ITIS G.Rivoira

Appunti di TLC

Mattio Davide & Olivero Simone

a.s. 2021/2022

Indice

Capitolo 1

Elettrotecnica

1.1 Generatori di tensione

I generatori di tensione sono dei bipoli in grado di mantenere un tensione fissa indipendentemente dalla corrente che li attraversa.

I simboli grafici che caratterizzano un generatore di tensione sono riportati in figura 1.1 . Se il generatore non è collegato ad un circuito chiuso non vi è flusso di corrente nel conduttore, anche se ai suoi capi può essere misurata una tensione E che è il valore della forza elettro motrice (f.e.m) che caratterizza il generatore.

Sono generatori di tensione le pile elettriche, le batterie delle automobili e le dinamo, che trasformano energia di diversa natura in energia elettrica. Le pile e le batterie delle auto trasformano energia chimica in energia elettrica. La dinamo si basa sulla produzione di elettricità dovuta a un campo magnetico . Il primo generatore di corrente fu proprio la pila e venne costruito nel 1800 dal fisico italiano Alessandro Volta (1745-1827).

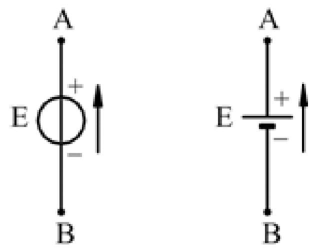

Figura 1.1: Generatore di tensione ideale

Ai capi dei due morsetti A e B vi sarà una tensione V_{AB} pari a:

$$V_{AB} = V_A - V_B = E \tag{1.1}$$

dove E è la tensione erogata dal nostro generatore e si misura in Volt (V)

1.1.1 Generatori in serie e in parallelo

I generatori in un circuito possono essere più di uno e trovarsi in due configurazione differenti. Sono in serie quando condividono uno dei due morsetti, e da esso non si diparte un altro ramo del circuito. Un esempio lo si ritrova in figura 1.2. La tensione ai capi A e D sarà la somma delle tensioni dei due generatori:

$$V_{AD} = V_{AB} + V_{CD} = E_1 + E_2 \tag{1.2}$$

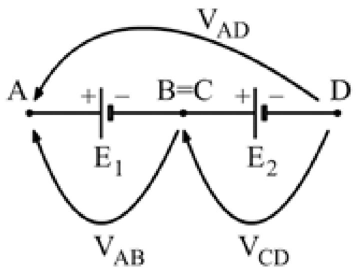

Figura 1.2: Generatori in serie

Bisogna però fare attenzione al polarità con cui sono collegati i due generatori. Se sono concordi, ovvero il $(-)$ di un generatore e collegato con il $(+)$ dell'altro avremo che le f.e.m. si sommano. Se invece sono discordi bisogna scegliere un verso positivo della tensione, e il generatore con polarità contraria avrà una tensione negativa.

I generatori posti in parallelo condivido entrambi i morsetti e hanno una configurazione rappresentata in figura 1.3

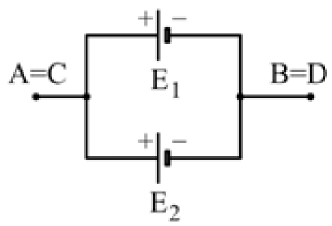

Figura 1.3: Generatori in parallelo

Dato che anno due poli in come, i due generatori devono per forza avere lo stesso valore di tensione:

$$V_{AB} = E_1 = E_2 \tag{1.3}$$

Nel caso non si rispettasse questa condizione si andrebbe incontro ad uno stato di indeterminazione con conseguente imprevedibilità nel funzionamento del circuito.

1.2 Resistenze

Le resistenze sono dei bipoli presenti in tutti i circuiti, e indicano un componente che provoca una caduta di tensione sul ramo interessato, dovuto al fatto che la corrente in un circuito non può scorrere in modo ideale, ma subirà appunto una resistenza come succede con i corpi in moto soggetti all'attrito.

