciò, si devono annullare i due termini tra parentesi. Così, per le quantità incognite si trovano i valori $A = Cf_{em}$ e $K = RC$ in modo da poter scrivere la funzione che fornisce Q(t)

$$Q(t) = Cf_{em}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

Dove compare la funzione esponenziale $e^{-\frac{t}{RC}}$ il cui integrale definito è dato da

$$\int_a^b e^{-\frac{t}{RC}}\,dt = -RC\left(e^{-\frac{b}{RC}} - e^{-\frac{a}{RC}}\right)$$

Per trovare l'intensità di corrente i(t) basta ora calcolare la derivata di Q(t). Il risultato è

$$i = \frac{f_{em}}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

Dove è il numero di Nepero $e \cong 2{,}718$. Il prodotto RC è un tempo caratteristico del circuito che misura quanto rapidamente il condensatore di capacità C si carica (e si scarica) attraverso il resistore di resistenza R.

Processo di scarica: dato lo stesso circuito ma con condensatore carico, se togliamo la batteria e chiudiamo l'interruttore I su crea una corrente elettrica che passa attraverso la resistenza R scaricando il condensatore

L'equazione differenziale che descrive la scarica del condensatore si deduce da quella precedente ponendo $f_{em}=0$; così si ottiene

$$R\frac{dQ(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{C} = 0$$

La cui soluzione è

$$Q(t) = Cf_{em}e^{-\frac{t}{RC}}$$

Calcolando come sopra la derivata e sostituendo sia la funzione che la derivata nell'equazione differenziale, la corrente di scarica e, ancora una volta, la derivata di $Q(t)$. In questo caso, essa risulta

$$i = -\frac{f_{em}}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

Come si vede, la corrente di scarica della formula precedente è identica, in modulo, a quella di carica. L'unica differenza è il segno, perché i due versi della corrente sono opposti tra loro

Effetto Joule nei circuiti RC: Il lavoro di carica del condensatore è dato dalla formula dell'energia immagazzinata in un condensatore

$$W_c = \frac{1}{2}C(f_{em})^2$$

Dove $Q = C\Delta V = Cf_{em}$ è la carica che alla fine si trova sull'armatura positiva del condensatore. Per trasportare questa carica da un polo all'altro il generatore compie un lavoro

$$W_G = Q\Delta V = (C\Delta V)\Delta V = C(f_{em})^2$$

Visto che l'energia viene immagazzinata nel condensatore, per il principio di conservazione dell'energia totale, avremo che

$$W_c = \frac{1}{2}C(f_{em})^2 = \frac{1}{2}W_G$$

La parte rimanente di energia non immagazzinata nel condensatore è dissipata per l'effetto Joule nella resistenza R del circuito

Alla fine del processo di scarica, l'energia $W_c = \frac{1}{2}W_G$ che era immagazzinata nel condensatore si è dissipata interamente sulla resistenza per l'effetto Joule.

MAGNETOSTATICA

Studia i campi magnetici statici, ovvero invarianti nel tempo. Si chiamano sostanze ferromagnetiche i materiali che possono essere magnetizzati.

Magnete: corpo che genera un campo magnetico, del quale ne risente un altro un magnete; ogni magnete ha un polo nord e un polo sud; poli dello stesso tipo si respingono, di tipo opposto si attraggono. Ampere intuì che le azioni magnetiche non sono altro che le manifestazioni dell'interazione tra cariche elettriche in movimento.

Campo magnetico: descritto da un vettore indicato con $\vec{B}$; determinare B in una certa regione vuol dire darne in ogni punto direzione, verso e modulo. La rappresentazione grafica dell'andamento di B si fa tramite le linee di forza, analogamente al campo elettrico E: le linee escono dal polo nord e entrano nel polo sud. Dato un magnete di prova in un punto di un campo magnetico, la direzione del campo magnetico è data dalla retta che unisce i poli nord e sud del magnete di prova, e il verso va dal polo sud al polo nord del magnete di prova.
A differenza del campo elettrico, non si ha magnetizzazione per contatto, e una calamita anche se divisa presenta sempre i poli sud e nord.

