

## AMPLIAMENTO DEI PRODOTTI NOTEVOLI

### 1. SOMMA PER DIFFERENZA TRA POLINOMI

È RICONDUCIBILE ALLA SOMMA PER DIFFERENZA TRA BINOMI, MA IN CIASCUNO POLINOMIO POSSONO ESSERCI 3, 4 E PIÙ MONOMI!

LA REGOLA È LA STESSA, OVVERO SI CERCANO I MONOMI UGUALI E I MONOMI OPPOSTI.

SI CALCOLA: IL QUADRATO DEI MONOMI UGUALI MENO IL QUADRATO DEI MONOMI OPPOSTI.

IN SIMBOLI:

$$(\underline{a} + \underline{b} + \underline{c}) \cdot (\underline{a} + \underline{b} - \underline{c}) = \left[ (\underline{a} + \underline{b})^2 - \underline{c}^2 \right] = a^2 + b^2 + 2ab - c^2$$

POSSONO VERIFICARSI VARIE SITUAZIONI DI SEGNI POSSIBILI, L'IMPORTANTE È INDIVIDUARE CORRETTAMENTE I MONOMI UGUALI E I MONOMI OPPOSTI.

ES:

$$(2x - 3y + 5) \cdot (2x + 3y - 5) = \left[ (2x)^2 - (-3y + 5)^2 \right] = 4x^2 - 9y^2 + 30y - 25$$

## QUADRATO DI UN TRINOMIO

È RICONDUCIBILE ALLA REGOLA DEL QUADRATO DI UN BINOMIO.

LA REGOLA È LA STESSA, OVVERO SI CALCOLA: IL QUADRATO DI CIASCUN MONOMIO E TUTTI I DOPPI PRODOTTI POSSIBILI

IN SIMBOLI:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

N.B. QUADRATI SARANNO SEMPRE POSITIVI, MENTRE I DOPPI PRODOTTI SEGUIRANNO LA REGOLA DEI SEGNO DEL PRODOTTO

$$(2x - 3y + 5)^2 = 4x^2 + 9y^2 + 25 - 12xy + 20x - 30y$$

## POTENZA ENNESIMA DI UN BINOMIO $(a+b)^n$

È UNA REGOLA CHE CI SERVE PER CALCOLARE LO SVILUPPO DELLA POTENZA DI UN BINOMIO CON ESPONENTE MAGGIORE DI 3!

NON SI IMPARA A MEMORIA QUESTA REGOLA MA SI IMPARA IL MODO PER COSTRUIRLA, QUALUNQUE SIA IL GRADO DELLA POTENZA DA SVILUPPARE:

IL RISULTATO DI UNA POTENZA DI BINOMIO ELEVATO ALLA  $n$  AVRÀ  $n+1$  MONOMI NEL RISULTATO!


INOLTRE IL POLINOMIO RISULTATO SARÀ COMPLETO E ORDINATO E ANCHE OMOGENEO DI GRADO  $n$ .

QUINDI PER LA PARTE LETTERALE DELLA REGOLA POSSIAMO COSTRUIRLA NEL SEGUENTE MODO:

