DISEQUAZIONI TRINOMIE E BIQUADRATICHE

Definizione: Una disequazione BIQUADRATICA è una disequazione il cui polinomio associato P(x) è del tipo $ax^4 + bx^2 + c$, con $a \ne 0$ e n intero positivo.

Definizione: Una disequazione TRINOMIA è una disequazione il cui polinomio associato P(x) è del tipo $ax^{2n} + bx^n + c$, con $a \ne 0$ e n intero positivo.

In entrambi i casi per trovare la soluzione abbiamo bisogno di un'incognita ausiliaria z.

METODO RISOLUTIVO:

Per risolvere una generica disequazione trinomia (o biquadratica) $ax^{2n} + bx^n + c \leq 0$ è necessario seguire i seguenti passaggi:

- 1) Effettuare la sostituzione $z = x^n$ in modo da ricondurre la disequazione considerata a una disequazione di secondo grado in z (che sappiamo risolvere mediante lo studio grafico della parabola);
- 2) Una volta trovate le soluzioni rispetto a z sostituire x^n a z e studiare le *disequazioni binomie* così ottenute.

ESEMPIO:

$$x^4 + 2x^2 - 15 > 0$$

Si tratta di una disequazione biquadratica (caso particolare delle trinomie ma che si risolve in maniera del tutto analoga). Utilizziamo l'*incognita ausiliaria*:

$$z = x^2$$

Otteniamo pertanto la disequazione:

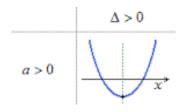
$$z^2 + 2z - 15 > 0$$

Scomponiamo il trinomio speciale:

$$(z+5)(z-3) > 0$$

Dallo studio grafico della parabola associata si ottiene:

$$z < -5 \ \forall \ z > 3$$



Ritorniamo quindi alla *x*:

$$x^2 < -5 \quad \forall \ x^2 > 3$$

La prima disequazione non ha soluzioni quindi non la consideriamo e studiamo solamente $x^2 > 3$.

Dallo studio della parabola associata si trova dunque la soluzione finale:

$$x < -\sqrt{3} \lor x > \sqrt{3}$$

$$(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$$

$$a > 0$$