

Logica

Mattia Nicolis

A.A. 2025-26

Indice

Introduzione alla logica	5
Numeri naturali	5

Introduzione alla logica

La **logica** si occupa di **formalizzare i ragionamenti matematici** utilizzando il linguaggio matematico.

Ciò è dovuto al fatto che il linguaggio naturale è ambiguo per la descrizione di teorimi.

La logica si divide in:

- **logica formale:** che a sua volta si divide in
 - *logica simbolica*
 - *Logica matematica:* studia la calcolabilità [studiata a fondamenti]
- **logica filosofica:** ha a che fare con il linguaggio naturale

Numeri naturali

Dal punto di vista intuitivo i numeri sono un insieme infinito:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$$

per i quali sono definite le operazioni standard aritmetiche elementari.

Peano definì in maniera rigorosa i numeri naturali.

Definizione - numeri naturali

I **numeri naturali** sono una tupla:

$$\langle \mathbb{N}, 0, succ \rangle$$

Su questa tupla, sono definite 4 assiomi (teoremi che non si dimostrano):

1. $0 \in \mathbb{N}$
2. $succ : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ (operazione unaria iniettiva)
3. $0 \notin \text{Im}(succ)$ (zero non è successore di nessuno)
4. (**Principio di induzione**) per ogni $\mathbb{P} \subseteq \mathbb{N}$ valgono le seguenti proprietà:
 - $0 \in \mathbb{P}$
 - $\forall n \in \mathbb{N}, (n \in \mathbb{P} \rightarrow succ(n) \in \mathbb{P})$ $\Rightarrow \mathbb{P} = \mathbb{N}$