

STRUTTURE DISCRETE
ESAME ORALE: ESEMPI DI DOMANDE

1. Data una formula P quand'è che si dice soddisfacibile?
2. Quali sono i 2 principi fondamentali della logica proposizionale?
3. Dato un insieme di proposizioni \mathcal{P} e una proposizione P , qual è la definizione della giustificazione logica, $\mathcal{P} \models P$ così denotata?
4. Qual è la definizione di formula in Forma Normale Congiuntiva (CNF)?
5. Cosa dice l'assioma di estensionalità?
6. Dati due insiemi A e B come è definita la loro differenza simmetrica?
7. Dati tre insiemi A , B e C dimostrare che $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$
8. Come è definito l'insieme delle parti di un insieme A e quanti sono i suoi elementi?
9. Data una famiglia di insiemi \mathcal{F} , quali condizioni deve verificare per essere una partizione dell'insieme A ?
10. Cos'è il paradosso di Russell e sulla costruzione di quale insieme è definito?
11. Sia S un insieme finito e R una relazione definita su S . Quali proprietà deve verificare R per essere una relazione di equivalenza?
12. Dimostrare il seguente teorema
Due classi di equivalenza o sono disgiunte o coincidono.
13. Qual è la definizione di funzione iniettiva?
14. Dimostrare il seguente teorema
Se A e B sono due insiemi finiti ed esiste una funzione iniettiva $f : A \rightarrow B$ allora $|A| \leq |B|$.
15. Cosa dice il Principio di Induzione?
16. Dimostrare il seguente
Dati $a, b, c \in \mathbb{Z}$, se $a \mid b$ e $a \mid c$ allora $a \mid (b + c)$.
17. Descrivere l'algoritmo di Euclide per il calcolo del MCD.
18. Dimostrare il seguente
Dati $a, b \in \mathbb{N}$ non entrambi uguali a 0, se esistono $h, k \in \mathbb{Z}$ tali che $a \cdot h + b \cdot k = 1$ allora $MCD(a, b) = 1$.
19. Dimostrare che i numeri primi sono infiniti.
20. Descrivere il funzionamento del Crivello di Eratostene
21. Dimostrare che la relazione di congruenza è una relazione di equivalenza
22. Dimostrare che dato $m \in \mathbb{N}$ e dati $a, b \in \mathbb{Z}$ tali che $a \equiv b \pmod{m}$, allora comunque prendiamo $c, d \in \mathbb{Z}$ tali che $c \equiv d \pmod{m}$ abbiamo
$$a + c \equiv b + d \pmod{m}$$
23. Dimostrare che dato $m \in \mathbb{N}$ e dati $a, b \in \mathbb{Z}$ tali che $a \equiv b \pmod{m}$, allora comunque prendiamo $c, d \in \mathbb{Z}$ tali che $c \equiv d \pmod{m}$ abbiamo
$$a \cdot c \equiv b \cdot d \pmod{m}$$
24. Dare la definizione della funzione ϕ di Eulero, e la formula generale per il calcolo di $\phi(n)$ per ogni intero n .
25. Cosa afferma il Teorema di Eulero riguardo all'applicazione della funzione ϕ al calcolo della esponenziazione modulare?
26. Come si definisce l'inverso di un intero n modulo m e quando esiste?
27. Quali sono i numeri perfetti e come sono collegati ai numeri primi di Mersenne?
28. Descrivere la Congettura di Collatz.
29. Dati due insiemi A e B , con $|A| = k$, $|B| = n$ quante sono le applicazioni di A in B ?
30. Dati due insiemi A e B , con $|A| = k$, $|B| = n$ quante sono le applicazioni iniettive di A in B ?

31. Dato un insieme B , con $|B| = n$, e preso un intero $k \leq n$, quanti sono i sottoinsiemi di B composti di k elementi?
32. Enunciare e dimostrare il Teorema binomiale (formula di Newton).
33. Cosa afferma il Principio dei cassetti, detto anche principio del buco della piccionaia (in inglese Pigeonhole principle)?
34. Quali sono gli assiomi della Teoria della Probabilità ?
35. Quando due eventi si dicono indipendenti ?
36. Cosa dice la Regola di Bayes ?
37. Enunciare e dimostrare il Teorema della Probabilità Totale.
38. Classificare il problema delle estrazioni da un'urna.
39. Cos'è una variabile casuale e come è definito il suo valore medio o valore atteso ?
40. Descrivere la prova di Bernoulli.
41. Descrivere il Paradosso dei 3 prigionieri e la sua soluzione.
42. Enunciare il Teorema sui grafi detto Handshaking Theorem.
43. Dare la definizione di grafo regolare
44. Dare la definizione di grafo bipartito
45. Dare la definizione di Isomorfismo tra grafi.
46. Dare la definizione di Omeomorfismo tra grafi.
47. Dare la definizione di grafo aciclico, sia nel caso di grafo orientato che nel caso di grafo non orientato
48. Dare la definizione di componente connessa di un grafo
49. Descrivere e confrontare le 2 rappresentazioni di un grafo
50. Dato un grafo (digrafo) $G = (V, E)$ e la sua matrice di adiacenza M , come facciamo a trovare il numero di percorsi di lunghezza $k \geq 1$ per ogni coppia di vertici i e j ?
51. Dare la definizione di circuito Euleriano.
52. Dato un grafo $G = (V, E)$, cosa afferma il Teorema di Eulero riguardo all'esistenza nel grafo di un cammino euleriano?
53. Dare la definizione di cammino Hamiltoniano.
54. Definire il problema del commesso viaggiatore, conosciuto con l'abbreviazione TSP (Traveling Salesman Problem).
55. Cosa afferma il Teorema di Kuratowski riguardo alla planarità di un grafo?
56. Qual è il numero massimo di archi che un grafo planare con n vertici può avere?
57. Come sono legati il numero di vertici, archi e facce di un grafo planare? Ovvero cosa ci dice la formula di Eulero?
58. Se G è un grafo connesso e aciclico, quanti archi ha?
59. Quando è che un grafo si dice k -colorabile e come è definito il numero cromatico di un grafo?
60. Cosa afferma il Teorema di Brooks riguardo al numero cromatico di un grafo?