DISEQUAZIONI BINOMIE

Definizione: Una **disequazione BINOMIA** è una disequazione il cui polinomio associato $P(x)$ è del tipo $ax^n + b$, con $a \neq 0$ $e\ n\ intero\ positivo.$

Analogamente a quanto fatto per le equazioni possiamo ricondurre la disequazione binomia alla forma:

$$x^n \gtreqless -\frac{b}{a}$$

METODO RISOLUTIVO:

Dobbiamo distinguere due casi casi in base all'**esponente *n***:

1) Se *n* è **DISPARI** bisogna soltanto mettere sotto radice n-esima entrambi i termini lasciando *invariato il verso della disequazione*:

$$x \gtreqless \sqrt[n]{-\frac{b}{a}}$$

2) Se *n* è **PARI** dobbiamo distinguere due ulteriori possibilità:
   - Se $-\frac{b}{a} < 0$ la disequazione potrà essere *impossibile* o *indeterminata*:

$$x^n < -\frac{b}{a} \Longrightarrow \nexists \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}$$
$$x^n > -\frac{b}{a} \Longrightarrow \forall \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}$$

   - Se $-\frac{b}{a} > 0$ la disequazione è *determinata* e le soluzioni possono essere:

$$x^n < -\frac{b}{a} \Longrightarrow -\sqrt[n]{-\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}}} < \boldsymbol{x} < \sqrt[n]{-\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}}}$$

$$x^n > -\frac{b}{a} \Longrightarrow \boldsymbol{x} < -\sqrt[n]{-\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}}} \ \vee\ \boldsymbol{x} > \sqrt[n]{-\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}}}$$

ESEMPI:

a) $2x^4 + 20 \geq 0$

n è pari e $-\frac{b}{a} = -10 < 0$ quindi può essere indeterminata o impossibile.

$$x^4 \geq -10 \Longrightarrow \forall \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}$$ (perché un quadrato è sempre maggiore di un negativo)

b) $x^3 + 27 < 0$

n è dispari quindi è sufficiente estrarre la radice cubica senza cambiare il verso della disequazione.

$$x^3 < -27 \Longrightarrow x < \sqrt[3]{-27} \Longrightarrow \boldsymbol{x < -3\ oppure}\ (-\infty; -\boldsymbol{3})$$

c) $x^6 - 64 > 0$

n è pari e $-\frac{b}{a} = 64 > 0$ quindi la disequazione è determinata. Essendo >, i valori saranno esterni.

$$x^6 > 64 \Longrightarrow x < -\sqrt[6]{64} \vee x > \sqrt[6]{64} \Longrightarrow \boldsymbol{x < -2 \vee x > 2\ oppure}\ (-\infty; -\boldsymbol{2}) \cup (\boldsymbol{2}; +\infty)$$