

Détails du projet : simulateur de forêt

1 Contexte

Ce projet s'inscrit dans le cadre de l'écologie numérique, c'est-à-dire l'étude des écosystèmes à l'aide de simulations numériques. Cette approche propose de mener des expériences *in silico* pour étudier l'impact de certains facteurs, au lieu d'expérimenter sur des systèmes réels, au risque de les détruire. La validité du modèle est bien sûr une question cruciale.

On s'intéresse ici à une parcelle en cours de colonisation par une espèce d'arbre. L'évolution de l'occupation de cette parcelle dépend de plusieurs paramètres, parmi lesquels

- la durée de vie des individus (arbres) qui la colonisent
- la capacité de reproduction de ces individus et
- l'intensité de la compétition entre eux.

Selon les valeurs prises par ces paramètres, plusieurs scénarios sont possibles : colonisation rapide de la parcelle, saturation de certaines zones, avancée d'un front de colonisation, extinction de la population, apparitions de pattern etc De nombreux modèles numériques, c'est-à-dire des algorithmes, existent pour générer des évolutions possibles pour un jeu de paramètres donné. Nous proposons, dans ce projet, d'implémenter l'un de ces modèles appartenant à la classe des modèles individu-centrés ou IBM (individual based models). Dans ce type de modèle, on décrit les individus et leurs interactions, entre eux et avec leur environnement, plutôt que la population elle-même. Les phénomènes de régulation de population ne sont pas imposés, mais émergent des interactions.

2 Modèle de l'écosystème

- La parcelle est assimilée au carré $[0; 1] \times [0; 1]$ géré en tore : le bord supérieur (resp. droit) est identifié au bord inférieur (resp. gauche). Ceci est justifié par le fait que l'on prétend représenter une parcelle parmi d'autres, pour laquelle les flux sortants sont compensés par les flux entrants.
- Les individus sont fixes : ils naissent et demeurent en un point (x, y) de la parcelle toute leur vie. On supposera, pour simplifier, que plusieurs individus peuvent cohabiter en un même point, sachant que cette situation ne se présentera (quasiment) jamais. La localisation est le seul attribut qui caractérise un arbre : il n'a pas de taille ni de forme. Il est adulte dès sa naissance et ne grandit pas.

3 L'évolution

Le temps est continu, mais les changements dans la population sont des événements discrets : la mort d'un arbre ou sa naissance. On distingue trois types d'événements :

- la naissance d'un arbre dans le voisinage de l'arbre père. Pour chaque arbre de la population, il existe une horloge aléatoire qui, lorsqu'elle se déclenche, provoque la naissance d'un autre arbre. Le choix de l'emplacement du nouvel arbre se fera également de manière aléatoire.
- La mort naturelle d'un arbre. Une autre horloge aléatoire provoque la disparition de l'arbre.
- La mort par compétition. Une dernière horloge aléatoire provoque aussi la disparition de l'arbre, mais cette horloge s'accélère avec la compétition locale. Lorsque le voisinage d'un arbre est saturé, cette horloge se déclenchera beaucoup plus tôt que pour un arbre isolé. Étant donné que le voisinage de chaque arbre n'est pas constant, cette horloge variera au cours du temps, contrairement aux deux autres.

4 Les lois et leurs paramètres

Toutes les horloges sont de lois exponentielles.

- La durée entre deux instants de reproduction est de paramètre λ_b appelé taux de naissance.
- La localisation d'un descendant d'un arbre père a est tirée aléatoirement selon la loi uniforme sur le carré centré en a et de côté r_b . Ce paramètre est appelé rayon de dispersion.
- La durée de vie avant mort naturelle est de paramètre λ_d , appelé taux de mort naturelle.
- La durée de vie avant mort par compétition pour un arbre a est

$$\lambda_c(a) = \sum_{v \text{ voisin de } a} U(a, v) .$$

Le noyau de compétition $U(i, j)$ s'écrit

$$U(a_i, a_j) = \begin{cases} 1 - \frac{d(a_i, a_j)}{r_c} & \text{si } d(a_i, a_j) < r_c \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Le paramètre r_c est appelé rayon de compétition.

5 Algorithme

L'algorithme d'évolution a la structure suivante :

```

 $\mathcal{F} \leftarrow \text{initForet}()$ 
 $\text{initHorloge}()$ 
 $T \leftarrow 0$ 
while  $T < T_{\max}$  do
   $\lambda_{\text{global}} \leftarrow \text{tauxGlobal}(\text{horloge})$ 
   $T \leftarrow T + \text{tireExp}(\lambda_{\text{global}})$ 
   $e \leftarrow \text{tireEvent}(\text{horloge})$ 
   $\text{appliqueEvent}(e)$ 
   $\text{miseAJour}(\text{horloge})$ 
end while

```

6 Les tirages aléatoires

L'horloge peut être vue comme un lieu de stockage, dans lequel on enregistre les taux d'occurrence de tous les événements possibles.

- Le taux global est la somme de tous les taux individuels (fixes et variables de chaque arbre) :

$$\lambda_{\text{global}} = |\mathcal{F}| (\lambda_b + \lambda_d) + \sum_{a \in \mathcal{F}} \lambda_c(a) .$$

- Le tirage d'une loi exponentielle de paramètre λ se fait par :

$$- \frac{\ln(\text{rand}())}{\lambda}$$

- Le tirage du type d'événement se fait selon la loi discrète :

naissance	mort naturelle	mort par compétition
$n \lambda_b$	$n \lambda_d$	$\sum_{a \in \mathcal{F}} \lambda_c(a)$

où n est la taille de la forêt. Si l'événement choisi est une naissance ou une mort naturelle, l'arbre concerné est choisi au hasard uniforme sur tous les arbres de la forêt. Si c'est une mort par compétition, l'arbre est choisi selon la loi

a_1	\dots	a_n
$\lambda_c(a_1)$	\dots	$\lambda_c(a_n)$

$$\text{où } \bar{\lambda}_c(a_i) = \frac{\lambda_c(a_i)}{\sum_{a \in \mathcal{F}} \lambda_c(a)}$$

La mise à jour de l'horloge se fait après chaque mort ou naissance. Si un arbre est mort, il faut l'éliminer du voisinage de ses voisins. Si un arbre naît, il faut l'ajouter au voisinage de ses voisins.

7 Paramètres

L'interface graphique devra proposer à l'utilisateur de choisir

- les paramètres biologiques : les taux et les rayons.
- les paramètres de la simulation proprement dite qui sont
 1. les conditions initiales : nombre d'arbres de la forêt initiale que l'on initialise de manière aléatoire, ou alors un état de la forêt initiale.
 2. l'horizon de temps, éventuellement infini, de la simulation ;
 3. l'intervalle de temps utilisé pour générer les résultats.

8 Les sorties

Le résultat du calcul doit être un état complet de la forêt à chaque intervalle, c'est-à-dire la position de chaque arbre. Si le temps le permet, on fera une représentation graphique en temps réel.