

# Il DES: Data Encryption Standard

Nel 1973 la IBM fece richiesta alla NBS (National Bureau of Standards) per far riconoscere un nuovo algoritmo di crittografia, LUCIFER, come uno standard nazionale. Questo venne inoltrato alla NSA che, dopo averlo analizzato e modificato, creò quello che poi sarebbe stato il DES



# Il DES: Data Encryption Standard

Il DES è un algoritmo che “spezza” il testo da criptare in blocchi da 64 bits, criptandoli singolarmente.

Il modo in cui lo fa è chiamato Sistema di Feistel, da cui i round di Feistel che verranno mostrati a seguire.

Per capire però il suo funzionamento, bisogna introdurre un algoritmo semplificato chiamato Simplified-DES, che ha praticamente tutte le caratteristiche del DES originale

# Simplified DES

Come il DES cripta singolarmente i messaggi.

In questo caso, per semplicità, consistono in un blocco solo.

Il messaggio è composto da 12 bits e le sue metà (6 bits) sono identificate come L0 ed R0

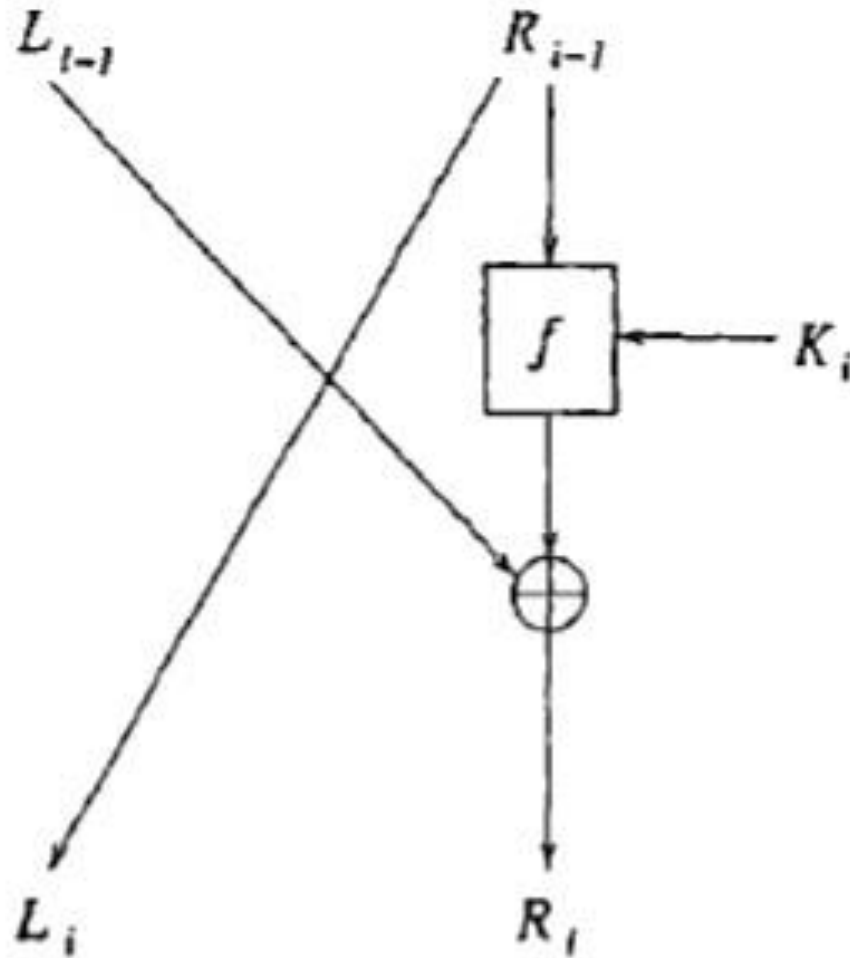
La chiave K è formata da 9 bits

Questa verrà utilizzata per creare 4 sottochiavi da 8 bits leggendo K dall'iesimo bit

