Esercizio 1: Spedizione urgente

Il problema richiede di selezionare da un insieme di elementi (imballi) due sottoinsiemi disgiunti (imballi spediti sui due voli). Si può formulare il problema con una variabile binaria $x(i,j)$ per ogni coppia imballo i - volo j, con i=1,..,12 e j=1,2. La variabile vale 1 se e solo se l'imballo i viene spedito sul volo j.

I vincoli di selezione degli imballi impongono che per ogni imballo i, la somma delle variabili $x(i,j)$ su tutti i valori di j sia minore o uguale a 1 (se la somma vale 0, l'imballo non viene caricato su nessuno dei due voli: viaggerà per nave). Inoltre ogni volo è soggetto a due vincoli di capacità, uno sul peso complessivo degli oggetti caricati e uno sul loro volume complessivo.

La funzione obiettivo deve tenere conto di due obiettivi, uno principale e uno secondario. L'obiettivo principale è la minimizzazione del numero di imballi non assegnati ad alcun aereo. L'obiettivo secondario è la minimizzazione del costo di spedizione. Per tenere conto di entrambi, è possibile associare una penalità fittizia agli imballi non spediti, dandole un valore di almeno un ordine di grandezza superiore a quello dei costi di spedizione (nel nostro caso i costi di spedizione sono dell'ordine delle decine di migliaia di euro, quindi un valore adeguato per il coefficiente di penalità può essere 100000). In questo modo tutte le soluzioni in cui vengono spediti via aerea meno imballi costano di più delle soluzioni in cui ne vengono spediti di più.

I costi fissi ovviamente si possono trascurare, dato che entrambi gli aerei devono comunque essere utilizzati. I costi variabili si ottengono come combinazione lineare delle variabili x moltiplicate per i coefficienti dati.

Il problema è di Programmazione Lineare 0-1.

Il modello Lingo è nel file SPEDIZ.LG4 e la corrispondente soluzione nel file SPEDIZ.LGR.

La soluzione ottima consiste nello spedire 11 dei 12 imballi (l'imballo numero 4 resta escluso). Si noti che peso e volume residui sono molto maggiori di quanto richiesto per trasportare l'imballo escluso, ma nessuna combinazione consente di trasportarli tutti e 12. La ripartizione ottima degli 11 imballi implica un costo di 25587 Euro (più i costi fissi) e si ottiene saturando in peso il secondo aereo, che ha costi variabili per unità di peso molto inferiori a quelli del primo.

In alternativa al metodo che usa un termine di penalità, è possibile scomporre il procedimento risolutivo in due fasi successive. Prima si risolve il problema di massimizzare il numero di imballi trasportabili nel rispetto dei vincoli di capacità, usando come funzione obiettivo da massimizzare la somma delle 24 variabili binarie $x(i,j)$. La soluzione ottima di questo primo problema (che ha valore 11) consente di inserire un vincolo di uguaglianza nel modello (somma delle variabili = 11) e di risolvere il secondo problema con la funzione obiettivo data dai costi, senza dover introdurre il termine di penalità.