



OKTATÁSI HIVATAL

A 2023/2024. tanévi Országos Középiskolai Tanulmányi Verseny második forduló

DIGITÁLIS KULTÚRA II. (PROGRAMOZÁS) KATEGÓRIA FELADATLAP

Munkaidő: 300 perc

Elérhető pontszám: 300 pont

1. feladat: Legtöbb gyümölcs (40 pont)

Egymás mellé egy sorban lerakott ládákban alma, illetve körte van, minden ládában pontosan az egyik féle gyümölcs. Ugyanannyi ládában található alma, mint ahányban körte. Egy kamionnal kell elszállítanunk a ládákat. A kamion egy irányban tud végig menni a ládasor mellett. A kamionra pakolás során arról dönthetünk, hogy az aktuális ládát elvisszük a kamionnal, vagy nem vesszük el.

A kamionra először almás ládákat kell pakolni, a körték csak ezután jöhetnek. Ugyanannyi almás ládát kell elvinni, mint amennyi körtét tartalmazót.

Készíts programot, amely megadja, hogy maximum hány ládát pakolhatunk fel így a kamionra!

Bemenet

A *standard bemenet* első sorában a ládák száma van ($2 \leq N \leq 100\,000$, N páros szám). A következő sorban a ládák tartalma van leírva, a ládák sorrendjében (N darab betű, a fele A, a fele K betű).

Kimenet

A *standard kimenet* első sorába a maximális ládaszámot kell írni, amennyi a kamionra felpakolható!

Példa

Bemenet

8

AAKAAKKK

Kimenet

6

Magyarázat: A megoldás AAKKKK, azaz három rekesz alma után pakolhatjuk az utolsó 3 rekeszben levő körtéket.

Korlátok

Időlimit: 0.2 mp.

Memórialimit: 32 MB

Az Országos Középiskolai Tanulmányi Versenyek megvalósulását az NTP-TMV-M-23 projekt támogatja



2. feladat: 20G (40 pont)

Egy fejlett univerzumban egy vállalat a 20G technológiát vezeti be. Az antennát Q lépésben próbálják elhelyezni egy-egy kiválasztott M magasságban, és minden lépésben arra kíváncsiak, hány lakóház lesz képes a 20G-t használni. A lakóházak egy egyenes mentén, sorban helyezkednek el. Az antenna az első lakóház előtt kerül elhelyezésre. A technológiát minden olyan lakóház képes lesz használni, amelyre igaz, hogy előtte csak legfeljebb M magasságú lakóház volt.

Készíts programot, amely minden lépésben az adott magasságra megadja, hogy hány lakóház lesz képes 20G-t használni!

Bemenet

A *standard bemenet* első sorában a lakóházak száma ($1 \leq N \leq 100\,000$) és a lépések száma van ($1 \leq Q \leq 10\,000$). A következő sorban a lakóházak magasságai vannak, elhelyezkedésüknek megfelelő sorrendben ($1 \leq T_i \leq 10^9$).

A következő Q sorban az egyes lépésekben elhelyezett antenna magassága található ($1 \leq M_i < \max(T_i)$).

Kimenet

A *standard kimenet* Q darab sorába azt kell kiírni, hány lakóház lesz képes 20G-t használni az adott lépésben elhelyezett antenna esetén!

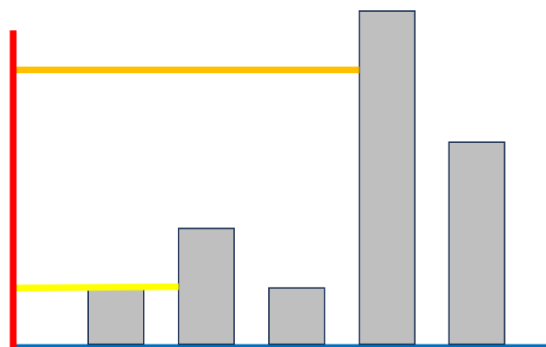
Példa

Bemenet

```
5 2
1 2 1 10 5
1
9
```

Kimenet

```
2
4
```

**Korlátok**

Időlimit: 0.35 mp

Memórialimit: 32 MB

3. feladat: Folyóparti telkek (40 pont)

Egy folyó partján egymás mellett telkek vannak. Ismerjük az egyes telkek árát. Lilla a pénzéből a lehető legtöbb egymás melletti telket szeretné megvenni.

