

Esercizio 2: Pizze

Il problema è lineare e ha due obiettivi contrastanti. Se ciascuno dei due amici potesse mangiare tutte e tre le pizze il suo grado di soddisfazione avrebbe valore 1 mentre quello del suo amico avrebbe valore 0. I casi intermedi tra questi estremi si possono trovare studiando la regione Paretiana del problema a due obiettivi, ad esempio con il metodo dei vincoli.

Nel file PIZZE.LTX è contenuto il modello Lindo del problema senza vincoli sulle quantità complessive mangiate dai due amici. Le variabili $x(i)$ e $y(i)$ rappresentano la frazione di pizza i -esima assegnata rispettivamente al primo e al secondo.

La soluzione è contenuta nel file PIZZE.OUT, in cui viene riportato anche il risultato dell'analisi parametrica su uno dei due obiettivi, trasformato in vincolo (quello relativo all'amico n.1). Le tre soluzioni ottime corrispondenti ai tre criteri indicati sono facilmente identificabili sulla regione paretiana nello spazio degli obiettivi. Nel primo caso, sia il punto (0,1) che il punto (1,0) (uno mangia tutto e l'altro niente) ottimizzano il primo criterio; nel secondo caso la soluzione ottima si ha quando entrambi hanno lo stesso livello di contentezza, ossia nel punto (0.7,0.7); nel terzo caso la soluzione ottima si ha nel punto di discontinuità che separa il segmento di coefficiente angolare superiore a -1 da quello di coefficiente angolare inferiore a -1, cioè di nuovo nel punto (0.7,0.7).

Lo stesso procedimento si può ripetere per studiare il secondo caso, dopo aver aggiunto al modello il vincolo sulla quantità di pizza complessiva attribuita ai due amici (file PIZZE2.OUT).

Dall'esame della regione Pareto-ottima (file PIZZE2.OUT) si ricava che rispetto al primo obiettivo la soluzione ottima è nel punto (0.45, 0.8); nel secondo caso l'ottimo si ha sulla bisettrice, dove i due indici di contentezza sono uguali, cioè nel punto di coordinate pari a 0,6214285, calcolato tramite il modello nel file PIZZE3.LTX (soluzione nel file PIZZE3.OUT); infine con il terzo obiettivo la soluzione ottima è nel punto di discontinuità di coordinate (0.60,0.75), con un grado di contentezza complessiva pari a 1.35.