

# LOS TEOREMAS DE SIMPLIFICACIONES DE CIRCUITOS (Enero del 2020)

Mateo P. Pérez, Benítez S. Matthew, miembros del NRC 4867

**Resumen – Para cualquier circuito, sea complejo o sencillo se requerirá de simplificaciones eficientes las cuales determinarán ciertos factores dentro de los elementos de los circuitos. De este modo se procederá a conocer los teoremas de simplificación y poder ejecutarlos en ejemplos para que se pueda aprender y comprender acerca de estas herramientas necesarias para los estudiantes. Se juzgará el teorema de Superposición, el Teorema de Thevenin y el Teorema de Norton.**

**Índice de Términos – simplificaciones eficientes, determinarán factores, teoremas de simplificación, herramientas necesarias, Teoremas de Norton, Teorema de Thevenin, Teorema de Superposición.**

## I. INTRODUCCION

En todos los circuitos eléctricos se necesitan de simplificaciones complejas para determinar fallas, observar las corrientes y voltajes que pasan por determinada resistencia, ver cuantas corrientes y cuantos voltajes actúan sobre un elemento, entre muchas otras aplicaciones.

Pero para que estas puedan ser logrados se necesitan de conocimientos básicos que ayudan a determinar las bases para resolver los problemas anteriormente dichos.

Primero se aprenderá acerca del teorema de superposición el cual establece que, en un circuito lineal con varias fuentes, la corriente y el voltaje para cualquier elemento en el circuito es la suma de las corrientes y voltajes producidos por cada fuente que actúa de manera independiente.

Es decir que con este primer teorema se podrá reconocer todas las intensidades o potenciales que actúan en cada elemento de un circuito.

Este teorema es necesario para la aplicación de Teoremas de Norton y Thevenin, ya que los antes mencionados necesitan de un voltaje/corriente específico que pasa dentro de un punto de interés. Ambos de estos teoremas son parecidos, sin embargo, tienen diferencias que los hace únicos dentro de una misma materia.

El teorema de Thevenin establece que un circuito lineal de dos terminales puede sustituirse por un circuito equivalente formado por una fuente de tensión VTH en serie con una resistencia RTH. En otros términos, este teorema nos ayuda a simplificar un circuito grande en uno simple que solo contiene una fuente de voltaje y una resistencia en serie a la fuente, que simulan los mismos factores para un componente determinado.

En resumen, el teorema de Thevenin proporciona una técnica para sustituir la parte fija por un circuito equivalente sencillo.

El teorema de Norton establece que un circuito lineal de dos terminales puede sustituirse por un circuito equivalente formado por una fuente de corriente IN en paralelo con una resistencia RN. Este teorema quiere cumplir la misma finalidad que el teorema de Thevenin, no obstante, este tiene diferencias considerables, como son, la fuente es de corriente no de voltaje, y su resistencia equivalente es colocada en paralelo con la fuente.

En resumen, el teorema de Norton proporciona una técnica para sustituir la parte fija por un circuito equivalente sencillo.

Es así como son definidos los teoremas de simplificaciones de circuitos y que serán aplicados en un futuro por jóvenes estudiantes de la Universidad de las Fuerzas Armadas, pero antes de ello a continuación se presentará los temas descritos y como son usados dentro de la resolución de ejemplos.

---

Documento recibido el 07 de enero de 2021. Este trabajo fue realizado gracias al Ingeniero Darwin Alulema quien nos dio los conocimientos previos en la materia para poder realizar este artículo. Además de ser un gran guía dentro de esta pandemia, se da el tiempo para apoyarnos y enseñarnos a nosotros los futuros Ingenieros

Matthew Isaac, Benítez Suikouski., estudiante de la Universidad de las Fuerzas Armadas "ESPE" número de contacto 0992650495 número de contacto fijo 4506581 (e-mail personal: matthewisaacbenitez@hotmail.com., E-mail institucional: mibenitez@espe.edu.ec)

Mateo Josué, Pérez Puente., estudiante de la Universidad de las Fuerzas Armadas "ESPE" número de contacto 0960203971 (e-mail personal: mateo.perez2922@gmail.com., E-mail institucional: mjperez10@espe.edu.ec)

## II. MARCO TEÓRICO

### A. Conceptos previos

#### • Fuente de voltaje CD:

La fuente de voltaje CD idealmente proporciona un voltaje constante a una carga, incluso cuando la resistencia de ésta varía.