L'algoritmo agisce in 4 rounds, detti di Feistel

# Simplified DES - Crittazione

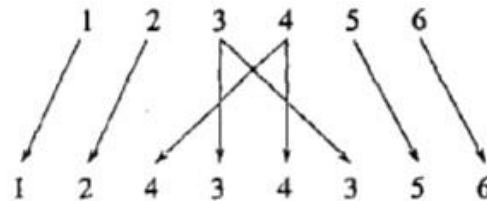
L'i-esimo round dell'algoritmo trasforma l'input  $L_{i-1}R_{i-1}$  in  $L_iR_i$



# Simplified DES - Crittazione

In un round viene eseguita la funzione  $f(R_{i-1}, K_i)$  che:

- espande  $R_{i-1}$ , che è di 6 bits, a 8 bits secondo lo schema :



- esegue lo XOR tra l'espansione e  $K_i$ , ricavando  $X$  che viene diviso in due metà  $XL$ ,  $XR$
- Queste vengono date in input a due S-Boxes, rispettivamente ad  $S_1$  ed  $S_2$
- Il primo bit identifica la riga, gli altri 3 la colonna

$$S_1 \quad \begin{bmatrix} 101 & 010 & 001 & 110 & 011 & 100 & 111 & 000 \\ 001 & 100 & 110 & 010 & 000 & 111 & 101 & 011 \end{bmatrix}$$

$$S_2 \quad \begin{bmatrix} 100 & 000 & 110 & 101 & 111 & 001 & 011 & 010 \\ 101 & 011 & 000 & 111 & 110 & 010 & 001 & 100 \end{bmatrix}$$

- Unendo i 2 outputs da 3 bits si ottiene  $R_i$ , il risultato di  $f$  all' $i$ -esimo round

# Simplified DES - Crittazione

Esempio:

Input:  $L_{i-1}R_{i-1}=011100\ 100110$

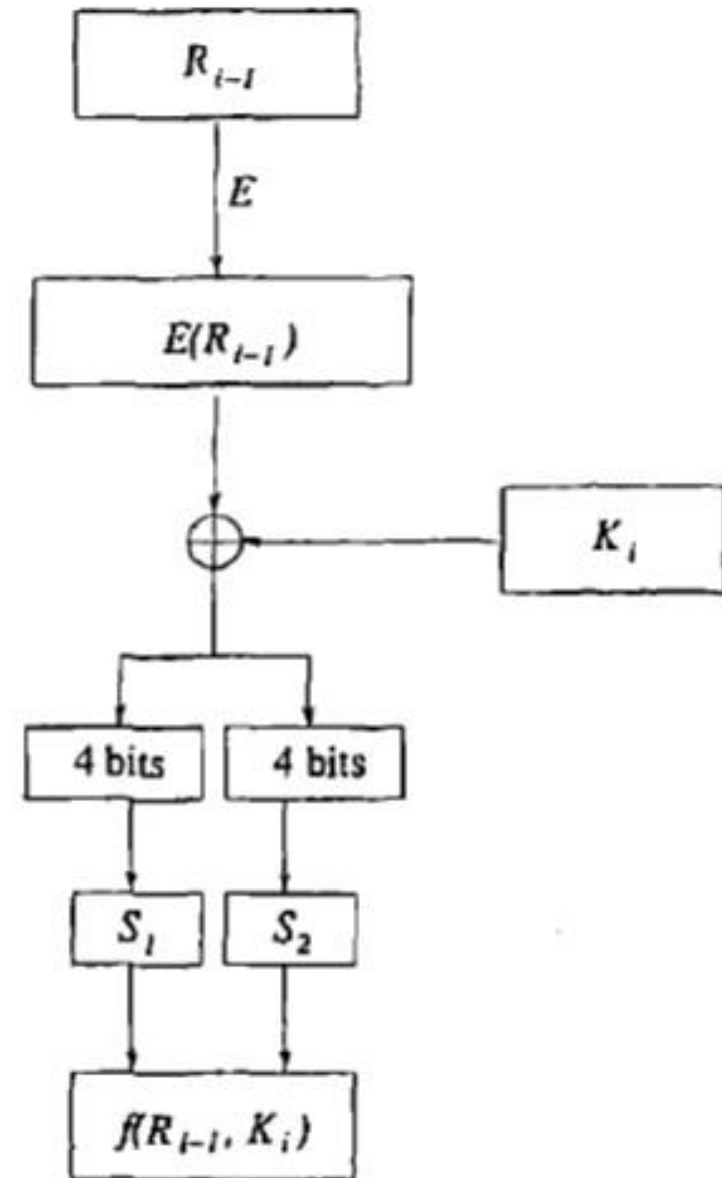
$K_i=01100101$

$F(R_{i-1}, K_i) \text{ XOR } L_{i-1}=000100 \text{ XOR } 011100$

$R_i=011000$

Siccome  $L_i=R_{i-1}$

$L_iR_i=100110011000$



# Simplified DES - Decrittazione

Il vantaggio del DES è che si può usare lo stesso algoritmo sia per la crittazione che per la decrittazione.

Comincia da un messaggio criptato  $L_n R_n$  facendone lo swap,  $R_n L_n$

Applica quindi gli stessi passaggi della crittazione ma con le chiavi invertite,  
Quindi in  $f$  si applicherà prima  $K_n$  per poi arrivare a  $K_1$  nell'ultimo round,  
restituendo  $LOR0$

Questo perché:  $L_n = R_{n-1}$  e  $R_n = L_{n-1} \text{ XOR } f(R_{n-1}, K_n)$

$[L_n] [R_n \text{ XOR } f(L_n, K_n)] = [R_{n-1}] [L_{n-1} \text{ XOR } f(R_{n-1}, K_n) \text{ XOR } f(R_{n-1}, K_n)] = \dots LOR0$

# S-DES – Crittoanalisi Differenziale

Per attaccare l'algoritmo, oltre al classico metodo della forza bruta che prova ogni possibile chiave ed è molto esoso in termini di tempo e risorse, si usa la **crittoanalisi differenziale**.

Il concetto è quello di comparare le differenze di 2 messaggi scelti e dedurne la chiave.

Siccome la chiave è introdotta facendo lo XOR con l'espansione di  $R_{i-1}$ , guardando agli XOR degli input ci permette di ridurre le chiavi da analizzare



# S-DES – Crittoanalisi Differenziale

Cominciamo con l'analisi per tre round. Si comincia con L1R1 e K1.

Supponiamo di avere accesso ad una macchina per crittare e ne vogliamo scoprire la chiave.

Usiamo diversi input L1R1 e otteniamo diversi output L4R4

L'unico vincolo è che  $R1=R1^*$  per ogni input

$$Ri' = Ri \text{ XOR } Ri^*$$

$$Li' = Li \text{ XOR } Li^*$$

Si definisce differenza di LiRi e  $Li^*Ri^*$  il valore  $Li'Ri'$

# S-DES – Crittoanalisi Differenziale

Considerando il funzionamento del DES:

$$L_3 = R_2 = L_1 \text{ XOR } f(R_1, K_2)$$

$$R_4 = L_3 \text{ XOR } f(R_3, K_4) = L_1 \text{ XOR } f(R_1, K_2) \text{ XOR } f(R_3, K_4)$$

Avendo un altro messaggio  $L_1^* R_1^*$  si ha che:

$$R_4' = R_4 \text{ XOR } R_4^* = L_1' \text{ XOR } f(R_3, K_4) \text{ XOR } f(R_3^*, K_4) =$$

$$= R_4 \text{ XOR } L_1' = f(R_3, K_4) \text{ XOR } f(R_3^*, K_4)$$

Siccome  $R_3 = L_4$  e  $R_3^* = L_4^*$  si ha

$$R_4 \text{ XOR } L_1' = f(L_4, K_4) \text{ XOR } f(L_4^*, K_4)$$

Quindi se sappiamo  $L_1' R_1'$  e gli outputs  $L_4 R_4$  e  $L_4^* R_4^*$ , sappiamo tutto  
tranne  $K_4$

