

Fondamenti dell'informatica

Mattia Nicolis

A.A. 2025-26

Indice

Introduzione	5
induzione matematica	6
Linguaggi regolari	7
Automi a stati finiti deterministici	7

Introduzione

L'informatica si occupa di risolvere problemi.

La soluzione di un problema è un **algoritmo**, ovvero una sequenza finita di passi che, se seguiti correttamente, **risolvono il problema**.

Poichè ogni dato può essere rappresentato da numeri naturali, tramite una biiezione, è sufficiente considerare funzioni del tipo:

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

per modellare tutti i possibili problemi.

Definizione - funzione calcolabile

Una **funzione** f si dice **calcolabile** se **esiste un algoritmo che, dato un input x , restituisce $f(x)$**

Nell'insieme delle funzioni $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, la parte delle funzioni calcolabili è strettamente contenuta.

Definizione - alfabeto

Un **alfabeto** Σ è un **insieme finito di simboli**.

Esempio: consideriamo l'alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$.

Le stringhe componibili da Σ sono:

$$\Sigma^* = \{\epsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 0000, \dots\}$$

Σ^* è detto **insieme delle sequenze di lunghezza finita sull'alfabeto**.

La stringa ϵ è la stringa vuota.

Poichè non vi è limite alla lunghezza delle stringhe, l'insieme Σ^* e la sua cardinalità vale:

$$|\Sigma^*| = |\mathbb{N}|$$

Definizione - algoritmo

Un **algoritmo** Σ è una **sequenza finita di simboli su un'alfabeto**.

Induzione matematica

Per utilizzare il principio di induzione su un insieme, è necessario che su questo sussista una relazione d'ordine ben fondata.

Definizione - induzione matematica

Sia A un insieme con una relazione d'ordine $<$ ben fondata.

Sia π una proprietà definita sugli elementi di A .

Allora vale la seguente corrispondenza:

$$\forall a \in A : \pi(a) \Leftrightarrow \forall a \in A : ((\forall b \in A. b < a : \pi(b))) \Rightarrow \pi(a)$$

Linguaggi regolari

Definizione - stringa

Una **stringa**, o parola, è una sequenza finita di simboli su un alfabeto Σ .

Definizione - lunghezza di una stringa

La lunghezza $|x|$ di una stringa x è il numero di occorrenze di simboli al suo interno.

Alcuni esempi di linguaggio sono \emptyset , dato che è sottoinsieme di qualsiasi insieme, e $\{\epsilon\}$, la stringa vuota.

Quest'ultimo compone, appunto, il linguaggio L che contiene solo la stringa vuota.

Automi a stati finiti deterministici

I linguaggi regolari sono tali per cui esiste un automa a stati finiti deterministico che li riconosce.

Un automa è composto da un nastro di lunghezza illimitata, ma in sola lettura e dunque non possiede nessuna alcun tipo di memoria attiva.

Il nastro viene letto mediante una testina e scorre in una sola direzione.

L'automa possiede inoltre un'entità di controllo, descritta attraverso lo stato in cui si trova.

Un programma in esecuzione sull'unità, infine, si occupa di stabilire le transizioni di stato.