Rapport projekt X

Mattias Sandberg, TIDB, matsandb@kth.se

Uppgift 1: Polynomekvation

Sammanfattning

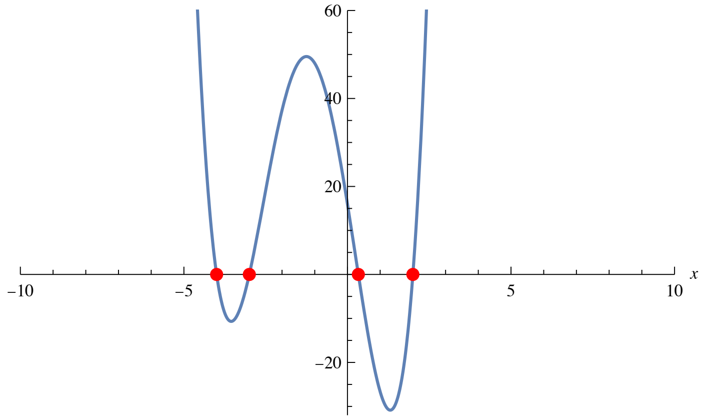
Uppgift

Hitta lösningarna till polynomekvationen: $2x^4 + \frac{28}{3}x^3 - \frac{22}{3}x^2 - \frac{140}{3}x + 16 = 0$.
Rita också grafen för polynomet och markera nollställen med en röd punkt.

Resultat

a) Rötterna är: $\left\{-4, -3, \frac{1}{3}, 2\right\}$

b) Grafen är:



Kod

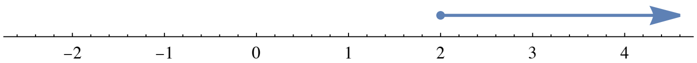
Uppgift 2: Olikhet

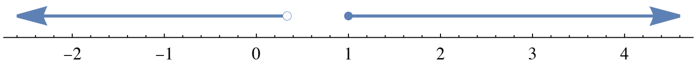
Sammanfattning

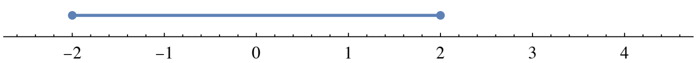
Uppgift

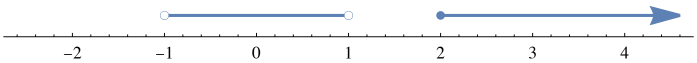
Lös uppgift 21, 22 och 26 i kapitel 3 i boken Matematisk kommunikation, argumentation och ska-pande. Ge ett exakt svar. I de fall det är lämpligt illustrera lösningsområdet grafiskt.

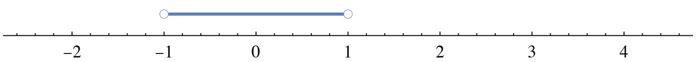
Resultat

Uppgift 21: a) x≥2 ,

b) $x < \frac{1}{3}$ || $x \geq 1$ ,

c) -2≤x≤2 ,

d) -1<x<1||x≥2 ,

e) -1<x<1 ,

//Fick som tips av kamraträttning att visualisera uppgidt 21!

Uppggift 22: a) False, b) $\frac{1}{2} \leq x \leq 3$ c) x==1, d) 0≤x≤4

Uppggift 26: a) x==-1||x==4, b) $x == 0$ || $x == 1$ || $x == \frac{1}{2} \times \left(1 - \sqrt{17}\right)$ || $x == \frac{1}{2} \times \left(1 + \sqrt{17}\right)$

Kod

```
In[ ]:= Uppgift 21 : a) Reduce[(x - 2) / (x^2 + 1) ≥ 0, x, Reals]
NumberLinePlot[(x - 2) / (x^2 + 1) ≥ 0, {x, -2, 4}]

Uppgift 21 : b) Reduce[2 / (3 x - 1) ≤ 1, x, Reals]
NumberLinePlot[2 / (3 x - 1) ≤ 1, {x, -2, 4}]

Uppgift 21 : c) Reduce[4 / (x^2 + 4) ≥ (1 / 2), x, Reals]
NumberLinePlot[4 / (x^2 + 4) ≥ (1 / 2), {x, -2, 4}]

Uppgift 21 : d) Reduce[(x - 2) / (x^2 - 1) ≥ 0, x, Reals]
NumberLinePlot[(x - 2) / (x^2 - 1) ≥ 0, {x, -2, 4}]

Uppgidt 21 : e) Reduce[((x - 2) / (x - 1)) ≥ 1 + ((2 x) / (x + 1)), x, Reals]
NumberLinePlot[((x - 2) / (x - 1)) ≥ 1 + ((2 x) / (x + 1)), {x, -2, 4}]

Uppgift 22 : a) Reduce[√(x + 1) ≤ -√(2 + x), x, Reals]

Uppgidt 22 : b) Reduce[Sqrt[2 x - 1] > -1 (Sqrt[3 - x]), x, Reals]

Uppgift 22 : c) Reduce[√(x^2 - 1) ≤ -√(2 x^2 - 2 x), x, Reals]
```

```
Uppgift 22 : d) Reduce[(2 + Sqrt[x] ≥ x), x, Reals]

Uppgift 26 : a) Reduce[Abs[x - 1] + Abs[x - 2] == 5, x, Reals]

Uppgift 26 : b) Reduce[Abs[x^2 - x - 2] == 2, x, Reals]
```

