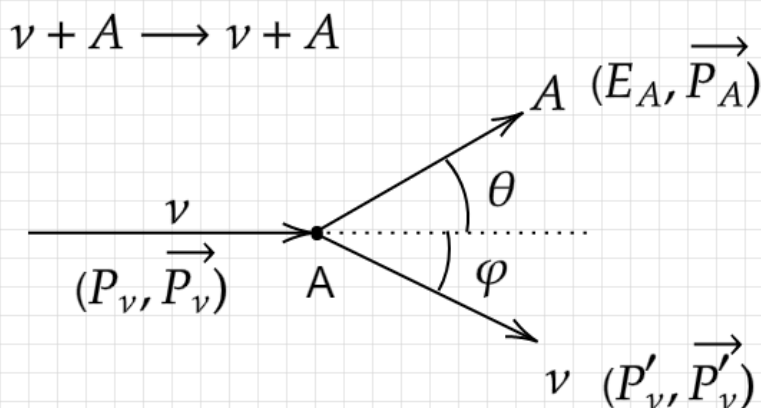


Kinetic analysis of elastic neutrino-nucleus scattering

这个分析主要目的是求出核子的反冲能量 E_r (the kinetic energy of nucleus) ¹

Kinetic process image



以上就是动力学过程简图 ^{2 3}

Physical analysis

Conservation of momentum

- 由纵方向上的动量守恒，可消除 φ 这个变量

$$P_A \sin \theta = P'_\nu \sin \varphi \Rightarrow \sin \varphi = \frac{P_A}{P'_\nu} \sin \theta \quad (1)$$

- 由横方向上的动量守恒，有

$$P_\nu = P_A \cdot \cos \theta + P'_\nu \cdot \sin \varphi \quad (2)$$

利用(1)式和简单的三角函数关系，我们可以得到下式

$$P_\nu^2 + P_A^2 - 2P_\nu P_A \cos \theta = P_\nu'^2 \quad (3)$$

由此我们得到了 P_A 和 P'_ν 及 P_ν 的关系式。下面我将利用能量守恒定律，并最终得到 E_r 关于 P_ν 、 M 、 $\cos \theta$ 的关系式。 ⁴

Conservation of energy

$$P_\nu + M = P'_\nu + \sqrt{M^2 + P_A^2} \quad (4)$$

经过化简和移项，可以得到

$$P'_\nu = \frac{p_\nu^2 + MP_\nu - P_AP_\nu \cdot \cos\theta}{P_\nu + M} \quad (5)$$

与(3)式联立解有

$$\begin{aligned} P_A^2[(P_\nu + M)^2 - P_\nu^2 \cdot \cos^2\theta] &= 2P_\nu P_A M(M + P_\nu) \cdot \cos\theta \\ P_A &= \frac{2MP_\nu(M + P_\nu) \cdot \cos\theta}{(M + P_\nu)^2 - P_\nu^2 \cdot \cos^2\theta} \end{aligned} \quad (6)$$

又由

$$E_r = \frac{P_A^2}{2M} \quad (7)$$

和

$$E_\nu = \sqrt{m_\nu^2 + P_\nu^2} \approx P_\nu \quad (8)$$

$$(M + P_\nu)^2 \approx (M + P_\nu)^2 - P_\nu^2 \cdot \cos^2\theta \quad (9)$$

有

$$E_r \approx \frac{2ME_\nu^2 \cos^2\theta}{(M + E_\nu)^2 - E_\nu^2 \cos^2\theta} \quad (10)$$

Result and discussion

从 E_r 的表达式里面我们可以看到

- 当 $\cos\theta = 1$ 时，我们可以取到 E_r 最大值

$$E_r^{max} = \frac{2E_\nu^2}{2E_\nu + M} \quad (11)$$

一般情况下，当我们研究反应堆中微子或者散裂中子源轰击标靶产生的中微子时， $M \gg E_\nu$

$$E_r \approx \frac{2E_\nu^2}{M} \quad (12)$$

- 当 $\cos\theta = 0$ 时， E_r 取最小值为0
- 而对于给定反冲能量 E_r 的过程，对应的最小射入中微子能量 E_ν^{min} 为

$$E_\nu^{min}(E_r) = \frac{E_r}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2M}{E_r}} \right) = \frac{E_r + |\vec{P}_A|}{2} \simeq \begin{cases} \sqrt{ME_r/2} & \text{for } E_r \ll M \\ E_r + M/2 & \text{for } E_r \gg M \end{cases} \quad (13)$$

1. We adopt natural unit here. [↗](#)

2. 其中 $E_A = \sqrt{M^2 + P_A^2}$ ， M 为核子质量 [↗](#)

3. 这里中微子质量远小于我们分析的任一具有质量量纲的量，故此处分析忽略中微子质量 m_ν 

4. 这里我们会最后发现最后是和 E_ν 、 M 、 $\cos\theta$ 的关系 