1.2.1 Legge di Ohm

Le resistenza ideali (o resistori) seguono la legge di Ohm (1.4), che come si può vedere, è un legge lineare ovvero che la dipendenza tra la tensione e la corrente ha l'andamento di una retta con pendenza pari alla resistività

$$V = R \cdot i \qquad R = \frac{V}{i} \qquad i = \frac{V}{R} \tag{1.4}$$

dove V è la tensione in Volt (V), i la corrente elettrica in Ampere (A) e R la resistenza in Ω

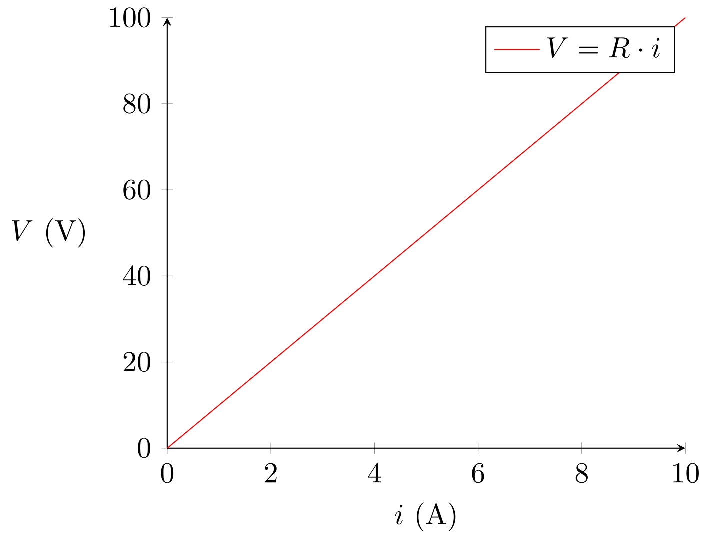

Figura 1.4: Grafico che rappresenta la legge di Ohm, si può vedere che la pendenza della retta rappresenta la resistenza R, in questo caso 10 Ω

resitenza

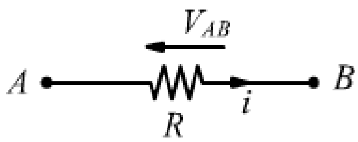

Figura 1.5: Rappresentazione di una resistenza

Per valutare la caduta di tensione sulla resistenza che vediamo in figura 1.5 si usa la seguente formula:

$$V_{AB} = R \cdot i \tag{1.5}$$

1.2.2 Bipoli attivi e passivi

I bipoli per definizione è un elemento di un circuito elettrico con due poli (o morsetti), per mezzo dei quali è collegato agli altri elementi del circuito. Possiamo classificare i bipoli in

- *Bipoli attivi*: sono quei bipoli che erogano energia, come ad esempio i generatori;
- *Bipoli passivi*: sono invece i bipoli che dissipano energia, come ad esempio le resistenze che dissipano parte dell'energia elettrica in energia termica.

Alcuni bipoli possono essere sia attivi che passivi in base alle circostanze. Ad esempio un batteria al litio può essere attiva quando eroga la corrente elettrica, ma può essere passiva durante le fasi di ricarica.

1.2.3 Resistenze in serie e in parallelo

Le resistenza in serie condividono uno dei morsetti come si può vedere in figura 1.6, Per calcolare la resistenza equivalente devo sommare tutte le resistenze che si trova in serie come mostrato dall'equazione (1.6).

$$R_s = R_1 + R_2 \tag{1.6}$$

Le resistenze in parallelo hanno invece la configurazione di figura 1.7 con entrambi i morsetti in comune. La resistenza equivalente è data dalla seguente formula (1.7). Si può notare che la

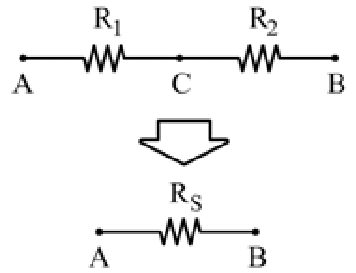

Figura 1.6: Resistenze in serie

resistenza equivalente derivata da più resistenze in parallelo avrà come risultato un valore più piccolo della più piccola resistenza del circuito. Ad esempio se ho due resistenze in parallelo, una da 8 Ω e una da 10 Ω, l'equivalente avrà come valore 4,44 Ω un valore più piccolo dei 8 Ω. Questo può servire come verifica di non avere sbagliato i calcoli durante gli esercizi.