Legge di ampere (forza magnetica): un filo percorso da corrente genera un campo magnetico e subisce una forza magnetica. Ampere verificò che due fili rettilinei e paralleli si attraggono se sono percorsi da correnti nello stesso verso, si respingono se le correnti sono di versi opposti. Egli definì che il valore della forza che agisce su un tratto, lungo l, di uno dei fili è direttamente proporzionale alle due correnti che circolano; inoltre è inversamente proporzionale alla distanza d tra i fili, cioè

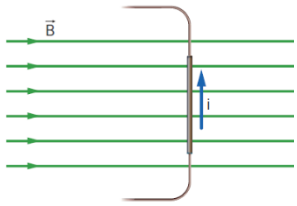
$$F = k_m \frac{i_1 i_2}{d} l$$

Dove k_m è la costante dielettrica del vuoto, che vale

$$k_m = \frac{\mu_0}{2\pi}$$

Dove μ_0 la costante di permeabilità magnetica del vuoto.

Campo magnetico



Intensità del campo magnetico: dato un pezzetto di filo elettrico rettilineo di prova avente lunghezza è *l* e intensità di corrente che lo attraversa *i*, poniamolo nella zone dove c'è il campo magnetico da studiare. Gli esperimenti mostrano che la forza sul filo di prova dipende dall'angolo che esso forma con le linee di campo magnetico, e che il modulo della forza è massimo quando il filo è perpendicolare alla direzione di B; avremo quindi che il modulo del vettore del campo magnetico è

$$B = \frac{F}{il}$$

UdM=(T)estla=N/(Am).

Forza magnetica su un filo percorso da corrente: conoscendo il campo magnetico, siamo in grado di calcolare la forza F che agisce su un pezzo di filo lungo l percorso da una corrente i. Quando il filo è perpendicolare alle linee del campo, subisce una forza di modulo

$$F = Bil$$

Se il filo non è perpendicolare al campo magnetico, la forza è più piccola, e l'intensità della forza è data da

$$F = Bil\sin\alpha$$

Dove α è l'angolo compreso tra i vettori l e B

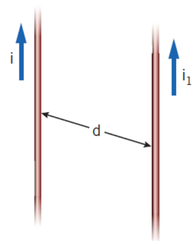
Legge di Biot e Savart (campo magnetico generato da un filo): dati due fili paralleli in cui sono presenti correnti di intensità *i* e *i₁*; la distanza tra i fili è *d* e il campo magnetico B generato dalla corrente *i* è perpendicolare al filo con la corrente *i₁*; quindi per la formula della forza magnetica $F = Bil$ avremo che

$$F = Bi_1 l$$

La stessa forza sul secondo filo è data dalla legge di Ampere

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{ii_1}{d}l$$

Uguagliando i due membri troviamo



$$Bi_1 l = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{ii_1}{d}l \rightarrow B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{d}$$

Che è detta legge di Biot e Savart

Campo magnetico di un solenoide

Intensità del campo al centro della spira: data una spira circolare (cioè un filo conduttore a cui è stata data una forma circolare) percorsa da corrente. Il campo magnetico generato dalla spira può essere calcolato suddividendo la spira stessa in un numero molto grande di parti così piccole da poter essere considerate rettilinee e sommando poi vettorialmente i campi magnetici (ciascuno di intensità molto debole) generati da ognuno di questi piccoli tratti. In ogni punto dell'asse di una spira circolare il campo magnetico B ha direzione perpendicolare al piano che contiene la spira.

