Protokoll Übung 2

David Keller, Moritz Woltron, Matthias Fottner

1 Schaltplan mit allen Strömen, Spannungen und Knoten

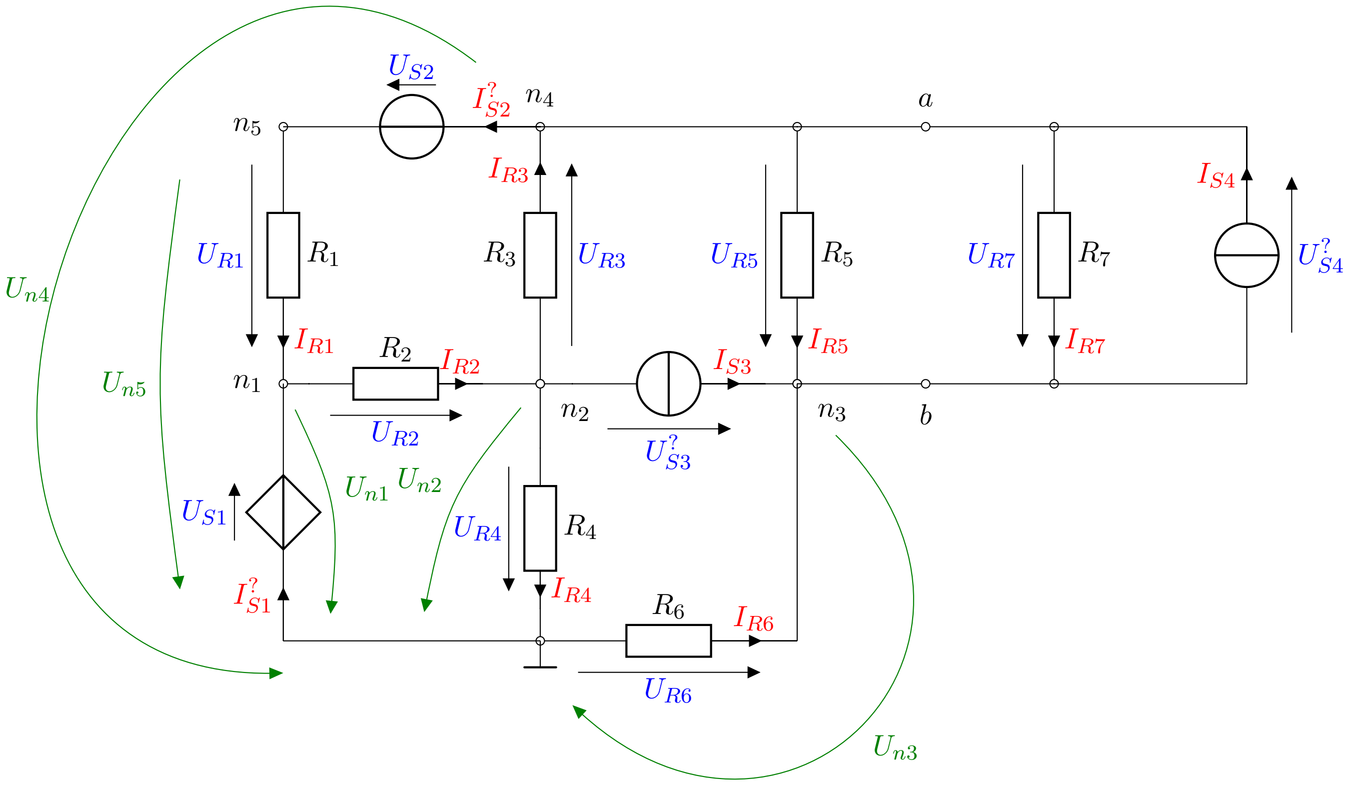

Abb. 1: Netzwerk mit allen eingezeichneten Strömen, (Knoten-)spannungen und Knoten

2 Aufstellen des Gleichungssystems in Matrixform durch "hinschauen"

2.1 Widerstände

Zuerst wird die Admittanzmatrix durch hinschauen bestimmt. Dazu werden auf der Hauptdiagonale alle den jeweiligen Knoten umgebenden Leitwerte addiert. Auf der Nebendiagonale werden die Werte der zwischen den Knoten liegenden Widerstände als negativer Leitwert eingetragen. Der Unbekanntenvektor besteht aus den Knotenspannungen, der Ergebnisvektor beträgt 0.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} n1 & n2 & n3 & n4 & n5 \end{array} \\ \begin{array}{c} n1 \\ n2 \\ n3 \\ n4 \\ n5 \end{array} & \begin{bmatrix} G_1 + G_2 & -G_2 & 0 & 0 & -G_1 \\ -G_2 & G_2 + G_3 + G_4 & 0 & -G_3 & 0 \\ 0 & 0 & G_5 + G_6 & -G_5 & 0 \\ 0 & -G_3 & -G_5 & G_3 + G_5 & 0 \\ -G_1 & 0 & 0 & 0 & G_1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{Bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \\ U_{n3} \\ U_{n4} \\ U_{n5} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

2.2 Unabhängige Stromquelle $S3$

Der bekannte Strom I_{S3} der Stromquelle $S3$ fließt aus Knoten $n2$ (positiv) in den Knoten $n3$ (negativ)(vgl. Abb. 2). Bringt man nun die Größe auf die andere Seite des Gleichungssystems, so muss I_{S3} im Lösungsvektor negativ bei $n2$ und positiv bei $n3$ sein.

