Metodo di Sostituzione

In alcuni casi può essere utile effettuare un ***cambiamento di variabile*** che permetta di riscrivere l'integrale in una forma più semplice che sappiamo risolvere.

METODO DI SOSTITUZIONE

$$x = g(t)$$

Deriviamo rispetto a x Deriviamo rispetto a t

$$dx = g'(t)\,dt$$

L'integrale diventa quindi:

$$\boxed{\int f(x)\,dx = \int f[g(t)] \cdot g'(t)\,dt}$$

ESEMPI:

- $\int \frac{1}{(1+4x)\sqrt{x}}\,dx =$

$$t = \sqrt{x}$$

$$\boldsymbol{x = t^2}$$

Deriviamo a primo membro rispetto a x e a secondo membro rispetto a t:

$$\boldsymbol{dx = 2t\,dt}$$

Sostituiamo all'interno dell'integrale di partenza:

$$\int \frac{1}{(1+4x)\sqrt{x}}\,dx = \int \frac{1}{(1+4t^2)\cdot \cancel{t}} \cdot 2\cancel{t}\,dt = \int \frac{2}{1+4t^2}\,dt = \int \frac{2}{1+(2t)^2}\,dt$$

$$= arctan(2t) + c$$

Torniamo ora alla variabile x:

$$= arctan\left(2\sqrt{x}\right) + c$$

- $\int \frac{2e^x}{e^x+1}\,dx =$

$$t = e^x \Longrightarrow \boldsymbol{x = \ln t}$$

$$\boldsymbol{dx = \frac{1}{t}\,dt}$$

$$\int \frac{2e^x}{e^x+1}\,dx = \int \frac{2\cancel{t}}{t+1} \cdot \frac{1}{\cancel{t}}\,dt = \int \frac{2}{t+1}\,dt = 2\ln|t+1| + c$$

$$= 2\ln|e^x+1| + c$$