

## POLINOMIO

IL POLINOMIO E' LA SOMMA ALGEBRICA DI DUE O PIU' MONOMI.

RIDOTTO: QUANDO NON SI POSSONO PIU' SVOLGERE OPERAZIONI

INTERO: QUANDO LO SONO TUTTI I MONOMI CHE LO COMPONGONO

GRADO RISPETTO AD UNA LETTERA: ESPONENTE MASSIMO DI QUELLA LETTERA

GRADO COMPLESSIVO: E' IL GRADO DEL SUO MONOMIO MASSIMO (OVVERO SI CALCOLA IL GRADO DI TUTTI I MONOMI CHE LO COMPONGONO, IL PIU' GRANDE DA IL GRADO A TUTTO IL POLINOMIO)

COMPLETO RISPETTO AD UNA LETTERA: QUANDO COMPAAIONO TUTTI I GRADI DI QUELLA LETTERA, DAL PIU' GRANDE AL GRADO ZERO

ORDINATO RISPETTO AD UNA LETTERA: QUANDO I MONOMI SONO SCRITTI, RISPETTO A QUELLA LETTERA, IN MODO ORDINATO DECRESCENTE CIOE' DAL GRADO MASSIMO AL GRADO MINIMO O CRESCENTE (DAL GRADO MINIMO AL GRADO MASSIMO)

Es:

$$3x^2y^3z^5 - \frac{1}{2}a^2xy^4 + 5a^3z^2$$

RIDOTTO - INTERO - GRADO RISP  $Aa=3 \quad x=2 \quad y=4 \quad z=5$   
 GRADO COMPLESSIVO=10  
 ORDINATO RISPETTO A x a  
 COMPLETO RISPETTO A x

grado 10      grado 7      grado 5

UN POLINOMIO CON DUE MONOMI SI DICE BINOMIO

UN POLINOMIO CON TRE MONOMI SI DICE TRINOMIO

UN POLINOMIO CON QUATTRO MONOMI SI DICE QUADRINOMIO

UN POLINOMIO AVENTE PIU' DI QUATTRO MONOMI SI DICE POLINOMIO A n TERMINI

## OPERAZIONI CON I POLINOMI

### SOMMA E DIFFERENZA

Si opera come per i monomi, eliminando le parentesi e se c'è il segno meno davanti ad esse si cambia segno a tutti i monomi della parentesi.

RICORDA: si sommano solo i monomi SIMILI (STESSA PARTE LETTERALE)

Es:  $3x^2 - (2a + 3b - x^2) + 4b = 3x^2 - 2a - 3b + x^2 + 4b = 4x^2 - 2a + b$

### PRODOTTO

- MONOMIO \* POLINOMIO
- POLINOMIO \* POLINOMIO

In entrambi i casi si applica la PROPRIETA' DISTRIBUTIVA: moltiplico ciascuno monomio del primo polinomio per ciascun monomio del secondo polinomio. Successivamente sommo eventuali monomi simili

Es:  $3a^2b \cdot (2ax - bx + 4ab^2) = 6a^3bx - 3a^2b^2x + 12a^3b^3$

$(5x - 2y) \cdot (x^2 - 3) = \underline{5x^3} - \underline{15x} - \underline{2x^2y} + \underline{6y}$

### POTENZA DI POLINOMI

SI USERANNO I PRODOTTI NOTEVOLI

### DIVISIONE TRA POLINOMI

SI CALCOLERA' CON LA DIVISIONE IN COLONNA E CON LA REGOLA DI RUFFINI

## ESERCIZI IN CLASSE

ESPRESSIONI SUI MONOMI PAGINE 306 307

ESPRESSIONI SULLA SOMMA DI POLINOMI PAG 317

306/190

$$3ab(-2a)^2 + \left(4ab^2c : \frac{1}{4}bc\right) \cdot a^2 - 6a^3b =$$

$$= 3ab \cdot 4a^2 + 16ab \cdot a^2 - 6a^3b =$$

$$= 12a^3b + 16a^3b - 6a^3b = a^3b$$

/191

$$\left\{ x^2y^4 - 3(-y^4x)x - \left[ x^7y^2 \cdot (-x^3y^5) \right] : (-x^8y^3) + 12y^5x^2 : (-3y) \right\}^2 =$$

$$= \left\{ x^2y^4 + 3x^2y^4 - \left[ -x^{10}y^7 \right] : (-x^8y^3) - 4x^2y^4 \right\}^2 =$$

$$= \left\{ x^2y^4 + 3x^2y^4 - x^2y^4 - 4x^2y^4 \right\}^2 = x^4y^8$$

/192

$$-(-a)^2 + \left[ (-ay^3)(-5a^3y) : (-ay)^2 \right]^2 : \left( -\frac{5}{3}ay^2 \right)^2 =$$