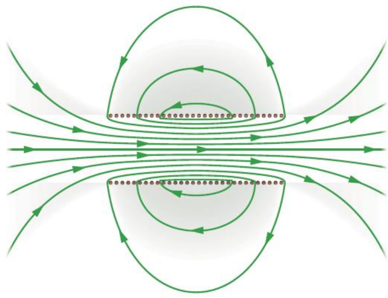
Dato R il raggio della spira e *i* l'intensità della corrente elettrica che fluisce in essa; l'intensità del campo magnetico che si ha in un punto dell'asse della spira che ha una distanza y dal centro della spira stessa può essere calcolata e risulta

$$B = \frac{\mu_0 i R^2}{2\sqrt{(R^2 + y^2)^3}}$$

Dalla quale deriviamo l'intensità del campo al centro della spira ponendo y=0

$$B = \frac{\mu_0}{2}\frac{i}{R}$$

Campo magnetico di un solenoide: un solenoide è una bobina il cui filo è avvolto a elica. È formato quindi da un grande numero di spire circolari uguali, le quali danno la proprietà che il campo magnetico esterno a un solenoide infinito è nullo, mentre quello interno è uniforme e parallelo all'asse del solenoide.



Il modulo del campo magnetico all'interno di un solenoide lungo *l*, formato da *N* spire e percorso da una corrente di intensità *i* è dato dalla formula

$$B = \mu_0 \frac{Ni}{l}$$

Dove μ_0 la costante di permeabilità magnetica del vuoto. Dalla figura a destra si nota che: all'interno del solenoide il campo è particolarmente intenso (le linee sono fitte); all'esterno il campo magnetico è debole (le linee sono rade); nella zona centrale del solenoide le linee sono parallele ed equidistanziate, per cui il campo magnetico è uniforme, parallelo all'asse del solenoide ed è dato dalla formula sopra.

Forza di Lorentz

Come abbiamo visto con la legge di Biot e Savart per due fili, il campo magnetico è generato da cariche elettriche in moto e, a loro volta, cariche elettriche in moto sono soggette a forze dovute a un campo magnetico.

Forza magnetica che agisce su una carica in moto: data una carica puntiforme q che si muove con velocità v in un campo magnetico B, essa risente di una forza F_q data dalla formula

$$\vec{F_q} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Che è la legge di Lorentz, ovvero la forza che si sviluppa tra un oggetto elettricamente carico ed il campo elettromagnetico. Il valore della forza di Lorentz è dato da

$$F_q = qvB\sin\alpha$$

La direzione della forza F_q è perpendicolare al piano definito dai vettori velocità e campo magnetico; il verso è dato dalla regola della mano destra, tenendo conto del segno della carica

---

Dimostrazione forza di Lorentz: la forza magnetica che agisce su un filo percorso da corrente è la somma vettoriale delle forze che il campo magnetico esercita sugli elettroni che lo percorrono. Data la velocità di deriva (velocità con cui si muovono gli elettroni, che ha verso opposto a quello della corrente)

$$i = enAv_d$$

Consideriamo un tratto di filo di lunghezza *l*, sappiamo che la forza magnetica che agisce su questa porzione di filo è

$$F = Bil$$

Su ogni elettrone all'interno del filo agisce una forza perpendicolare alla velocità dell'elettrone (e quindi al filo) di valore $F_{elettrone}$, che è uguale a tutti gli elettroni poiché hanno stessa carica e velocità, che è data da

$$F_{elettrone} = \frac{F}{N} = \frac{Bil}{N}$$

Dove N è il numero di elettroni di conduzione presenti sul filo. Il tratto del filo che stiamo considerando ha volume pari a Al, per cui il numero di elettroni di conduzione contenuti al suo interno è

$$N = nAl$$

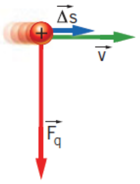
Sostituendo quindi $i = enAv_d$ e $N = nAl$ in $F_{elettrone} = \frac{F}{N} = \frac{Bil}{N}$ troviamo

$$F_{elettrone} = \frac{BenvAl}{nAl} = evB$$

Che è la formula della forza di Lorentz, scritta per una particella che ha carica $q = e$ cioè per un elettrone

Moto di una carica in un campo magnetico uniforme

La forza di Lorentz che agisce sulla carica q in moto ha sempre direzione perpendicolare alla velocità vettoriale con cui si muove la carica; quindi il lavoro compiuto da F_q sulla carica è sempre nullo

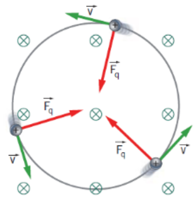


$W = 0$

Dal teorema delle forze vive sappiamo che la variazione di energia cinetica di un punto materiale è uguale al lavoro delle forze che agiscono su di esso, nel caso della forza di Lorentz abbiamo quindi che

$$\Delta K = W = 0$$

Quindi la forza di Lorentz non può cambiare il valore della velocità di una carica, modifica invece la direzione del vettore velocità.