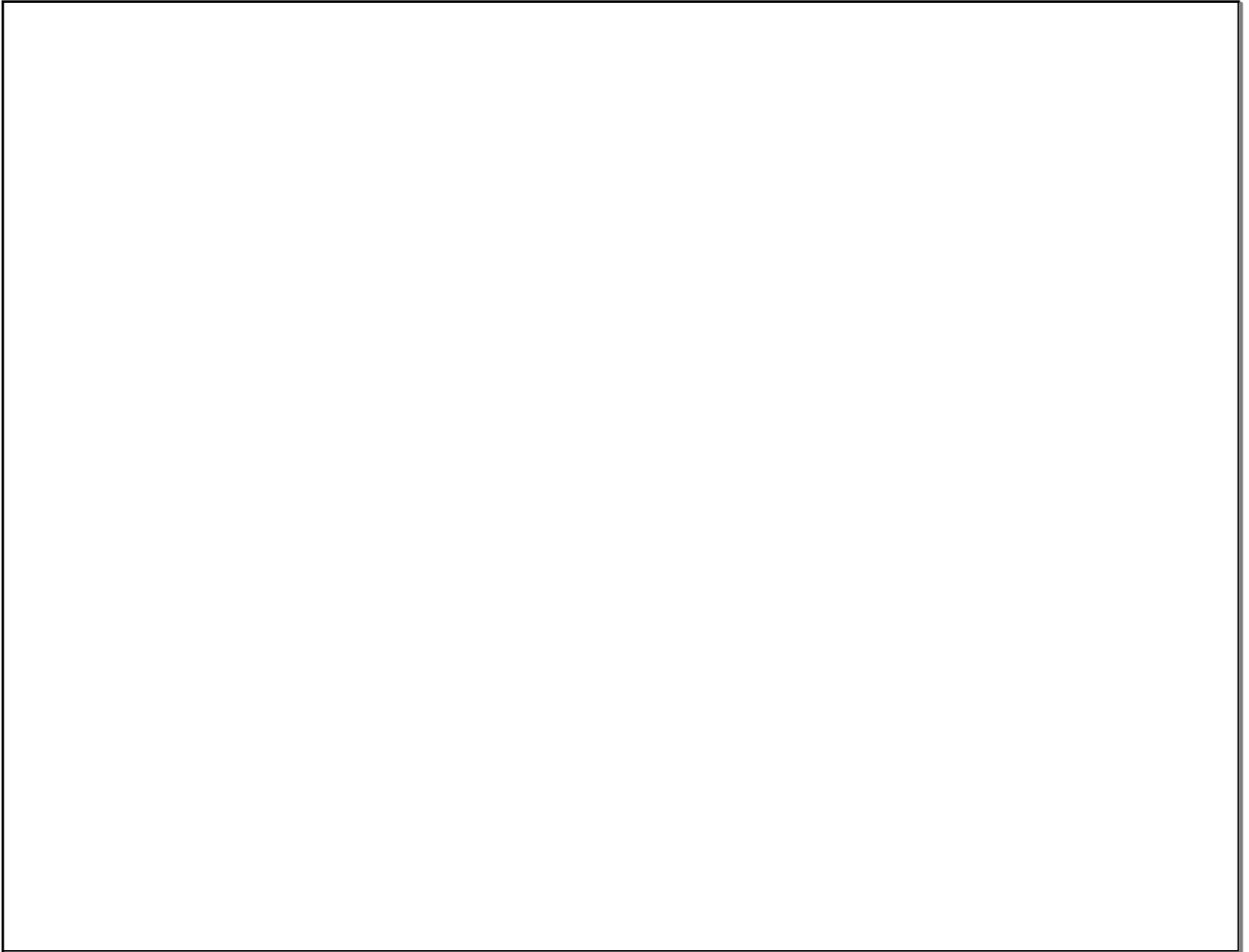
$$(a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$$

$$(a+b)^5 = 1a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + 1b^5$$

Etc... Ci mancano i coefficienti che vengono calcolati con il triangolo di Tartaglia. (vedi file in excel)

 triangolo di Tartaglia.xlsx

$$\begin{array}{rcl}
 & 1 & (a+b)^0 = 1 \\
 & 1 \ 1 & (a+b)^1 = 1a + 1b \\
 & 1 \ 2 \ 1 & (a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2 \\
 & 1 \ 3 \ 3 \ 1 & (a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3 \\
 & 1 \ 4 \ 6 \ 4 \ 1 & \\
 & 1 \ 6 \ 15 \ 20 \ 15 \ 6 \ 1 & 
 \end{array}$$



## TRIANGOLO DI TARTAGLIA

E' UN TRIANGOLO CHE CI PERMETTE DI CALCOLARE IN MODO MECCANICO I COEFFICIENTI DELLO SVILUPPO DI UN BINOMIO ALLA POTENZA ENNESIMA

IN SIMBOLI

$$(a+b)^n \quad n > 3$$

PER QUANTO RIGUARDA LA PARTE LETTERALE NON SERVONO REGOLE POICHE' IL RISULTATO SARA' UN POLINOMIO COMPLETO E ORDINATO RISPETTO ALLE LETTERE a E b, DECRESCENTE PER a E CRESCENTE PER b, COME NEGLI SVILUPPI SEGUENTI:

$$(a+b)^4 = a^4 + \dots a^3b + \dots a^2b^2 + \dots ab^3 + b^4$$

$$(a+b)^5 = a^5 + \dots a^4b + \dots a^3b^2 + \dots a^2b^3 + \dots ab^4 + b^5$$

PER QUANTO RIGUARDA GLI ESPONENTI COSTRUIAMO IL SEGUENTE TRIANGOLO:

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & & & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 2 & & 1 & & \\
 & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & \\
 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 \\
 1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 \\
 \text{ETC...} & & & & & & & & 
 \end{array}$$

$$(a+b)^4 = a^4 + \dots a^3b + \dots a^2b^2 + \dots ab^3 + b^4$$

## fac simile della verifica

Somma per differenza tra binomi 1) 326/462a

2) 326/465b

Quadrato di un binomio

3) 329/496c

4) 329/502c

Quadrato di un trinomio

5) 331/538b

Cubo di un binomio

6) 333/558c

7) 333/561c

Somma per differenza tra polinomi 8) 329/506a

Tartaglia

$$9) (1 - 3x)^6 =$$

Espressioni

10) 335/596

11) 335/600

12) 336/606

E' POSSIBILE, AL POSTO DI

ALCUNI ES, RISPONDERE

CON DOMANDE DI TEORIA

AL POSTO n°

6) SCRIVI REGOLA CUBO BINOMIO

## ES DI APPROFONDIMENTO

$$1) \left( \frac{3x^2}{\cancel{v}} - \frac{1}{\cancel{5}} y^4 \right) \left( \frac{1}{\cancel{5}} y^4 + \frac{3x^2}{\cancel{v}} \right) = 9x^4 - \frac{1}{25} y^8$$

$$n \cdot \frac{a}{b} = \frac{na}{b}$$

$$2) \left( \frac{1}{4} x^2 - y^3 \right)^2 = \frac{1}{16} x^4 - \frac{1}{2} x^2 y^3 + y^6$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$3) \left( -\frac{2}{3} x^2 + y^3 \right)^3 = -\frac{8}{27} x^6 + \frac{4}{3} x^4 y^3 - 2x^2 y^6 + y^9$$

$$4) \left( -5x^5 + xy - y^3 \right)^2 = 25x^{10} + x^2 y^2 + y^6 - 10x^6 y + 10x^5 y^3 - 2xy^4$$

$$5) \left( 3ab - xy + \frac{1}{2} \right) \left( \frac{1}{2} - 3ab + xy \right) = \left( \frac{1}{2} \right)^2 - (3ab - xy)^2 = \frac{1}{4} - 9a^2 b^2 - x^2 y^2 + 6abxy$$

$$6) (2x^2 - 3)^5 = (2x^2)^5 + 5(2x^2)^4(-3) + 10(2x^2)^3(-3)^2 + 10(2x^2)^2(-3)^3 + 5(2x^2)(-3)^4 + (-3)^5 = 32x^{10} - 240x^8 + 720x^6 - 1080x^4 + 810x^2 - 243$$

$$(2x - 5)^3 = +8x^3 - 60x^2 + 150x - 125$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$3 \cdot 4x^2 \cdot 5 \quad (2 - 3xy)^3$$

$$3 \cdot 2x \cdot 25 \quad \left( -3x + \frac{1}{2} \right)^3 =$$

## ULTIMO FAC-SIMILE

$$1) \left(\frac{1}{4}x^2 - 3\right)\left(\frac{1}{4}x^2 + 3\right) =$$

$$\frac{1}{16}x^4 - 9$$

$$2) (2x^2y + 3a^3)(3a^3 - 2x^2y) =$$

$$9a^6 - 4x^4y^2$$

$$3) (5xy - x^3)^2 =$$

$$25x^2y^2 + x^6 - 10x^4y$$

$$4) \left(\frac{1}{2}a^2b + ab^3\right)^2$$

$$\frac{1}{4}a^4b^2 + a^3b^4 + a^2b^6$$

$$5) \left(1 - \frac{2}{3}x\right)^3 =$$

$$1 - 2x + \frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{27}x^3$$

$$6) \left(-\frac{3}{4}a^3 + b^4\right)^3 =$$

$$-\frac{27}{64}a^9 + \frac{27}{16}a^6b^4 - \frac{9}{4}a^3b^8 + b^{12}$$

$$7) \left(5x^2 - \frac{1}{2}x + xy\right)\left(xy + \frac{1}{2}x - 5x^2\right) =$$

$$x^2y^2 - 25x^4 - \frac{1}{4}x^2 + 5x^3$$

$$8) (2a^2 - 3b^3 + 4c^4)^2 =$$

$$4a^4 + 9b^6 + 16c^8 - 12a^2b^3 + 16a^2c^4 - 24b^3c^4$$

$$9) \left(2 - \frac{1}{2}x^2\right)^5 =$$

$$11) 336 / 613$$

$$10) 336 / 609$$

$$12) 336 / 616$$

...