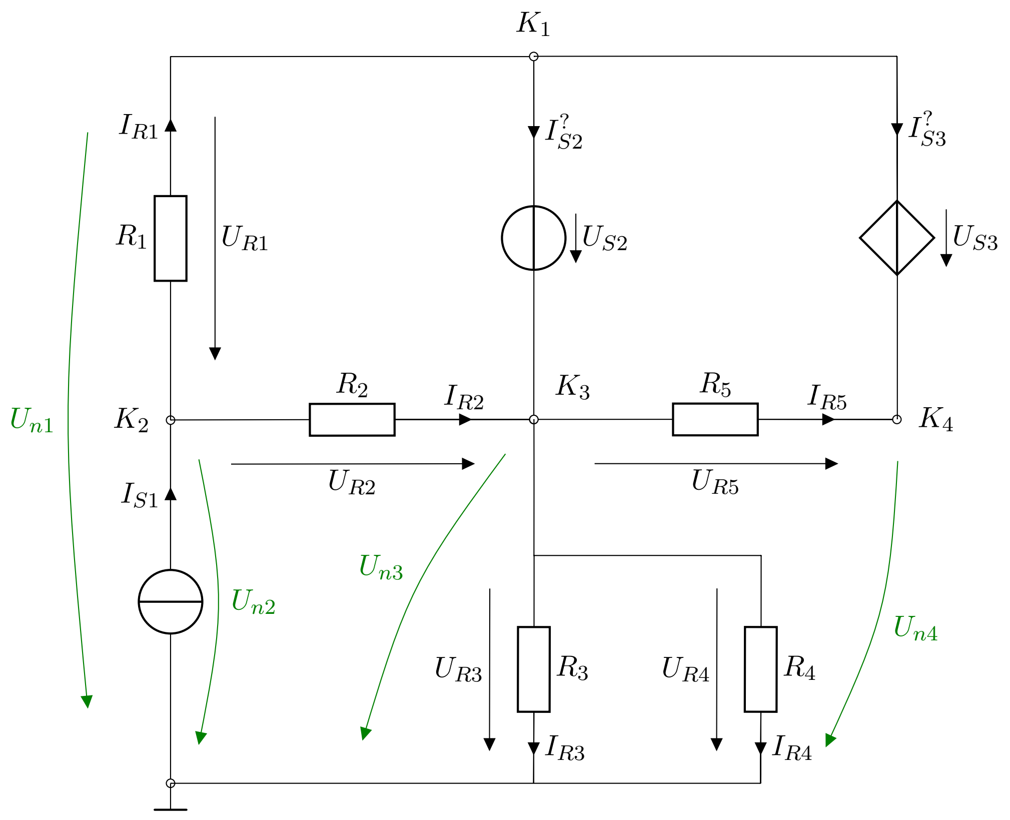
Protokoll Übung 1

David Keller, Moritz Woltron, Matthias Fottner

1 Schaltplan mit allen Strömen und Spannungen



2 Kirchhoff'schen Knotengleichungen

K1: $I_{R1} + I_{S2}^{?} + I_{S3}^{?} = 0$

K2: $I_{R2} - I_{S1} - I_{R1} = 0$

K1: $I_{R5} + I_{R3} + I_{R4} - I_{R2} - I_{S2}^{?} = 0$

K1: $-I_{R5} - I_{S3}^{?} = 0$

2.1 Ohm'sches Gesetz

K1: $\frac{U_{R1}}{R_1} + I_{S2}^{?} + I_{S3}^{?} = 0$

K2: $\frac{U_{R2}}{R_2} - \frac{U_{R1}}{R_1} = I_{S1}$

K3: $\frac{U_{R5}}{R_5} + \frac{U_{R3}}{R_3} + \frac{U_{R4}}{R_4} - \frac{U_{R2}}{R_2} - I_{S2}^{?} = 0$

K4: $-\frac{U_{R5}}{R_5} - I_{S3}^{?} = 0$

2.2 Knotenspannungen

$U_{R3} = U_{R4} = U_{n3}$

$U_{R2} = U_{n2} - U_{n3}$

$U_{R1} = U_{n1} - U_{n2}$

$U_{R5} = U_{n3} - U_{n4}$

2.3 Knotengleichungen mit Knotenspannungen

K1: $\frac{U_{n1} - U_{n2}}{R_1} + I_{S2}^{?} + I_{S3}^{?} = 0$

K2: $\frac{U_{n2} - U_{n3}}{R_2} - \frac{U_{n1} - U_{n2}}{R_1} = I_{S1}$

K3: $\quad \dfrac{U_{n3}-U_{n4}}{R_5}+\dfrac{U_{n3}}{R_3}+\dfrac{U_{n3}}{R_4}-\dfrac{U_{n2}-U_{n3}}{R_2}-I_{S2}^{?}=0$

