Esercizio 2: Classificatore automatico

Le variabili del problema devono rappresenare una retta nel piano: è quindi opportuno introdurre te variabili *a*, *b*, *c*, che rappresentano i coefficienti della retta espressa in forma generale: $ax + by + c = 0$. Tutte e tre queste variabili vanno dichiarate come variabili libere. Per evitare la soluzione senza senso $a=b=0$, è anche necessario introdurre una condizione di normalizzazione, ad esempio *a^2 + b^2 = 1*.

La posizione dei punti rispetto alla retta dipende dal segno della quantità *a*x(i) + b* y(i) + c*, per ogni punto *i*. Pertanto per imporre che un punto giaccia in uno nell'altro dei due semipiani definiti dalla retta si può imporre che tale quantità sia non-negativa o non-positiva a seconda che il punto sia "vero" o "falso".

Per accettare (e contare) le violazioni di tale vincolo è necessario introdurre una variabile binaria *z(i)* per ciascun punto, che vale 1 se e solo se il vincolo relativo al punto è violato, cioè se il punto cade dalla parte "sbagliata" della retta. Pertanto i vincoli vengono modificati come segue:
*a*x(i) + b* y(i) + c >= - M * z(i)* per i punti "veri" e
*a*x(i) + b* y(i) + c <= + M * z(i)* per i punti "falsi" (o viceversa).

In questo modo per *z(i) = 1* i vincoli sono automaticamente soddisfatti, pur di scegliere *M* sufficientemente grande.

La funzione obiettivo da minimizzare è semplicemente data dalla somma delle variabili *z(i)*, che indicano quante sono le violazioni dei vincoli.

Il problema risultante è di programmazione non-lineare misto-intera. Il modello LINGO è nel file CLASSAUT.LG4 e la soluzione corrispondente è nel file CLASSAUT.LGR. La soluzione è un minimo locale, non ci sono garanzie che sia anche un minimo globale.