LA SCOMPOSIZIONE

SCOMPORRE SIGNIFICA TRASFORMARE UN POLINOMIO IN FATTORI

E' IL PASSAGGIO INVERSO DEI PRODOTTI NOTEVOLI E DELLA PROPRIETA' DISTRIBUTIVA

COSTRUIREMO UNA MAPPA CONCETTUALE PER SCOPRIRE A QUALE CASO CI STIAMO RIFERENDO

1^PASSO (da controllare SEMPRE!!!!):

RACCOGLIMENTO A FATTOR COMUNE TOTALE

E' IL PASSAGGIO INVERSO DELLA PROPRIETA' DISTRIBUTIVA monomio per polinomio

PROCEDURA: - cerco il M.C.D. (massimo comun divisore: ovvero prendo i fattori comuni col massimo esponente in comune a tutti)
- scrivo il M.C.D. trovato e lo moltiplico per il POLINOMIO risultato della divisione tra il polinomio dato e il M.C.D. trovato

Es:

$$10ax^2b^4y - 2a^2x^3b^3y^2 + 4a^3x^4b^5 = 2ax^2b^3 \cdot \left(5by - axy^2 + 2a^2x^2b^2\right)$$

2^PASSO: CONTO I MONOMI

BINOMIO

↓

GUARDO GLI ESPONENTI

PARI =2n

DISCORDI:
SOMMA e DIFFERENZA

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

CERCO LE BASI
DEI DUE QUADRATI...

CONCORDI:
NON SI
SCOMPONE
nei REALI

$a^2 + b^2 = NO in \mathbb{R}$

ESEMPI:

$a^2 - 4x^2 = (a-2x)(a+2x)$

$\downarrow \quad \downarrow$

a 2x

DISPARI =2n+1

SI SCOMPONE SEMPRE:

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

CERCO LE BASI DEI DUE CUBI.
LE RISCRIVO STESSO SEGNO
MOLTIPLICO PER UN TRINOMIO
- AVENTE I LORO QUADRATI
- E IL LORO PRODOTTO
CAMBIATO DI SEGNO

$a^3 + 8y^3 = (a+2y)(a^2 - 2ay + 4y^2)$

$\downarrow \quad \downarrow$

a +2y

SE GLI ESPONENTI SONO DIVERSI, proveremo con la

regola di RUFFINI

TRINOMIO

I) QUADRATO DI UN BINOMIO:

CERCO I DUE QUADRATI
E CONTROLLO CHE IL MONOMIO RIMANENTE SIA IL LORO DOPPIO PRODOTTO.
QUESTO MONOMIO MI DICE ANCHE IL SEGNO DA SCRIVERE TRA I DUE MONOMI

IN SIMBOLI:

$$a^2 + b^2 \pm 2ab = (a \pm b)^2 = (b \pm a)^2$$

Es: $x^2 - 4x + 4 = (x\ \ 2)^2$

$x \quad\quad 2$

$a^2 + 10ab + 25b^2 =$

$9x^2 + 1 - 6x =$

$\frac{1}{4}y^2 - y + 1 =$

$ax^2 + 4ax + 4a =$

$x^4 - 8x^2 + 16 =$

$3a^2 + 6a + 3 =$

soluzioni:

$a^2 + 10ab + 25b^2 = (a + 5b)^2$

$9x^2 + 1 - 6x = (3x - 1)^2$

$\frac{1}{4}y^2 - y + 1 = (\frac{1}{2}y - 1)^2$

$ax^2 + 4ax + 4a = a(x + 2)^2$

$x^4 - 8x^2 + 16 = (x^2 - 4)^2 = (x +$

$3a^2 + 6a + 3 = 3(a^2 + 2a + 1) =$

II) "SOMMA s E PRODOTTO p"

È IL CASO INVERSO DELLA PROPRIETà DISTRIBUTIVA BINOMIO PER BINOMIO

CONDIZIONI DI APPLICABILITà:

- IL TRINOMIO È COMPOSTO DA UN MONOMIO DI GRADO PARI,
  UN MONOMIO DI GRADO LA METà DI QUELLO DI GRADO PARI E
  UN TERMINE NOTO
- IL COEFFICIENTE DEL MONOMIO DI GRADO MASSIMO (PARI)
  DEVE ESSERE UGUALE A 1

IN SIMBOLI: $x^{2n} + sx^n + p =$

PROCEDURA: CERCO DUE NUMERI CHE
MOLTIPLICATI (prodotto) DIANO p E SOMMATI (somma) DIANO s
SE ESISTONO, supponendo che si chiamino a b avremo:

$$a \cdot b = p \quad a + b = s$$

si scompone il trinomio scrivendo: $x^{2n} + sx^n + p = (x + a)(x + b)$

Es: $x^2 + 5x + 6 = (x + 2) \cdot (x + 3)$

$a^4 + a^2 - 12 = (a^2 + 4) \cdot (a^2 - 3)$

III) REGOLA DI RUFFINI

RIEPILOGO FINO AL TRINOMIO

SCOMPORRE significa trasformare un polinomio in fattori

1) RACCOGLIMENTO A FATTOR COMUNE TOTALE
2) CONTO I MONOMI

BINOMIO

↓

ESPONENTI

PARI — DISPARI

PARI:
- DISCORDI: Somma per differenza $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
- CONCORDI: No in R

DISPARI: $a^3 \pm b^3=(a \pm b)\,(a^2 \mp ab+b^2)$

TRINOMIO

1) Quadrato di un binomio: cerco i due quadrati e controllo che il terzo monomio sia il doppio prodotto

$$a^2+b^2 \pm 2ab=(a \pm b)^2=(b \pm a)^2$$

2) Somma e prodotto: cerco due numeri che moltiplicati diano il termine di grado zero e sommati il termine di grado intermedio (grado metà del grado massimo).
Il monomio di grado massimo deve essere pari e il suo coefficiente=1

$$x^{2n}+sx^n+p=(x+a)(x+b)$$

3) RUFFINI

TESTO

FAC SIMILE 1
(tutti i casi)