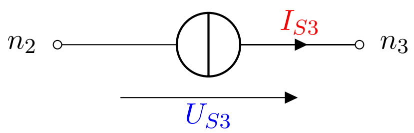

Abb. 2: freigestellte Stromquelle $S3$

Es ergibt sich folgende Änderung im Gleichungssystem:

$$
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc} \quad n1 & \quad n2 & \quad n3 & \quad n4 & \quad n5 \end{array} \\
\begin{array}{c} n1 \\ n2 \\ n3 \\ n4 \\ n5 \end{array}
\begin{bmatrix}
G_1 + G_2 & -G_2 & 0 & 0 & -G_1 \\
-G_2 & G_2 + G_3 + G_4 & 0 & -G_3 & 0 \\
0 & 0 & G_5 + G_6 & -G_5 & 0 \\
0 & -G_3 & -G_5 & G_3 + G_5 & 0 \\
-G_1 & 0 & 0 & 0 & G_1
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \\ U_{n3} \\ U_{n4} \\ U_{n5} \end{Bmatrix}
=
\begin{Bmatrix} 0 \\ -I_{S3} \\ I_{S3} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}
\end{array}
$$

2.3 Unabhängige Spannungsquelle $S2$ ($\rightarrow +1$ Gleichung)

Bei der unabhängigen Spannungsquelle kommt mit dem Strom $I^?_{S2}$ eine unbekannte Größe hinzu. Folglich muss auch eine weitere Gleichung im Gleichungssystem ergänzt werden. Diese erhält man, indem die bekannte Quellspannung U_{S2} mithilfe der Knotenspannungen ausgedrückt wird (vgl. Abb. 3):

$$U_{S2} = U_{n4} - U_{n5}$$

Beim Hinzufügen von $I^?_{S2}$ in den Unbekanntenvektor, muss auch die Strombilanz der Knoten $n4$ (positiv) und $n5$ (negativ) angepasst werden.

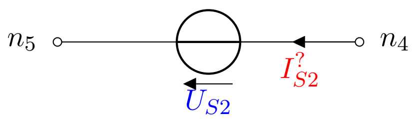

Abb. 3: freigestellte Spannungsquelle $S2$

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccccc} n1 & n2 & n3 & n4 & n5 & I_{S2}^{?} \end{array} \\
\begin{array}{c} n1 \\ n2 \\ n3 \\ n4 \\ n5 \\ I_{S2}^{?} \end{array} &
\begin{bmatrix}
G_1 + G_2 & -G_2 & 0 & 0 & -G_1 & 0 \\
-G_2 & G_2 + G_3 + G_4 & 0 & -G_3 & 0 & 0 \\
0 & 0 & G_5 + G_6 & -G_5 & 0 & 0 \\
0 & -G_3 & -G_5 & G_3 + G_5 & 0 & 1 \\
-G_1 & 0 & 0 & 0 & G_1 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0
\end{bmatrix}
\end{array}
\begin{Bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \\ U_{n3} \\ U_{n4} \\ U_{n5} \\ I_{S2}^{?} \end{Bmatrix}
=
\begin{Bmatrix} 0 \\ -I_{S3} \\ I_{S3} \\ 0 \\ 0 \\ U_{S2} \end{Bmatrix}
$$

2.4 Stromgesteuerte Spannungsquelle $S1$ ($\rightarrow +1$ Gleichung)

Bei der stromgesteuerten Spannungsquelle $S1$ kommt die unbekannte Größe $I_{S1}^{?}$ hinzu. Folglich muss auch hier das Gleichungssystem um eine Gleichung erweitert werden.

$$
\begin{aligned}
U_{S1} &= \alpha \cdot I_{R3} \\
I_{R3} &= G_3(U_{n2} - U_{n4}) \\
U_{S1} &= -U_{n1} \\
\implies -U_{n1} &= \alpha \cdot G_3(U_{n2} - U_{n4}) \\
0 &= \alpha \cdot G_3(U_{n2} - U_{n4}) + U_{n1}
\end{aligned}
$$

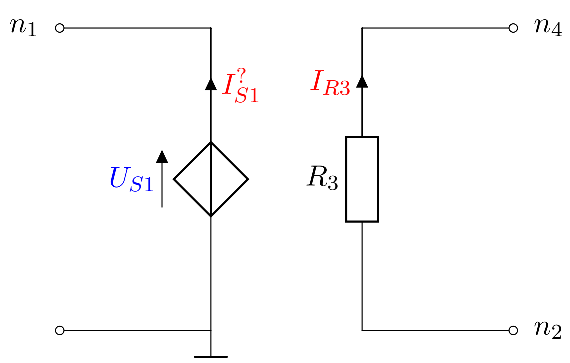

Abb. 4: freigestellte stromgesteuerte Spannungsquelle $S1$ mit Steuerungsstrom I_{R3}

$$
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc}
 & n1 & n2 & n3 & n4 & n5 & I_{S2}^{?} & I_{S1}^{?}
\end{array}\\
\begin{array}{c}
n1\\ n2\\ n3\\ n4\\ n5\\ I_{S2}^{?}\\ I_{S1}^{?}
\end{array}
\begin{bmatrix}
G_1+G_2 & -G_2 & 0 & 0 & -G_1 & 0 & -1\\
-G_2 & G_2+G_3+G_4 & 0 & -G_3 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & G_5+G_6 & -G_5 & 0 & 0 & 0\\
0 & -G_3 & -G_5 & G_3+G_5 & 0 & 1 & 0\\
-G_1 & 0 & 0 & 0 & G_1 & -1 & 0\\
0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0\\
1 & \alpha G_3 & 0 & -\alpha G_3 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix}
U_{n1}\\ U_{n2}\\ U_{n3}\\ U_{n4}\\ U_{n5}\\ I_{S2}^{?}\\ I_{S1}^{?}
\end{Bmatrix}
=
\begin{Bmatrix}
0\\ -I_{S3}\\ I_{S3}\\ 0\\ 0\\ U_{S2}\\ 0
\end{Bmatrix}
\end{array}
$$