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n} \implies R_p = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n}} \tag{1.7}$$

Per due resistenze in parallelo l'equazione (1.7) si può semplificare con la seguente:

$$R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \tag{1.8}$$

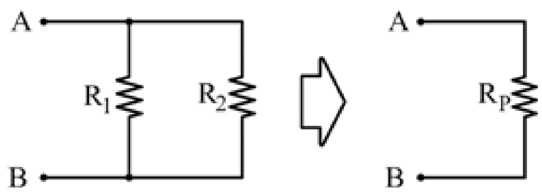

Figura 1.7: Resistenze in parallelo

1.2.4 Conversione Stella - Triangolo

Durante la risoluzione dei circuiti può essere conveniente applicare delle trasformazione dalla configurazione a stella a quella a triangolo e viceversa come mostrato in figura 1.8. Questa conversione è molto utilizzata in elettrotecnica, soprattutto per l'avviamento dei motori a due livelli di tensione

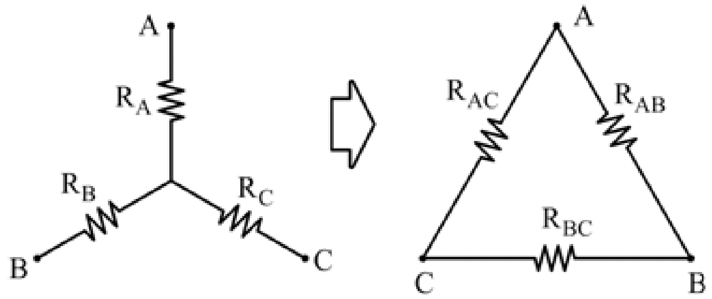

Figura 1.8: Configurazione a stella (sulla sinistra) e quella a triangolo (sulla destra)

Per operare queste conversioni si utilizzano le senguenti formule per la conversione da triangolo a stella

$$
\begin{cases}
R_A = \dfrac{R_{AB} \cdot R_{AC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}} \\[2ex]
R_B = \dfrac{R_{AB} \cdot R_{BC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}} \\[2ex]
R_C = \dfrac{R_{AC} \cdot R_{BC}}{R_{AB} + R_{AC} + R_{BC}}
\end{cases}
\tag{1.9}
$$

mentre le seguenti servono per la conversione de triangolo a stella.

$$
\begin{cases}
R_{AB} = \dfrac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_C} \\[2ex]
R_{BC} = \dfrac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_A} \\[2ex]
R_{AC} = \dfrac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_B}
\end{cases}
\tag{1.10}
$$

Nel caso in cui tutte le resistenze sono uguali avremo che nel passaggio da stella a triangolo verranno moltiplicate per 3, mentre nel passaggio da triangolo a stella verranno divise per 3

1.3 Leggi di Kirchhoff

Le leggi di Kirchhoff sono due relazioni connesse con la conservazione della carica e dell'energia nei circuiti elettrici. Furono formulate da Gustav Robert Kirchhoff nel 1845 a seguito di esperimenti empirici e precedono storicamente le ben più complesse e generali equazioni di Maxwell.

1.3.1 Prima legge di Kirchhoff

La prima legge di Kirchhoff riguarda la conservazione delle correnti elettriche. In particolare afferma che la somma delle correnti entranti in un nodo deve essere uguale a quelle uscenti. In particolare se si prende come esempio la figura 1.9 si può scrivere la seguente:

$$
i_1 + i_2 - i_3 - i_4 = 0 \tag{1.11}
$$

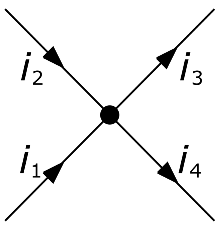

Figura 1.9: Correnti al nodo

1.3.2 Seconda legge di Kirchhoff

La seconda legge di Kirchhoff afferma che la somma algebrica delle tensioni dei generatori e delle cadute di tensione sulle resistenze su una maglia chiusa deve essere pari a zero.

