

SCHEDA DI LAVORO: equazioni intere e fratte

EQUAZIONE FRATTA

UN'EQUAZIONE E' FRATTA QUANDO COMPAIONO INCOGNITE A DENOMINATORE.

PROCEDURA RISOLUTIVA:

SI TRATTA L'EQUAZIONE **COME LE FRAZIONI ALGEBRICHE** PER CALCOLARE IL DENOMINATORE COMUNE DA ENTRAMBI I MEMBRI E SEMPLIFICARLO

UNICA PARTICOLARITA': LA CONDIZIONE DI ESISTENZA OVVERO

1) POICHE' NON SI PUO' DIVIDERE NE' MOLTIPLICARE PER ZERO

2) poiche' I DENOMINATORI DI UN'EQUAZIONE FRATTA HANNO LE INCOGNITE (DUNQUE NON SAPPIAMO IL LORO VALORE NUMERICO)

Allora:

PER LA CONDIZIONE DI ESISTENZA C.E. SI PONE IL DENOMINATORE DIVERSO DA ZERO (E LO SI RISOLVE CALCOLANDO LA x). PONGO CIASCUN FATTORE DIVERSO DA ZERO!

ESERCIZIO GUIDA Risolviamo l'equazione fratta $\frac{3}{x^2-x-6} + \frac{5}{x^2+2x} = \frac{2}{x+2} - \frac{2}{x-3}$.

Scomponiamo i denominatori: $x^2 - x - 6 = (x + 2)(x - 3)$; $x^2 + 2x = x(x + 2)$.

Riscriviamo l'equazione con i denominatori scomposti:

$$\frac{3}{(x+2)(x-3)} + \frac{5}{x(x+2)} = \frac{2}{x+2} - \frac{2}{x-3}.$$

Determiniamo le condizioni di esistenza: C.E.: $x \neq -2$, $x \neq 3$, $x \neq 0$.

Per eliminare i denominatori dobbiamo:

1. determinare il mcm: $\text{mcm} = x(x+2)(x-3)$;

2. ridurre le frazioni allo stesso denominatore e moltiplicare per il mcm:

$$\frac{x(x+2)(x-3)}{x(x+2)(x-3)} \cdot \frac{3x+5(x-3)}{x(x+2)(x-3)} = \frac{2x(x-3)-2x(x+2)}{x(x+2)(x-3)} \cdot \frac{x(x+2)(x-3)}{x(x+2)(x-3)}.$$

Otteniamo:

$$3x + 5x - 15 = 2x^2 - 6x - 2x^2 - 4x$$

$$8x - 15 = -10x \rightarrow 8x + 10x = 15 \rightarrow 18x = 15 \rightarrow 6x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{6}.$$

Eseguiamo il controllo della soluzione.

Il valore $\frac{5}{6}$ è diverso da 0, -2 e 3; quindi la soluzione $x = \frac{5}{6}$ è accettabile e l'equazione è determinata.

RISOLVI LE SEGUENTI EQUAZIONI NUMERICHE INTERE e FRATTE

117 $x(x+7)+9=x+(x+3)^2$ [indeterminata]

119 $x(x^2-2)-(x+1)^3=3x(1-x)-2$ $\left[\frac{1}{8}\right]$

121 $\frac{x+1}{3}-\frac{2(x-1)}{5}+\frac{2}{3}=\frac{x-4}{5}-\frac{4}{15}x$ [impossibile]

Risolvi le seguenti equazioni fratte

307 $\frac{x}{2x+2} + x + 1 = \frac{x^2}{x+1}$ $\left[-\frac{2}{5}\right]$

308 $x + \frac{4}{4-x} = \frac{x}{4-x} + x + 4$ [impossibile]

311 $\frac{3}{x} + \frac{1}{2} = \frac{2x-1}{x}$ $\left[\frac{8}{3}\right]$

312 $\frac{x+1}{3x} = \frac{x}{3x+1}$ $\left[-\frac{1}{4}\right]$

316 $\frac{x-1}{x^2+3x} + \frac{2}{x} + \frac{9}{2x+6} = 0$ $\left[-\frac{2}{3}\right]$

317 $\frac{2x}{x-3} - \frac{5}{x} = \frac{6x}{3x-9} + \frac{2}{3x}$ [impossibile]