IPERBOLE EQUILATERA

Nella lezione precedente abbiamo visto che l'equazione canonica di un'iperbole è della forma:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \pm 1$$

Cosa succede se $a = b$?

Se i ***fuochi*** sono sull'***asse x***: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \implies \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1 \implies \boldsymbol{x^2 - y^2 = a^2}$

Se i ***fuochi*** sono sull'***asse y***: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1 \implies \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = -1 \implies \boldsymbol{x^2 - y^2 = -a^2}$

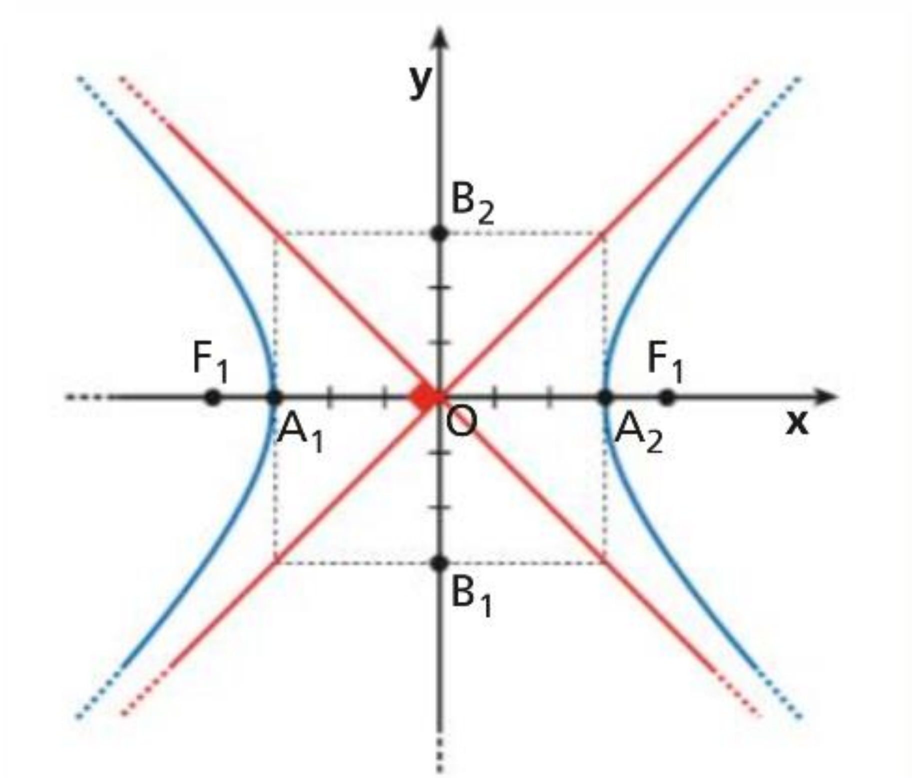
In questi casi si parla di ***iperbole equilatera***.

L'equazione canonica di un'**IPERBOLE EQUILATERA** diventa quindi:

$$\boxed{\boldsymbol{x^2 - y^2 = \pm a^2}}$$

La particolarità di queste iperboli è che gli ***asintoti*** sono la *bisettrice del primo e del terzo quadrante* e la *bisettrice del secondo e del quarto quadrante*. Si ha infatti che:

$$y = \pm \frac{b}{a} x \implies y = \pm \frac{a}{a} x \implies \boldsymbol{y = \pm x}$$



Nel caso dell'iperbole equilatera si può notare che l'***eccentricità*** sia sempre pari a $\sqrt{2}$.

