

Significato nomi dei metodi:

pdf (*probability density function*): densità di probabilità
 $P(X = x)$

cdf (*cumulative distribution function*): funzione di ripartizione cumulativa
 $P(X \leq x)$

sf (*survival function*): funzione sopravvivenza
 $P(X > x)$

ppf (*percentile point function*): inverso di cdf, quantile
restituisce t tale che $P(X < t) = q$

Distribuzioni discrete

1 Distribuzione binomiale

Densità: `binom.pmf(k, n, p)`

Funzione di ripartizione: `binom.cdf(k, n, p)`

Funzione di sopravvivenza: `binom.sf(k, n, p)`

Parametri:

- k : numero di successi
- n : numero di prove
- p : probabilità di successo

Media: $n \cdot p$

Varianza: $n \cdot p \cdot (1 - p)$

2 Distribuzione ipergeometrica

Densità: `hypergeom.pmf($k, b + r, b, n$)`

Funzione di ripartizione: `hypergeom.cdf($k, b + r, b, n$)`

Funzione di sopravvivenza: `hypergeom.sf($k, b + r, b, n$)`

Parametri:

- k : numero di successi
- b : cardinalità dell'insieme da cui scegliere per avere successi
- r : cardinalità dell'insieme da cui scegliere per avere insuccessi

- n : numero di prove

Media: $n \cdot \frac{b}{b+r}$

Varianza: $n \cdot \frac{b \cdot r}{(b+r)^2} \cdot \frac{b+r-n}{b+r-1}$

3 Distribuzione geometrica

Densità: $\text{geom.pmf}(T, p)$

Funzione di ripartizione: $\text{geom.cdf}(T, p)$

Funzione di sopravvivenza: $\text{geom.sf}(T, p)$

Parametri:

- T : tempo di primo successo
- p : probabilità di successo

Media: $\frac{1-p}{p}$

Varianza: $\frac{1-p}{p^2}$

4 Distribuzione di Poisson

Densità: $\text{poisson.pmf}(k, \lambda)$

Funzione di ripartizione: $\text{poisson.cdf}(k, \lambda)$

Funzione di sopravvivenza: $\text{poisson.sf}(k, \lambda)$

Parametri:

- k : numero di successi
- λ : numero medio di successi attesi

Media: λ

Varianza: λ

5 Distribuzione multinomiale

Densità: $\text{multinomial.pmf}(k, n, p)$

Parametri:

- k : lista di esiti
- n : numero di prove
- p : lista delle probabilità di successo

Distribuzioni continue

6 Distribuzione uniforme

Densità: $\text{uniform.pdf}(x, a, b - a)$

Funzione di ripartizione: $\text{uniform.cdf}(x, a, b - a)$

Funzione di sopravvivenza: $\text{uniform.sf}(x, a, b - a)$

Quantile: $\text{uniform.ppf}(q, a, b - a)$

Parametri:

- x : variabile casuale
- a : limite inferiore
- b : limite superiore
- q : ordine del quantile

Media: $\frac{a+b}{2}$

Varianza: $\frac{(b-a)^2}{12}$

7 Distribuzione normale

Densità: $\text{norm.pdf}(x, \mu, \sigma)$

Funzione di ripartizione: $\text{norm.cdf}(x, \mu, \sigma)$

Quantile: $\text{norm.ppf}(q, \mu, \sigma)$

Funzione di sopravvivenza: $\text{norm.sf}(x, \mu, \sigma)$

Parametri:

- x : variabile casuale
- μ : media
- σ : deviazione standard
- q : ordine del quantile

Media: μ

Varianza: σ^2

8 Distribuzione esponenziale

Densità: `expon.pdf(x, scale = 1/λ)`

Funzione di ripartizione: `expon.cdf(x, scale = 1/λ)`

Quantile: `expon.ppf(q, scale = 1/λ)`

Funzione di sopravvivenza: `expon.sf(x, scale = 1/λ)`

Parametri:

- x : variabile casuale
- $scale$: scala della distribuzione, inverso del tasso λ (ovvero $1/\lambda$)
- q : ordine del quantile

Media: $1/\lambda$ (o $scale$)

Varianza: $1/\lambda^2$ (o $scale^2$)

9 Distribuzione di Student

Densità: `t.pdf(x, df)`

Funzione di ripartizione: `t.cdf(x, df)`

Funzione di sopravvivenza: `t.sf(x, df)`

Quantile: `t.ppf(q, df)`

Parametri:

- x : variabile casuale
- df : gradi di libertà
- q : ordine del quantile

Media: 0 se $df > 1$, altrimenti non è definita

Varianza: $\frac{df}{df-2}$ se $df > 2$, altrimenti non è definita

10 Distribuzione Chi-Quadro

Densità: `chi2.pdf(x, df)`

Funzione di ripartizione: `chi2.cdf(x, df)`

Quantile: `chi2.ppf(x, df)`

Funzione di sopravvivenza: `chi2.sf(x, df)`

Parametri:

- x : variabile casuale
- df : gradi di libertà

Media: df

Varianza: $2 \cdot df$

11 Distribuzione Normale Multivariata

Densità: `multivariate_normal.pdf(x, mean = None, cov = 1)`

Funzione di ripartizione: `multivariate_normal.cdf(x, mean = None, cov = 1)`

Parametri:

- x : variabile casuale
- `mean`: media (se non specificata, assume il valore di default `None`)
- `cov`: matrice di covarianza (se non specificata, assume il valore di default 1)

Media: (μ_1, μ_2)

Matrice di covarianza: $\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$

12 Teorema del limite centrale

Sia X_n una successione di v.a indipendenti e tutte con la stessa legge di media μ e varianza $\sigma^2 > 0$ finiti. Allora la variabile normale standardizzata

$$S^* = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma} \cdot \sqrt{n}$$

con \bar{X}_n che tende in legge ad una variabile $S \sim N(0, 1)$

OSS Nella pratica, per $n \gg 1$, si approssima S_n^* con S di legge $N(0, 1)$. Un criterio per tale approssimazione è che $n \geq 30$.

OSS Nel caso particolare della legge $B(n, p)$ un criterio empirico è $n \cdot p \geq 5$ e $n \cdot (1 - p) \geq 5$.

13 Statistica Descrittiva

-Frequenza relativa: $p_i = \frac{f_i}{N}$

-Frequenza relativa cumulata: $F_i = \sum_{k=1}^i p_k$

-Media: $\bar{x} = \sum_{k=1}^n x_k p_k$

-Varianza Empirica : $\sigma^2 = \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2 p_k$

-Quantile della funzione di ripartizione empirica:

$$q_\alpha = x_{j-1} + (\alpha - F_{j-1}) * \frac{x_j - x_{j-1}}{F_j - F_{j-1}}$$

13.1 FUNZIONI PYTHON PER LA RAPPRESENTAZIONE DEI DATI

Per le rappresentazioni grafiche importare la funzione

```
import matplotlib.pyplot as plt
```

-ISTOGRAMMA:

```
fig, ax = plt.subplot(1,1)  
plt.bar(x,y)  
plt.show()
```

parametri:

-x: valori o classi di valori

-y frequenze

-GRAFICO A TORTA:

```
fig, ax = plt.subplot(1,1)  
plt.pie(x, labels="classe di valore", autopct="formato")  
plt.show()
```

parametri:

-x: frequenze

-autopct="%1.1f%%" per mostrare frequenze in percentuale

-BOX-PLOT:

```
fig, ax = plt.subplot(1,1)  
plt.boxplot(x)  
plt.show()
```

parametri:

-x: frequenze

-GRAFICO QUANTILE-QUANTILE:

per vedere se certi dati seguono una determinata distribuzione

```
from scipy.stats import probplot  
fig, ax = plt.subplot(1,1)  
probplot(x, dist="distribuzione da controllare", plot=ax)  
plt.show()
```

parametri:

-x: frequenze

-dist la distribuzione che voglio vedere se i dati vi si adattano

14 STATISTICA INFERENZIALE

-Stimatore media teorica: $X_n =$ media campionaria

-Stimatore varianza teorica con media μ nota

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \mu)^2$$

-Stimatore varianza teorica con media μ non nota

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{X}_n)^2$$

-Intervallo di confidenza per la media con varianza σ^2 nota

$$\left[\bar{X}_n - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \phi_{1-\frac{\alpha}{2}}, \bar{X}_n + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \phi_{1-\frac{\alpha}{2}} \right]$$

α indice di affidabilità

-Intervallo di confidenza per la media con varianza σ^2 non nota

$$\left[\bar{X}_n - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1), \bar{X}_n + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) \right]$$

α indice di affidabilità

S stimatore varianza teorica, n dimensione campionaria

n dimensione campionaria, gradi di libertà della t di student

-Intervallo di confidenza per la varianza

$$\left[\frac{S^2(n-1)}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)}, \frac{S^2(n-1)}{\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)} \right]$$

$$\text{unilatero a destra: } \left[\frac{S^2(n-1)}{\chi_{\alpha}^2(n-1)}, +\infty \right]$$

$$\text{unilatero a sinistra } \left[-\infty, \frac{S^2(n-1)}{\chi_{1-\alpha}^2(n-1)} \right]$$

- intervallo di confidenza per la proporzione

$$\left[\bar{X}_n - \phi_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{X}_n(1-\bar{X}_n)}{n}}, \bar{X}_n + \phi_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{X}_n(1-\bar{X}_n)}{n}} \right]$$

14.1 FUNZIONI PYTHON PER LA STATISTICA INFERENZIALE

importare la libreria numpy

`import numpy as np`

-per calcolare la deviazione standard

`np.std(S, ddof=1)`

-per calcolare la media campionaria
`np.mean(X)`

-per calcolare quantile di ordine α di una certa distribuzione
`libriadiistribuzione.ppf(α)`