

Algoritmi avansați

Seminar 5 (săpt. 9 și 10)

1. Fie punctele $A = (1, 2, 3), B = (4, 5, 6) \in \mathbb{R}^3$.
 - a) Fie $C = (a, 7, 8)$. Arătați că există a astfel ca punctele A, B, C să fie coliniare și pentru a astfel determinat calculați raportul $r(A, B, C)$.
 - b) Determinați punctul P astfel ca raportul $r(A, P, B) = 1$.
 - c) Dați exemplu de punct Q astfel ca $r(A, B, Q) < 0$ și $r(A, Q, B) < 0$.
2. Fie punctele $P = (1, -1), Q = (3, 3)$.
 - a) Calculați valoarea determinantului care apare în testul de orientare pentru muchia orientată \overrightarrow{PQ} și punctul de testare $O = (0, 0)$.
 - b) Fie $R_\alpha = (\alpha, -\alpha)$, unde $\alpha \in \mathbb{R}$. Determinați valorile lui α pentru care punctul R_α este situat în dreapta muchiei orientate \overrightarrow{PQ} .
3. Fie $\mathcal{M} = \{P_1, P_2, \dots, P_9\}$, unde $P_1 = (-2, 4), P_2 = (-1, 1), P_3 = (0, 1), P_4 = (2, 1), P_5 = (4, 3), P_6 = (5, 5), P_7 = (6, 9), P_8 = (8, 4), P_9 = (10, 6)$. Detaliați cum evoluează lista \mathcal{L}_i a vârfurilor care determină marginea inferioară a frontierei acoperirii convexe a lui \mathcal{M} , obținută pe parcursul Graham's scan, varianta Andrew. Justificați!
4. Dați un exemplu de mulțime \mathcal{M} din planul \mathbb{R}^2 pentru care, la final, \mathcal{L}_i are 4 elemente, dar, pe parcursul algoritmului, numărul maxim de elemente al lui \mathcal{L}_i este egal cu 6 (\mathcal{L}_i este lista vârfurilor care determină marginea inferioară a frontierei acoperirii convexe a lui \mathcal{M} , obținută pe parcursul Graham's scan, varianta Andrew). Justificați!
5. Fie mulțimea $\mathcal{P} = \{P_1, P_2, \dots, P_7\}$, unde $P_1 = (1, 0), P_2 = (2, 2), P_3 = (3, 1), P_4 = (4, 0), P_5 = (6, 0), P_6 = (3, -3), P_7 = (6, -2)$. Indicați testele care trebuie făcute pentru a găsi succesorul lui P_1 atunci când aplicăm Jarvis' march pentru a determina marginea inferioară a acoperirii convexe a lui \mathcal{P} , parcursă în sens trigonometric (drept drept pivot inițial va fi considerat P_2).
6. Discutați un algoritm bazat pe paradigma *Divide et impera* pentru determinarea acoperirii convexe. Analizați complexitatea-timp.