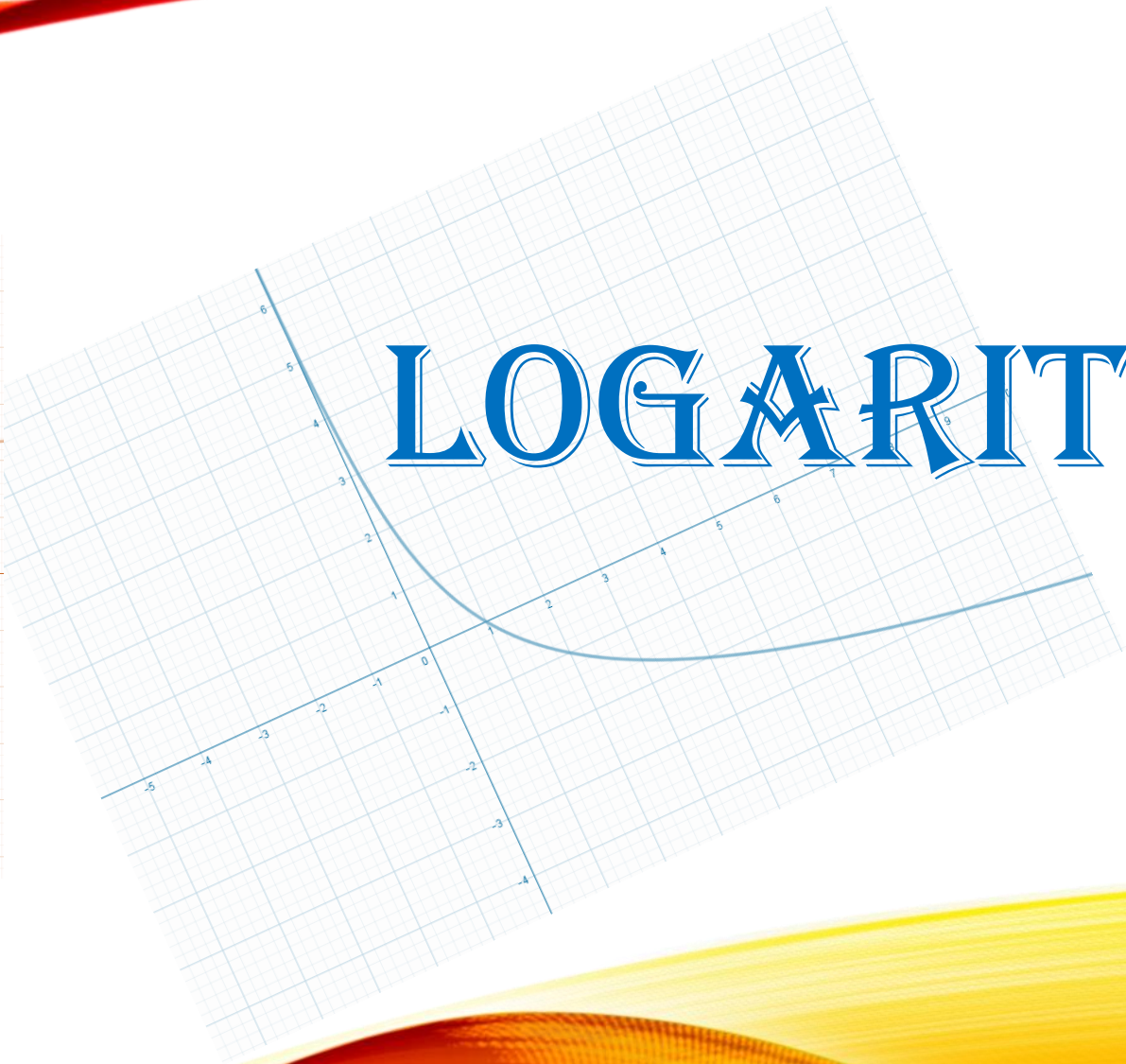
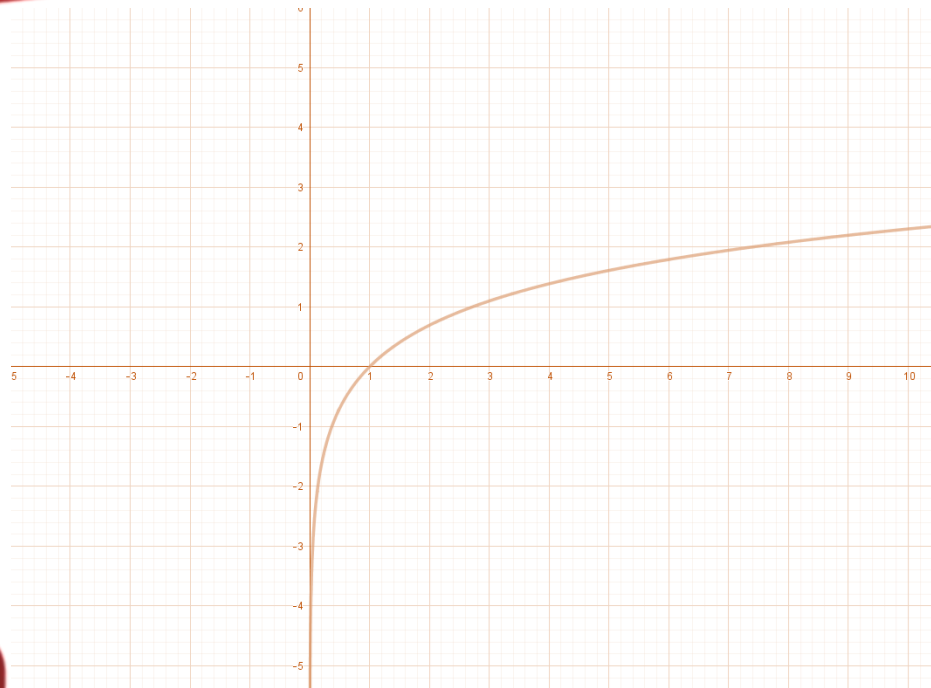


