

# Interazione e Multimedia

07 settembre 2009

## DOMANDA 1

Data una immagine 5x5 a scala di grigi

2	3	4	2	3
5	2	1	6	7
7	3	4	3	1
5	6	5	4	4
2	6	4	1	2

1. [3] Calcolare la sua immagine indicizzata con 8 colori;

matrice:						indice	colore
2	3	4	2	3		1	1
5	2	1	6	7		2	2
7	3	4	3	1		3	3
5	6	5	4	4		4	4
2	6	4	1	2		5	5
						6	6
						7	7
						8	8

2. [3] Nell'immagine indicizzata, invertire il colore 4 con il colore 5 ,a facendo in modo che nella visualizzazione dell'immagine non si noti il cambiamento;

matrice:						indice	colore
2	3	5	2	3		1	1
4	2	1	6	7		2	2
7	3	5	3	1		3	3
4	6	4	5	5		4	5
2	6	5	1	2		5	4
						6	6
						7	7
						8	8

## DOMANDA 2

- 1 [1] Quando un operatore è lineare?  
Se  $f(ax+by)=af(x)+bf(y)$
- 2 [1] Quando un operatore è shift invariante?  
Quando il risultato non varia in base alla posizione in cui si trova il pixel.

- 3 [3] L'operatore  $f(x) = \frac{1}{2}x+3$  è lineare? Dimostrarlo.  
No, perché  $f(ax+by) = (ax+by)/2+3$  che è diverso da  $af(x)+bf(y) = a/2x+3a+b/2y+3b = (ax+by)/2+3a+3b$ .
- 4 [3] L'operatore al punto 3 è shift invariante?  
*Il risultato dell'operatore dipende da  $x$ , che determina la posizione sull'asse  $x$ . Ne segue che il risultato varia in base a dove è applicato e quindi non è shift invariante.*

### DOMANDA 3

1. [2] Qual è la formula della trasformata discreta di Fourier?

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-i2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})} \quad \text{per } u = 0, 1, \dots, M-1 \quad v = 0, 1, \dots, N-1$$

2. [2] Cosa è il modulo della trasformata? E la fase? Scrivere le formule.  
*Dato che la trasformata  $F$  ha valori complessi, può essere espressa in termini della sua parte reale e della sua parte immaginaria. Pertanto il modulo sarà dato dalla formula:*

$$|F(u, v)| = \sqrt{R^2(u, v) + I^2(u, v)}$$

E la fase da:

$$\phi(u, v) = \tan^{-1} \left[ \frac{I(u, v)}{R(u, v)} \right]$$

3. [3] Data la matrice (per noi è una immagine)

10	30
100	0

Calcolarne la trasformata di Fourier (se non si dispone di calcolatrice si può impostare la formula ed omettere i calcoli).

$$F(0,0) = 35;$$

$$F(0,1) = \frac{1}{4} * (110 + 30 * e^{(pi*i)});$$

$$F(1,0) = \frac{1}{4} * (40 + 100 * e^{(pi*i)});$$

$$F(1,1) = \frac{1}{4} * (10 + 130 * e^{(pi*i)}).$$

### DOMANDA 4

Il disco di Festòs è un importante reperto archeologico formato da una serie di simboli messi in sequenza lungo una spirale. Molti dei simboli sono ripetuti al fine di formare un messaggio non ancora decifrato. Uno studioso cerca di decifrare la sequenza associando ad ogni simbolo una parola la cui lunghezza è uguale alla frequenza del simbolo. Cioè, se un simbolo è presente tre volte, tale simbolo viene sostituito da una parola formata dalle lettere  $x_1 x_2 x_3$ . Si suppone inoltre che ogni parola contiene dei caratteri che non appartengono ad alcuna altra parola, se la prima parola è formata da tre caratteri (perché ha frequenza  $3/N$ ) allora la successiva se ha frequenza  $5/N$  ha come caratteri  $x_4 x_5 x_6 x_7 x_8$ .

Data la sequenza misteriosa



𐀀	x1 x2
𐀁	x3 x4 x5 x6 x7
𐀂	x8 x9
𐀃	x10 x11 x12 x13
𐀄	x14 x15
𐀅	x16
𐀆	x17

[4] Qual è la codifica ottimale per tale sequenza?

*Le frequenze sono:*

F(x1)	2/55
F(x2)	2/55
F(x3)	5/55
F(x4)	5/55
F(x5)	5/55
F(x6)	5/55
F(x7)	5/55
F(x8)	2/55
F(x9)	2/55
F(x10)	4/55
F(x11)	4/55
F(x12)	4/55
F(x13)	4/55
F(x14)	2/55
F(x15)	2/55
F(x16)	1/55
F(x17)	1/55

*Con tali frequenze occorre calcolare la codifica di Huffman.*

[4] Qual è il numero minimo di bit necessari per una codifica ottimale?

*Secondo il Teorema di Shannon il numero minimo è dato da  $N \cdot E = 55 \cdot E$*

*con*

$$E = - (6 \cdot \frac{2}{55} \cdot \log \frac{2}{55} + 5 \cdot \frac{5}{55} \cdot \log \frac{5}{55} + 4 \cdot \frac{4}{55} \cdot \log \frac{4}{55} + 2 \cdot \frac{1}{55} \cdot \log \frac{1}{55})$$