Készíts programot, amely megadja, hogy maximum hány egymás melletti telekre elég a pénze!

Bemenet

A *standard bemenet* első sorában a telkek száma ($1 \leq N \leq 100\,000$) és Lilla telekvásárlásra szánt pénze ($2 \leq P \leq 10\,000\,000$) van.

A következő sorban az egyes telkek árai találhatóak ($1 \leq A_{r_i} \leq 10\,000$).

Kimenet

A *standard kimenet* első sorába az egymás melletti telkek maximális számát kell írni, amire elég Lilla pénze!

Példa

Bemenet	Kimenet
8 40	4
10 8 50 30 2 2 20 1	

Korlátok

Időlimit: 0.15 mp.

Memórialimit: 32 MB

Pontozás

A pontok 55%-a szerezhető olyan tesztekre, ahol $N \leq 4000$.

4. feladat: Intervallumok (45 pont)

Adott N különböző egész szám a számegyenesen, melyeket *kiemelt pontoknak* nevezünk. Azt mondjuk, hogy K darab zárt intervallum *szép intervallumrendszer* alkot, ha az alábbiak teljesülnek rá:

- az intervallumok végpontjai egész számok;
- az intervallumok nem metszik egymást, azaz semelyik két intervallumnak sincsen közös pontja (a végpontokat is ideértve);
- mindegyik intervallum hossza ugyanolyan;
- mindegyik intervallum ugyanannyi kiemelt pontot tartalmaz;
- minden kiemelt pontot tartalmaz egy intervallum.

Írj programot, ami meghatározza az összes lehetséges, N -nél kisebb K értéket, amire megadható K méretű *szép intervallumrendszer*! Minden ilyen K -ra adj is meg egy példát megfelelő rendszerrel!

Bemenet

A *standard bemenet* első sorában a kiemelt pontok száma található ($2 \leq N \leq 100\,000$).

A második sorban N darab, páronként különböző egész érték van, a kiemelt pontok a számegyenesen ($-10^8 \leq A_i \leq 10^8$). A számokat növekvő sorrendben tartalmazza a bemenet.

Kimenet

A *standard kimenet* első sorába a lehetséges K értékek számát, E -t kell írni!

Ezután E blokk következzen: minden blokk első sorába az intervallumok K száma ($1 \leq K \leq N-1$) és közös hossza ($0 \leq H \leq 10^9$) kerüljön, majd a következő K sorba soronként egy-egy egész szám, az intervallumok kezdőpontjai ($-10^9 \leq L_i \leq 10^9$)! A blokkok, valamint azokon belül az intervallumok kezdőpontjai tetszőleges sorrendben megadhatók.

Példa

Bemenet	Kimenet
4	2
-2 -1 5 10	1 12
	-2
	2 5
	-6
	5

Magyarázat: a példában $K=1$ esetén a $[-2, 10]$, míg $K=2$ esetén a $[-6, -1]$, $[5, 10]$ szép intervallumrendszerek. Más K esetén nem létezik szép rendszer.

Korlátok

Időlimit: 0.5 mp.

Memórialimit: 128 MB

5. feladat: Cseppkőbarlang (45 pont)

Barlangászok egy térkép segítségével szeretnék egy adott terület cseppkőbarlangjait felfedezni. A térkép egy olyan N sorból és M oszlopból álló táblázat, melynek minden mezője:

- vagy egy barlangrész földfelszíntől számított mélységét írja le (méterben),
- vagy a 0 értéket tartalmazza, ha az adott területen nem található barlangrész.

