

Esercitazione Esame orale di Strutture Discrete (6CFU)

Marzo 2021

Nelle pagine successive troverete esempi di domande (esercizi) con le quali cominceremo gli esami orali. Sono divise tra le prime 3 parti del corso che ad oggi hanno rappresentato la parte più densa di problemi. Se riuscite a risolvere tutti gli esercizi siete preparati in maniera ottimale. Se riuscite a risolvere almeno un buon numero di esercizi per ognuna delle parti, potreste farcela. Se c'è almeno una parte i cui esercizi non riuscite a risolvere potrebbe essere un bel problema. Ricordate che la legge di Murphy è una verità assoluta in Informatica: "Se qualcosa può andare male, lo farà."

Esercizi di Esame di Strutture Discrete

Marzo 2021

Prima parte

1. Trovare un assegnamento alle variabili booleane che soddisfi la formula

$$((p \vee \neg q \vee r) \rightarrow s) \vee t$$

2. Trovare un assegnamento alle variabili booleane che soddisfi la formula

$$(p \wedge \neg q) \Rightarrow (q \wedge \neg r)$$

3. Se trasformiamo in Forma Normale Disgiuntiva la formula $((p \vee \neg q \vee r) \rightarrow s) \vee t$ quale formula otteniamo?

4. Se trasformiamo in Forma Normale Congiuntiva la formula $(p \wedge \neg q) \Rightarrow (q \wedge \neg r)$ quale formula otteniamo?

5. Dimostrare gli esercizi dei lucidi delle lezioni

E1 $(A \setminus B) \cup (C \setminus B) = (A \cup C) \setminus B$

E2 $(A \setminus B) \cap (C \setminus B) = (A \cap C) \setminus B$

E3 $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$

E4 $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap B \cap C)$

E5 $(A \setminus C) \cap (B \setminus C) \cap (A \setminus B) = \emptyset$

E6 $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$ (De Morgan)

E7 $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$ (De Morgan)

E8 $A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$

E9 $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

E10 $(A \cup B) \setminus (A \Delta B) = A \cap B$

6. Per ognuna delle seguenti relazioni, dimostrare se è riflessiva, simmetrica o transitiva.

E4 U è l'insieme dei cittadini italiani e $R(x, y)$ la relazione x in regioni confinanti

E5 U un insieme finito, $P(U)$ l'insieme potenza e $R(X, Y)$ la relazione X e Y hanno la stessa cardinalità

E6 U un insieme finito, $P(U)$ l'insieme potenza e $R(X, Y)$ la relazione X e Y si intersecano in un solo elemento

E7 U un insieme finito e ordinato con relazione d'ordine $<$, $P(U)$ l'insieme potenza, e $R(X, Y)$ la relazione $\min(X) = \min(Y)$

7. Sia $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Per ognuna delle seguenti famiglie, trovare uno Hitting Set minimo.

$$\mathcal{A} = \{\{1, 2, 3\}, \{3, 4, 5, 6\}, \{1, 7, 8\}, \{9, 10\}, \{1, 4, 5\}, \{2, 6, 8\}, \{3, 5\}, \{1, 10\}\}$$

$$\mathcal{B} = \{\{1, 2\}, \{1, 3, 4, 5\}, \{2, 4, 5, 6\}, \{3, 6, 7, 8\}, \{8, 9, 10\}, \{5, 8, 9\}\}$$

$$\mathcal{C} = \{\{1, 2, 10\}, \{2, 3, 4, 9\}, \{4, 5, 8\}, \{5, 6\}, \{3, 8, 9\}, \{6, 9\}, \{7, 8\}, \{7, 10\}\}$$

8. Sia $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Per ognuna delle seguenti famiglie, trovare la loro chiusura rispetto all'unione e rispetto all'intersezione.

$$\mathcal{A} = \{\{1, 2, 3\}, \{3, 4, 5, 6\}, \{1, 7, 8\}, \{9, 10\}, \{1, 4, 5\}, \{2, 6, 8\}, \{3, 5\}, \{1, 10\}\}$$

$$\mathcal{B} = \{\{1, 2\}, \{1, 3, 4, 5\}, \{2, 4, 5, 6\}, \{3, 6, 7, 8\}, \{8, 9, 10\}, \{5, 8, 9\}\}$$

$$\mathcal{C} = \{\{1, 2, 10\}, \{2, 3, 4, 9\}, \{4, 5, 8\}, \{5, 6\}, \{3, 8, 9\}, \{6, 9\}, \{7, 8\}, \{7, 10\}\}$$

Seconda parte

9. Mostrare le chiamate dell'Algoritmo di Euclide per il calcolo di $MCD(662, 441)$

10. Dimostrare per induzione che per ogni $n \geq 1$ il numero $n^3 + 5n$ è divisibile per 6.

11. Dimostrare per induzione che per ogni $n \geq 1$ si ha $2^{n-1} \leq n!$

12. Dimostrare per induzione che per ogni $n \geq 1$ si ha $11^n - 1$ è divisibile per 10.

13. Calcolare

- $11^{999} \bmod 10$
- $9^{999} \bmod 10$
- $7^{999} \bmod 10$
- $2^{999} \bmod 21$

14. Calcolare i seguenti inversi modulari

- Inverso di 30 modulo 7
- Inverso di 40 modulo 7
- Inverso di 50 modulo 9
- Inverso di 55 modulo 9

15. Calcolare

- $\phi(102)$
- $\phi(104)$
- $\phi(105)$
- $\phi(110)$

Terza parte

16. Quanti sono i numeri di 3 cifre dispari, diverse tra di loro, che sono multipli di 5? Per esempio 135.

17. Sapendo che la targa di un'auto è composta da 2 lettere dell'alfabeto (26 lettere), 3 cifre numeriche ed altre 2 lettere dell'alfabeto, calcolare quante automobili si possono immatricolare.

18. Calcolare la probabilità di fare un terno secco al lotto (ossia indovinare 3 numeri su 5 estratti)

19. In un'urna con 15 palline, 5 bianche, 5 rosse e 5 verdi, calcolare la probabilità che avendone estratte 5 (senza reintroduzione) si siano estratte 3 palline dello stesso colore ed una ciascuna degli altri 2 colori.
20. All'esame di Strutture Discrete si presentato 50 studenti, per la precisione 40 studenti e 10 studentesse. Gli studenti sono suddivisi in maniera casuale in gruppi da 10 studenti. Qual è la probabilità che vi sia un gruppo formato esattamente da 5 studenti e 5 studentesse?
21. Calcolare la probabilità che in una famiglia con cinque figli tre di essi siano maschi e i restanti due siano femmine.