DISEQUAZIONI CHE SI RISOLVONO MEDIANTE RUFFINI

ESEMPIO SVOLTO E COMMENTATO:

$$8x^3 - x^2 - 7 > 0$$

Si tratta di una disequazione di grado superiore al secondo che possiamo risolvere mediante scomposizioni. Ci viene in aiuto la **regola di Ruffini**.

Consideriamo tutti i *divisori del termine noto e del coefficiente della x di grado massimo* (nel nostro esempio quindi i divisori di 7 e di 8).

$$d_7 : \pm 1;\ \pm 7$$

$$d_8 : \pm 1;\ \pm 2;\ \pm 4;\ \pm 8$$

Le possibili *radici del polinomio* saranno del tipo $\frac{p}{q}$, dove p e q sono divisori rispettivamente del termine noto e del coefficiente della x di grado massimo.

Nel nostro esempio le ***possibili radici del polinomio*** saranno:

$$\pm 1; \pm 7;\ \pm\frac{1}{2}; \pm\frac{1}{4}; \pm\frac{1}{8}; \pm\frac{7}{2}; \pm\frac{7}{4}; \pm\frac{7}{8}$$

Un numero è ***radice del polinomio*** se verifica la condizione: $P(x) = 0$

Andiamo a sostituire i valori ipotizzati al posto della x fermandoci nel momento in cui troviamo come risultato zero:

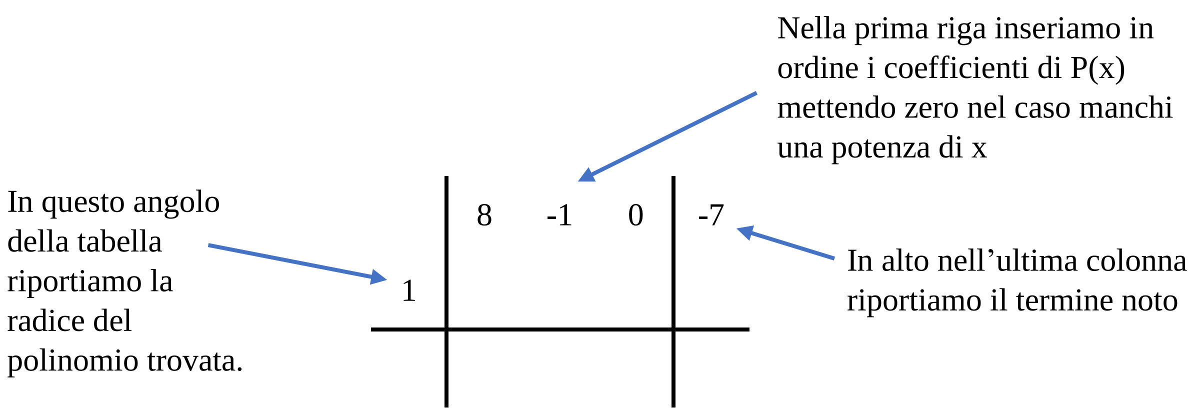
$$P(-1) = 8 \cdot (-1)^3 - (-1)^2 - 7 = -8 - 1 - 7 \neq 0$$

$$P(1) = 8 \cdot (1)^3 - (1)^2 - 7 = 8 - 1 - 7 = 0$$

$$\Longrightarrow 1 \text{ è } una\ radice\ di\ P(x) \Longrightarrow (x-1)\ divide\ P(x)$$

Quindi $P(x) = (x-1)Q(x)$

Per determinare il polinomio $Q(x)$ costruiamo la tabella (<u>ricordando di inserire degli zeri per le potenze di x mancanti</u>):



	8	-1	0	-7
1				
	8			

Abbassiamo il primo coefficiente

	8	-1	0	-7
1		8		
	8			

Moltiplichiamo la radice per il coefficiente abbassato e scriviamo il risultato nella seconda colonna

	8	-1	0	-7
1		8		
	8	7		

Sommiamo i valori della seconda colonna e riportiamo sotto il risultato

	8	-1	0	-7
1		8	7	
	8	7		

Nuovamente moltiplichiamo la radice per il valore ottenuto e scriviamo il risultato nella terza colonna

	8	-1	0	-7
1		8	7	
	8	7	7	

Sommiamo i valori della terza colonna e riportiamo sotto il risultato

	8	-1	0	-7
1		8	7	7
	8	7	7	

Continuiamo con la stessa procedura fino ad ottenere 0 nella colonna di destra

	8	-1	0	-7
1		8	7	7
	8	7	7	0

Si ottengono così i coefficienti di un nuovo polinomio avete un grado in meno rispetto a P(x):

$$8x^2 + 7x + 7$$

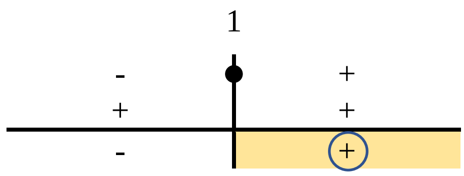
La scomposizione risulta quindi:

$$(x-1)(8x^2+7x+7) > 0$$

Procediamo quindi con lo studio dei due fattori e con la tabella dei segni.

$$\boldsymbol{F_1 \geq 0} \Longrightarrow x - 1 \geq 0 \Longrightarrow x \geq 1$$

$$\boldsymbol{F_2 \geq 0} \Longrightarrow 8x^2 + 7x + 7 \geq 0 \Longrightarrow \Delta < 0 \Longrightarrow \forall x \in \mathbb{R}$$



Abbiamo così trovato la soluzione:

$$x \geq 1$$

$$[1;\ +\infty)$$