Vertex Cover

Algoritmi Avasați

Buhai Darius - 234

1 Problema 1

1.1 A

Pentru a analiza factorul de aproximare al algoritmului, vom lua următorul exemplu, unde variabilele selectate random de algoritm sunt boldate.

C = $(x_1 \vee \mathbf{x}_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_3 \vee \mathbf{x}_4) \wedge (x_3 \vee \mathbf{x}_6 \vee x_5) \wedge (x_1 \vee x_3 \vee \mathbf{x}_5)$

Din exemplul nostru putem observa cum selectând un x_i random din C_j la fiecare pas, acesta poate fi un element ce nu mai apare în nicio altă mulțime, caz în care vom parcurge întreaga mulțime de predicate și vom evalua ”true” exact n elemente din X.

Astfel, algoritmul dat este n-aproximativ.

1.2 B

O îmbunătățire majoră a algoritmului constă în atribuirea fiecărei variabile din C_j valoarea ”true”.

Noul algoritm va arăta așa:

1: $C = \{C_1, ...C_m\}$, mulțimea de predicate, $X = \{x_1, ..., x_n\}$ - mulțimea de variabile.
2: Cât timp $C \neq$ execută
  3: Alegem aleator $C_j \in C$.
  4: $x_i \leftarrow true, \forall x_i \in C_j$.
  5: Eliminăm din C toate predicatele ce îl conțin pe $x_i, \forall x_i \in C_j$.
6: return X

Aplicând algoritmul pe exemplul nostru vom selecta exact 3 variabile din primul predicat, eliminând restul predicatelor.

C = $(\mathbf{x}_1 \vee \mathbf{x}_2 \vee \mathbf{x}_3) \wedge \cancel{(x_1 \vee x_3 \vee x_4) \wedge (x_3 \vee x_6 \vee x_5) \wedge (x_1 \vee x_3 \vee x_5)}$

Luând în considerare algoritmul optim, care selectează exact un element la fiecare pas și generează o soluție minimă, algoritmul propus de noi va selecta în cel mai rău caz 3 elemente pentru fiecare pas (în speranța că aceste elemente vor apărea și în alte predicate).

Prin urmare putem spune că algoritmul propus este cel puțin 3-aproximativ.

1.3 C

Problema dată poate fi descrisă ca o problemă liniară astfel:

Fie X = $\{x_1, ..., x_n\}$ și C = $\{C_1, ..., C_m\}$, unde:

1. $0 \leq x_i \leq 1, \forall i \in \{1, ..., n\}$
2. $\forall C_i \in C$ și $x_{i1}, x_{i2}, x_{i3} \in C_i$ avem $x_{i1} + x_{i2} + x_{i3} \geq 1$

Minimizați suma: $\sum_{1 \leq i \leq n} x_i$.