# S-DES – Crittoanalisi Differenziale

Analizzando gli inputs delle S-Boxes date da  $E(L4) \text{ XOR } K4$  e da  $E(L4^*) \text{ XOR } K4$ ,  
Il loro XOR sarà uguale a  $E(L4')$ , semplificando  $K4$

Quindi sappiamo che:

- Gli XOR degli input sono uguali a  $E(L4')$ , prima metà  $S1$ , seconda  $S2$
- Gli XOR degli output sono uguali a  $R4' \text{ XOR } L1'$ , prima metà  $S1$ , seconda  $S2$

Rimane da trovare ogni coppia data da (xor di input XOR 0-16, 0-16) che abbia  
come xor di output  $R4' \text{ XOR } L1'$ , le prime metà rappresentano  $S1$  e le seconde  
 $S2$

# S-DES – Crittoanalisi Differenziale

Una volta ottenute le coppie si trovano delle corrispondenze tra i primi e gli ultimi bits trovati.

Questi rappresentano  $K_4$ .

Una volta trovata  $K_4$ , basta fare un backshift per ricondursi a  $K$ . Manca però il terzo bit della chiave finale, quindi si avrà una chiave del tipo  $00(b_3)000111$ , per trovarlo basta provare con 1 o 0 e vedere se viene prodotto lo stesso messaggio cifrato della macchina a cui si ha accesso.

# S-DES – Crittoanalisi Differenziale 4

Per eseguirla in 4 rounds vale lo stesso procedimento per i 3 rounds ma bisogna applicare delle tecniche probabilistiche.

Vi è una debolezza in S1 ed S2:

- In S1 di 16 coppie che hanno xor di input=0011, 12 hanno xor di output=011
- In S2 di 16 coppie che hanno xor di input=1100, 8 hanno xor di output=010

Quindi lo xor di output delle S-Boxes ha una probabilità  $3/8$  di essere 011010

Supponiamo  $R0'=001100$  e  $L0'=011010$

Quindi  $R1'=011010$  XOR  $L0'=000000$

# S-DES – Crittoanalisi Differenziale 4

Quindi applicando dei messaggi casuali  $L_0'R_0'$  ma con  $\text{xor}=011010001100$ ,  
C'è una probabilità di  $3/8$  che  $L_1'R_1'=001100000000$

La strategia è quindi quella di provare diversi  $L_0'R_0'$  e di esaminarne gli outputs.

Si assume quindi che  $L_1'R_1'=001100000000$  e si applica la crittoanalisi a 3 rounds. Quindi si avranno  $3/8$  volte la chiave giusta.

Siccome le altre saranno casuali, la chiave che si ripete per più volte è ragionevolmente quella giusta

# DES

L'algoritmo originale, come detto, usa blocchi di 64 bits.

Anche la chiave è di 64 bits ma ne vengono usati solo 56. I bits multipli di 8 sono bits di parità, usati in modo tale da far avere un numero dispari di 1 in ogni blocco di 8 bits.

L'algoritmo si divide in 3 fasi:

- Il messaggio di 64 bits è inizialmente permutato in maniera fissa ( $IP(m)$ )
- Esegue per 16 rounds  $L_i = R_{i-1}$  ed  $R_i = L_{i-1} \text{ XOR } f(R_{i-1}, K_i)$  dove  $K_i$  è composta da 48 bits ottenuti da  $K$
- Inverte  $R_{16}$  e  $L_{16}$  ed applica l'inversa della permutazione iniziale per aver il testo cifrato

# DES - Crittazione

La funzione  $f$  originale si divide in 4 step:

- $R$  viene espansa con la seguente tabella:

Expansion Permutation											
32	1	2	3	4	5	4	5	6	7	8	9
8	9	10	11	12	13	12	13	14	15	16	17
16	17	18	19	20	21	20	21	22	23	24	25
24	25	26	27	28	29	28	29	30	31	32	1

