

## Modélisation et simulation d'un système de vélos partagés

### Présentation générale

On considère un système de vélos partagés, type Vélib, où les vélos sont disponibles dans des stations dédiées et peuvent être empruntés pour faire des trajets d'une station à une autre. Le but de ce petit projet est de modéliser ce réseau, d'en simuler le fonctionnement. Plus précisément, il faut:

- Proposer une modélisation du Vélib,
- Simuler le processus de Markov correspondant pour 5 stations,
- Calculer la probabilité stationnaire théorique pour valider la simulation.

### Modalités

Le travail se fait par groupes de 2. Vous pouvez faire la simulation dans le langage de votre choix, nous vous conseillons Python ou Matlab. Les rapports, rédigés en LaTex, sont à déposer sur l'onglet dédié sur Arche, au plus tard le **06/03/25**.

## 1 Modélisation

Il y a une population de vélos de taille  $K$  fixée (il n'y a pas de nouveaux vélos arrivant de l'extérieur, ni de pertes de vélos). Ceux-ci sont arrêtés dans les stations, et transitent d'une station à l'autre lorsqu'ils sont utilisés. On suppose que la capacité des stations est illimitée pour l'accueil des vélos, c'est-à-dire que l'on peut toujours rendre un vélo dans une station. On suppose aussi que tous les trajets se font d'une station à une autre exclusivement, il n'est pas possible de revenir à la même station.

Inspirez-vous du modèle de *migration fermée* pour proposer une modélisation de ce système:

1. Donnez l'espace d'états, et les colonies de votre modèle;
2. Faites un dessin pour donner le diagramme des transitions possibles entre les colonies (limiter le dessin à quelques stations);
3. Indiquez le générateur infinitésimal;
4. Donnez les paramètres de votre modèle, précisez les unités.

## 2 Calibration des paramètres

Suite à la partie modélisation, nous avons donc des paramètres pour le modèle choisi. Pour la simulation, nous disposons de données statistiques observées sur 5 stations Vélib de la ville de Rouen, mesurés pendant 2h tous les jours durant 2 mois en 2016, auxquelles nous restreignons le système. Celles-ci contiennent:

- Les conditions initiales;
- Le nombre moyen d'arrivées d'utilisateurs par heure dans chaque station.
- Les temps de trajets moyens entre les stations (attention ces temps de trajet sont *orientés*: aller de  $i$  vers  $j$  ou de  $j$  vers  $i$  ne met pas forcément le même temps...)
- La matrice de routage, donnant les probabilités d'aller vers les différentes autres stations, partant de chaque station donnée.

Elles sont données dans le fichier `Données_simulations.xlsx`. Vous pouvez donc donner les paramètres du modèle en fonction des données fournies.

## 3 Simulation

On propose de simuler le réseau Vélib de Rouen sur 5 stations. Pour cela, nous vous proposons de:

1. Simuler les trajectoires du processus de Markov.
2. En déduire une estimation de la probabilité qu'il existe une station vide, après 150 heures.
3. Donner l'intervalle de confiance de ce résultat.
4. Donner une estimation du pourcentage de temps pendant lequel il existe une station vide.
5. Quel est selon vous le résultat le plus proche de la probabilité stationnaire (entre l'observation de la configuration finale de la question 2, et le pourcentage de temps de la question 4) ?