A felfedezés során a barlangászok minden egyes lépésben egy K méter mélységű barlangrészből egy oldalszomszédos, legalább K méter mélységű barlangrészbe tudnak eljutni.

Készíts programot, amely megad minimális számú barlangrészt úgy, hogy ezekből indulva a barlangászok a térkép összes barlangrészét fel tudják fedezni!

Bemenet

A *standard bemenet* első sorában a térkép sorainak és oszlopainak száma található ($1 \leq N, M \leq 500$ és $N \cdot M \leq 50\,000$). A következő N sorban soronként M darab egész érték van, a megfelelő barlangrészek mélységei ($1 \leq T_{ij} \leq 10^9$), vagy 0, ha az adott területen nem található barlangrész.

Kimenet

A *standard kimenet* első sorába a minimálisan szükséges kiinduló barlangrészek E számát kell írni. A következő E sorban egy-egy kiinduló barlangrész sor- és oszlopindexe szerepeljen!

Több lehetséges megoldás esetén bármelyik megadható.

Példa

Bemenet

```
4 5
3 3 0 0 9
2 5 0 0 0
0 0 0 5 1
0 0 0 0 2
```

Kimenet

```
3
1 5
2 1
3 5
```

Korlátok

Időlimit: 0.5 mp.

Memórialimit: 64 MB

Pontozás

A pontszám 25%-a szerezhető olyan tesztekre, ahol $0 \leq T_{ij} \leq 1$.

6. feladat: Maximális kaktusz (45 pont)

Egy egyszerű, összefüggő, irányítatlan gráfot *(csúcs-)kaktuszgráfnak* hívunk, ha bármely csúcsa legfeljebb egy körben van benne.

(Egy gráf egyszerű, ha nincsenek benne párhuzamos élek és hurokélek. Két élre akkor mondjuk, hogy párhuzamosak, ha ugyanazon két csúcsot kötik össze. Egy élt akkor nevezünk hurokélnak, ha végpontjai azonosak.)

Útnak hívjuk a gráf páronként különböző csúcsainak egy v_1, v_2, \dots, v_k sorozatát, ha v_i és v_{i+1} között vezet él minden $i=1, \dots, k-1$ -re. A gráf összefüggő, ha bármely két csúcsa között létezik út. Körről olyan út esetén beszélünk, ha $k \geq 3$ és v_1 és v_k között is vezet él. Két kört akkor tekintünk különbözőnek, ha az őket definiáló csúcsok halmazai különböznek.)

Adott egy N csúcsú és M élű *kaktuszgráf*. Írj programot, ami meghatározza, hogy maximum hány további élt húzhatunk be még a gráfba úgy, hogy az *kaktuszgráf* maradjon!

Bemenet

A *standard bemenet* első sorában a gráf csúcsainak száma ($1 \leq N \leq 50\,000$) és éleinek száma ($N-1 \leq M \leq 2 \cdot N$) van. A következő M sorban soronként a gráf egy-egy élének leírása található ($1 \leq U_i, V_i \leq N$). A bemenetként megadott gráf egyszerű, irányítatlan kaktuszgráf.

Kimenet

A *standard kimenet* egyetlen sorába a maximális behúzható élszámot kell írni!

Példa

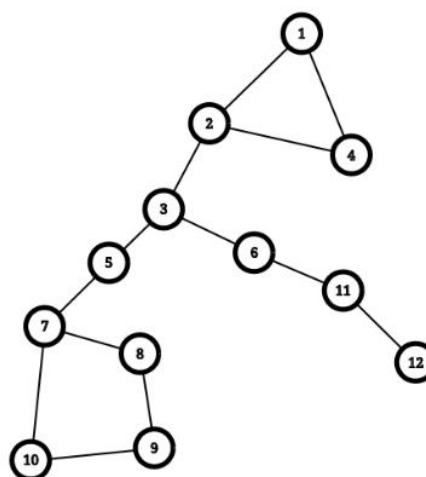
Bemenet

```
12 13
1 2
2 3
4 2
4 1
3 5
5 7
8 7
8 9
10 9
10 7
3 6
11 6
11 12
```

Kimenet

1

Magyarázat: behúzhatjuk például a 12 – 3 élt.
Belátható, hogy egynél több él nem húzható be.