Moto con velocità perpendicolare a un campo B uniforme: sotto le condizioni dette, la carica puntiforme q positiva che si muove sul campo magnetico uniforme B con una velocita v costante, si muove di moto circolare uniforme, con la forza di Lorentz che funge da accelerazione centripeta.

Raggio della traiettoria circolare: data la forza di Lortenz

$$F_q = qvB$$

La formula inversa della seconda legge della dinamica è

$$F = ma \rightarrow a = \frac{F}{m}$$

La formula dell'accelerazione centripeta è

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Combinando la seconda legge della dinamica con l'accelerazione centripeta ho la forza centripeta data da

$$\frac{F}{m} = \frac{v^2}{r} \rightarrow F = m\frac{v^2}{r}$$

Uguagliando questa formula con la forza di Lorentz trovo

$$qvB = m\frac{v^2}{r}$$

Dalla quale isolando r risulta

$$r = \frac{mv}{qB}$$

Trovando che il raggio dell'orbita circolare è direttamente proporzionale alla massa della particella e alla sua velocità, e inversamente proporzionale alla sua carica e al campo magnetico presente. Conoscendo il raggio possiamo calcolare periodo dal quale possiamo calcolare la velocità angolare, ecc.

Rapporto e/m: il rapporto tra la il valore della carica elementare e e la massa m dell'elettrone prende il nome di carica specifica dell'elettrone. Dato un cannone elettronico che emette fasci di elettroni con una precisa energia cinetica, ai cui capi è applicata una differenza di potenziale ΔV, per la conservazione dell'energia si ha

$$\frac{1}{2}mv^2 = e\Delta V \rightarrow v^2 = \frac{2e\Delta V}{m}$$

Una volta usciti dal cannone elettronico, gli elettroni risentono dell'effetto di un campo magnetico B, di valore noto, che li porta a descrivere una circonferenza di raggio r già trattata $r = \frac{mv}{qB}$ ma riscritta come

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{rB} \rightarrow \left(\frac{e}{m}\right)^2 = \frac{v^2}{r^2B^2}$$

Sostituendo queste due formule troviamo

$$\left(\frac{e}{m}\right)^2 = \frac{v^2}{r^2B^2} = \frac{2e\Delta V}{m}\frac{1}{r^2B^2} \rightarrow \left(\frac{e}{m}\right)^2 = \left(\frac{e}{m}\right)\frac{2\Delta V}{r^2B^2}$$

Da cui si trova

$$\frac{e}{m} = \frac{2\Delta V}{r^2B^2}$$

Usando tale formula si calcola la carica specifica e/m dell'elettrone

Teorema di Gauss per il campo magnetico

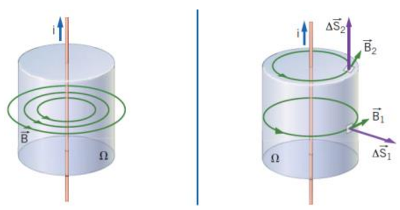
Flusso del campo magnetico: si definisce come il flusso del campo elettrico; se la superfici in questione S è piana e il campo B è costante sulla superficie, è definito come

$$\Phi_S(B) = B \cdot S = BS\cos\alpha$$

UdM=(Wb) Weber=$T \cdot m^2$. Al solito, se la superficie non è piana, bisogna suddividere S in n parti cosi piccole da essere piane

$$\Phi_S(B) = \sum_{i=1}^{n} B_i \cdot \Delta S_i = \sum_{i=1}^{n} B_i \Delta S_i \cos\alpha_i$$

