

EQUAZIONE

Un'equazione è un'UGUAGLIANZA tra due espressioni algebrico letterali.

RISOLVERLA significa trovare il valore DELLE LETTERE CONTENUTE IN ESSA, CHE CHIAMEREMO INCOGNITE, che RENDONO VERA L'UGUAGLIANZA.

RICONOSCIAMO UN'EQUAZIONE DA UN'ESPRESSIONE PERCHÉ AL SUO INTERNO COMPARE IL SEGNO DI UGUAGLIANZA. Le lettere usate per le incognite generalmente sono le ultime lettere dell'alfabeto inglese: x, y, z, t, w, \dots VEDI PAGINE DEL LIBRO ...

ALCUNE DEFINIZIONI

Ciascuna delle due espressioni prima e dopo del segno di uguaglianza si chiama **MEMBRO**, in particolare parleremo di I membro prima dell'uguale e II membro dopo l'uguale.

Il **Grado** di un'equazione è l'esponente massimo dell'incognita che compare in essa.

Un'equazione è **intera** quando non compaiono incognite a denominatore. In caso contrario si dice fratta.
VEDI PAGINE DEL LIBRO

Un'equazione si dice **letterale** se, oltre alle incognite, compaiono altre lettere (generalmente le prime lettere dell'alfabeto) che stanno ad indicare numeri non ben precisati e vanno trattate come tali E NON COME INCOGNITE

Un'equazione si dice **parametrica** quando oltre alle incognite compaiono lettere, dette appunto parametri che vincolano l'equazione a determinate condizioni assegnate dal problema (es: k misura di un lato, non può essere negativo...)

Studieremo quest'anno equazioni di primo grado ad una incognita, numeriche e letterali, intere e fratte.

PRINCIPI DI EQUIVALENZA

I) **AGGIUNGENDO O SOTTRAENDO** AD ENTRAMBI I MEMBRI DI UN'EQUAZIONE UNA STESSA ESPRESSIONE ALGEBRICO LETTERALE L'EQUAZIONE E' EQUIVALENTE A QUELLA DATA, OVVERO AVRA' GLI STESSI RISULTATI

II) **MOLTIPLICANDO O DIVIDENDO** ENTRAMBI I MEMBRI DI UN'EQUAZIONE PER UNA STESSA GRANDEZZA ALGEBRICO-LETTERALE E DIVERSA DA ZERO, L'EQUAZIONE E' EQUIVALENTE A QUELLA DATA

Perchè non si può moltiplicare per zero? PERCHÈ FA DIVENTARE UGUALI GRANDEZZE DIVERSE
Es $3 \neq 5$ ma $3 \times 0 = 5 \times 0$

Perchè non si può dividere per zero? Perchè il risultato dovrebbe essere un numero che moltiplicato per zero ci dà il dividendo diverso da zero, che è impossibile!

CONSEGUENZE PRATICHE

3) Un **ADDENDO CAMBIA MEMBRO CAMBIANDO DI SEGNO** (1 PRINCIPIO)

1) OBIETTIVO DEI CALCOLI, PER RISOLVERE L'EQUAZIONE, E' AVERE L'INCOGNITA CON COEFFICIENTE 1 A 1° MEMBRO

4) PER TROVARE LA x SI DIVIDONO ENTRAMBI I MEMBRI PER IL SUO COEFFICIENTE (2°P)

5) SE LA x è NEGATIVA POSSO CAMBIARE TUTTI GLI ADDENDI DI SEGNO (CORRISPONDE A MOLTIPLICARE TUTTO PER -1)

6) SE HO DUE ADDENDI IDENTICI IN MEMBRI DIVERSI POSSO SEMPLIFICARLI

2) SE HO CALCOLATO IL DENOMINATORE COMUNE AD ENTRAMBI I MEMBRI POSSO SEMPLIFICARLO (perchè corrisponde a moltiplicare per uno stesso numero: 2° PRINCIPIO)

CLASSIFICAZIONE DI UN'EQUAZIONE

UN'EQUAZIONE SI CLASSIFICA A SECONDA DEL NUMERO DI SOLUZIONI (Quante ne ha!).

PUO' ESSERE **DETERMINATA**, **INDETERMINATA** O **IMPOSSIBILE**

Un'equazione è **DETERMINATA** quando ha tante soluzioni quanto è il suo grado.

E' **INDETERMINATA** quando ha infinite soluzioni. Significa che qualunque valore assegno ad x l'uguaglianza è verificata:

$$0 \cdot x = 0 \quad x = 0/0$$

E' **IMPOSSIBILE** quando non ha soluzioni. $0 \cdot x = n \ (n \neq 0) \quad x = n/0$

N.B. NEL CASO IN CUI TROVIAMO $x=0$ l'equazione è determinata con la soluzione molto importante che vale zero

EQUAZIONE FRATTA

E' UN'EQUAZIONE CONTENENTE ALMENO UN'INCOGNITA A DENOMINATORE.