- Calcola  $E(R)$  XOR  $K_i$  di 48 bits, suddividendolo in gruppi da 6 bits
- Ci sono 8 S-Boxes che hanno come input i gruppi da 6 bits. I primi 2 bits determinano la riga, gli altri 4 la colonna
- Infine il risultato viene permutato con la seguente tabella:

16	7	20	21	29	12	28	17	1	15	23	26	5	18	31	10
2	8	24	14	32	27	3	9	19	13	30	6	22	11	4	25



# DES - Chiave

La chiave è ottenuta in 3 passi:

- Vengono scartati i bit di parità ed i rimanenti si permutano con la tabella:

Key Permutation													
57	49	41	33	25	17	9	1	58	50	42	34	26	18
10	2	59	51	43	35	27	19	11	3	60	52	44	36
63	55	47	39	31	23	15	7	62	54	46	38	30	22
14	6	61	53	45	37	29	21	13	5	28	20	12	4

ottenendo C0D0 da 56 bits

- Nei 16 rounds si ha che  $C_i = LSi(C_{i-1})$  e  $D_i = LSi(D_{i-1})$  dove Lsi indica uno shift di 1 o 2 posizioni a sinistra:

Number of Key Bits Shifted per Round															
Round	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Shift	1	1	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	1

- Vengono scelti 48 bits secondo la tabella:

14	17	11	24	1	5	3	28	15	6	21	10
23	19	12	4	26	8	16	7	27	20	13	2
41	52	31	37	47	55	30	40	51	45	33	48
44	49	39	56	34	53	46	42	50	36	29	32

# DES - Decrittazione

Similmente all'algoritmo semplificato si usa la stessa procedura della crittazione applicando le chiavi in maniera inversa ( $K_{16} \dots K_1$ )

Qui però lo switch finale L1R1 è già incluso nel passo 3

La permutazione iniziale, che non ha una funzione dal punto di vista crittografico, è stata introdotta per far girare meglio l'algoritmo nei pc di allora

# DES non è un gruppo

Per aumentare la sicurezza dell'algoritmo si può pensare di effettuare un doppio DES con due chiavi  $EK_2(EK_1(P))$

Questo però aumenta leggermente la protezione dato che gli attacchi Meet in the Middle possono romperlo facilmente

Se il DES è un gruppo equivale a dire che esiste una  $EK_3 = (EK_1)(EK_2)$

$$EKEK = EK^2 \quad EKEKEK = EK^3 \quad EKnEK = EK^n \quad (EK)^{m-n} = P$$

Sia  $T = qn + r$  il numero minimo positivo tale che  $(EK)^j = Id$

$n$  = lunghezza ciclica di  $P$

$$P = (EK)^T(P) = (EK)^r((EK)^n(EK)^n \dots (EK)^n(P)) = (EK)^r(P)$$

$$E^1 E^0 = EK \quad (E^1 E^0)^n P_i(P_i) \quad \gcd(nP_1 \dots nP_{33}) > 2^{56} \text{ impossibile perché } T < 2^{56}$$

# DES – Operation modes

Molto probabilmente il messaggio  $m$  sarà di lunghezza diversa dai 64 bits dell'algoritmo, quindi si utilizzano delle modalità di funzionamento per adattarne il comportamento:

- **Electronic Code Book:** spezza  $m$  in vari blocchi da 64 bits
- **Cipher Block Chaining:** migliora ECB. La crittazione di un blocco dipende da quello di prima. Altrimenti posso scoprire porzioni di chiave e modificare il messaggio cifrato
- **Cipher FeedBack:** ECB e CBC funzionano solo con blocchi da 64 bits. Genera bits pseudo casuali per poter lavorare su messaggi corti
- **Output FeedBack:** evita la propagazione di errori di CFB
- **Counter:** simile a CFB e OFB ma l'output non è collegato a quelli precedenti