**Korlátok**

Időlimit: 0.5 mp.

Memórialimit: 128 MB

Pontozás

A pontszám 20%-a szerezhető olyan tesztekre, ahol $N \leq 20$ és $M = N - 1$.

A pontszám további 46%-a szerezhető olyan tesztekre, ahol $M = N - 1$.

7. feladat: Tanúk (45 pont)

Egy nagyszabású rendezvényen sok meghívott vett részt. A szervezők feljegyezték minden vendég érkezési és távozási idejét. A rendezvény során kritikus események történtek, a szervezők feljegyezték ezek időpontjait is. A rendőrség vizsgálja a történeteket, ezért tanúkat keres. A legkevesebb olyan résztvevőt (tanút) keresik, akikre teljesül, hogy minden olyan vendéghez, aki jelen volt valamelyik kritikus időpontban, van olyan tanú, aki láthatta az adott vendéget.

Két vendég akkor láthatta egymást, ha ez egyik jelenléti ideje az $[e_1, t_1]$, a másiké az $[e_2, t_2]$, akkor a két zárt intervallumnak van közös pontja. Tanú csak olyan vendég lehet, aki maga is jelen volt valamelyik kritikus időpontban.

Készíts programot, amely megadja, hogy legkevesebb hány tanút kell kiválasztani, és meg is ad egy lehetséges kiválasztást!

Bemenet

A *standard bemenet* első sorában a vendégek száma ($1 \leq N \leq 100\,000$), a rendezvény időtartama ($1 \leq H \leq 50\,000$) és a kritikus időpontok száma ($1 \leq K \leq H$) van.

A második sorban K különböző, 1 és H közötti egész szám van, a kritikus időpontok, növekvő sorrendben. A következő N sor mindegyike egy vendég érkezési és távozási időpontját ($1 \leq e_i < t_i \leq H$) tartalmazza. A vendégeket az $1, \dots, N$ számokkal azonosítjuk, a bemeneti sorrendjük szerint.

Kimenet

A *standard kimenet* első sorába a kiválasztandó tanúk M számát kell írni! A második sor tartalmazza a kiválasztott tanúk azonosítóit, tetszőleges sorrendben!

Több megoldás esetén bármelyik megadható.

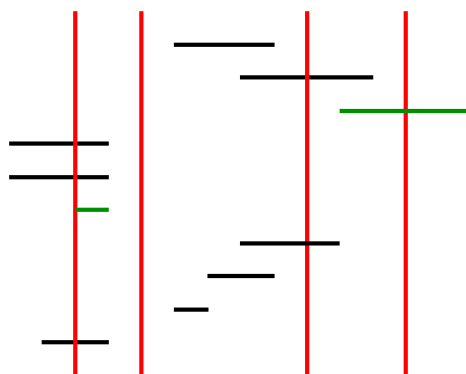
Példa

Bemenet

```
10 20 4
3 13 10 5
6 9
8 12
11 15
1 4
1 4
3 4
8 11
7 9
6 7
2 4
```

Kimenet

```
2
6 3
```

**Korlátok**

Időlimit: 0.6 mp.

Memórialimit: 32 MB

Pontozás

A pontok 8%-szerezhető olyan tesztekre, ahol $K=1$.

A pontok 33%-a szerezhető olyan tesztekre, ahol $N \leq 1000$.

A pontok további 33%-a szerezhető olyan tesztekre, ahol $N \leq 10\,000$.