1) $x^2-4y^2=$

2) $4a^2+25b^2-20ab=$

3) $8x^3y^3-12x^2y^2+6xy-1=$

4) $3a^2-3y+a^2b-by=$

5) $x^2-5x-14=$

6) $x^3+\frac{1}{8}b^3=$

7) $16+8a+a^2-b^2=$

8) $x^3+6x^2+11x+6=$

9) $a^2+9b^2+c^2-6ab+2ac-6bc=$

10) $3x^2y-12y=$

11) $54x^4-2x=$

12) $4x^2+40x-44=$

13) $a^3x^2-4a^3y^2+x^2-4y^2=$

14) $\frac{1}{27}a^2x^3+\frac{1}{3}a^2x^2+a^2x+a^2=$

15) $\frac{a^2y^2-3a^2y+2a^2}{ay^2-ay-2a}=$

16) $\frac{16a^2b-24ab^2+9b^3}{28ab-21b^2}=$

TESTO	FAC SIMILE 1 (tutti i casi) SOLUZIONE
$1) x^2-4y^2=$	$(x-2y)(x+2y)$
$2) 4a^2+25b^2-20ab=$	$(2a+5b)^2$
$3) 8x^3y^3-12x^2y^2+6xy-1=$	$(2xy-1)^3$
$4) 3a^2-3y+a^2b-by=$	$3(a^2-y)+b(a^2-y)=(a^2-y)(3+b)$
$5) x^2-5x-14=$	$(x-7)(x+2)$
$6) x^3+\frac{1}{8}b^3=$	$(x+\frac{1}{2}b)(x^2+\frac{1}{2}bx+\frac{1}{4}b^2)$
$7) 16+8a+a^2-b^2=$	$(4+a)^2-b^2=(4+a+b)(4+a-b)$
$8) x^3+6x^2+11x+6=$	$Ruffini (x+1)(x+2)(x+3)$
$9) a^2+9b^2+c^2-6ab+2ac-6bc=$	$(a-3b+c)^2$
$10) 3x^2y-12y=$	$3y(x^2-4)=3y(x+2)(x-2)$
$11) 54x^4-2x=$	$2x(27x^3-1)=2x(3x-1)(9x^2+3x+1)$
$12) 4x^2+40x-44=$	$4(x^2+10x-11)=4(x-1)(x+11)$
$13) a^3x^2-4a^3y^2+x^2-4y^2=$	$a^3(x^2-4y^2)+1(x^2-4y^2)=(a^3+1)(x^2-4y^2)$ $(a+1)(a^2-a+1)(x-2y)(x+2y)$
$14) \frac{1}{27}a^2x^3+\frac{1}{3}a^2x^2+a^2x+a^2=$	$a^2\left(\frac{1}{27}x^3+\frac{1}{3}x^2+x+1\right)=a^2\left(\frac{1}{3}x+1\right)^3$
$15) \frac{a^2y^2-3a^2y+2a^2}{ay^2-ay-2a}=$	$\frac{a^2(y^2-3y+2)}{a(y^2-y-2)}=\frac{a^2(y-2)(y-1)}{a(y-2)(y+1)}=\frac{a(y-1)}{y+1}$
$16) \frac{16a^2b-24ab^2+9b^3}{28ab-21b^2}=$	$\frac{b(16a^2-24ab+9b^2)}{7b(4a-3b)}=\frac{b(4a-3b)^2}{7b(4a-3b)}=\frac{4a-3b}{7}$

FAC SIMILE FINALE 2

1) $25x^2 - 20xy + 4y^2 =$

2) $64a^3 - 27 =$

3) $9b^2 - 1 =$

4) $125 - 75x + 15x^2 - x^3 =$

5) $12a - 4b + 3ax - bx =$

6) $y^2 - 5y - 14 =$

7) $3 - \frac{3}{4}x^2 =$

8) $9x^2 + y^2 + 1 - 6xy + 6x - 2y =$

9) $a^2 + 4a + 4 - 9x^2 =$

10) $x^4 - 1 =$

11) $4x^2y - 8x^2 + 4xy - 8x + y - 2 =$

12) $\dfrac{4a^3x^2 + a^3 - 4a^3x}{4a^4x^2 - a^4} =$

13) $\dfrac{8x^3y - 12x^2y + 6xy - y}{8x^3y^2 - y^2}$

FAC SIMILE FINALE 2

1) $25x^2-20xy+4y^2=$ $(5x-2y)^2$

2) $64a^3-27=$ $(4a-3)(16a^2+12a+9)$

3) $9b^2-1=$ $(3b+1)(3b-1)$

4) $125-75x+15x^2-x^3=$ $(5-x)^3$

5) $12a-4b+3ax-bx=$ $(4+x)(3a-b)$

6) $y^2-5y-14=$ $(y-7)(y+2)$

7) $3-\dfrac{3}{4}x^2=$ $3(1-\dfrac{1}{2}x)(1+\dfrac{1}{2}x)$

8) $9x^2+y^2+1-6xy+6x-2y=$ $(3x-y+1)^2$

9) $a^2+4a+4-9x^2=$ $(a+2+3x)(a+2-3x)$

10) $x^4-1=$ $(x^2+4)(x^2-1)=(x^2+4)(x+1)(x-1)$

11) $4x^2y-8x^2+4xy-8x+y-2=$ $(4x^2+4x+1)(y-2)=(2x+1)^2(y-2)$

12) $\dfrac{4a^3x^2+a^3-4a^3x}{4a^4x^2-a^4}=$ $\dfrac{a^3(4x^2+1-4x)}{a^4(4x^2-1)}=\dfrac{\cancel{a^3}(2x-1)^{\cancel{2}}}{a^{\cancel{4}}\cancel{(2x-1)}(2x+1)}$