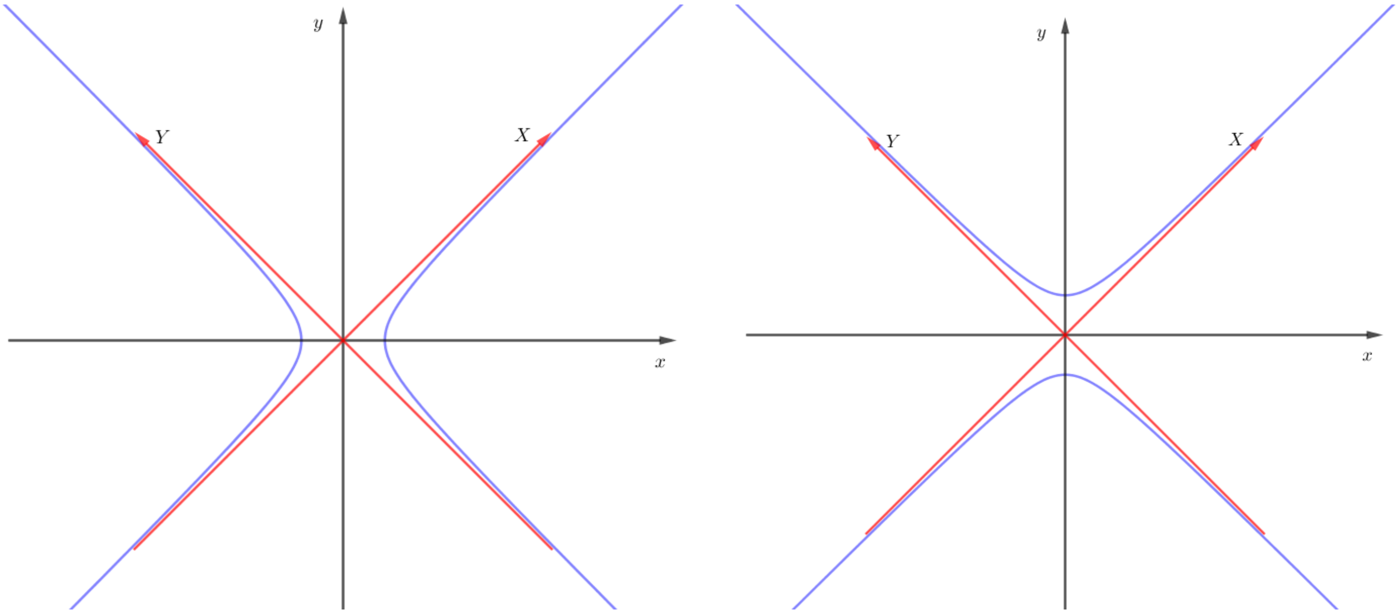
Questo perché:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + a^2} \Rightarrow c = \sqrt{2a^2} \Rightarrow c = a\sqrt{2}$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{a\sqrt{2}}{a} = \sqrt{2}$$

IPERBOLE EQUILATERA riferita agli ASINTOTI

Nell'iperbole equilatera gli asintoti coincidono con le bisettrici dei quadranti e quindi sono **perpendicolari fra loro**. Possiamo allora considerare un nuovo sistema di riferimento cartesiano in cui i nuovi assi X e Y coincidono con gli asintoti:



In questo modo le iperboli equilatere riferite agli asintoti sono delle ***funzioni*** e la loro equazione diventa:

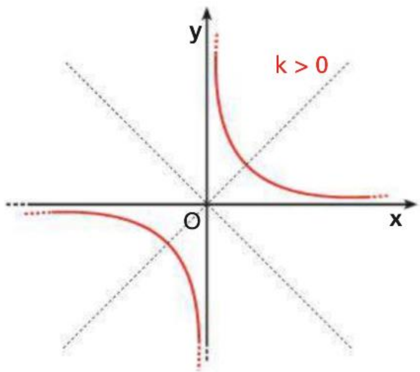
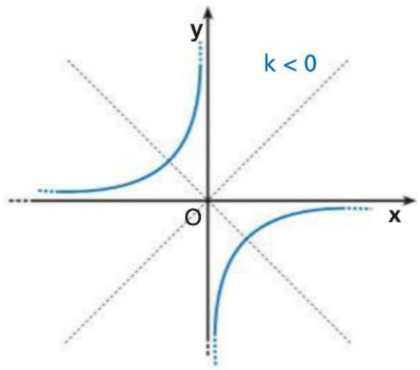
$$\boxed{xy = k} \; con \; k \; costante$$

A seconda del valore di k si possono presentare i due casi seguenti:

$\boldsymbol{k > 0}$ → I rami dell'iperbole sono nel **primo** e **terzo** quadrante

$\boldsymbol{k < 0}$ → I rami dell'iperbole sono nel **secondo** e **quarto** quadrante

FORMULARIO: IPERBOLE EQUILATERA

Iperbole EQUILATERA	
$xy = k, con\ k > 0$	$xy = k, con\ k < 0$
	
Vertici: $V_1(\sqrt{k}; \sqrt{k})\ e\ V_2(-\sqrt{k}; -\sqrt{k})$	*Vertici:* $V_1(\sqrt{-k}; -\sqrt{-k})\ e\ V_2(-\sqrt{-k}; \sqrt{-k})$
Asintoti: $y = \pm x$	*Asintoti:* $y = \pm x$
Fuochi: $F_1(\sqrt{2k}; \sqrt{2k})\ e\ F_2(-\sqrt{2k}; -\sqrt{2k})$	*Fuochi:* $F_1(\sqrt{-2k}; -\sqrt{-2k})\ e\ F_2(-\sqrt{-2k}; \sqrt{-2k})$
Eccentricità: $e = \sqrt{2}$	*Eccentricità:* $e = \sqrt{2}$