Pero en la realidad, no existe una fuente ideal ya que todas poseen una resistencia interna aunque esta sea mínima, debido a sus componentes u otros factores. Por ello, se representa la fuente de voltaje real como una fuente ideal conectada en serie a su resistencia interna. Y si, la resistencia interna ( $R_s$ ) tiende a cero, la fuente se asemeja más a una fuente ideal.

#### • Fuente de corriente:

La fuente de corriente es otro tipo de fuente de energía que idealmente suministra una corriente constante a una carga, incluso cuando la resistencia de esta varía.

Así como la fuente de voltaje CD, esta fuente también tiene su resistencia interna ( $R_s$ ), pero en este caso se conecta en paralelo con la fuente de corriente y, mientras más alto sea el valor de  $R_s$ , más se acerca la fuente a una ideal.

#### • Conversiones de fuente:

Con el fin de facilitar los cálculos, es común convertir una fuente de corriente en una de voltaje CD o viceversa.

Si se desea convertir una fuente de voltaje CD a una de corriente, se requiere calcular  $I_s$  con la resistencia equivalente del circuito ( $R_s$ ), empleando la siguiente fórmula:  $I_s = V_s / R_s$ . Adicionalmente, como  $R_s$  está en serie con la fuente de voltaje, cuando se convierte a una fuente de corriente, esta se conecta en paralelo con  $R_s$ . Si por otra parte se desea convertir una fuente de corriente a una de voltaje CD, se realiza el proceso inverso (ver Figura 1). [1]

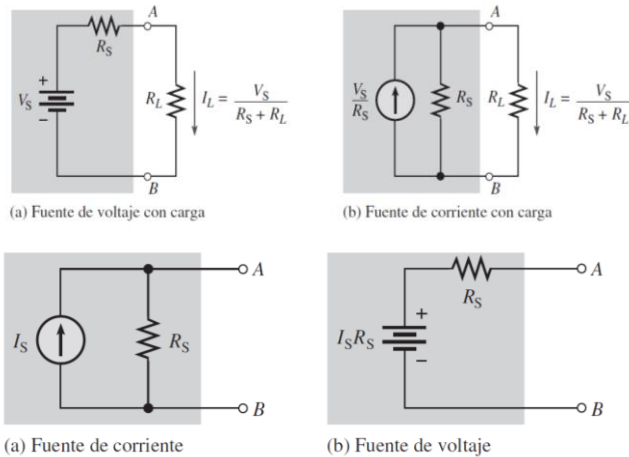


Figura 1. Conversión de una fuente de voltaje CD a una fuente de corriente, y viceversa.

### B. Teorema de superposición

Este teorema se aplica en circuitos que contengan dos o más fuentes, ya sean de voltaje y/o de corriente [2]. Para lo cual se aplican los siguientes pasos:

*Paso 1:* Escoger una fuente del circuito, y a las demás fuentes se las reemplaza con sus resistencias internas, excepto la fuente escogida previamente (si son fuentes de corriente ideales, se representa con una abertura que equivale a resistencia infinita; si son fuentes de voltaje, se representa con un cortocircuito donde la resistencia interna es igual a cero).

*Paso 2:* Una vez que se ha dejado al circuito con una sola fuente, se procede a calcular las diversas intensidades de corriente (o los voltajes también) del circuito.

*Paso 3:* A continuación se toma de referencia la siguiente fuente que haya en el circuito y se repiten los pasos 1 y 2. Y así sucesivamente con las demás fuentes.

*Paso 4:* Posteriormente se suman algebraicamente las corrientes producidas por cada fuente individual para encontrar la corriente real en una rama dada. (Si las corrientes están en la misma dirección, se suman. Si están en direcciones opuestas, se restan y la dirección de la corriente resultante será la misma que la presentada por la cantidad más grande de las cantidades originales.) Una vez determinada la corriente, ya se puede calcular el voltaje mediante la ley de Ohm.