Per spiegare questo principio prendiamo come esempio il circuito in figura 1.10. Si può vedere come la maglia chiusa sia costituita dai nodi A, B, C e D. Su questi nodi abbiamo un generatore di tensione con tensione pari a v_4 e tre resistenze R_1, R_2 e R_3 che attraversate dalla corrente i provocano le rispettive cadute di tensione v_1, v_2, e v_3.

Scrivendo la legge di Kirchhoff per questa maglia si ottiene la seguente:

$$v_4 - v_1 - v_2 - v_3 = 0 \tag{1.12}$$

La tensione del generatore è stata presa positiva, quindi le cadute di tensione sulle resistenze avranno valore negativo

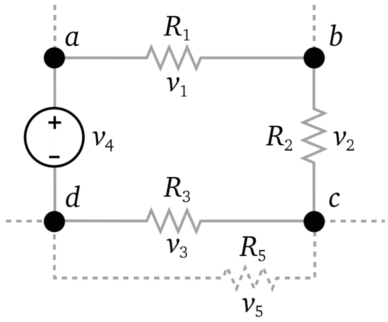

Figura 1.10: Circuito con una maglia chiusa

1.4 Condensatori

Il condensatore è un componente elettrico che ha la capacità di immagazzinare l'energia elettrostatica associata a un campo elettrostatico. Nella teoria dei circuiti il condensatore è un componente ideale che può mantenere la carica e l'energia accumulata all'infinito. Dal punto di vista costruttivo è costituito da due piastre poste ad una distanza d caricate elettricamente con una carica q. Avremo una piastra carica $+q$ e una carica $-q$ come si può vedere in figura 1.11

Il campo elettrico presente tra le due aramture è

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \qquad \epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \tag{1.13}$$

dove σ è la densità di carica superficiale mentre ϵ è la costante dielettrica del materiale che è composta dal prodotto della costante dielettrica nel vuoto che vale $8,854 \cdot 10^{-12}$ $[\mathrm{C}^2/\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2]$ o [F/m], e dalla costante dielettrica relativa ϵ_r un valore che dipende dal materiale che si trova in mezzo alle due armature.

Per un condensatore possiamo definire una proprietà chiamata capacità:

$$C = \frac{q}{V} \tag{1.14}$$

dove q è la carica elettrica in Coulomb (C) , V la tensione in Volt (V) e C appunto la capacità che sarà in C/V chiamati anche Farad (F)

Per un condensatore piano sappiamo che:

$$V = E \cdot d \tag{1.15}$$

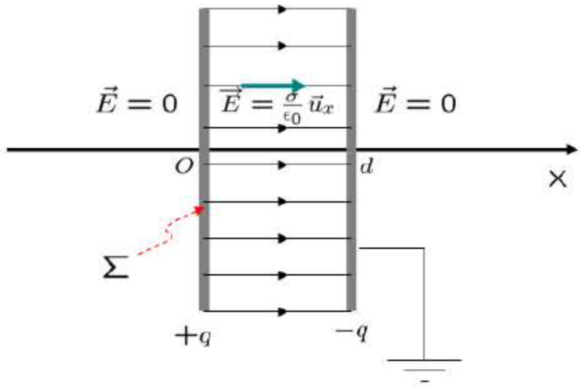

Figura 1.11: Rappresentazione di un condensatore con il suo campo elettrico

Tabella 1.1: Costanti dielettriche per alcuni materiali

Mezzo	ϵ_r
Aria secca	1,0006
Acqua pura	81,07
Olio minerale	2,2 - 2,5
Olio per trasformatori	0,00
Bachelite	5,5 - 8,5
Carta comune	2,00
Carta da condensatori	5 -5,5
Gomma	2,2 - 2,5
Mica	0,26
Polietilene	2,30
Porcellana	0,17
Vetro	0,26
Ossido di titanio	90 - 170

quindi andando a sostituire la definizione di E all'interno dell'equazione otteniamo

$$V = \frac{\sigma}{\epsilon} \cdot d = \frac{q \cdot d}{S \cdot \epsilon} \tag{1.16}$$

dove nel secondo passaggio si sostituisce la definizione di densità di carica σ che sarà la carica q diviso la superficie delle armature S.