# LOGARITMI



# Definizione di LOGARITMO

LOGARITMO



$\log_a b$

**DEFINIZIONE:** Dati due numeri reali positivi  $a$  e  $b$ , con  $a \neq 1$ , chiamiamo **logaritmo in base  $a$  di  $b$**  l'esponente  $x$  da assegnare alla base  $a$  per ottenere  $b$ .

$a$  viene detta **BASE** del logaritmo e deve essere positiva e diversa da uno.  
 $b$  si chiama **ARGOMENTO** del logaritmo e deve essere positivo.



# Definizione di LOGARITMO

## LOGARITMO

Siano  $a > 0, a \neq 1, b > 0$

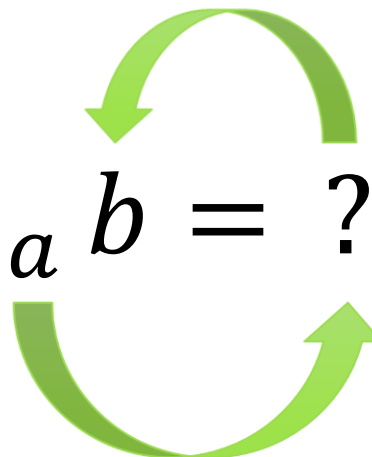
$$\log_a b = x$$



$$a^x = b$$

Ma come si calcolano i  
logaritmi?



$$\log_a b = ?$$


# Proprietà dei Logaritmi

Siano  $a > 0, a \neq 1, b > 0$

## PROPRIETÀ dei LOGARITMI

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$a^{\log_a b} = b$$

OSSERVAZIONE:

$$x = y \iff \log_a x = \log_a y$$

# Proprietà dei Logaritmi

Siano  $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$

## LOGARITMO di un PRODOTTO

**TEOREMA:** Il logaritmo del *prodotto* di due numeri positivi è uguale alla *somma* dei logaritmi dei due fattori:

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

**ESEMPIO:**

$$\log_2(8 \cdot 16) = \log_2 8 + \log_2 16$$



$$\log_2(8 \cdot 16) = \log_2 128 = \log_2 2^7 = 7$$

$$\log_2 8 + \log_2 16 = \log_2 2^3 + \log_2 2^4 = 3 + 4 = 7$$



# Proprietà dei Logaritmi

Siano  $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$

## LOGARITMO di un QUOZIENTE

**TEOREMA:** Il logaritmo del *quoziente* di due numeri positivi è uguale alla *differenza* fra il logaritmo del dividendo e il logaritmo del divisore:

$$\log_a \left( \frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$$

**ESEMPIO:**

$$\log_3 \left( \frac{729}{9} \right) = \log_3 729 - \log_3 9$$



$$\log_3 \left( \frac{729}{9} \right) = \log_3 81 = \log_3 3^4 = 4$$

$$\log_3 729 - \log_3 9 = \log_3 3^6 - \log_3 3^2 = 6 - 2 = 4$$

# Proprietà dei Logaritmi

Siano  $a > 0, a \neq 1, b > 0, n \in \mathbb{R}$

## LOGARITMO di una POTENZA

**TEOREMA:** Il logaritmo della *potenza* di un numero positivo elevato a un esponente reale è uguale al prodotto di quell'esponente per il logaritmo del numero positivo:

$$\log_a(b^n) = n \cdot \log_a b$$

**ESEMPIO:**

$$\log_3(9^4) = 4 \cdot \log_3 9$$



$$\log_3(9^4) = \log_2(3^2)^4 = \log_2 3^8 = 8$$

$$4 \cdot \log_3 9 = 4 \cdot \log_3 3^2 = 4 \cdot 2 = 8$$

# Proprietà dei Logaritmi

Siano  $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, c \neq 1$

## CAMBIAMENTO di BASE

**FORMULA:**

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

**ESEMPIO:**

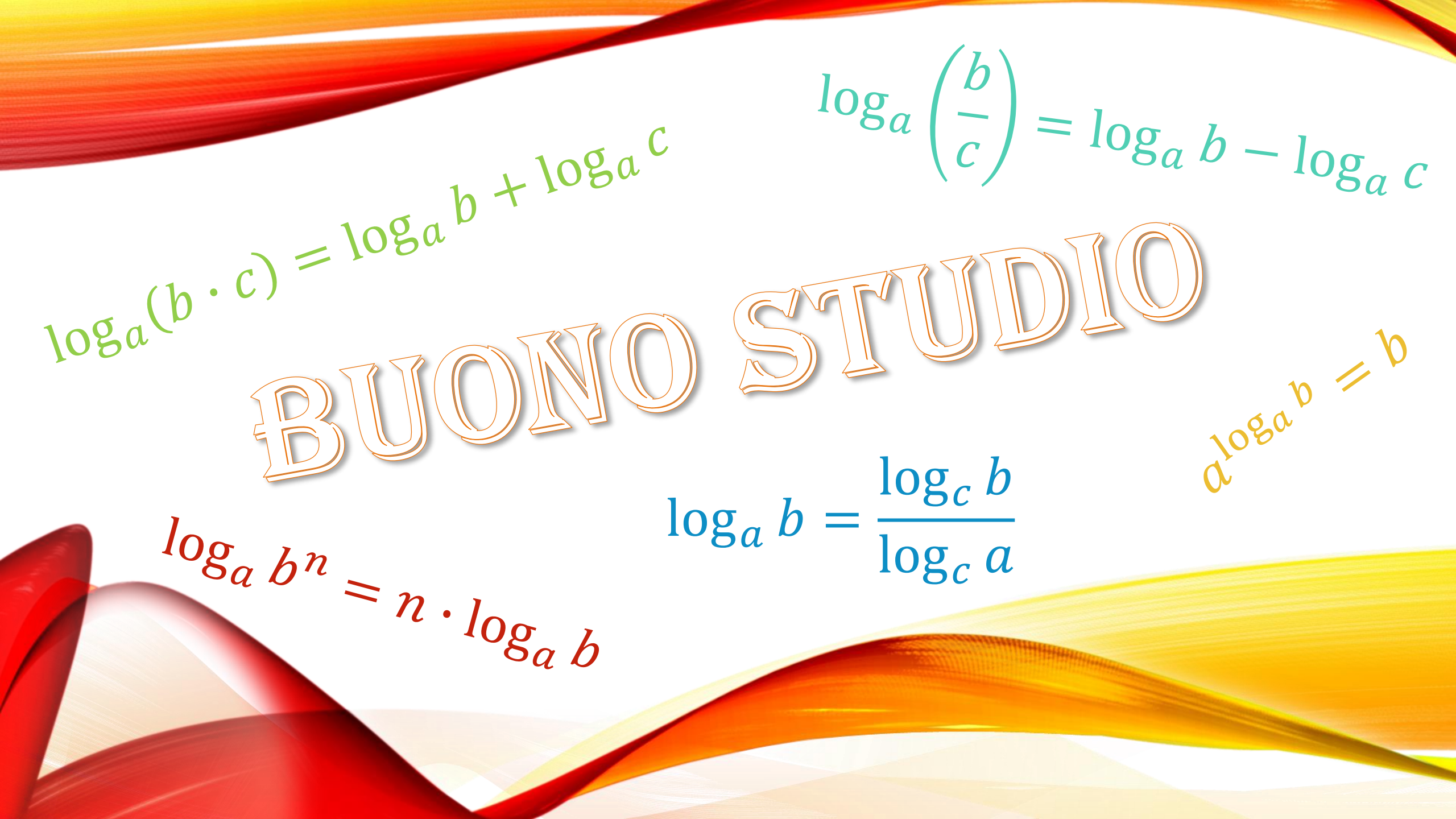
$$\log_4(16) = \frac{\log_2 16}{\log_2 4}$$



$$\log_4(16) = \log_4(4^2) = 2$$

$$\frac{\log_2 16}{\log_2 4} = \frac{\log_2(2^4)}{\log_2(2^2)} = \frac{4}{2} = 2$$





$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \left( \frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c$$

# BUONO STUDIO

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$