RETI ELETTRICHE IN CORRENTE ALTERNATA

PROFESSORE BOTTIROLI GABRIELE

CIRCUITI ELETTRICI IN REGIME SINUSOIDALE

INTRODUZIONE

I circuiti visti fino ad ora erano in regime stazionario, ovvero tutte le grandezze erano costanti nel tempo. In generale però, molti circuiti o macchine elettriche funzionano in regime dinamico (regime sinusoidale).

Le grandezze caratteristiche I, V, ecc. in regime sinusoidale dipendono dal tempo.

Si definiscono:

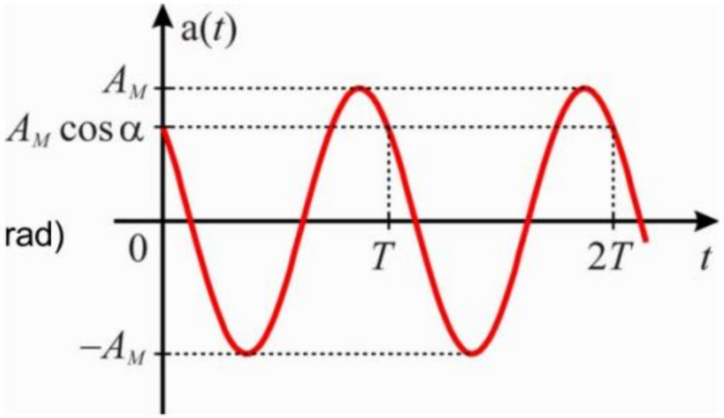
- . Fase: è un parametro di un segnale sinusoidale che si misura in radianti e che rappresenta la traslazione di una sinusoide rispetto a un’altra.
- Pulsazione (o frequenza angolare): rappresenta quanti periodi compie la sinusoide in un secondo, aumenta tanto maggiore è la frequenza.
- Ampiezza: misura la differenza tra il valore più alto e più basso del segnale, sull’asse delle ordinate.

CIRCUITI ELETTRICI IN REGIME SINUSOIDALE

FUNZIONE SINUSOIDALE

FUNZIONI SINUSOIDALI

$$\boxed{a(t) = A_M \cos(\omega t + \alpha)}$$



A_M = ampiezza
α = fase iniziale (radianti, rad)
$(-\pi < \alpha \leq \pi)$
ω = pulsazione (rad/s)
f = frequenza (hertz, Hz)
T = periodo (secondi, s)

.

$$f = \frac{1}{T} \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

CIRCUITI ELETTRICI IN REGIME SINUSOIDALE

FORMA SIMBOLICA (O FASORIALE)

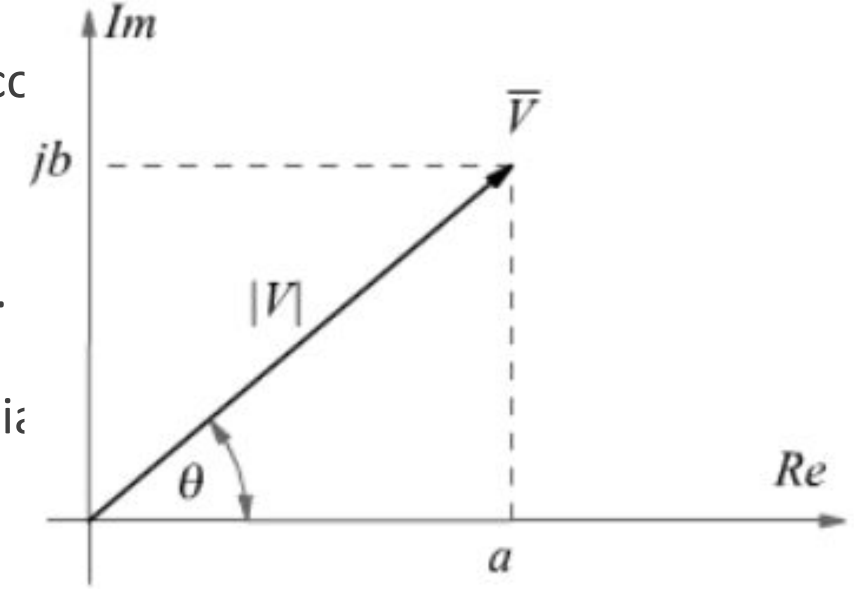
La tensione in regime sinusoidale si può rappresentare cc
un vettore.

- L’asse delle ascisse è quello dei numeri reali.
- L’asse delle ordinate è quello dei numeri immaginari.

.

Questo vettore V, può essere proiettato sugli assi cartesia
scrivendolo così:

$$\overline{V} = a + jb$$



dove j è l'operatore immaginario $j = \sqrt{-1}$ a viene chiamata la parte reale di V, mentre b è la parte immaginaria di V. Questa, viene detta forma binomiale del vettore V.