Da quest'ultima si ottiene quindi che

$$C = \frac{q}{V} = \epsilon \cdot \frac{S}{d} \tag{1.17}$$

da questa equazione si può vedere come la capacità di un condensatore dipenda solamente da il materiale posto tra le armature, dalla loro superficie S (m^2) e dalla loro distanza d (m). Possiamo verificare che le unità di misura sono rispettate visto che ϵ ha come u.d.m (F/m)

1.4.1 Condensatori in parallelo

Due o più condensatori possono trovarsi disposti in parallelo secondo la configurazione di figura 1.12.

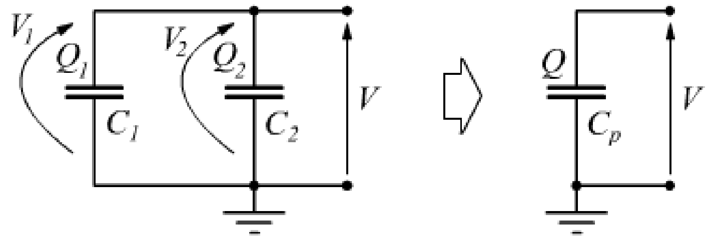

Figura 1.12: Condensatori in parallelo

Sappiamo che per due condensatori in parallelo la tensione applicata alle loro armature sarà uguale, mentre la quantità di carica sarà la somma delle cariche dei singoli condensatori. Possiamo scrivere queste condizioni così:

$$\begin{cases} V = V_1 = V_2 \\ Q = Q_1 + Q_2 \end{cases} \tag{1.18}$$

sapendo che la capacità equivalente sarà Q/V possiamo scrivere che:

$$C_p = \frac{Q}{V} = \frac{Q_1 + Q_2}{V} = C_1 + C_2 \tag{1.19}$$

si è così dimostrato che la capacità equivalente in parallelo è data dalla somma delle capacità dei singoli condensatori (al contrario rispetto alle resistenze).

1.4.2 Condensatori in serie

I condensatori in serie seguono lo schema di figura 1.13, disposizione identica alle resistenze in serie come ben sappiamo.

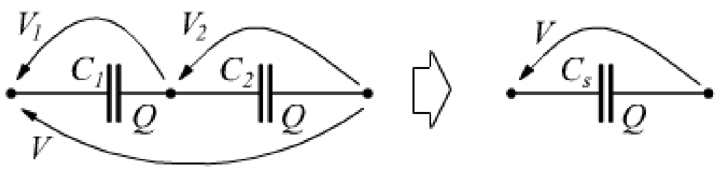

Figura 1.13: Condensatori in serie

Analizzando la figura si noterà che la tensione hai capi del condensatore equivalente sarà la somma delle tensioni su ogni condensatore della serie, mentre la quantità di carica sarà la stessa per tutti per un semplice bilancio di cariche. L'armatura con carica positiva $+q$ sarà collegata in serie ad un altra armatura con carica $-q$ in modo che complessivamente le cariche siano bilanciate (vedi fig. 1.14).

Questi concetti possono essere riassunti nella seguente scrittura:

$$\begin{cases} V = V_1 + V_2 \\ Q = Q_1 = Q_2 \end{cases} \tag{1.20}$$

La capacità equivalente sarà dunque:

$$C_s = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{V_1 + V_2} \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \tag{1.21}$$

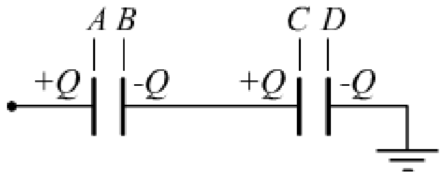

Figura 1.14: Distribuzione di carica in condensatori in serie. Il cavo che unisce le varie armature deve essere neutro, quindi basta somministrare la carica $+q$ nel punto A e questa complessivamente si andrà a creare sulle armature dei vari condensatori