Uppgift 3: Bionomisk ekvation

Sammanfattning

Uppgift

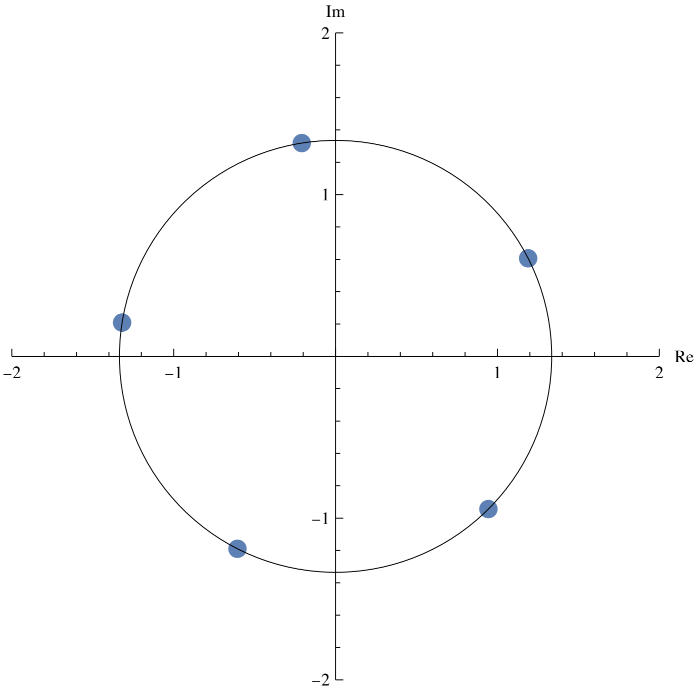
Finn lösningen till ekvationen $z^5 = -3 + 3\,i$ och visa grafiskt att dessa ligger på en cirkel i komplexa talplanet.

Resultat

Svar: Lösningen till ekavtionen $z^5 = -3 + 3\,i$ är:

$$\left\{(-3+3\,i)^{1/5},\ (-3+3\,i)^{1/5}(-1)^{2/5},\ -(-3+3\,i)^{1/5}(-1)^{3/5},\ (-3+3\,i)^{1/5}(-1)^{4/5},\ -(-3)^{1/5}(-1+i)^{1/5}\right\}$$

Grafisk visulation:



Kod

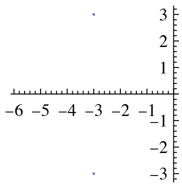
```
(*kod till Rötterna för ekvationen*)

z^5 = -3 + 3 I
Quit[]
z1 = -3 + 3 I;
cz1 = -3 - 3 I;
Arg[z1]
Abs[z1]
```

$\frac{3\pi}{4}$

$3\sqrt{2}$

```
ComplexListPlot[{z1, cz1}]
```




```
list = Solve[z^5 + 3 - 3 I == 0]
```

$\{\{z \to (-3+3i)^{1/5}\}, \{z \to (-3+3i)^{1/5}(-1)^{2/5}\}, \{z \to -(-3+3i)^{1/5}(-1)^{3/5}\}, \{z \to (-3+3i)^{1/5}(-1)^{4/5}\}, \{z \to -(-3)^{1/5}(-1+i)^{1/5}\}\}$

```
Z = {z1, z2, z3, z4, z5} = z /. Solve[z^5 + 3 - 3 I == 0]
```

$\{(-3+3i)^{1/5}, (-3+3i)^{1/5}(-1)^{2/5}, -(-3+3i)^{1/5}(-1)^{3/5}, (-3+3i)^{1/5}(-1)^{4/5}, -(-3)^{1/5}(-1+i)^{1/5}\}$

```
(*Kod till uträkningen för den grafiska visualiseringen*)

pp = Table[{Re[Z⟦i⟧], Im[Z⟦i⟧]}, {i, 1, 5}]
```

$$\{\{\mathrm{Re}[(-3+3i)^{1/5}], \mathrm{Im}[(-3+3i)^{1/5}]\},$$
$$\{\mathrm{Re}[(-3+3i)^{1/5}(-1)^{2/5}], \mathrm{Im}[(-3+3i)^{1/5}(-1)^{2/5}]\},$$
$$\{\mathrm{Re}[-(-3+3i)^{1/5}(-1)^{3/5}], \mathrm{Im}[-(-3+3i)^{1/5}(-1)^{3/5}]\},$$
$$\{\mathrm{Re}[(-3+3i)^{1/5}(-1)^{4/5}], \mathrm{Im}[(-3+3i)^{1/5}(-1)^{4/5}]\},$$
$$\{\mathrm{Re}[-(-3)^{1/5}(-1+i)^{1/5}], \mathrm{Im}[-(-3)^{1/5}(-1+i)^{1/5}]\}\}$$

