

Si cerca di esprimere tramite espressioni matematiche le leggi della natura, quindi relazioni matematiche tra grandezze fisiche.

Una **grandezza fisica** è una qualunque entità che si può misurare, e ne si specifica appunto il modo in cui si misura nel momento in cui viene definita. La fisica mette in relazione le grandezze fisiche tramite leggi matematiche.

Grandezze fondamentali

- 1) Lunghezza (L) misurata in metri (m)
- 2) Tempo (T) misurata in secondi (s)
- 3) Massa (M) misurata in chilogrammi (kg)
- 4) Corrente misurata in ampère (A)
- 5) Temperatura misurata in gradi Kelvin (K)
- 6) Quantità di sostanza misurata in moli (mol)
- 7) Intensità luminosa misurata in hertz (hz)

L'insieme delle prime tre grandezze era condensato nel sistema MKS. Nel momento in cui specifichiamo l'unità di misura per una grandezza si precisa a cosa equivale tale unità :

- un **kg** equivale a 4.596 mp (Planck mass). Una massa di Planck è una grandezza fondamentale della fisica
- un **s** equivale a 9192631770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra due livelli dello stato fondamentale del Cesio-133
- un **m** equivale alla distanza percorsa dalla luce nel vuoto in 1/299792458 secondi

Il **numero di Avogadro** definisce il numero di atomi o molecole in 1 mol di sostanza (ovvero $6,02214086 \cdot 10^{23}$).

L'ordine di grandezza serve per confrontare ed esprimere rapidamente grandezze molto grandi o molto piccole. L'uso delle potenze del 10 permette di fare delle approssimazioni utili a stimare gli ordini di grandezza delle quantità .

Cinematica

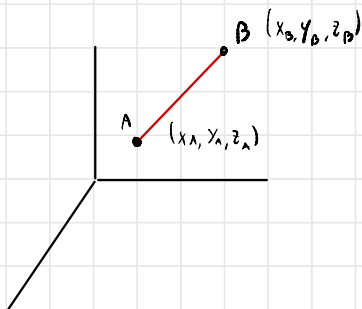
La cinematica analizza il moto in termini di posizione, velocità e accelerazione, cercando di descrivere come gli oggetti si spostano nello spazio e nel tempo. Si può semplificare un oggetto osservato considerandolo come un **punto materiale** quando le sue dimensioni e forme non influenzano in modo significativo il comportamento del sistema in esame. Questa approssimazione è utile per concentrarsi sugli aspetti rilevanti di un sistema e può essere applicata a diverse situazioni o sistemi di riferimento.

Risulta importante determinare quando questa approssimazione è adeguata e quando è necessario considerare la geometria e le dimensioni dell'oggetto in modo più dettagliato per ottenere risultati precisi nelle analisi fisiche. Se vogliamo specificare la posizione di una particella bisogna **specificare il sistema di riferimento**, che può essere monodimensionale o pluridimensionale.

Il **numero di gradi di libertà** è il numero di parametri indipendenti che servono per specificare la posizione di un corpo. Ad esempio il numero di gradi di libertà :

- vale 1 se si volesse identificare la posizione di una particella in una retta
- vale 2 per identificare una particella sul piano
- vale 3 per identificare una particella nello spazio. Per specificare la posizione di n particelle nello stesso contesto si ha bisogno di $3 \cdot n$ gradi di libertà

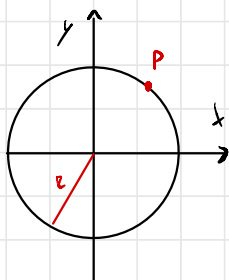
NB In generale il numero di gradi di libertà non è necessariamente correlato al numero di dimensioni del sistema di riferimento in esame



$$l = L = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2} = \text{Fissa}$$

Sapendo che la sbarretta è rigida e conoscendo la lunghezza, il numero dei gradi di libertà è di 5 e non di 6 in quanto è facile ricavare una coordinata di uno dei due punti a partire dalla conoscenza degli altri 5.

Nel caso in cui la sbarretta abbia un volume invece il numero dei gradi di libertà aumenta, bisogna infatti specificare un ulteriore punto (che aggiunge altri 3 gradi di libertà) ed inoltre di necessità di imporre che la distanza tra A e C e C e B siano costanti. L'imposizione di un vincolo costante impone per tanto la riduzione del numero di gradi di libertà (come nel caso precedente) e quindi si arriva a 6 dato che necessito di specificare tre punti A, B e C (tre coordinate per ogni punto) e sottraggo 3 gradi di libertà in quanto ho in gioco tre distanze fisse, ovvero A-B, A-C e C-B ($9 - 3 = 6$).