### C. Teoremas de simplificación de circuitos

#### • Teorema de Thevenin:

Implica una simplificación de un circuito a una forma mucho más simple; la cual consta de una fuente de voltaje equivalente, una resistencia equivalente y la carga de la cual se requiere hallar su voltaje o corriente [3]. Para ello, se deben cumplir los siguientes pasos:

*Paso 1:* Abrir las dos terminales (eliminar cualquier carga) entre las que se desea encontrar el circuito equivalente de Thevenin.

*Paso 2:* Determinar el voltaje ( $V_{TH}$ ) entre las dos terminales abiertas.

*Paso 3:* Determinar la resistencia ( $R_{TH}$ ) entre las dos terminales abiertas con todas las fuentes reemplazadas por sus resistencias internas (fuentes de voltaje ideales en cortocircuito y fuentes de corriente ideales abiertas).

*Paso 4:* Conectar  $V_{TH}$  y  $R_{TH}$  en serie para producir el equivalente de Thevenin completo del circuito original.

*Paso 5:* Reemplazar la carga eliminada en el paso 1 entre las terminales del circuito equivalente de Thevenin. Ahora se pueden calcular la corriente

y el voltaje que haya en la carga utilizando solamente la ley de Ohm. Tienen el mismo valor que la corriente y el voltaje presentes en la carga del circuito original.

### • Teorema de Norton

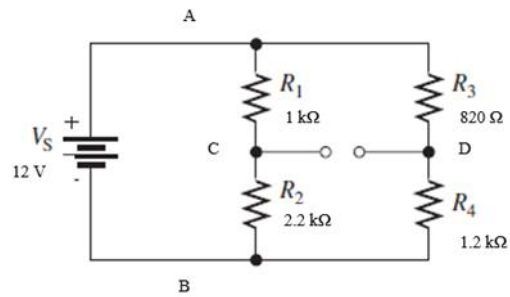
Al igual que el teorema de Thevenin, el teorema de Norton proporciona un método para reducir un circuito más complejo a una forma equivalente más simple. La diferencia básica es que el teorema de Norton da por resultado una fuente de corriente equivalente en paralelo con una resistencia equivalente [4].

*Paso1:* Poner con cortocircuito las dos terminales entre la cuales se desea determinar el circuito equivalente de Norton.

*Paso2:* Determinar la corriente ( $I_N$ ) a través de las terminales puestas en cortocircuito.

*Paso3:* Se aplica el mismo proceso para hallar la resistencia en el teorema de Thevenin para hallar la resistencia de Norton ( $R_N$ ):  $R_{TH} = R_N$

*Paso 4:* Conectar  $I_N$  y  $R_N$  en paralelo para producir el circuito equivalente de Norton completo para el circuito original.



A continuación, se procede a calcular la resistencia Norton, para ello debemos observar todas las resistencias desde el punto entre C y D, entonces quedarían la  $R_1$  y  $R_3$  en serie y lo mismo con la  $R_2$  y  $R_4$ .

$$R_1 = 1k\Omega + 820\Omega = 1820\Omega$$

$$R_2 = 2,2k\Omega + 1,2k\Omega = 3400\Omega$$

Estas dos combinaciones quedarían en paralelo. Si sumamos estas combinaciones en paralelo, nos da como resultado la resistencia Norton.

$$R_N = \frac{1}{\frac{1}{1820} + \frac{1}{3400}} = 1185\Omega$$

Ahora se procede a calcular la Intensidad Norton, para ello calcularemos primero la intensidad total del circuito, con la resistencia total.

$$R_T = \frac{1}{\frac{1}{1 + 2.2} + \frac{1}{1.2 + 8.2}} = 1.24k\Omega$$

Una vez obtenida la resistencia total, se calcula la corriente total.

$$I_T = \frac{12V}{1.24k\Omega} = 9.67mA$$

Consiguientemente se calcula la corriente que pasa por cada rama con las fórmulas de divisores de corriente, primero la rama de AC.

$$I_{AC} = \frac{1.24k\Omega}{1k\Omega + 2.2k\Omega} * 9.67mA = 3.75mA$$

Se aplica la misma teoría por la rama AD.

$$I_{AD} = \frac{1.24k\Omega}{0.82k\Omega + 1.2k\Omega} * 9.67mA = 5.94mA$$

Ya con estas corrientes provenientes por cada lado de nuestro resistor  $R_L$ , se calcula el voltaje como el voltaje que pasa entre C y D.

