

Outils de combinatoire analytique en sage

Projet STL

Matthieu Dien Marguerite Zamansky

Université Pierre et Marie Curie

23 avril 2013

Définitions

Classe Combinatoire

Une classe combinatoire \mathcal{A} est un ensemble muni d'une application taille $|\cdot| : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{N}$ tel que

$$\forall n \in \mathbb{N}, \{a \in \mathcal{A}, |a| = n\} \text{ est fini}$$

Paramètre Scalaire

Un paramètre scalaire χ de \mathcal{A} est une fonction surjective de \mathcal{A} dans \mathbb{N}

Définitions

(suite)

Série génératrice multivariée

Une série génératrice A associée à une classe combinatoire \mathcal{A} et k paramètres scalaires χ_j :

$$A(X_1 \dots X_k) = \sum_{i_1, \dots, i_k \geq 0}^{+\infty} a_{i_1, \dots, i_k} X_1^{i_1} \dots X_k^{i_k}$$

permet de compter le nombre d'élément de \mathcal{A} :

$$a_{i_1, \dots, i_k} = \text{Card}(e \in \mathcal{A}, \chi_j(e) = i_j, \forall j \in \llbracket 1, k \rrbracket)$$

Séries Génératrices Multivariées

Exemple (1)

Arbres binaire-ternaire :

$$ABT(z, u, v, w) = z \cdot w + u \cdot w \cdot ABT^2(z, u, v, w) + v \cdot w \cdot ABT^3(z, u, v, w)$$

z : les feuilles

u : les nœuds binaires

v : les nœuds ternaires

w : la taille totale

Séries Génératrices Multivariées

Exemple (2)

Arbre de Catalan : un arbre général (enraciné et planaire)

Longueur de cheminement : somme des distances entre chaque
noeud et la racine d'un arbre

Séries Génératrices Multivariées

Exemple (2)

Arbre de Catalan : un arbre général (enraciné et planaire)

Longueur de cheminement : somme des distances entre chaque noeud et la racine d'un arbre

Longueur de cheminement d'un arbre de Catalan :

$$AG(z, u) = z \cdot SEQ(AG(zu, u))$$

z : le nombre de nœuds

u : longueur de cheminement

Sage



- logiciel libre de calcul formel et numérique



- logiciel libre de calcul formel et numérique
- regroupe des outils déjà connus et éprouvés (GP/PARI, GAP, Singular, Maxima)



- logiciel libre de calcul formel et numérique
- regroupe des outils déjà connus et éprouvés (GP/PARI, GAP, Singular, Maxima)
- et ses propres paquets (combinat, rings, matrix ...)



- logiciel libre de calcul formel et numérique
- regroupe des outils déjà connus et éprouvés (GP/PARI, GAP, Singular, Maxima)
- et ses propres paquets (combinat, rings, matrix ...)
- le tout interfacé par un top-level Python

Implémentation

Formal multivariate power series

- Basé sur le travail fait sur les séries génératrices monovariées.

Implémentation

Formal multivariate power series

- Basé sur le travail fait sur les séries génératrices monovariées.
- Représentation mémoire sous forme de stream.

Démonstration

sage block

La spécification calcul des coefficients

Conclusion

- Patch bug dans Sage

Conclusion

- Patch bug dans Sage
- Proposition du package

Conclusion

- Patch bug dans Sage
- Proposition du package
- Continuer l'implémentation pour avoir les fonctionnalités disponibles dans Gfun

Merci à Antoine Genitrini et Frédéric Peschanski

[*www.sagemath.org*](http://www.sagemath.org)

Analytic Combinatorics, Philippe Flajolet et Robert Sedgewick