13) $\dfrac{8x^3y-12x^2y+6xy-y}{8x^3y^2-y^2}$ $\dfrac{\cancel{y}(2x-1)^{\cancel{3}\,2}}{y^{\cancel{2}}\cancel{(2x-1)}(4x^2+2x+1)}$

mar 26-21:59

RUFFINI PER SCOMPORRE

Con la divisione tra polinomi, se il resto è zero, scrivendo che il

DIVIDENDO= DIVISORE · QUOZIENTE

di fatto noi scomponiamo il polinomio, perchè lo trasformiamo in un prodotto di polinomi

Es:

$(x^3-1):(x-1)=(x^2+x+1)$ da cui N.B: $(x^3-1)=(x-1)(x^2+x+1)$

Nella scomposizione non abbiamo il divisore: lo cerchiamo usando il teorema del RESTO, OVVERO CERCHIAMO UN NUMERO CHE SOSTITUITO NELLA LETTERA DIA RESTO ZERO!

REGOLA:

DATO UN POLINOMIO DA SCOMPORRE SI CERCA IL TERMINE NOTO DEL DIVISORE TRA I DIVISORI DEL TERMINE NOTO DEL DIVIDENDO, DEL COEFFICIENTE DI GRADO MASSIMO E I LORO POSSIBILI RAPPORTI.

$p(x)=2x^2-x-1=$ I numeri da provare sono: $\pm 1,\ \pm 2, \pm ½$

p(1)=2-1-1=0 Funziona! Ovvero se metto 1 in Ruffini il resto sarà zero.

TROVATO IL TERMINE CHE DA RESTO ZERO SI APPLICA RUFFINI E SI SCOMPONE IL POLINOMIO DIVIDENDO=(x-n)(polinomio risultato della regola di Ruffini

RICORDA DI CAMBIARLO DI SEGNO!

ES: DEVO SCOMPORRE $2x^2-x-1=(x-1)\boxed{(2x-1)}$

CERCO DIVISORI ± 1 ± 2 $\pm ½$

PROVO CON 1 $p(1)=2\cdot(1)^2-(1)-1=0$ sì!

	2	-1	-1
1		2	1
	2	1	//

$\rightarrow \boxed{(2x-1)}$

388/176

$x^3 - x^2 - 3x - 9 = (x \qquad)(\qquad)$

CERCO IL N° CHE DIA RESTO ZERO!

DOVE?

$p(x)$ = POLINOMIO CON LA x!

TRA I DIVISORI DI 9 e 1 E LORO RAPPORTI

$\pm 1 \quad \pm 3 \quad \pm 9 \quad \pm 1/3 \quad \pm 1/9$!

CERCHIAMO SOSTITUENDO A x QUESTI VALORI: MI FERMO QUANDO TROVO ZERO

$p(1) = 1^3 - 1^2 - 3 \cdot 1 - 9 \neq 0$

POLINOMIO CON 1 AL POSTO DI x!

$p(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - 3(-1) - 9 \neq 0$

$p(3) = 3^3 - 3^2 - 3 \cdot 3 - 9 = 27 - 9 - 9 - 9 = 0$

	1	-1	-3	-9
3		3	6	9
	1	2	3	//

$x^3 - x^2 - 3x - 9 = (x - 3)(1x^2 + 2x + 3)$

$x^3 - x^2 - 3x - 9 = (x - 3)(x^2 + 2x + 3)$

~~S~~ ~~P~~

388/173

$$5x^2-4x-1=(x-1)\cdot(5x+1)$$

$\pm 1 \quad \pm 5 \quad \pm 1/5$

$$p(1)=5\cdot 1^2-4\cdot 1-1=0$$

$$\begin{array}{c|cc|c} & 5 & -4 & -1 \\ 1 & & 5 & 1 \\ \hline & 5 & 1 & // \end{array}$$

QUANDO SI PUÒ USARE RUFFINI?