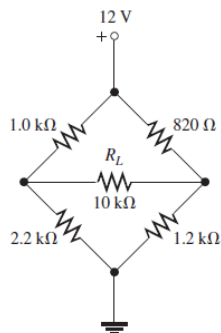
$$V_{CD} = 5.94mA * 0.82k\Omega - 3.75mA * 1k\Omega = 1.12V$$

Ahora con el voltaje que pasa por  $R_L$  y la resistencia  $R_N$  se calcula la intensidad Norton.

## III. PROCEDIMIENTO PARA EL ENVÍO DEL TRABAJO

### A. Ejercicio de dificultad media

27. DETERMINE EL CIRCUITO EQUIVALENTE NORTON PARA EL PUENTE QUE APARECE EN LA FIGURA 8-81 SIN  $R_L$ .



Primero se analiza el circuito de manera que  $R_L$  quede abierto, además se le da una forma más sencilla de observar para que los cálculos sean más sencillos.

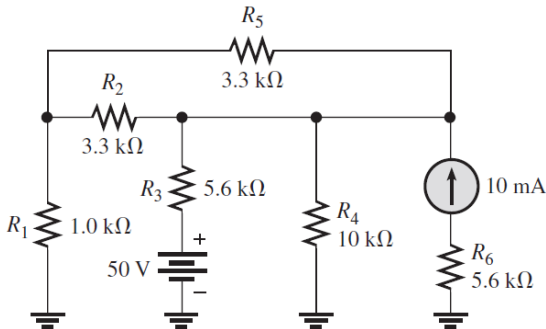
$$I_N = \frac{1.12V}{1.182k\Omega} = 0.949mA = 949\mu A$$

Ese fue el último paso para encontrar el circuito equivalente de Norton de modo que nos quedó como respuesta final:

$$I_N = 949\mu A \text{ y } R_N = 1185\Omega.$$

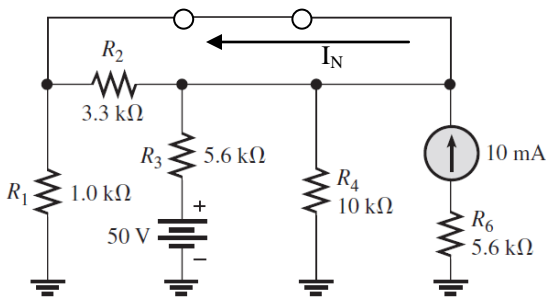
### B. Ejercicio de dificultad alta

28. CON EL TEOREMA DE NORTON, DETERMINE EL VOLTAJE ENTRE LOS EXTREMOS DE R5 EN LA FIGURA 8-78.



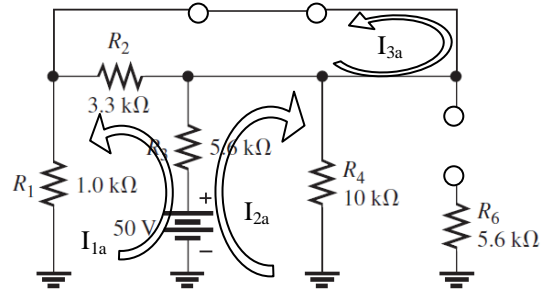
Para aplicar el teorema de Norton, hay que hallar la intensidad de corriente equivalente  $I_N$  y la resistencia equivalente  $R_N$  que se conecten con  $R_5$ .