$$= -a^2 + \left[ 5a^4y^4 : a^2y^2 \right]^2 : \frac{25}{9}a^2y^4 =$$

$$= -a^2 + \left[ 5a^2y^2 \right]^2 : \frac{25}{9}a^2y^4 = -a^2 + 25a^4y^4 : \frac{25}{9}a^2y^4 =$$

$$= -a^2 + 9a^2 = 8a^2$$

320/369

$$(-x^3)[(-x^2)(2a-3x)-3x^3]-2ax(x^4-1)=$$

$$= -x^3[-2ax^2+3x^3-3x^3]-2ax^5+2ax=$$

$$= +2ax^5-2ax^5+2ax=2ax$$

321/404

$$(x-y)(x^2+xy+y^2)+(x+y)(x^2-xy+y^2)=$$

$$= x^3 + \cancel{x^2y} + \cancel{xy^2} - \cancel{x^2y} - \cancel{xy^2} + y^3 + x^3 - \cancel{xy^2} + \cancel{xy^2} - \cancel{x^2y} + \cancel{x^2y} + y^3$$

$$x^3 + x^3 = 2x^3$$

CHI VUOLE  
ALLENARSI BENE  
PER LA VERIFICA:

PAGINE da 307 a 323  
FARLE TUTTE!!!!

/420

$$\begin{aligned}
 & (x+3)(2x-5) + (1-3x)(4-x) + (2-5x)(4-x) = \\
 & 2x^2 - 5x + 6x - 15 + 4 - 12x - 12x + 3x^2 + 8 - 2x - 20x + 5x^2 \\
 & 10x^2 - 34x - 3
 \end{aligned}$$

## PRODOTTI NOTEVOLI

Sono delle regole da IMPARARE A MEMORIA per VELOCIZZARE IL CALCOLO LETTERALE.

Servono per risolvere operazioni di PRODOTTO TRA POLINOMI E POTENZA DI POLINOMI, velocizzandole.

I) "SOMMA PER DIFFERENZA"

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Si riconosce perché CI SONO DUE MONOMI UGUALI E DUE MONOMI OPPOSTI

Il risultato è UN **BINOMIO** formato dal

**QUADRATO** DEI MONOMI UGUALI **MENO** IL **QUADRATO** DEI MONOMI **OPPOSTI**

**Dimostrazione:**  $(a + b)(a - b) = \text{applico la propr distributiva} \rightarrow a^2 - ab + ab - b^2 =$   
*sommo i monomi simili ottenendo il risultato*  $\rightarrow a^2 - b^2$

Es:  $(3x^2 + 4b)(3x^2 - 4b) = 9x^4 - 16b^2$

## II) QUADRATO DI UN BINOMIO

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

In simboli

Si riconosce perché c'è un binomio da elevare alla seconda!

Nei numeri non abbiamo imparato questa regola perché per elevare alla seconda una somma prima si sommano i numeri e poi si eleva: es  $(3+2)^2 = 5^2 = 25$ .La domanda allora è: basta elevare 3 alla seconda e 2 alla seconda per ottenere 25? No perché da solo  $13 = 9 + 4$ !!!! Ecco il motivo della regola che DIMOSTRIAMO:

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

⇓  
PER DEF DI POTENZA

⇓  
PER PR. DISTRIBUTIVA

⇓  
SOMMA DI MONOMI SIMILI

PARTICOLARITÀ:

⇒ IL RISULTATO HA SEMPRE 3 MONOMI CIOÈ È UN TRINOMIO!!!!!!⇒ DUE MONOMI SONO SEMPRE POSITIVI (perché sono dei quadrati)

REGOLA A PAROLE:

Si calcola il QUADRATO DEL PRIMO MONOMIO + IL DOPPIO PRODOTTO DEL PRIMO MONOMIO PER IL SECONDO + IL QUADRATO DEL SECONDO MONOMIO

ES:  $(x + 3y)^2 = x^2 + 9y^2 + 6xy$

$$(2ab + 5)^2 = 4a^2b^2 + 20ab + 25$$

$$(x^3 - y)^2 = x^6 - 2x^3y + y^2$$

### III) CUBO DI UN BINOMIO

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Si riconosce perché c'è un binomio da elevare alla terza!