Teorema di Gauss per il magnetismo: dato il campo magnetico generato da un filo rettilineo infinito, consideriamo una superficie gaussiana cilindrica con l'asse sovrapposto al filo percorso da corrente, con linee di campo B che sono circonferenze concentriche al filo e parallele alla base del cilindro; in ogni piccola zona (come la ΔS_1) della superficie laterale del cilindro, il campo B è tangente alla superficie stessa e, quindi, perpendicolare al vettore superficie. Lo stesso sarà vero per tutte le piccole regione (come la ΔS_2) in cui vengono suddivise le due basi del cilindro. Significa che



$$\alpha_i = 90°(i = 1, \dots, n)$$

La quale sostituita al flusso del campo magnetico per una superficie non piana darà

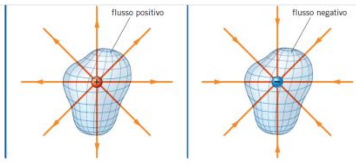
$$\Phi_S(B) = \sum_{i=1}^{n} B_i \Delta S_i \cos 90° = \sum_{i=1}^{n} B_i \Delta S_i \times 0 = 0$$

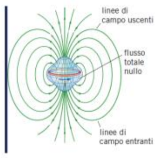
Quindi il teorema di Gauss per il magnetismo si esprime con

$$\Phi_\Omega(B) = 0$$

Dove Ω è una superficie chiusa qualunque.

Differenze teorema di Coulomb per cariche elettriche e per il magnetismo: a differenza del teorema di Coulomb per il campo elettrico che esistono cariche elettriche isolate, nel campo magnetico non esistono monopoli magnetici, cioè poli magnetici, nord o sud, isolati. Per questo, il valore del teorema è nullo: all'interno di una superficie chiusa qualunque, si ha sempre una uguale quantità di poli nord e poli sud magnetici.





Il teorema di Gauss per il magnetismo ha anche un'interpretazione in termini di linee di campo: quelle del campo elettrico hanno origine sulle cariche positive e terminano su quelle negative; quindi il flusso è positivo se si ha una predominanza di linee uscenti dalla superficie, se le linee sono entranti è negativo (figura a destra sopra). Il flusso del campo elettrico attraverso una superficie chiusa che racchiude una o più cariche, invece, le linee di campo magnetico non hanno né inizio né fine, perché sono linee chiuse oppure linee che si estendono all'infinito; a ogni linea di campo entrante nella superficie gaussiana Ω (contributo negativo al flusso), ne corrisponde sempre una uscente (contributo positivo al flusso); di conseguenza, il flusso totale di campo magnetico attraverso Ω è nullo (figura a destra sotto).

ELETTROMAGNETISMO

Il campo elettromagnetico è la combinazione del campo elettrico e del campo magnetico, è generato localmente da qualunque distribuzione di carica elettrica variabile nel tempo e si propaga sotto forma di onde elettromagnetiche. Il campo elettromagnetico interagisce nello spazio con cariche elettriche e può manifestarsi anche in assenza di esse, trattandosi di un'entità fisica che può essere definita indipendentemente dalle sorgenti che l'hanno generata. Il campo elettromagnetico è generato dalla cariche elettriche, le quali quando si muovono di moto accelerato, come in un'antenna, emettono delle onde elettromagnetiche. Se invece esse sono ferme, o si muovono di moto rettilineo uniforme, esse generano nello spazio un campo elettromagnetico statico, che può apparire come un campo elettrico o come un campo magnetico o come una sovrapposizione di entrambi, a secondo del sistema di riferimento che scegliamo per osservare il fenomeno.

Corrente indotta: un campo magnetico che varia genera una corrente indotta (movimento della calamita su una bobina di un solenoide che accende una lampadina); la variazione di corrente nel circuito induttore genera una corrente indotta nel circuito senza batteria, perché il campo magnetico che lo attraversa varia.

Corrente indotta generata da variazione di flusso: si ha corrente indotta quando varia il flusso di campo magnetico attraverso la superficie che ha per contorno il circuito indotto; quindi oltre alla rapidità di variazione del campo elettrico e l'area del circuito, è anche importante l'orientazione della superficie attraverso quale passa il flusso (tecnica usata dall'alternatore per generare corrente indotta)

Legge di Faraday-Neumann

Descrive il fenomeno dell'induzione elettromagnetica, che si verifica quando il flusso del campo magnetico attraverso la superficie delimitata da un circuito elettrico è variabile nel tempo.

