CINEMATICA

Obiettivo : Descrizione del moto dei corpi

- Punto materiale o massa puntiforme

  oggetto senza estensione

- velocità media $\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

  cambiamento di posizione

- velocità istantanea $\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

Se la velocità cambia nel tempo →

<u>accelerazione</u> ≡ rapidità con cui la velocità di un punto materiale cambia nel tempo

- accelerazione media $\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

- accelerazione istantanea $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$

Descrivere il moto:

Noto: l'accelerazione $\vec{a}$

la posizione iniziale $\vec{r}_0$

la velocità iniziale $\vec{v}_0$

Determinare ad ogni istante t:

la posizione $\vec{r}(t)$

la velocità $\vec{v}(t)$

Introdotto un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $Oxyz$

$x(t)$ $\quad$ $v_x(t)$

$y(t)$ $\quad$ $v_y(t)$ $\quad$ Equazioni orarie

$z(t)$ $\quad$ $v_z(t)$

Determinare la traiettoria

Il moto (tridimensionale) di un punto P
che descrive una traiettoria curva nello spazio.

introdotto un sistema di coordinate cartesiane $Oxyz$

il moto può essere rappresentato come somma
di 3 moti rettilinei
che si svolgono lungo gli assi di riferimento

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{x} + y(t)\,\hat{y} + z(t)\,\hat{z}$$

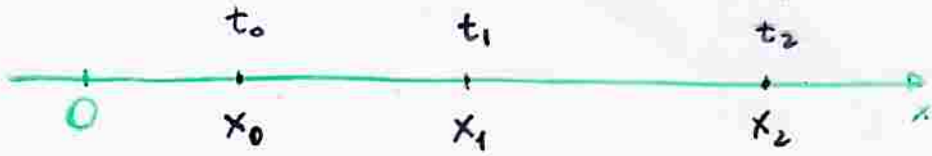
$$\vec{v}(t) = v_x(t)\,\hat{x} + v_y(t)\,\hat{y} + v_z(t)\,\hat{z}$$

$$\vec{a}(t) = a_x(t)\,\hat{x} + a_y(t)\,\hat{y} + a_z(t)\,\hat{z}$$

Utilità del procedimento:
Componendo opportunamente 2 o 3 moti rettilinei lungo gli assi possiamo descrivere qualsiasi moto nel piano o nello spazio.

N.B.: Il moto reale è quello che il punto descrive nel piano o nello spazio e non quello proiettato sugli assi

MOTO RETTILINEO



Si svolge lungo una retta sulla quale vengono fissati arbitrariamente un'origine ed un verso.

Posizione $x(t)$

Diagramma orario

Velocità : $v_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v_x \, dt$

Accelerazione: $a_x = \frac{dv_x}{dt} \Rightarrow dv_x = a_x \, dt$

$v_x > 0$ moto nel verso positivo delle x

$v_x < 0$ " " " negativo " "

$a_x > 0$ la velocità cresce nel tempo

$a_x < 0$ " " diminuisce " "

N.B. : $v_x dv_x = v_x a_x dt = a_x dx$

$$\boxed{v_x dv_x = a_x dx}$$

Moto rettilineo uniforme

$a_x = 0$

$v_x(t) =$ costante

$v_x(t) = v_{x_0}$ $\qquad\qquad$ $a(t) = 0$

$$dx = \left(\frac{dx}{dt}\right) dt \quad \Rightarrow \quad dx = v_x \, dt$$

Integrando : $\displaystyle\int_{x_0}^{x(t)} dx = \int_{t_0}^{t} v_x \, dt$

$$x(t) - x_0 = v_{x_0} \int_{t_0}^{t} dt$$

$$x(t) = x_0 + v_{x_0} (t - t_0)$$

Posto $t_0 = 0$:

$x(t) = x_0 + v_x t$ $\qquad$ Eq. orarie

$v_x(t) = v_{x_0}$

↳ spazio è una funzione lineare del tempo:

spazi uguali in tempi uguali

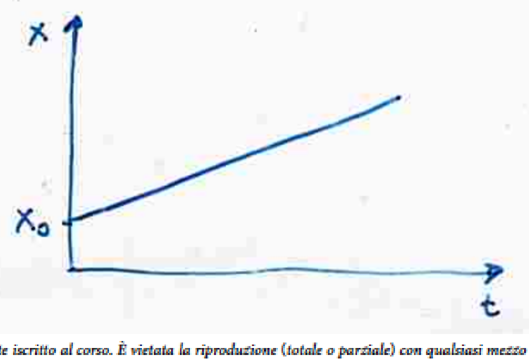


Diagramma orario

Moto rettilineo uniformemente accelerato

$a_x(t)$ = costante $= a_x$

- $dv_x = \left(\frac{dv_x}{dt}\right) dt = a_x \, dt$

Integrando: $$\int_{v_{x_0}}^{v_x(t)} dv_x = a_x \int_{t_0}^{t} dt$$

$$v_x(t) - v_{x_0} = a_x (t - t_0) \Rightarrow v_x(t) = v_{x_0} + a_x (t - t_0)$$

- $dx = v_x(t) \, dt$

Integrando: $$\int_{x_0}^{x(t)} dx = \int_{t_0}^{t} v_x(t) \, dt$$

$$x(t) - x_0 = v_{x_0} \int_{t_0}^{t} dt + a_x \int_{t_0}^{t} (t - t_0) \, dt$$

$$x(t) = x_0 + v_{x_0} (t - t_0) + \frac{1}{2} a_x (t - t_0)^2$$

Posto $t_0 = 0$

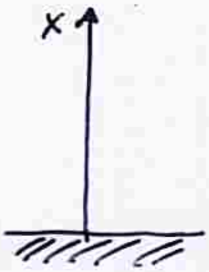
$$x(t) = x_0 + v_{x_0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

Eq. orarie

$$v_x(t) = v_{x_0} + a_x t$$

$$v_x^2 - v_{x_0}^2 = 2 a_x (x - x_0)$$

Esempio: Moto verticale di un corpo



Corpo lanciato verticalmente verso l'alto con velocità v_0

$$a_x = -g = -9.8 \text{ m/s}^2$$

$$x_0 = 0$$

$$x(t) = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v(t) = v_0 - g t$$

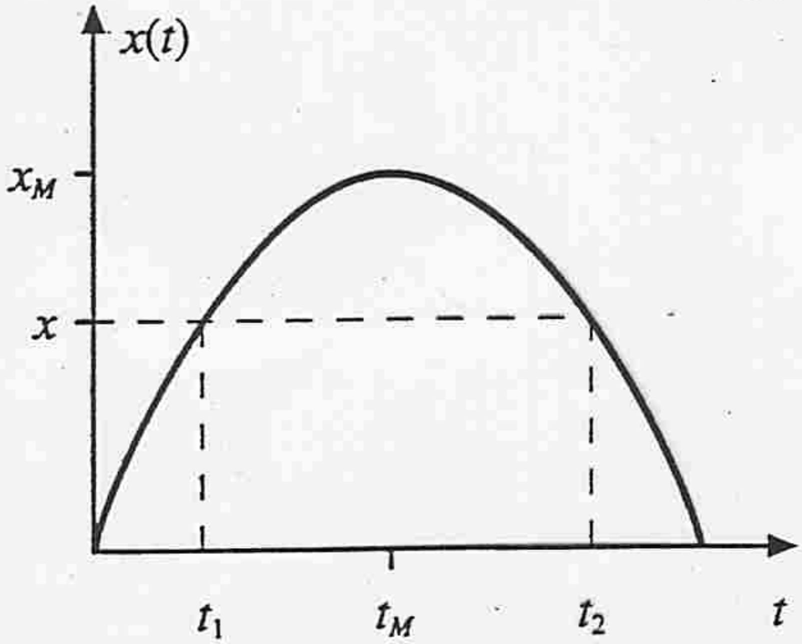


diagramma orario

Per $t = t_M$: $x_M = x(t_M)$ massima altezza raggiunta

$$v(t_M) = 0$$

$\Rightarrow$ $t_M = v_0/g$ $\qquad x_M = v_0^2/2g$

Per $t = 2t_M$: $x(2t_M) = 0$ $\qquad v(2t_M) = -v_0$