Questo è invece un sistema ad un solo grado di libertà, infatti per identificare il punto materiale P si necessita di conoscere le coordinate del punto a cui si sottrae il vincolo che il raggio sia costante (in effetti lo è per tutti i punti nella circonferenza). In totale quindi serve 1 grado di libertà

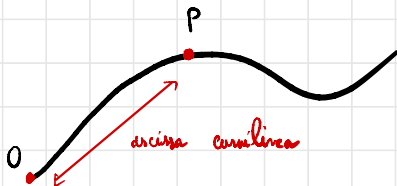
Traiettoria

Luogo dei punti che un punto materiale occupa durante il proprio moto.

Ascissa curvilinea

Si considera una particella che si sposta lungo una traiettoria. Nel momento in cui è nota l'origine della traiettoria ci basta specificare un solo grado di libertà (la distanza dall'origine) per identificare la particella nella traiettoria.

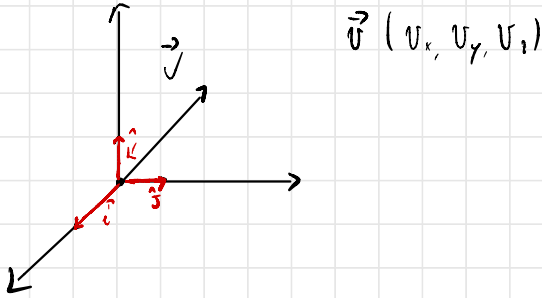
Questo parametro si chiama **ascissa curvilinea** del punto. L'ascissa curvilinea di un punto su una curva è una misura della posizione lungo la curva stessa. In altre parole, rappresenta la distanza percorsa lungo la curva da un punto di riferimento o da un punto iniziale.



Una grandezza si definisce vettoriale quando per descriverla è necessario utilizzare un vettore, il quale è una quantità caratterizzata da tre componenti fondamentali:

- **Modulo:** rappresenta la lunghezza del vettore.
- **Direzione:** indica l'orientamento o la direzione del vettore nello spazio.
- **Verso:** specifica l'orientamento positiva o negativa lungo la direzione del vettore.

È possibile definire dei versori degli assi, solitamente indicati come \hat{i} , \hat{j} e \hat{k} , che hanno tutti un modulo di 1 e sono mutuamente perpendicolari tra loro.



Operazioni fondamentali con vettori

• Scalare per un vettore

Supponiamo di avere un vettore $V = (v_x, v_y, v_z)$ e un coefficiente k . L'operazione di moltiplicazione di k per il vettore V , denotata come kV , è definita come segue:

$$kV = (k * v_x, k * v_y, k * v_z)$$

In questa operazione, il coefficiente k viene moltiplicato per ciascuna componente del vettore V . Il risultato è un nuovo vettore che ha la stessa direzione del vettore originale, ma la sua lunghezza (modulo) è moltiplicata per il valore di k .

• Somma di Vettori

Supponiamo di avere due vettori $V_1 = (V_{1x}, V_{1y}, V_{1z})$ e $V_2 = (V_{2x}, V_{2y}, V_{2z})$. La somma dei due vettori, denotata come $V_1 + V_2$, è calcolata sommando le componenti corrispondenti dei due vettori:

$$V_1 + V_2 = (V_{1x} + V_{2x}, V_{1y} + V_{2y}, V_{1z} + V_{2z})$$

Per visualizzare la somma di due vettori geometricamente, si può utilizzare la regola del parallelogramma. Si disegnano i due vettori dalla stessa origine e poi si completa il parallelogramma con i due vettori come lati opposti. Il vettore somma è la diagonale del parallelogramma che parte dall'origine comune.



