

Lema 1. Slide 15

Fie $G=(V,E)$ un graf neorientat și OPT cardinalul unei acoperiri de grad minim a lui G. Fie $E' \subset E$ o mulțime de muchii nod disjuncte.

Atunci avem că $OPT \geq |E'|$

Demonstrație:

Fie S - o acoperire de cardinal minim. Fiecare nod din S va acoperi cel mult o muchie din E' . Deci $|S| \geq |E'|$.

Teorema 2 Slide 16.

Algoritmul descris este un algoritm 2-aproximativ.

În primul rând trebuie să arătăm că S este o acoperire pt graful nostru.

Justificare: la fiecare pas al algoritmului E' va fi mulțimea de muchii neacoperite de S. La final E' va fi vidă, deci nu există muchii neacoperite de mulțimea de varfuri S.

Trebuie să arătăm că $|S| \leq 2OPT$

fie E^* mulțimea de muchii selectate la pasul 3 al algoritmului (**aleg** $(x,y) \in E'$);

Cum este mulțimea E^* ?

E^* este o mulțime de muchii nod-disjuncte! Deoarece odată ce o muchie (xy) este adăugată la E^* toate celelalte muchii care au un capăt în x sau în y sunt șterse, și nu vor fi niciodată selectate pt a intra în E^* .

$$OPT \geq |E^*| = \frac{1}{2} |S|$$

$$OPT \geq \frac{1}{2} |S|$$

$$2OPT \geq |S|$$

Exemplu de programare liniară:

trebuie minimizată funcția $2x_1 + x_2 + 5x_3$

ai.

$$x_1 + 2x_2 \leq 5$$

$$x_2 + x_3 \geq 10$$

$$2x_3 \geq 12$$

Slide 23: WVCP adusă sub formă de programare liniară

fie $X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ cu proprietatea că dacă $x_i=1$ atunci v_i va face parte din acoperire, altfel dacă $x_i=0$, v_i nu va face parte din acoperire.

Trebuie să minimizez

$$\sum_{v_i \in S} f(v_i) = \sum_{1 \leq i \leq n} f(v_i) \cdot x_i$$

Constrângeri:

pr oricare muchie (v_i, v_j) : $x_i + x_j \geq 1$

$0 \leq x_i \leq 1$ pt orice i;

Observatie:

x_i -urile vor fi numere reale. NU POT constrange la numere intregi

Probleme de tipul 1/0 linear programming sau integer linear programming sunt probleme NP-hard

Solutie:

rezolv problema de programare liniara in varianta cu numere reale si

daca $x_i \geq \frac{1}{2}$ atunci rotunjesc x_i la 1 ($x_i = 1$) si v_i va face parte din acoperire, altfel x_i va fi 0, si v_i nu va face parte din acoperire.

Justificati ca submultimea de noduri selectate este o acoperire pentru graful meu.

Deoarece $x_i + x_j \geq 1$ pt orice muchie (v_i, v_j) atunci macar unul dintre x_i sau $x_j \geq \frac{1}{2}$ deci, macar unul dintre nodurile v_i sau v_j va fi selectat. deci oricare muchie (v_i, v_j) va fi acoperita.

$$ALG = \sum_{1 \leq i \leq n} f(v_i) \cdot \begin{cases} 1 & \text{if } x_i \geq 1/2 \\ 0 & \text{if } x_i < 1/2 \end{cases} \leq \sum_{1 \leq i \leq n} f(v_i) \cdot 2x_i \leq 2 \cdot \sum_{1 \leq i \leq n} f(v_i) \cdot x_i \leq 2 \cdot OPT$$