PARTICOLARITÀ:

- ⇒ IL RISULTATO HA SEMPRE 4 MONOMI CIOÈ È UN QUADRINOMIO!!!!!!
- ⇒ IL POLINOMIO RISULTATO È COMPLETO ORDINATO E OMOGENEO
- ⇒ PER IL SEGNO DEI MONOMI:  
SE SI SEGUE LA REGOLA IN ORDINE BASTA RIPETERE DUE VOLTE I SEGNI CHE COMPAAIONO NEL TESTO

$$\begin{aligned} (+ \dots - \dots)^3 &= + \dots - \dots + \dots - \dots \\ (- \dots - \dots)^3 &= - \dots - \dots - \dots - \dots \quad \text{ETC...} \end{aligned}$$

REGOLA A PAROLE:

Si calcola il CUBO DEL PRIMO MONOMIO +

IL TRIPLO PRODOTTO DEL QUADRATO DEL PRIMO MONOMIO PER IL SECONDO +

ILTRIPLO PRODOTTO DEL PRIMO PER IL QUADRATO DEL SECONDO+

IL CUBO DEL SECONDO MONOMIO

Es :

$$(x + 3y)^3 = x^3 + 9x^2y + 27xy^2 + 27y^3$$

$$(2x - y)^3 = 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$$



POTENZA ENNESIMA DI UN BINOMIO

$$(a+b)^4 = a^4 + \dots a^3b + \dots a^2b^2 + \dots ab^3 + b^4$$

$$(a+b)^5 = a^5 + \dots a^4b + \dots a^3b^2 + \dots a^2b^3 + \dots ab^4 + b^5$$

## FAC SIMILE

$$1) \left(-\frac{3}{2} a^3 b^2 c x^4\right)^3 = -\frac{27}{8} a^9 b^6 c^3 x^{12}$$

300

$$2) \frac{14}{3} x^2 y^3 z \cdot \left(-\frac{2}{7} x^3 y z^2\right) = -2 x^5 y^4 z^3$$

297

$$3) \frac{25}{9} a^3 b^4 c^2 : \left(-\frac{3}{5} a b c^2\right) = -\frac{25}{9} \cdot \frac{5}{3} a^2 b^3 c = -\frac{125}{27} a^2 b^3 c$$

304

$$4) \left[\left(-\frac{1}{2} a^3 b^3 x^4 y\right)^4 : \left(\frac{1}{2} a^2 b x\right)^3\right] \cdot \left(-2 a b x y^2\right)^2 =$$

$$= \left[\frac{1}{16} a^{12} b^8 x^{16} y^4 : \frac{1}{8} a^6 b^3 x^3\right] \cdot 4 a^2 b^2 x^2 y^4 =$$

$$= \frac{1}{16} \cdot \frac{8}{1} a^6 b^5 x^{13} y^4 \cdot \frac{2}{4} a^2 b^2 x^2 y^4 = 2 a^8 b^7 x^{15} y^4$$

1) 300/100

2) 297/68

3) 304/150

4) 306/192

$$5) 305/173$$

$$7) 320/372$$

$$9) 323/431$$

$$6) 308/214$$

$$8) 321/402$$

$$10) 323/432$$

5)

305/173

$$= -\frac{1}{10} a^3 y^3 + \frac{1}{4} a^3 y^3 + \frac{3}{2} a^3 y^3 =$$

$$= \frac{-2 + 5 + 30}{20} a^3 y^3 = \frac{33}{20} a^3 y^3$$

6) 308/214

$$2x^2 + [(-3x)^{12} : \left(\frac{-27x^2}{3^3}\right)^4 - (x^2 y)^4 : (-2xy)^4] : (-x)^2 + \left(-\frac{1}{4}x\right)^2 + 3(-x)^2 =$$

$$= 2x^2 + \left[ \frac{12}{3} x^{12} : \frac{12}{3} x^8 - x^8 y^4 : \frac{4}{2} x^4 y^4 \right] : (-x)^2 + \frac{1}{16} x^2 + 3x^2 =$$

$$= 2x^2 + \left[ x^4 - \frac{1}{16} x^4 \right] : x^2 + \frac{1}{16} x^2 + 3x^2 =$$

$$= 2x^2 + \frac{15}{16} x^4 : (x^2) + \frac{1}{16} x^2 + 3x^2 =$$

$$= 2x^2 + \frac{15}{16} x^2 + \frac{1}{16} x^2 + 3x^2 = \frac{32 + 15 + 1 + 48}{16} x^2 = \frac{96}{16} x^2 = 6x^2$$

7) 320/372

$$-3ab(a^2 + b^2) + ab(a^2 - b^2) + 2ab(a^2 + b^2) =$$

$$= -3a^3b - 3ab^3 + a^3b - ab^3 + 2a^3b + 2ab^3 =$$

$$= 0a^3b = 0$$

8) 321/402

$$(4x^2 + 9y^2)(4x^2 - 9y^2) - y^3(16x^2 - 81y) =$$

$$=$$

