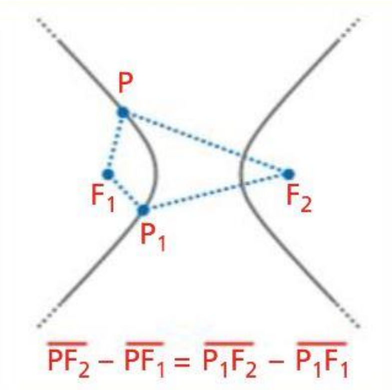
IPERBOLE

DEFINIZIONE: Assegnati nel piano due punti F_1 e F_2 (detti ***fuochi***) si chiama **IPERBOLE** il luogo geometrico dei punti nel piano tali che sia costante la *differenza delle distanze* di tali punti da F_1 e F_2.



$$\boxed{|\overline{PF_1} - \overline{PF_2}| = costante}$$

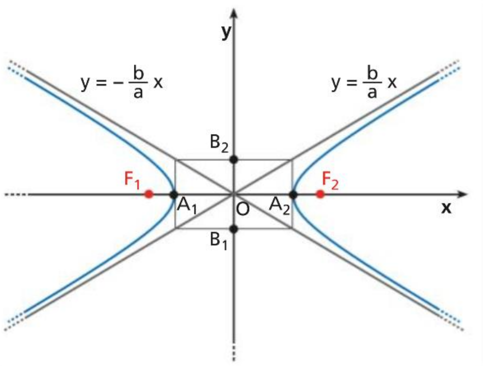
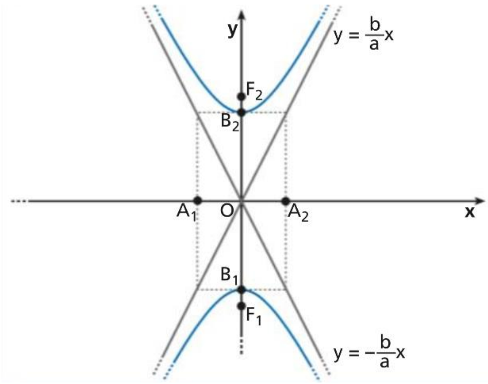
L'***equazione canonica*** di un'iperbole con centro nell'origine del piano cartesiano è:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \Longrightarrow \text{ Se i fuochi si trovano sull'}\textbf{\textit{asse x}}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1 \quad \Longrightarrow \text{ se i fuochi si trovano sull'}\textbf{\textit{asse y}}$$

L'iperbole è quindi una curva simmetrica rispetto all'asse x, all'asse y e all'origine.

FORMULARIO: IPERBOLE

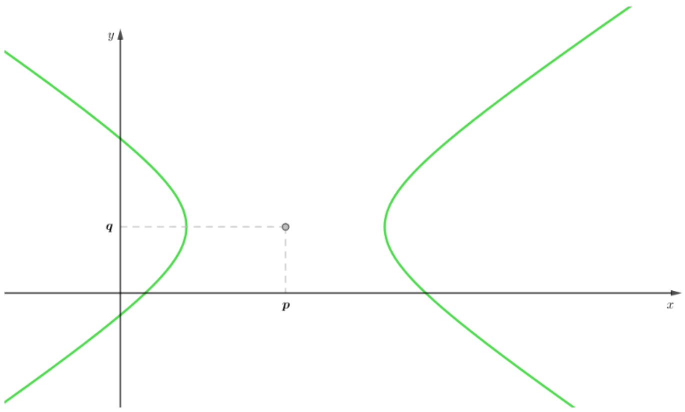
Iperbole con Fuochi sull'asse x	*Iperbole con Fuochi sull'asse y*
$\boldsymbol{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1}$	$\boldsymbol{\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1}$
	
Vertici: $\boldsymbol{A_1(-a;0)}$ ***e*** $\boldsymbol{A_2(a;0)}$	*Vertici:* $\boldsymbol{B_1}(0;-\boldsymbol{b})$ ***e*** $\boldsymbol{B_2(0;b)}$
Asintoti: $\boldsymbol{y = \pm\frac{b}{a}x}$	*Asintoti:* $\boldsymbol{y = \pm\frac{b}{a}x}$
$\boldsymbol{c = \sqrt{a^2+b^2}}$ *Fuochi:* $\boldsymbol{F_1(-c;0)}$ ***e*** $\boldsymbol{F_2(c;0)}$	$\boldsymbol{c = \sqrt{a^2+b^2}}$ *Fuochi:* $\boldsymbol{F_1(0;-c)}$ ***e*** $\boldsymbol{F_2(0;c)}$
Eccentricità: $\boldsymbol{e = \frac{c}{a}}$	***Eccentricità:*** $\boldsymbol{e} = \frac{\boldsymbol{c}}{b}$

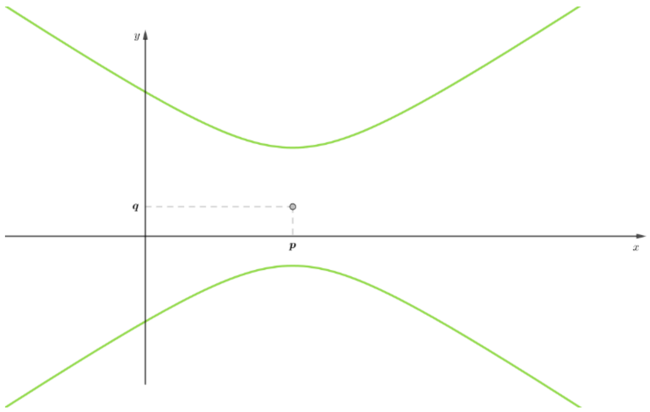
Nel caso dell'iperbole l'eccentricità è un valore *maggiore di 1*. A eccentricità maggiore corrisponde maggiore apertura dei rami dell'iperbole.

EQUAZIONE DELL'IPERBOLE TRASLATA

L'equazione di un'*iperbole con centro in un generico punto di coordinate* $(p;q)$ si ottiene, mediante una traslazione, a partire dall'equazione canonica e diventa:

$$\boxed{\frac{(x-p)^2}{a^2}-\frac{(y-q)^2}{b^2}=\pm 1}$$





Svolgendo i calcoli e con opportune sostituzioni, queste equazioni possono essere scritte nella forma:

$$a'x^2+b'y^2+c'x+d'y+e'=0$$

Abbiamo quindi un'equazione di secondo grado nelle incognite x e y, come l'equazione dell'ellisse traslata. Rispetto a questa, però, nell'equazione dell'iperbole traslata, a' e b' hanno **SEGNO OPPOSTO**.

Viceversa, data un'equazione di quel tipo, si può dimostrare che, se a' e b' hanno segno opposto, allora, o rappresenta un'iperbole o rappresenta una coppia di rette passanti per il centro di simmetria, che è un'***iperbole degenere*** perché le due rette si ottengono dall'intersezione fra una superficie conica e un piano che contiene l'asse del cono.