Load Balance

Algoritmi Avasați

Buhai Darius - 234

1 Problema 1

1.1 A

Folosind setul $\{30, 90, 60, 20\}$, vom obține soluția optimă $max(\{60, 30\}, \{90, 20\}) = 110$. Cu toate acestea, rulând algoritmul propus de noi, vom obține soluția $max(\{60, 20\}, \{30, 90\}) = 120$. Știind că $110 * 1.1 = 121 > 120$, algoritmul propus de noi poate fi cel puțin 1.1 aproximativ.

1.2 B

În cazul activităților cu un timp de lucru ≤ 10, algoritmul optim va aloca activitățile echilibrat, generând o diferență maximă dintre cele 2 încărcături ≤ 10.
Mai concret, pentru mulțimea T de task-uri, algoritmul nostru va aloca activitatea din momentul i pe mașina cu încărcătura cea mai mică, generând întotdeauna o diferență dintre cele 2 încărcături ≤ 10.

Pentru a putea fi un algoritm 1.1 aproximativ, diferența dintre cele 2 încărcături trebuie să fie cel puțin $\leq 1.1 * 10 = 11$. Cu toate acestea, algoritmul propus de noi are o diferență de încărcătură de $120 - 80 = 40 > 11$, neputând a fi un algoritm 1.1 aproximativ.

2 Problema 3

Pentru a demonstra factorul de aproximare îmbunătățit, vom găsi un alt lower bound (asemănător cu demonstrația de la teorema 3).

Astfel:
Fie k - mașina cu load-ul cel mai mare la sfârșitul asignării.
fie j - ultimul job asignat mașinii k.
Notăm cu load'(Mi) - loadul mașinii i dupa ce s-au asignat primele j-1 activități

$load'(M_k) \leq \frac{m+1}{2m} * \sum_{1 \leq i \leq m} load'(M_i) = \frac{m+1}{2m} * \sum_{1 \leq p < j} t_p < \frac{m+1}{2m} * \sum_{1 \leq p \leq n} t_p \leq LB$ (noul lower bound).

$ALG = load'(M_k) + t_j \leq t_j + LB \leq max\{t_p | 1 \leq p \leq n\} + LB \leq LB + LB = 2 * LB \leq 2 * OPT$

$load'(M_k) \leq \frac{m+1}{2m} \sum_{1 \leq i \leq m} load'(M_i) = \frac{m+1}{2m} * \sum_{1 \leq p < j} t_p \leq \frac{m+1}{2m} (\sum_{1 \leq p \leq n} t_p - t_j) \leq \frac{m+1}{2m} * \sum_{1 \leq p < n} t_p - \frac{m+1}{2m} * t_j$

$ALG = load'(M_k) + t_j \leq \frac{m+1}{2m} * \sum_{1 \leq p < n} t_p - \frac{m+1}{2m} * t_j + t_j \leq OPT - \frac{m+1}{2m} * t_j + t_j \leq OPT - \frac{m+1}{2m} * t_{max} + t_{max} \leq OPT + OPT - \frac{m+1}{2m} * OPT = 2 * OPT - \frac{m+1}{2m} * OPT = \frac{4m-m-1}{2m} * OPT = \frac{3m-1}{2m} * OPT = (\frac{3}{2} - \frac{1}{2m}) * OPT$

Concluzie: Algoritmul poate fi îmbunătățit la $(\frac{3}{2} - \frac{1}{2m}) * OPT$.