

Esercizio 1: Matching

Si tratta di un problema di matching su grafo bipartito. Il problema di formula con tante variabili binarie quante le possibili coppie, cioè $7 \times 7 = 49$ e due insiemi di vincoli che impongono che ogni punto sia abbinato con un altro. Nel primo caso la funzione obiettivo è una funzione min-sum, nel secondo caso è una funzione min-max, che può essere rappresentata in modo lineare introducendo una variabile ausiliaria D e imponendo che D sia maggiore o uguale a tutti i costi delle coppie del matching e chiedendo nella funzione obiettivo la minimizzazione di D . Con entrambe le funzioni obiettivo il problema è polinomiale. Tuttavia eseguendo l'algoritmo del simplesso sul rilassamento continuo del problema si ha nel primo caso la garanzia di trovare sempre una soluzione intera, ma nel secondo caso si può ottenere una soluzione frazionaria. Occorre perciò imporre esplicitamente le condizioni di integralità sulle variabili binarie che definiscono il matching.

Il problema di PLI a due obiettivi si può risolvere col metodo dei vincoli, imponendo che D sia minore o uguale ad un parametro che viene fatto via via decrescere, risolvendo ogni volta il problema di matching a costo complessivo minimo. Poiché il problema è discreto, non si può fare l'analisi parametrica automaticamente, ma bisogna eseguirle l'algoritmo a mano.

Nella prima iterazione senza imporre alcun vincolo sul costo massimo (file MATCH1.LTX), si ottiene una soluzione di costo 156 dove la coppia più costosa ha costo pari a 58 (file MATCH1.OUT). In questa iterazione non è necessario imporre l'integralità delle variabili, poiché si sta risolvendo un problema di matching bipartito di costo minimo.

Nella seconda iterazione (file MATCH2.LTX) si impone che la coppia di costo massimo abbia un costo minore di 58 (cioè minore o uguale a 57, poiché tutti i costi sono interi per definizione) e si ottiene (file MATCH2.OUT) una soluzione di costo complessivo pari a 160 dove la coppia più costosa ha costo 56.

Nella terza iterazione (files MATCH3.LTX e MATCH3.OUT) ripetendo il procedimento si ottiene una soluzione di costo complessivo pari a 176 e costo massimo di una coppia pari a 48.

Nella quarta iterazione, imponendo che il costo massimo di una coppia non superi il valore 47, non si ottiene più alcuna soluzione intera.

Pertanto le tre soluzioni trovate costituiscono la regione paretiana del problema.

Il punto utopia ha quindi coordinate pari a 156 (costo complessivo) e 48 (costo massimo di coppia).

La soluzione che massimizza il massimo miglioramento rispetto allo standard è quella intermedia tra le tre paretiane, poiché ha una diminuzione di entrambi i costi non inferiore a 14 (il costo massimo diminuisce di 14 rispetto allo standard, il costo complessivo di 20).

I files LINDO sono stati ottenuti dal file LINGO denominato MATCH.LG4 per automatizzare il calcolo dei dati.

Il file LINGO MATCH2.LG4 produce invece le soluzioni direttamente nel file MATCH2.LGR.