
ricorsione

Programmazione 2

A.A. 2021/22

torri di Hanoi

- Il problema delle Torri di Hanoi consiste nello spostare n dischi ordinati da una sorgente a una destinazione. L'unica regola è che un disco «minore» nell'ordinamento non può stare sotto a un disco «maggiore». I dischi non possono essere spostati in blocco.



torri di Hanoi

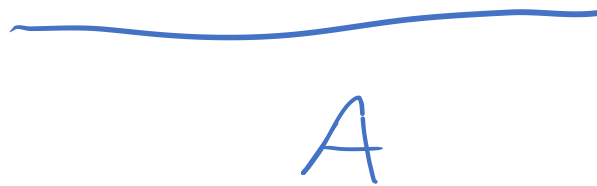
- Per la risoluzione del problema si può fare uso di un sito ausiliario.



torri di Hanoi



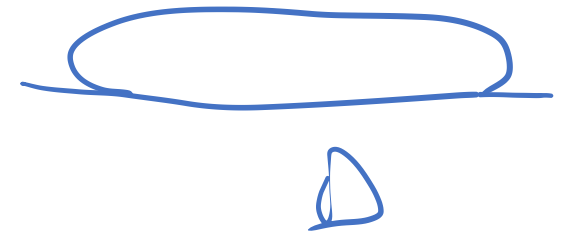
3/14/2022



Marco Moltisanti - Ricorsione



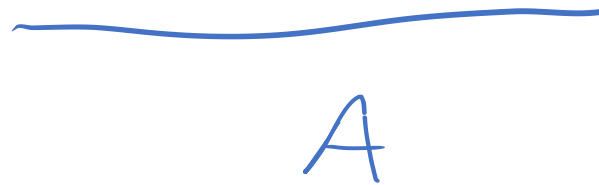
torri di Hanoi



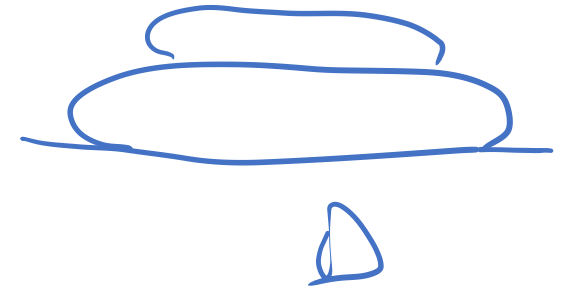
torri di Hanoi



3/14/2022



Marco Moltisanti - Ricorsione



torri di Hanoi



3/14/2022



Marco Moltisanti - Ricorsione



torri di Hanoi



3/14/2022



Marco Moltisanti - Ricorsione



ricorsione

INDUZIONE MATEMATICA

1) CASO BASE $\wedge SE n=0$

2) PASSO INDUTTIVO $\wedge succ(n+1) \in n > 0$

ricorsione

$Succ(n)$

N_0

$\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 1 + Succ(n-1) \end{array} \right.$

$n = 0$

$n > 0$

$$Succ(3) = 1 + Succ(2) = 1 + 1 + Succ(1)$$

ricorsione

~~SOMMA(a, b)~~

~~SOMMA(a, 1)~~
 $1 + \text{SOMMA}(a, 0) = a +$

$\left\{ \begin{array}{l} \cancel{a+1} \quad \quad \quad \cancel{b=1} \\ a \quad \quad \quad b=0 \\ 1 + \text{SOMMA}(a, b-1) \quad \quad b > 0 \end{array} \right.$

$1 + \text{SOMMA}(a, 1) = 1 + 1 + \text{SOMMA}(a, 0)$

ricorsione

$\text{PROD}(a, b)$

$a, b \neq 0$

$a + a + \dots + a$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_b$

$b = 1$

$\left\{ \begin{array}{l} a \\ a + \text{PROD}(a, b-1) \end{array} \right. \quad b > 1$

ricorsione

~~$\text{pow}(a, b)$~~ a^b $a, b \neq 0$

$$\begin{cases} a & b=1 \\ 1 & b=0 \\ a * \text{pow}(a, b-1) & b > 1 \end{cases}$$