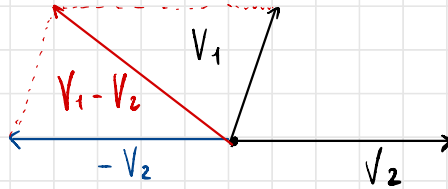
• Differenza di Vettori

La differenza tra due vettori V_1 e V_2 , denotata come $V_1 - V_2$, è calcolata sottraendo le componenti corrispondenti dei due vettori:

$$V_1 - V_2 = (V_{1x} - V_{2x}, V_{1y} - V_{2y}, V_{1z} - V_{2z})$$

Per visualizzare la differenza tra due vettori geometricamente utilizzando la regola del parallelogramma, si può disegnare il vettore V_2 dal punto finale del vettore V_1 . Il vettore risultante dalla testa dell'uno alla coda dell'altro è la differenza $V_1 - V_2$.

Entrambe queste operazioni restituiscono un vettore come risultato.



• Prodotto scalare tra vettori

Denotato come $V_1 \cdot V_2$ è un'operazione che restituisce un numero reale. Questa operazione è definita come il prodotto dei moduli (lunghezze) dei due vettori moltiplicato per il coseno dell'angolo tra di essi.

La formula per il prodotto scalare tra due vettori A e B è la seguente:

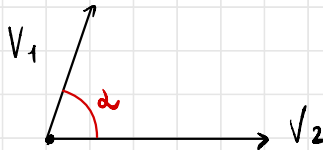
$$V_1 \cdot V_2 = |V_1| \cdot |V_2| \cdot \cos(\alpha)$$

Dove:

- V_1 e V_2 sono i vettori.
- $|V_1|$ e $|V_2|$ rappresentano i moduli (lunghezze) dei vettori V_1 e V_2 , rispettivamente.
- α (alfa) è l'angolo tra i due vettori V_1 e V_2

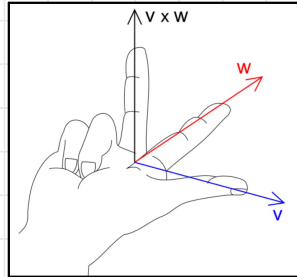
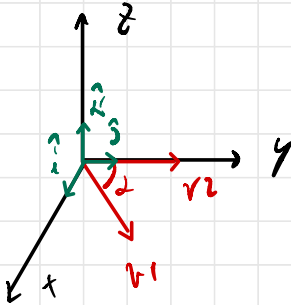
oppure è ottenibile come segue

$$V_1 \cdot V_2 = (V_{1x} \cdot V_{2x}) + (V_{1y} \cdot V_{2y}) + (V_{1z} \cdot V_{2z})$$



- **Prodotto Vettoriale tra vettori**

Supponiamo di avere due vettori $V1 = (V1x, V1y, V1z)$ e $V2 = (V2x, V2y, V2z)$. Il prodotto vettoriale tra $V1$ e $V2$, denotato come $V1 \times V2$, è calcolato come segue:



Il **modulo** del prodotto vettoriale è dato da:

$$|V1 \times V2| = |V1| * |V2| * \sin(\alpha)$$

dove α è l'angolo tra $V1$ e $V2$.

La **direzione** del prodotto vettoriale è perpendicolare al piano definito dai vettori $V1$ e $V2$.

Il **verso** del prodotto vettoriale segue la “regola della mano destra”. Si allinea il pollice con il primo vettore e l'indice con il secondo vettore, e il dito medio indica la direzione del prodotto vettoriale.

Proprietà anticommutativa :

Il prodotto vettoriale è una operazione **anticommutativa**, il che significa che l'ordine dei vettori nella moltiplicazione fa la differenza:

$$V1 \times V2 \neq V2 \times V1$$

In altre parole, il prodotto vettoriale tra $V1$ e $V2$ non è lo stesso del prodotto vettoriale tra $V2$ e $V1$, ma ha **direzioni opposte**.

$$U_1 \times U_2 = \det \begin{pmatrix} i & j & k \\ v_{1x} & v_{1y} & v_{1z} \\ v_{2x} & v_{2y} & v_{2z} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow (i \cdot v_{1y} \cdot v_{2z}) + (j \cdot v_{1z} \cdot v_{2x}) + (k \cdot v_{1x} \cdot v_{2y}) \\ - (j \cdot v_{1x} \cdot v_{1z}) - (i \cdot v_{1z} \cdot v_{2y}) - (k \cdot v_{1y} \cdot v_{2x})$$

$$\Rightarrow \hat{i} (v_{1y} v_{2z} - v_{1z} v_{2y}) + \hat{j} (v_{1z} v_{2x} - v_{1x} v_{2z}) + \\ \hat{k} (v_{1x} v_{2y} - v_{1y} v_{2x})$$