PROCEDURA:

- SI CALCOLA IL DENOMINATORE COMUNE D ENTRAMBI I MEMBRI, CON LA PROCEDURA DELLE FRAZIONI ALGEBRICHE

- SI ELIMINA IL DENOMINATORE PONENDO CIASCUN FATTORE DIVERSO DA ZERO (CONDIZIONE DEL 2^ PRINCIPIO DI EQUIVALENZA): QUESTO PASSAGGIO SI CHIAMA DISCUSSIONE O CONDIZIONE DI ESISTENZA DELL'EQUAZIONE

- SI PROCEDE COME PER LE EQUAZIONI INTERE

ESEMPIO

$$\frac{2x-3}{2x+4} = \frac{x}{x+2} - \frac{1}{x}$$

$$2(x+2)$$

$$\frac{(2x-3) \cdot x}{2x(x+2)} = \frac{2x^2 - 2(x+2)}{2x(x+2)}$$

$$\frac{2x^2 - 3x}{2x(x+2)} = \frac{2x^2 - 2x - 4}{2x(x+2)}$$

C.E. (Condizione di Esistenza)

$$\begin{aligned} 2x &\neq 0 && x \neq 0 \\ x+2 &\neq 0 && \Rightarrow x \neq -2 \end{aligned}$$

ciò significa che tutti i valori che troveremo per l'incognita andranno bene eccetto che 0 e -2

$$-3x + 2x = -4$$

$$-x = -4$$

$$x = 4$$

SOLUZIONE ACCETTABILE

474/364

$$\frac{2}{x^2-x} - \frac{4}{x^2-1} = \frac{1}{x^2+x}$$

$$\frac{2}{x(x-1)} - \frac{4}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)}$$

$$\frac{2(x+1)-4x}{\cancel{x(x-1)(x+1)}} = \frac{1(x-1)}{\cancel{x(x-1)(x+1)}}$$

$$2x+2-4x = x-1$$

$$2x-4x-x = -2-1$$

$$-3x = -3$$

$$x=1 \text{ NON ACC. IMP.}$$

C.E:

$$x \neq 0$$

$$x \neq 0$$

$$x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$$

$$x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$$

EQUAZIONE LETTERALE

E' UN'EQUAZIONE CHE OLTRE ALLE INCOGNITE CONTIENE ALTRE LETTERE CHE STANNO AD INDICARE NUMERI NON BEN PRECISATI.

PROCEDURA:

- SI SVILUPPANO I CALCOLI ALGEBRICI NECESSARI (PARENTESI, DENOMINATORI COMUNI -ANCHE LETTERALI- ...)
- SI PORTANO I MONOMI CONTENENTI LE INCOGNITE A 1^MEMBRO E QUELLI SENZA INCOGNITE A 2^ MEMBRO
- A 1^ MEMBRO, PER POTER ISOLARE E CALCOLARE L'INCOGNITA, LA RACCOLGO A FATTOR COMUNE
- DIVIDO ENTRAMBI I MEMBRI PER IL COEFFICIENTE DELL'INCOGNITA CHE PUO' ESSERE ANCHE LETTERALE
- SE IL COEFFICIENTE DELL'INCOGNITA E' LETTERALE, DISCUTO LA CONDIZIONE DI ESISTENZA DELLA SOLUZIONE NEL SEGUENTE MODO:

PONGO IL COEFFICIENTE DELL'INCOGNITA DIVERSO DA ZERO (E QUESTO MI DETERMINA LA SOL.)
VERIFICO NEL CASO IN CUI IL COEFF FOSSE UGUALE A ZERO CHE COSA SUCCEDDE (PUO' CAPITARE CHE L'EQ DIVENTI INDETERMINATA O IMPOSSIBILE

ESEMPIO:

$$2b(x - 1) + 1 = 0$$

$$2bx - 2b + 1 = 0$$

$$2bx = 2b - 1$$

$$\frac{2bx}{2b} = \frac{2b - 1}{2b}$$

$$x = \frac{2b - 1}{2b} \quad \text{eq DETERMINATA} \quad \text{se } \underline{2b} \neq 0 \Rightarrow b \neq 0$$

$$\text{se } \underline{b} = 0 \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 0 - 1}{2 \cdot 0} \Rightarrow x = \frac{-1}{0} \Rightarrow \quad \text{eq IMPOSSIBILE}$$

$$\frac{3x+1}{(x+2)} - \frac{3x+26}{\cancel{x^2-4}} = \frac{3x-1}{(x-2)}$$

$$(x+2)(x-2)$$

$$\frac{(3x+1)(x-2) - (3x+26)}{(x+2)(x-2)} = \frac{(3x-1)(x+2)}{(x+2)(x-2)}$$

$$(x+2) \neq 0 \quad x \neq -2$$

$$(x-2) \neq 0 \quad x \neq +2$$

CONDIZIONE DI
ESISTENZA

$$3x^2 - 6x + x - 2 - 3x - 26 = 3x^2 + 6x - x - 2$$

$$3x^2 - 6x + x - 3x - 3x^2 - 6x + x = 2 + 26 - 2$$

$$-13x = 26$$

$$\frac{13x}{13} = \frac{-26}{13}$$

$$x = -2$$

Non Accettabile

IMPOSS $\nexists x$