K4: $\quad -\dfrac{U_{n3}-U_{n4}}{R_5}-I_{S3}^{?}=0$

2.4 zusätzliche Bedingungen

- 6 Unbekannte: $U_{n1}, U_{n2}, U_{n3}, U_{n4}, I_{S2}^{?}, I_{S3}^{?}$
- nur 4 Gleichungen: unbestimmtes Gleichungssystem
- 2 weitere Gleichungen

$$
\begin{aligned}
U_{S2} &= U_{n1}-U_{n3} && (1)\\
U_{S3} &= U_{n1}-U_{n4}=\alpha\cdot I_{R3}=\alpha\cdot\frac{U_{R3}}{R_3}=\alpha\cdot\frac{U_{n3}}{R_3}\\
\Longrightarrow 0 &= U_{n1}-U_{n4}-\alpha\cdot\frac{U_{n3}}{R_3} && (2)
\end{aligned}
$$

3 Gleichungssystem in Matrixform

Definition Leitwerte: $\quad G_n := \dfrac{1}{R_n}$

$$
\underbrace{\begin{bmatrix}
G_1 & -G_1 & 0 & 0 & 1 & 1\\
-G_1 & G_1-G_2 & -G_2 & 0 & 0 & 0\\
0 & -G_2 & G_2+G_3+G_4+G_5 & -G_5 & -1 & 0\\
0 & 0 & -G_5 & G_5 & 0 & -1\\
1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0\\
1 & 0 & -\alpha\cdot G_3 & -1 & 0 & 0
\end{bmatrix}}_{\text{A}}
\cdot
\underbrace{\begin{Bmatrix}
U_{n1}\\ U_{n2}\\ U_{n3}\\ U_{n4}\\ I_{S2}^{?}\\ I_{S3}^{?}
\end{Bmatrix}}_{\text{x}}
=
\underbrace{\begin{Bmatrix}
0\\ I_{S1}\\ 0\\ 0\\ U_{S2}\\ 0
\end{Bmatrix}}_{\text{b}}
$$

Nach x auflösen: $\quad x = A^{-1}b$

Mithilfe von Matlab erhält man:

$$x = \begin{Bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \\ U_{n3} \\ U_{n4} \\ I_{S2}^{?} \\ I_{S3}^{?} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5,2143\,\mathrm{V} \\ 3,5476\,\mathrm{V} \\ 1,7143\,\mathrm{V} \\ 3,5000\,\mathrm{V} \\ -1,1310\,\mathrm{A} \\ 0,2976\,\mathrm{A} \end{Bmatrix}$$

Mit diesen Werten und mithilfe der Knotenspannungsgleichungen aus 2.2 lassen sich die Spannungen $U_{R1}...U_{R5}$ und die Ströme $I_{R1}...I_{R5}$ ermitteln:

$$U = \begin{Bmatrix} U_{R1} \\ U_{R2} \\ U_{R3} \\ U_{R4} \\ U_{R5} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_{n1} - U_{n2} \\ U_{n2} - U_{n3} \\ U_{n3} \\ U_{n3} \\ U_{n3} - U_{n4} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1,6667\,\mathrm{V} \\ 1,8333\,\mathrm{V} \\ 1,7143\,\mathrm{V} \\ 1,7143\,\mathrm{V} \\ -1.7857\,\mathrm{V} \end{Bmatrix}$$

$$I = \begin{Bmatrix} I_{R1} \\ I_{R2} \\ I_{R3} \\ I_{R4} \\ I_{R5} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U_{R1}/R_1 \\ U_{R2}/R_2 \\ U_{R3}/R_3 \\ U_{R4}/R_4 \\ U_{R5}/R_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.8333\,\mathrm{A} \\ 1.8333\,\mathrm{A} \\ 0.4286\,\mathrm{A} \\ 0.5714\,\mathrm{A} \\ -0.2976\,\mathrm{A} \end{Bmatrix}$$

Die Quellspannung der stromgesteuerten Quelle U_{S3} erhält man aus der Lösung der Knotenspannungen:

$$U_{S3} = U_{n1} - U_{n4} = 1,7143\,\mathrm{V}$$

4 Leistungsbilanz

Für das Aufstellen der Leistungsbilanz ist wichtig, welche Vorzeichen die Spannungen und Ströme am jeweiligen Bauteil haben. Zeigen Spannungs- und Stromzählpfeil in dieselbe Richtung, und sind auch die Vorzeichen gleich, so geht die Leistung an diesem Bauteil positiv in die Bilanz ein. Zeigen die Pfeile in die gleiche Richtung, aber die Vorzeichen sind unterschiedlich, so handelt es sich um eine negative Leistungsbilanz. Bei unterschiedlicher Zählpfeilrichtung entspricht ein unterschiedliches Vorzeichen einer positiven Leistung, ansonsten einer negativen. Alle Leistungsanteile im Netzwerk müssen entsprechend der Energieerhaltung 0 ergeben.

