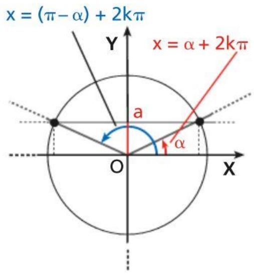
SCHEMA: EQUAZIONI GONIOMETRICHE

EQUAZIONI ELEMENTARI

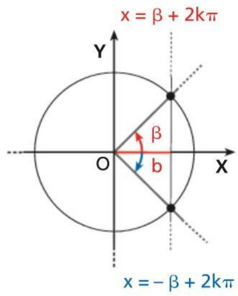
$$\boxed{\sin x = a}$$



- È ***impossibile*** se $a < -1 \lor a > 1$
- È determinata se $-1 \le a \le 1$, e le soluzioni sono

$$\boxed{x = \alpha + 2k\pi}$$
$$\boxed{x = (\pi - \alpha) + 2k\pi}$$

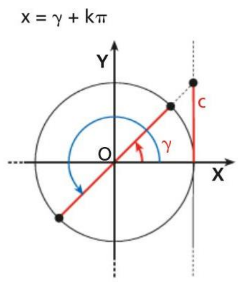
$$\boxed{\cos x = b}$$



- È ***impossibile*** se $b < -1 \lor b > 1$
- È determinata se $-1 \le b \le 1$, e le soluzioni sono

$$\boxed{x = \beta + 2k\pi}$$
$$\boxed{x = -\beta + 2k\pi}$$

$$\boxed{\tan x = c}$$



- È ***sempre determinata*** $\forall c \in \mathbb{R}$, e le soluzioni sono $\boxed{x = \gamma + k\pi}$

NB: Nel caso della tangente la periodicità è π!

EQUAZIONI LINEARI IN SENO E COSENO

$$\boxed{\boldsymbol{a \sin x + b \cos x + c = 0}}$$

✓ CASO $\boldsymbol{c = 0}$

$$a \sin x + b \cos x = 0$$

Si dividono i membri per $\cos x$ e si ottiene un'equazione elementare in tangente:

$$a \frac{\sin x}{\cos x} + b \frac{\cos x}{\cos x} = 0 \Longrightarrow \boldsymbol{a \tan x + b = 0}$$

✓ CASO GENERALE $\boldsymbol{c \neq 0}$

$$a \sin x + b \cos x + c = 0$$

Si mette a sistema questa equazione con la *relazione fondamentale*:

$$\begin{cases} \boldsymbol{a \sin x + b \cos x + c = 0} \\ \boldsymbol{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1} \end{cases}$$

Per comodità si può applicare un *cambio di variabile* $\boldsymbol{\cos x = X}$ e $\boldsymbol{\sin x = Y}$:

$$\begin{cases} \boldsymbol{aY + bX + c = 0} \\ \boldsymbol{X^2 + Y^2 = 1} \end{cases}$$

EQUAZIONI di II GRADO OMOGENEE IN SENO E COSENO

$$\boxed{\boldsymbol{a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0}}$$

Si dividono tutti i termini per $\cos^2 x$ e si ottiene un'equazione di secondo grado in tangente:

$$a \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} + b \frac{\sin x \cos x}{\cos^2 x} + c \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = 0 \Longrightarrow \boldsymbol{a \tan^2 x + b \tan x + c = 0}$$

EQUAZIONI di II GRADO RICONDUCIBILI A OMOGENEE

$$\boxed{\boldsymbol{a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = d}}$$

Essendoci il termine noto d, non è possibile procedere direttamente come nel caso precedente ma si utilizza il seguente "trucco":

- Si interpreta il termine noto come un prodotto per uno

$$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = d \cdot 1$$

- Al posto di 1 si sostituisce $\sin^2 x + \cos^2 x$ (sfruttando la relazione fondamentale)

$$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = d \cdot (\sin^2 x + \cos^2 x)$$

$$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = d \sin^2 x + d \cos^2 x$$

- In questo modo si ottiene un'equazione omogenea e si procede dividendo per $\cos^2 x$ (come sopra)