Saptamana 14 FLP

Exercitii recapitulative - Deductie naturala, Algoritm de unificare, Rezolutie SLD

Structura examenului

- 2h, fizic, in laboratoare / amfiteatre;
- aveti voie cu materiale ajutatoare de la curs / seminar / laborator, dar fara internet;
- 1p din oficiu, si se trece de la o nota > 4.99
- este format din doua parti:
  - parte teoretica - 4p unde vor fi 3 probleme din lista urmatoare:
    - unificare
    - deductie naturala
    - rezolutie SLD + arbori de rezolutie si de executie
    - puncte fixe
    - pasi in semantica operationala
    - substitutii si β-reductii in λ-calcul
  - parte practica - 5p
    - o problema de Prolog - 2p
    - o problema de limbaj de programare - 3p (se da sintaxa unui limbaj de programare, se va verifice daca un sir de caractere primit respecta sintaxa *verificare sintactica*; si apoi se va interpreta respectivul sir de caractere - *semantica*)

Exercitii - Deductia Naturala

Exercitiul 1 Sa se demonstreze ca urmatorul secvent este valid

$$p \wedge q \to \neg u, p \to u, p, q \vdash \neg r$$

Demonstrez ca formula logica din dreapta relatiei $\vdash$ se poate obtine din

- ipotezele de deductie din stanga relatiei $\vdash$;

- regulile de inferenta din sistemul deductiei naturale pentru logica propozitionala.

(1) $p \wedge q \rightarrow \neg u$ [ipoteza]

(2) $p \rightarrow u$ [ipoteza]

(3) p [ipoteza]

(4) q [ipoteza]

(5) u [$\rightarrow e(3,2)$]

(6) $p \wedge q$ [$\wedge i(3,4)$]

(7) $\neg u$ [$\rightarrow e(6,1)$]

(8) $\perp$ [$\neg e$(5, 7)]

(9) $\neg r$ [$\perp e(8)$]

Exercitiul 2 Sa se demonstreze ca urmatorul secvent este valid:

$$\neg q, p \vee q, s \rightarrow \neg p, s \vdash \neg r$$

(1) $\neg q$ [ipoteza]

(2) $p \vee q$ [ipoteza]

(3) $s \rightarrow \neg p$ [ipoteza]

(4) s [ipoteza]

(5) $\neg p$ [$\rightarrow e(4,3)$]

----

(6) | p [asumptie]

(7) | $\perp$ [$\neg e(6,5)$]

(8) | $\neg r$ [$\perp e(7)$]

----

(9) | q [asumptie]

(10) | $\perp$ [$\neg e(9,1)$]

(11) | $\neg r$ [$\perp e(10)$]

----

(12) $\neg r$ [$\vee e(2, 6-8, 9-11)$]

Exercitiul 3 Sa se demonstreze ca urmatorul secvent este valid:

$$p, s \rightarrow \neg q, \neg p \vee q, s \vdash r$$

(1) p [ipoteza]

(2) $s \rightarrow \neg q$ [ipoteza]

(3) $\neg p \lor q$ [ipoteza]

(4) s [ipoteza]

(5) $\neg q$ [$\rightarrow e(4, 2)$]

----

(6) | $\neg p$ [asumptie]

(7) | $\bot$ [$\neg e(1, 6)$]

(8) | r [$\bot e(7)$]

----

(9) | q [asumptie]

(10) | $\bot$ [$\neg e(9, 5)$]

(11) | r [$\bot e(10)$]

----

(12) r [$\lor e(3, 6 - 8, 9 - 11)$]

Exercitiu - Rezolutia SLD

Gasiti o SLD-respingere pentru programul de mai jos, cu tinta `?- p(X), m(Y, X), p(Y).` Indicati, la fiecare pas, regula si substitutiile folosite.

```
1. m(e, c).
2. m(d, b).
3. f(a, b).
4. f(a, c).
5. p(a).
6. p(d).
7. p(X) :- f(Y, X), p(Y).
```

Mereu, cand lucram un exercitiu bazat pe rezolutia SLD, primul pas este sa transpunem cerinta in formule logice.

