

Theorie: Aufgabe 1

a)

P: $\{ \langle \rangle, \langle a \rangle, \langle b \rangle, \langle b, \checkmark \rangle, \langle a, b, \checkmark \rangle \}$

Q: $\{ \langle \rangle, \langle a \rangle, \langle b \rangle, \langle b, \checkmark \rangle, \langle a, b, \checkmark \rangle, \langle b, b, \checkmark \rangle \}$

a)

Q ist ein Refinement von P, da $P \subset Q$.

Theorie: Aufgabe 2

a)

Wissen laut traces-Definition für den Interrupt:

$$\text{traces}(\text{Stop} \triangle P) = \text{traces}(\text{Stop}) \cup \{ tr_1 \frown tr_2 \mid tr_1 \in \text{traces}(\text{Stop}) \wedge \checkmark \notin \sigma(tr_1) \wedge tr_2 \in \text{traces}(P) \}$$

Unsere Werte einsetzen:

$$= \{ \langle \rangle \} \cup \{ \langle \rangle, P \}$$

Nach Absorptionsgesetz:

$$= \{ \langle \rangle, P \}$$

Zusammenfassung nach prefix-Abgeschlossenheit ($\langle \rangle \in \text{traces}(P)$):

$$= \{ tr(p) \}$$

Somit wurde durch Umformen bewiesen, dass $\text{Stop} \triangle P =_T P$.

b)

Durch Einsetzen erhalten wir:

$$\{ tr \mid tr \in (\text{traces}(P) \cup \text{traces}(Q)) \wedge \checkmark \notin \sigma(tr) \} \cup \{ tr_1 \frown tr_2 \mid tr_1 \frown \checkmark \in (\text{traces}(P) \cup \text{traces}(Q)) \wedge tr_2 \in \text{traces}(R) \} = \{ \{ tr \mid tr \in \text{traces}(P) \wedge \checkmark \notin \sigma(tr) \} \cup \{ tr_1 \frown tr_2 \mid tr_1 \frown \checkmark \in \text{traces}(P) \wedge tr_2 \in \text{traces}(R) \} \} \cup \{ \{ tr \mid tr \in \text{traces}(Q) \wedge \checkmark \notin \sigma(tr) \} \cup \{ tr_1 \frown tr_2 \mid tr_1 \frown \checkmark \in \text{traces}(Q) \wedge tr_2 \in \text{traces}(R) \} \}$$

Formen nun die linke Seite um, bis wir die rechte Seite bekommen.

$$\{ tr \mid tr \in \text{traces}(P) \wedge \checkmark \notin \sigma(tr) \} \cup \{ tr \mid tr \in \text{traces}(Q) \wedge \checkmark \notin \sigma(tr) \} \cup \{ tr_1 \frown tr_2 \mid tr_1 \frown \checkmark \in (\text{traces}(P) \cup \text{traces}(Q)) \wedge tr_2 \in \text{traces}(R) \}$$

$$= \{ tr \mid tr \in \text{traces}(P) \wedge \checkmark \notin \sigma(tr) \} \cup \{ tr \mid tr \in \text{traces}(Q) \wedge \checkmark \notin \sigma(tr) \} \cup \{ tr_1 \frown tr_2 \mid tr_1 \frown \checkmark \in \text{traces}(P) \wedge tr_2 \in \text{traces}(R) \} \cup \{ tr_1 \frown tr_2 \mid tr_1 \frown \checkmark \in \text{traces}(Q) \wedge tr_2 \in \text{traces}(R) \}$$

Dies lässt sich nun noch umsortieren, um den oberen rechten Term zu erhalten:

$$= (\{ tr \mid tr \in \text{traces}(P) \wedge \checkmark \notin \sigma(tr) \} \cup \{ tr_1 \frown tr_2 \mid tr_1 \frown \checkmark \in \text{traces}(P) \wedge tr_2 \in \text{traces}(R) \}) \cup (\{ tr \mid tr \in \text{traces}(Q) \wedge \checkmark \notin \sigma(tr) \} \cup \{ tr_1 \frown tr_2 \mid tr_1 \frown \checkmark \in \text{traces}(Q) \wedge tr_2 \in \text{traces}(R) \})$$

Somit wurde durch Umformen bewiesen, dass die Behauptung gilt.