Man erkennt, dass alle Leistungsanteile an den Widerständen positiv zu bewerten sind. Außerdem muss der Leistungsanteil der stromgesteuerten Spannungsquelle $S3$ positiv gewertet werden, da sowohl Spannung als auch Strom positiv ist und die Zählpfeile die gleiche Richtung haben. Man erhält für alle positiven Leistungen P_p:

$$
\begin{aligned}
P_p &= U_{R1} \cdot I_{R1} + U_{R2} \cdot I_{R2} + U_{R3} \cdot I_{R3} + U_{R4} \cdot I_{R4} + U_{R5} \cdot I_{R5} + U_{S3} \cdot I_{S3}^{?} \\
&= 7,5060\,\mathrm{W}
\end{aligned}
$$

und für alle negativen Leistungen an den Quellen $S1$ und $S2$:

$$
\begin{aligned}
P_n &= -(I_{S1} \cdot U_{n2}) + U_{S2} \cdot I_{S2}^{?} \\
&= -7,5060\,\mathrm{W}
\end{aligned}
$$

Die Summe aller Leistungen ergibt so $P_p + P_n = 0\,\mathrm{W}$.

5 Simulation

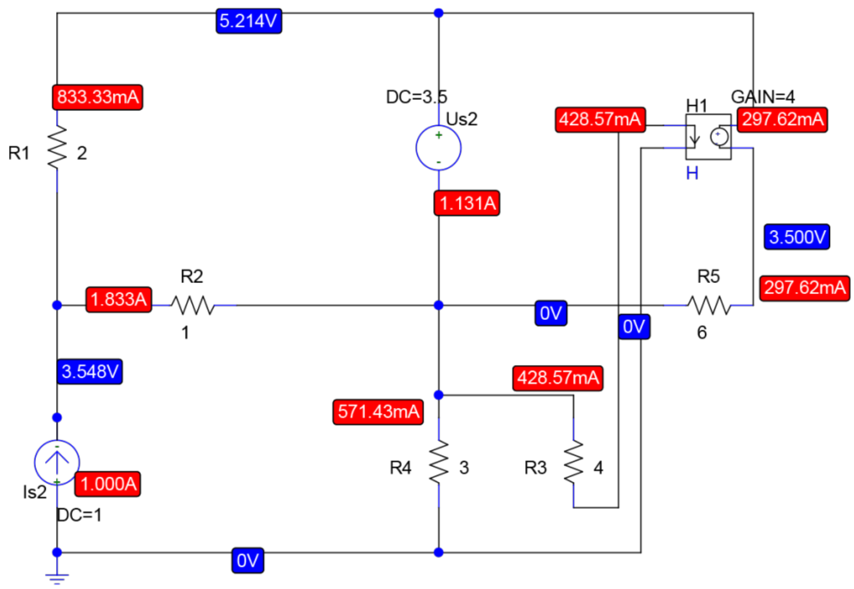


Figure 1: PSpice-Simulation des Netzwerks

6 Matlab-Skript

```
clc

%% Bauteilwerte

r1 = 2;
r2 = 1;
r3 = 4;
r4 = 3;
r5 = 6;

is1 = 1;
us2 = 3.5;
alpha = 4;

g1 = 1/r1;
g2 = 1/r2;
g3 = 1/r3;
g4 = 1/r4;
g5 = 1/r5;

%% Definition der Systemmatrix in der Form A * un = b

A = [g1, -g1, 0, 0, 1, 1;
     -g1, g1+g2, -g2, 0, 0, 0;
     0, -g2, g2+g3+g4+g5, -g5, -1, 0;
     0, 0, -g5, g5, 0, -1;
     1, 0, -1, 0, 0, 0;
     1, 0, -(alpha*g3), -1, 0, 0,];

InverseMatrix = A^(-1)

b= [0;is1;0;0;us2;0];

%% L sen der Systemgleichung
un = A^(-1)*b

%% Berechnung der Einzelspannungen und Einzelstr me
u = [un(1)-un(2);un(2)-un(3);un(3);un(3);un(3)-un(4)]
i = u./[r1;r2;r3;r4;r5]
is2 = un(5)
is3 = un(6)
us3 = un(1) - un(4)

%% Aufstellen der Leistungsbilanz
pn = is1*-un(2) + us2*is2
pp = sum(u.*i) + us3 * is3
pa = pq + pr
```