

Esercizio 1: Proiettile

Il problema richiede di minimizzare una funzione degli errori di osservazione, che a loro volta sono dati dalla differenza tra i valori calcolati secondo l'equazione della parabola (incognita) e i valori effettivamente osservati (dati). Gli errori sono definiti come differenze tra le ordinate calcolate e osservate, poiché le ascisse sono invece note con precisione, essendo direttamente proporzionali agli istanti di osservazione, che sono noti con certezza. Le variabili del problema sono quindi i parametri della parabola, ossia i coefficienti a , b e c dell'equazione di una generica parabola con asse verticale

$$y = ax^2 + bx + c.$$

Per ogni punto di ascissa $x(i)$ si ha quindi un errore pari a $e(i) = y(i) - [ax(i)^2 + bx(i) + c]$. Le variabili $e(i)$ sono libere, poiché l'errore può essere sia in eccesso che in difetto. Anche i tre parametri della parabola corrispondono a tre variabili libere (in particolare la prima è sicuramente negativa, poiché la parabola è sicuramente concava verso il basso).

La funzione obiettivo da minimizzare è lo scarto quadratico medio, ossia la somma degli errori quadratici $e(i)^2$.

Il problema dà luogo quindi ad un modello di programmazione non-lineare.

La soluzione trovata è ottima anche in senso globale perché il problema è convesso.

Dall'equazione della parabola si ricavano poi anche il punto di partenza e di arrivo del proietto (cioè i punti di intersezione della parabola con l'asse delle ascisse) con la nota formula risolutiva delle equazioni di secondo grado.

Il modello Lingo è nel file PROIETT.LG4; la corrispondente soluzione è nel file PROIETT.LGR.