Para hallar  $I_N$ , se pone en corto las terminales de  $R_5$  como se muestra a continuación:



Debido a que hay dos fuentes (una de voltaje CD y otra de corriente), se aplica el teorema de superposición con el fin de hallar  $I_N$ .

Primeramente, tomamos de referencia la fuente de voltaje y reemplazamos la fuente de corriente por su resistencia interna:



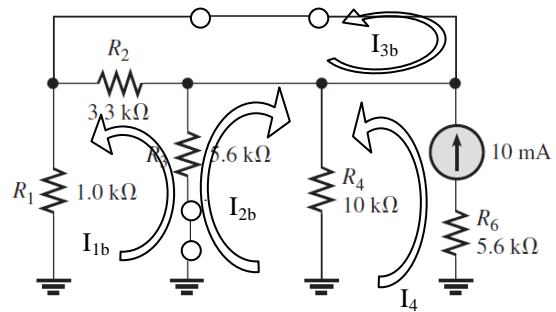
Aplicando Leyes de Kirchhoff en cada una de las tres ramas, obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 9.9I_{1a} + 5.6I_{2a} - 3.3I_{3a} = 50 \\ 5.6I_{1a} + 15.6I_{2a} = 50 \\ -3.3I_{1a} + 3.3I_{3a} = 0 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema obtenemos el valor de:

$$I_{3a} = 6.983mA$$

Posteriormente, se aplica el siguiente paso del teorema de superposición, donde tomamos de referencia la otra fuente:



Aplicando nuevamente Leyed de Kirchhoff en las 4 ramas, pero conociendo el valor de  $I_4$  podemos obtener directamente a través del sistema de ecuaciones cada intensidad de corriente, obteniéndose así:

$$I_{3b} = 7.822mA$$

Para obtener la corriente definitiva  $I_N$ , se suman las corrientes que pasan por ahí:

$$I_N = I_{3a} + I_{3b} = 6.983mA + 7.822mA = 14.805mA$$

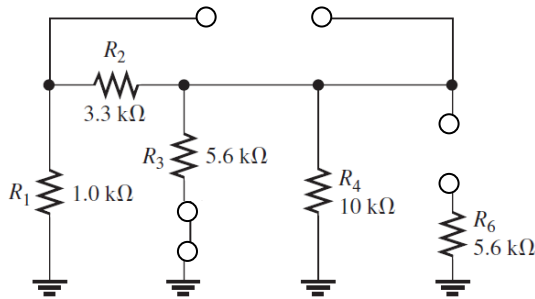
Para obtener  $R_N$ , se debe hacer una abertura entre las terminales de  $R_5$  y tomando esa abertura como referencia, se

halla la resistencia total del circuito reemplazando las resistencias internas de cada fuente:

[1] [2] [3] [4]

## V. BIBLIOGRAFÍA

T. Floyd, Principios de Circuitos Eléctricos, Pearson Educación, 2007.



$$R_N = (R_1 + R_2) || R_3 || R_4$$

$$R_N = \frac{4.3 * 5.6 * 10}{5.6 * 10 + 4.3 * 10 + 4.3 * 5.6}$$

$$R_N = 1.2283 k\Omega$$

Una vez obtenido la corriente y resistencia equivalente de Norton, se conecta en paralelo a R5, por lo cual el voltaje total es igual al voltaje de R5, por lo que se aplica la Ley de Ohm, obteniéndose lo siguiente:

$$V_5 = I_N * R_N = 14.805 * 1.2283$$

$$V_5 = 18.06v //$$

## IV. CONCLUSIONES

Mediante diversos análisis en varios casos de circuitos, se pueden llegar a deducir teoremas los cuales facilitan el cálculo de corrientes y voltajes de cargas (o resistores) en los circuitos. Sus aplicaciones dependen a su vez del tipo de circuito el cual se esté trabajando. Como el caso del teorema de superposición, el cual nos es útil para calcular corrientes específicamente cuando existen dos o más fuentes (de voltaje y/o corriente). Por otro lado, el teorema de Thevenin y de Norton son similares, y se pueden aplicar cuando se requiera simplificar un circuito complejo a uno completamente más sencillo y práctico de resolver.