$a * a * \dots * a$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_b$

$\text{pow}(a, 2)$

$a * 1, P(a, 1) = a * a * \text{pow}(a, 0) = a * a * 1$

ricorsione – calcolo del fattoriale

$$\text{fatt}(\textcircled{n}) \equiv n!$$

$$\begin{aligned} 0! &= 1 \\ 1! &= 1 \\ 2! &= 2 \\ 3! &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 1 & n = 0 \\ n * \text{fatt}(n-1) & n > 0 \end{cases}$$

ricorsione – sequenza di fibonacci

FIBONACCI

0 1

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

$$FIB(n) = FIB(n-1) + FIB(n-2)$$

$$FIB(0) = 0 \quad FIB(1) = 1$$

$$FIB(1) = 1$$

sequenza di Fibonacci – soluzione iterativa

⁰
~~1~~, ¹~~1~~, ²2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

$n = 4 \rightarrow \text{FIB}(4) = 5$

for (int ~~i~~ = 2, ~~i~~ ≤ 4, ~~i~~++)

SUM 1 = 0

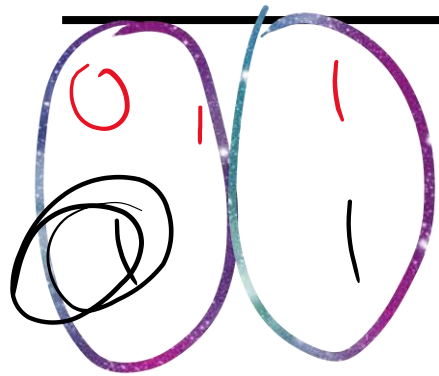
SUM 2 = 0

SUM = 0

1. SUM = 1

2. SUM = 2

sequenza di Fibonacci – soluzione iterativa



2 3 4 5
2 3 5 8

$\rightarrow FIB(0) = 1$
 $\rightarrow FIB(1) = 1$

2
2
3
4

$sum(n-2)$

0

1

2

+

+

+

$sum(n-1)$

1 = 2

2 = 3

3 = 5

sequenza di Fibonacci – soluzione iterativa

```
for (int i = 2; i ≤ n; i++)
```

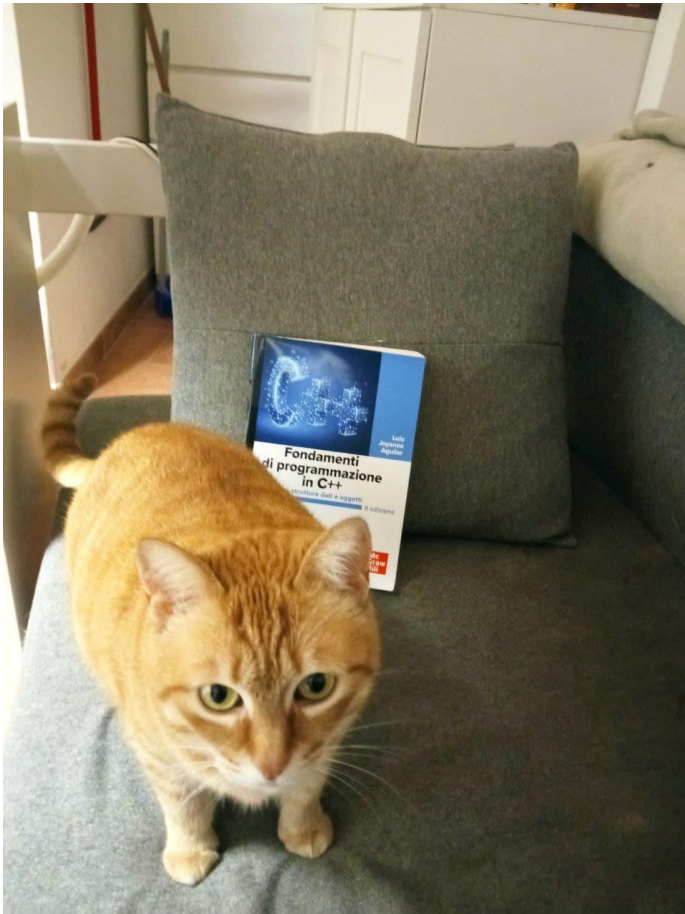
```
    x = sum2
```

```
    sum2 = sum1
```

```
    sum1 = x + sum2
```

```
RETURN sum1
```

riferimenti



CAP. 19
AGUILAR