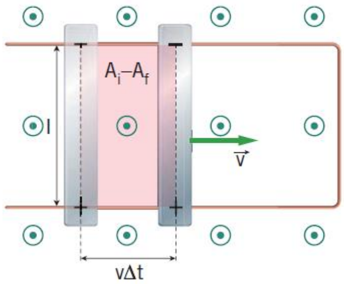
Espressione della legge di Faraday-Neumann: la legge collega la forza elettromotrice f_{em} indotta in un circuito alla variazione del flusso $\Phi(B)$ di campo magnetico attraverso la superficie S delimitata dal circuito

$$f_{em} = -\frac{\Delta\Phi(B)}{\Delta t}$$

Dove $\Delta\Phi(B)$ è la variazione di flusso che avviene nell'intervallo di tempo Δt (rapidità di variazione di flusso del campo magnetico); conoscendo la resistenza R del circuito indotto possiamo definire il valore della corrente indotta

$$i = \frac{f_{em}}{R} = -\frac{1}{R}\frac{\Delta\Phi(B)}{\Delta t}$$

Dimostrazione della formula di Faraday-Neumann: data una sbarretta che si muove a contatto con un filo fermo sagomato a forma di U, dividiamo le operazioni in due parti:



Calcolo della variazione di flusso: dato che il campo B è perpendicolare al piano del circuito, il flusso di B è

$$\Phi(B) = BA$$

Dove A è l'area del circuito. Se A passa dal valore iniziale A_i a quello finale A_f scriviamo

$$\Delta\Phi(B) = \Phi_f(B) - \Phi_i(B) = BA_f - BA_i = B(A_f - A_i)$$

Nell'intervallo Δt la sbarra che si muove di velocità costante v, percorre una distanza $\Delta s = v\Delta t$ facendo diminuire l'area da A_i a A_f; data l'altezza del circuito *l* abbiamo

$$A_i = A_f + lv\Delta t$$

Sostituendo questa espressione in quella precedente troviamo

$$\Delta\Phi(B) = B(A_f - A_i) = B[A_f - (A_f + lv\Delta t)] = -Blv\Delta t$$

Che risulta

$$-\frac{\Delta\Phi(B)}{\Delta t} = \frac{-Blv\Delta t}{\Delta t} = Blv$$

Calcolo della forza elettromotrice: nel circuito indotto è dissipata energia per effetto Joule. Come sappiamo, la potenza P_d dissipata in questo modo è data dalla formula

$$P_d = f_{em} i$$

La sbarra, che si muove verso destra, è percorsa dalla corrente i rivolta verso il basso. Il campo magnetico esercita su questa corrente una forza che si oppone al moto della sbarra. Il modulo di tale forza è

$$F = Bil$$

Perché la sbarra continui a muoversi con velocità costante, bisogna che sia spinta da una forza esterna uguale e contraria alla forza magnetica. Il lavoro compiuto da questa forza esterna è quello che fornisce l'energia dissipata per effetto Joule. In un intervallo di tempo Δt la forza esterna, che ha la stessa direzione e lo stesso verso dello spostamento della sbarra, compie un lavoro

$$W = F\Delta s = Bilv\Delta t$$

Per cui la potenza erogata alla forza esterna e

$$P_e = \frac{W}{\Delta t} = \frac{Bilv\Delta t}{\Delta t} = Bilv$$

Uguagliando questa formula a $P_d = f_{em} i$ otteniamo

$$f_{em} i = Bilv \rightarrow f_{em} = Blv$$

Il quale valore è uguale a quello trovato dal calcolo della variazione di flusso

---

Legge di Lenz: il verso della corrente indotta è sempre tale da opporsi alla variazione di flusso che la genera. Se una calamita si avvicina a un circuito, il campo magnetico prodotto dalla calamita aumenta, facendo produrre al flusso magnetico attraverso la specifiche del circuito una corrente indotta che a sua volta genera un proprio campo magnetico. Tale corrente indotta va in senso antiorario, il campo B indotto è diretto verso l'alto e contrasta l'aumento del campo B della calamita. Dal punto di vista matematico, la legge di Lenz è espressa dal segno meno che compare nelle formule della legge di Faraday-Neumann

