TSP

Algoritmi Avasați

Buhai Darius - 234

1 Problema 1

1.1 A

Presupunem că problema noastră TSP nu este în NP-Hard. Astfel fie graful G(V, E) și graful G'(V', E'), în care muchiile au costul 1 dacă există în graful G sau costul 2 dacă nu există.

Putem observa cum noul graf (G') îndeplinește condiția impusă de noi (muchiile au ponderea 1 sau 2), iar prin aplicarea algoritmului TSP, vom obține costul total minim egal cu N doar în cazul în care graful G este hamiltonian.

Astfel, algoritmul propus de noi pe graful G' se va reduce la algoritmul de determinare a unui ciclu Hamiltonian. Cu toate acestea, evident algoritmul de determinare a unui ciclu Hamiltonian este în NP-Hard, iar cum $NP \neq P$, vom ajunge la o contradicție.

Concluzie: Problema noastră rămâne în NP-hard.

1.2 B

Pentru a demonstra inegalitatea triunghiului pe graful cu ponderile 1 sau 2, putem verifica fiecare dintre cele 4 cazuri posibile:

- $\{1, 1, 1\} : 1 + 1 \geq 1$
- $\{1, 1, 2\} : 1 + 1 \geq 2$
- $\{1, 2, 2\} : 1 + 2 \geq 2$
- $\{2, 2, 2\} : 2 + 2 \geq 2$

Concluzie: Aceste ponderi satisfac în continuare inegalitatea triunghiului.

1.3 C

Pentru a verifica algoritmul nostru, vom lua drept exemplu graful complet H(V, E), în care toate muchiile au costul 1. Evident, pe acest graf, algoritmul TSP va rezulta costul total egal cu N.

De asemenea, un arbore parțial de cost minim ce pleacă din nodul 1, pentru graful H, va conține exact n-1 muchii (o muchie către fiecare nod). Cu toate acestea știm că algoritmul descris în curs parcurge APM-ul rezultat de exact 2 ori, respectiv fiecare muchie de $(n - 1) * 2 = 2 * n - 2$ ori.

Prin urmare putem ajunge la concluzia că algoritmul din curs nu poate fi $\frac{3}{2}$ aproximativ, deoarece evident $2 * n - 2 > \frac{3}{2} * n, \forall n > 4$.