Distribuzioni discrete

- **Distribuzione binomiale** binom.pmf(k, n, p)

$$X \sim B(n, p)$$

$$p(k) = P(X = k) = \begin{cases} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} & \text{se } k = 0, 1, 2, \dots \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$E[X] = np$$

$$VAR[X] = np(1-p)$$

- **Distribuzione di Bernoulli**

$$X \sim B(1, p)$$

$$p(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x = 0, 1, \dots, \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$E[X] = p$$

$$VAR[X] = p(1-p)$$

- **Distribuzione ipergeometrica** hypergeom.pmf(k, b+r, b, n)

$$p(k) = \begin{cases} \dfrac{\binom{b}{k} \cdot \binom{r}{n-k}}{\binom{b+r}{n}} & \text{se } k = 0, 1, \dots, b \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$E[X] = n \frac{b}{b+r}$$

$$VAR[X] = n \frac{b r}{(b r)^2} \frac{b+r-n}{b+r-1}$$

- **Distribuzione geometrica** geom.pmf(T, p)

$$X \sim G(p) \quad \text{con} \quad 0 < p < 1$$

$$p(x) = \begin{cases} p(1-p)^{k-1} & \text{se } k = 0, 1, \dots \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$P(X = k+m \mid X \geq k) = P(X = m) \quad \forall k, m \in \mathbb{N}$$

$$E[X] = \frac{1-p}{p}$$

$$VAR[X] = \frac{1-p}{p^2}$$

- **Distribuzione di Poisson** poisson.pmf(k, L)

$$X \sim Poiss(\lambda) \qquad \lambda > 0$$

$$p(k) = \begin{cases} e^{-\lambda} \dfrac{\lambda^{k}}{k!} & \text{se } k = 0, 1, \ldots \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$E[X] = \lambda$$

$$VAR[X] = \lambda$$

esiti probabilità

- **Distribuzione multinomiale** multinomial.pmf(k, n, p)

$$P(Y) = \frac{n!}{w_1!\, w_2! \ldots w_m!}\, q_1^{w_1} \cdot q_2^{w_2} \cdot \ldots \cdot q_m^{w_m}$$

- **Distribuzione uniforme**

$$X \sim ([a, b])$$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & \text{se } x \in [a, b] \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$E[X] = \frac{a+b}{2} \qquad VAR[X] = \frac{(b-a)^2}{12}$$

- **Distribuzione normale**. P(X<x) -> norm.cdf(x, E[X], DEV[X]) = $\Phi(x)$
  norm.cdf(x)

Una v.a X segue una legge normale standard o gaussiana se ha densità :

$$\boxed{f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}}$$

$$X \sim N(0,1)$$

$$E[X] = 0 \qquad VAR(X) = 1$$

$$\Phi(x) = P(X \leq x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{\zeta^2}{2}} \, d\zeta$$

- **Distribuzione esponenziale**

$$\boxed{f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}}$$

$$X \sim EXP(\lambda)$$

$$E[X] = \frac{1}{\lambda} \qquad VAR(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

$$S(x) = \begin{cases} e^{-\lambda x} & \text{se } x \geq 0 \\ 1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

- **Legge chi-quadro**

$$\boxed{F(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2^{\frac{m}{2}}\,\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)}\, x^{\frac{m}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}} & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}}$$

$E[X] = n$ $\qquad$ $VAR(X) = 2n$

- **Legge di student**

$$\boxed{f(t) = \frac{A_0}{\left(1 + \frac{t^2}{m}\right)^{\frac{m+1}{2}}}}$$

$E[x] = 0$ se $m > 1$, altrimenti non è definita.

$VAR(X) = \dfrac{m}{m-2}$ se $m > 2$, altrimenti è infinita.

- **Legge normale multivariata**

$$\boxed{f(x_1,x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_2\sigma_2} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{(x_1-\mu_2)^2}{\sigma_2^2} + \frac{(x_2-\mu_2)^2}{\sigma_2^2}\right)\right)}$$

MEDIA $\mu = (\mu_1, \mu_2)$

$$C = (\mathrm{cov}(x_1, x_2)) = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$$

- **Disuguaglianza di Markov**

Sia X una v.a (discreta o continua) a valori non negativi. Allora per ogni $\alpha > 0$ si ha

$$\boxed{\frac{E[x]}{\alpha} \geq P(x > \alpha)}$$

- **Disuguaglianza di Chebischev**

Sia X una v.a (discreta o continua) che ammette media e varianza finiti. Allora per ogni η si ha che :

$$\boxed{P(|x - E[x]| \geq \eta) \leq \frac{VAR(x)}{\eta^2}}$$

- **Teoria del limite centrale** 1-norm.cdf(Sn) P(X < Sn)

$$\boxed{S_n^* = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma}\sqrt{n}}$$

$$P(X < x) = \Phi(x)$$

Nel caso della binomiale se $n > 30$

$$\begin{cases} n\,p \geq 5 \\ n\,(1-p) \geq 5 \end{cases} \qquad S \sim N(0,1)$$

$\mu = n \cdot p$

$\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p)$