Autoinduzione

Per avere l'induzione elettromagnetica non è necessaria la presenza di un campo magnetico esterno. Infatti la variazione della corrente in un circuito elettrico genera una forza elettromotrice indotta nel circuito stesso. Questo fenomeno, che si chiama autoinduzione, accade, per esempio, quando si chiude l'interruttore di un circuito elettrico

---

Induttanza di un circuito: il flusso di campo magnetico che attraversa un circuito è direttamente proporzionale all'intensità di corrente che fluisce nel filo che forma il circuito stesso; ciò è espresso dalla formula

$$\Phi(B) = Li$$

Dove la costante di proporzionalità L o il coefficiente di autoinduzione (o induttanza) del circuito, che è caratteristica del circuito e del materiale in cui esso è immerso, è la grandezza fisica che descrive quanto è intenso l'effetto dell'autoinduzione. UdM=(H)enry=Wb/A.

Circuito RL: un circuito contenente l'induttanza L, la resistenza R del circuito e la forza elettromotrice f_{em} del generatore, descrive l'espressione della corrente che fluisce nel circuito RL dopo la chiusura dell'interruttore. Essa risulta:

$$i(t) = \frac{f_{em}}{R}\left(1 - e^{\frac{R}{L}t}\right)$$

mentre quella che si ha dopo l'apertura del circuito ha la forma

$$i(t) = \frac{f_{em}}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

La formula dell'induttanza di un circuito permette di scrivere la legge di Faraday-Neumann in una forma adatta allo studio dei circuiti elettrici. Infatti, se nell'intervallo di tempo Δt la corrente passa dal valore iniziale i_1 a quello finale i_2 la variazione di flusso nel circuito è

$$\Delta\Phi(B) = \Phi_2 - \Phi_1 = Li_2 - Li_1 = L(i_2 - i_1) = L\Delta i$$

e la forza elettromotrice indotta vale

$$f_{em} = -\frac{\Delta\Phi(B)}{\Delta t} = -L\frac{\Delta i}{\Delta t}$$

Equazioni di Maxwell

Maxwell dimostrò che tutte le proprietà dell'elettricità, del magnetismo e dell'induzione elettromagnetica possono essere derivate partendo da quattro sole equazioni, che hanno quindi il ruolo di assiomi della teoria. Per questa ragione le quattro equazioni sono dette, nel loro insieme, le equazioni di Maxwell.

Equazione	Campo	Grandezza interessata	Principali conseguenze
$\Phi_\Omega(\vec{E}) = \frac{Q_{tot}}{\varepsilon}$ (Teorema di Gauss per il campo elettrico)	$\vec{E}$	Flusso	Le cariche sono sorgenti del campo elettrico.
$\Gamma_{\mathscr{L}}(\vec{E}) = -\frac{\Delta\Phi(\vec{B})}{\Delta t}$ (teorema della circuitazione per il campo elettrico)	$\vec{E}, \vec{B}$	Circuitazione	• Correnti indotte. • Un campo magnetico variabile è sorgente di un campo elettrico.
$\Phi_\Omega(\vec{B}) = 0$ (Teorema di Gauss per il campo magnetico)	$\vec{B}$	Flusso	Non esistono monopoli magnetici isolati.
$\Gamma_{\mathscr{L}}(\vec{B}) = \mu_0\left(\sum_k i_k + \varepsilon_0 \frac{\Delta\Phi(\vec{E})}{\Delta t}\right)$ (Teorema della circuitazione per il campo magnetico)	$\vec{E}, \vec{B}$	Circuitazione	Sorgenti del campo magnetico sono: • le correnti elettriche (primo addendo); • i campi elettrici variabili (secondo addendo).