Facts se transpun in formule atomice (termeni din FOL)
Regulile de inferenta din Prolog se transpun astfel:

```
P :- Q1, Q2, ..., Qn.
```

$$Q_1 \land Q_2 \land \ldots \land Q_n \rightarrow P$$
$$\equiv \neg(Q_1 \land Q_2 \land \ldots \land Q_n) \lor P$$

$$\equiv \neg Q_1 \vee \neg Q_2 \vee \ldots \vee \neg Q_n \vee P$$

(1) $m(e, c)$
(2) $m(d, b)$
(3) $f(a, b)$
(4) $f(a, c)$
(5) $p(a)$
(6) $p(d)$
(7) $\neg f(Y, X) \vee \neg p(Y) \vee p(X)$

```
?- p(X), m(Y, X), p(Y)
```

Cand fac rezolutia, tinta devine $\neg p(X) \vee \neg m(Y, X) \vee \neg p(Y)$

$G_0 = \neg p(X) \vee \neg m(Y, X) \vee \neg p(Y)$

$G_1' = \neg m(Y, a) \vee \neg p(Y)$
aplicand $Rez(G_0, 5)$ cu $\theta(X) = a$ - path blocant

$G_1'' = \neg m(Y, d) \vee \neg p(Y)$
aplicand $Rez(G_0, 6)$ cu $\theta(X) = d$ - path blocant
--\

$G_0 = \neg p(X) \vee \neg m(Y, X) \vee \neg p(Y)$
$G_1 = \neg f(Z, X) \vee \neg p(Z) \vee \neg m(Y, X) \vee \neg p(Y)$
aplicand $Rez(G_0, 7)$ cu $\theta(X) = X$
$G_2 = \neg f(a, X) \vee \neg m(Y, X) \vee \neg p(Y)$
aplicand $Rez(G_1, 5)$ cu $\theta(Z) = a$
$G_3 = \neg m(Y, b) \vee \neg p(Y)$
aplicand $Rez(G_2, 3)$ cu $\theta(X) = b$
$G_4 = \neg m(d, b)$
aplicand $Rez(G_3, 6)$ cu $\theta(Y) = d$
$G_5 = \square$
aplicand $Rez(G_4, 2)$

Am gasit o SLD-respingere pentru tinta data, deci programul Prolog raspunde cu `true`.

Exercitiu - Algoritmul de unificare

Aplicati algoritmul de unificare pentru urmatorii doi termeni.

$g(y, f(x), b) = g(x, y, b)$

Avem x, y variabile, b constanta ($b/0$), $f/1$, $g/3$

REZOLVA: $x = t$ sau $t = x$
se muta in multimea solutiei informatia $x = t$
iar in restul multimii de rezolvat, toate aparitiile lui x sunt substituite cu t
Este necesar sa verificam ca, in egalitatea $x = t$ sau $t = x$, x nu apare in t. Daca x apare in t, atunci suntem pe un caz de $ESEC$.

Un alt caz de esec este la aplicarea descompunerii, cand incercam sa unificam simboluri de functii diferite. $f(x) = g(y)$. $b = f(x)$ - sunt cazuri de ESEC

Multimea solutiei	**Multimea de rezolvat**	**Operatie aplicata**
$\emptyset$	$g(y, f(x), b) = g(x, y, b)$	DESCOMPUNE
$\emptyset$	$y = x$, $f(x) = y, b = b$	SCOATE
$\emptyset$	$y = x$, $f(x) = y$	REZOLVA
$y = f(x)$	$f(x) = x$	ESEC

Pentru exemplul de mai sus, nu exista un unificator pentru termenii $g(y, f(x), b)$ si $g(x, y, b)$.

Incercam pentru $f(a, x, g(x)) = f(a, y, y)$

Multimea solutiei	**Multimea de rezolvat**	**Operatie aplicata**
$\emptyset$	$f(a, x, g(x)) = f(a, y, y)$	DESCOMPUNE
$\emptyset$	$a = a$, $x = y$, $g(x) = y$	SCOATE
$\emptyset$	$x = y$, $g(x) = y$	REZOLVA
$x = y$	$g(y) = y$	ESEC