QUANDO DIVISORE: GRADO 1

COEFF. 1

388/177

$$2b^3+5b^2-4b-3=(b-1)(2b^2+7b+3)$$

$\pm 1 \quad \pm 3 \quad \pm 2 \quad \pm 1/3 \quad \pm 1/2 \quad \pm 2/3 \quad \pm 3/2$

$$p(1)=2\cdot 1^3+5\cdot 1^2-4\cdot 1-3=2+5-4-3=0$$

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 2 & 5 & -4 & -3 \\ 1 & & 2 & 7 & 3 \\ \hline & 2 & 7 & 3 & // \end{array}$$

$$(b-1)(2b^2+7b+3) \overset{?}{=} (b-1)(b+3)(2b+1)$$

RIAPPLICO RUFFINI!

$$p(1)=2\cdot 1^2+7\cdot 1+3\neq 0$$

$$p(-1)=2(-1)^2+7(-1)+3=2-7+3\neq 0$$

$$p(3)=2\cdot 3^2+7\cdot 3+3\neq 0$$

$$p(-3)=2\cdot(-3)^2+7\cdot(-3)+3=18-21+3=0$$

$$\begin{array}{c|cc|c} & 2 & 7 & 3 \\ -3 & & -6 & -3 \\ \hline & 2 & 1 & // \end{array}$$

FAC SIMILE FINALE 3

$1)4x^2-9=$

$2)8a^3+27b^3=$

$3)25x^2-30x+9=$

$4)a^2-a-12=$

$5)y^3-12y^2+48y-64=$

$6)3a^2x+3b^2x-a^2-b^2=$

$7)a^2+4a+4-y^2=$

$8)x^3-2x^2-5x+6=$

$9)x^2+4y^2+a^2-4xy+2ax-4ay=$

$10)ax^3+bx^3+2ax^2+2bx^2+ax+bx=$

$11)16a^4x^3-8a^2x^3+x^3=$

$12)ax^9-3ax^6+3ax^3-9a=$

$13)\dfrac{a^3x^2-4a^3}{ax^2-4ax+4a}=$

$14)\dfrac{ax^3-3ax^2+3ax-a}{a^2x^2+6a^2x-7a^2}=$

$8)\,p(1)=0$

	1	-2	-5	6
1		1	-1	-6
	1	-1	-6	//

$1)(2x-3)(2x+3)$

$2)(2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2)$

$3)(5x-3)^2$

$4)(a-4)(a+3)$

$5)(y-4)^3$

$6)3x(a^2+b^2)-1(a^2+b^2)=(a^2+b^2)(3x-1)$

$7)(a+2)^2-y^2=(a+2+y)(a+2-y)$

$8)(x-1)(x^2-x-6)=(x-1)(x-3)(x+2)$

$9)(x-2y+a)^2$

$10)x(ax^2+bx^2+2ax+2bx+a+b)=$

$x[a(x^2+2x+1)+b(x^2+2x+1)]=$

$x(a+b)(x+1)^2$

$11)x^3(16a^4-8a^2+1)=x^3(4a^2-1)^2=$

$x^3(2a-1)^2(2a+1)^2$

$12)a(x^9-3x^6+3x^3-9)=$

$a[x^6(x^3-3)+3(x^3-3)]$

$a(x^3-3)(x^6+3)$

$13)\dfrac{a^3(x^2-4)}{a(x^2-4x+4)}=\dfrac{a^3(x-2)(x+2)}{a(x-2)^2}=$

$\dfrac{a^2(x+2)}{x-2}$

$14)\dfrac{a(x^3-3x^2+3x-1)}{a^2(x^2+6x-7)}=\dfrac{a(x-1)^3}{a(x+7)(x-1)}=$

$\dfrac{(x-1)^2}{a(x+7)}$

gen 28-17:04