CIRCUITI ELETTRICI IN REGIME SINUSOIDALE

FORMA SIMBOLICA (O FASORIALE)

La funzione appena descritta va pensata all'istante t=0, nel tempo per t>0 la sua posizione varierà.
Un'altra forma in cui possiamo esprimere il nostro vettore tensione è quella polare:

$$\overline{V} = |V|\, e^{j\theta}$$

La forma binomiale e quella polare sono legate dalle relazioni:

$$|V| = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad \theta = atg\left(\frac{b}{a}\right)$$

mentre (per la trigonometria)

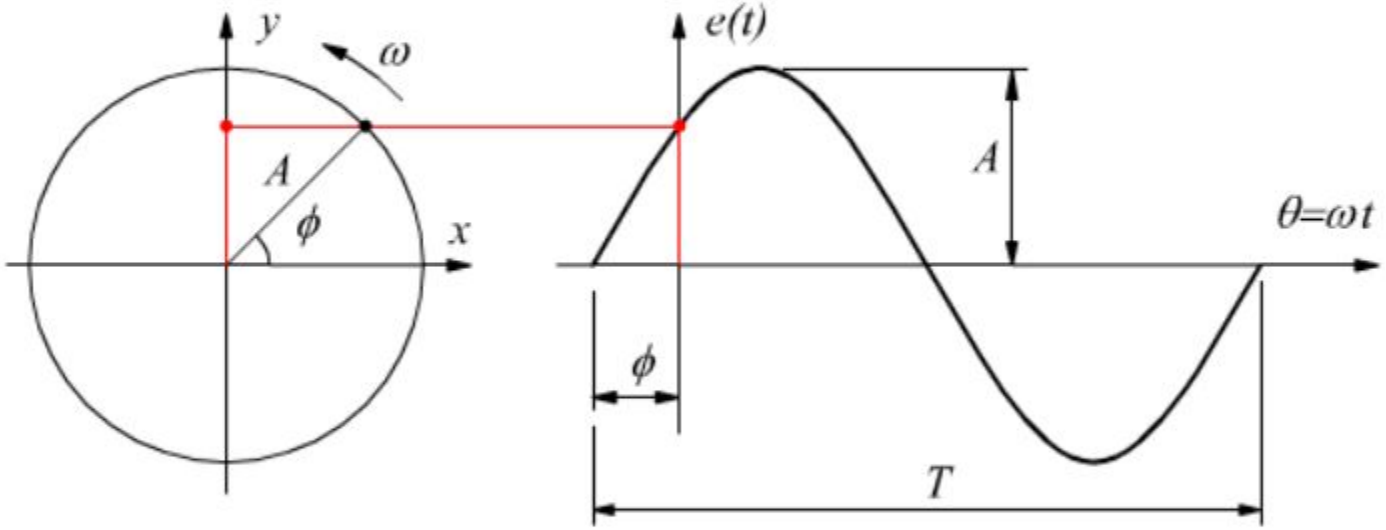
$$a = |V|\, cos\theta \qquad b = |V|\, sin\theta$$

CIRCUITI ELETTRICI IN REGIME SINUSOIDALE

GRAFICAMENTE

Quando si vuole passare dalla funzione sinusoidale ad una rappresentazione vettoriale, si può fare il seguente confronto grafico:

.



CIRCUITI ELETTRICI IN REGIME SINUSOIDALE

RIASSUMENDO

Da queste considerazioni si deduce che possiamo definire una grandezza alternata sinusoidale, attraverso almeno tre forme:

forma sinusoidale: $v(t) = |V| \cdot sin(\omega t + \theta)$

forma vettoriale binomiale: $\overline{V} = a + j \cdot b = |V|\, cos(\theta) + j\,|V|\, sin(\theta)$

forma vettoriale polare: $\overline{V} = |V|\, e^{j\theta}$

La forma binomiale risulta opportuna per la somma o la differenza fra vettori, la forma polare risulta opportuna per la divisione e la moltiplicazione fra vettori.

<u>CIRCUITI ELETTRICI IN REGIME SINUSOIDALE</u>

<u>ESEMPIO</u>
Passare dalla forma vettoriale binomiale alla forma sinusoidale

Una corrente alternata sinusoidale è espressa in forma binomiale come

.

$$\bar{I} = 7 - j5 \quad [A]$$

si risalga alla sua forma trigonometrica.

CIRCUITI ELETTRICI IN REGIME SINUSOIDALE

•

La corrente è data nella forma: $\overline{I} = 7 - j5 \;\; A$

Il modulo della corrente : $I = \sqrt{7^2 + 5^2} = \sqrt{49 + 25} = \sqrt{74} = 8{,}6 \;\; A$

La fase : $\theta = atg\left(-\frac{5}{7}\right) = -35°$

La forma polare sarebbe $\overline{I} = 8{,}6 e^{-j35°} = 8{,}6 \angle -35° \; A$

La forma trigonometrica: $i(t) = 8{,}6 \sin(\omega t - 35°) \; A$

CIRCUITI ELETTRICI IN REGIME SINUSOIDALE

ESEMPIO

Passare dalla forma sinusoidale alla vettoriale binomiale

Avendo la tensione $v(t) = 6{,}7 \sin(\omega t + 63°26')\ V$. *Risalire alla sua espressione binomiale.*

.

CIRCUITI ELETTRICI IN REGIME SINUSOIDALE

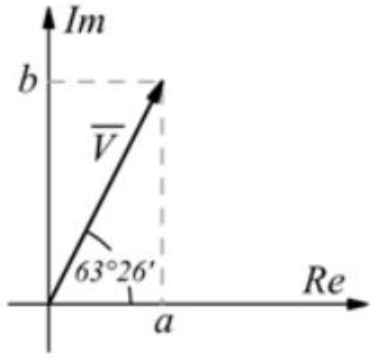
La tensione sinusoidale è data nella forma: $v(t) = 6{,}7\ \sin(\omega t + 63°26')\ V$

Il modulo vale 6,7 l'angolo formato con l'asse reale è di 63°26'

Traducendo i 26' da gradi sessagesimali a centesimali

$$\frac{26}{60} = 0{,}43$$

Il valore della parte reale e immaginaria



$a = 6{,}7\ \cos(63{,}43) = 3$ *parte reale*

$b = 6{,}7\ \sin(63{,}43) = 6$ *parte immaginaria*

$$\overline{V} = 3 + j6$$