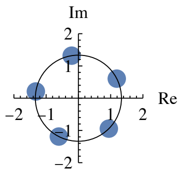
```
z1 * z2 * z3 * z4 * z5
```

$-3+3i$

$N[\mathrm{Re}[(-3+3i)^{1/5}]]$

```
1.189619664737166`

ListPlot[pp, AxesLabel → {"Re", "Im"},
 AspectRatio → Automatic, PlotMarkers → {Automatic, Medium},
 PlotRange → {{-2, 2}, {-2, 2}}, Epilog → {Circle[{0, 0}, Abs[z1]]}]
```




```
(*Jag fick hjälp av en anna grupp med
 den grafiska visuliseringen av lösningsmängden*)
```

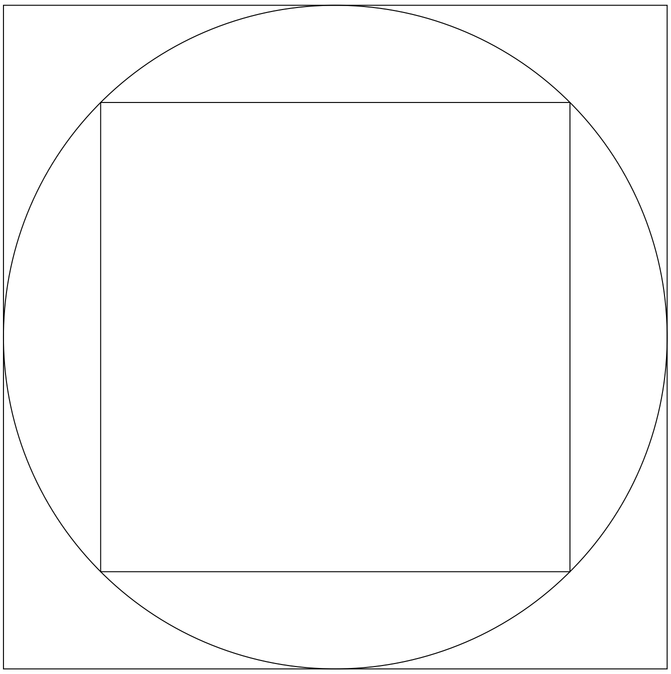
Uppgift 4: Arean av en cirkel och närmevärde till Pi

Sammanfattning

Uppgift

En kvadrat kan skrivas in i en cirkel och en cirkel kan skrivas in i en kvadrat, vilket ger figuren nedan. Antag att cirkeln har radien $r = 1$.

```
Show[Graphics[{FaceForm[None], EdgeForm[{Black}],
   Polygon[{{-1 / Sqrt[2], -1 / Sqrt[2]}, {-1 / Sqrt[2], 1 / Sqrt[2]},
     {1 / Sqrt[2], 1 / Sqrt[2]} , {1 / Sqrt[2], -1 / Sqrt[2]}}],
   Disk[{0, 0}], Polygon[{{-1, -1}, {-1, 1}, {1, 1}, {1, -1}}]}]]
```

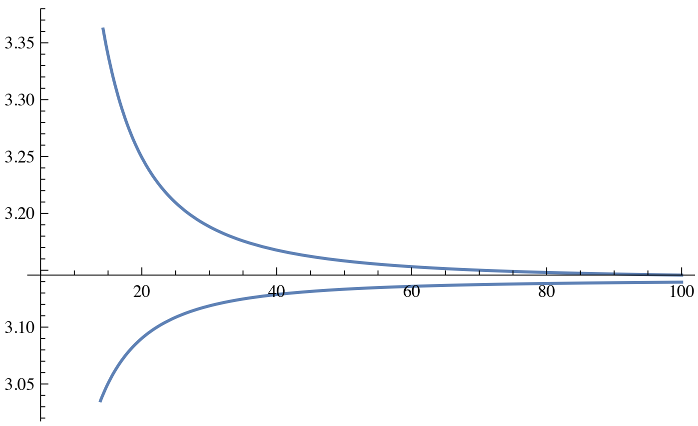


Från figuren kan vi konstatera att cirkelns area är mindre än $2^2 = 4$ och större än $\left(2 / \sqrt{2}\right)^2 = 2$. Det betyder att vi kan bestämma $\pi = 3 \pm 1$. Dvs medelvärdet av 4+2 och det absoluta felet till närmevärdet.
Då cirkelns area i detta fall är $\pi r^2 = \pi$, så är detta också en metod att bestämma ett närmevärde till π.
Vi kan också se arean för en kvadrat som fyrsidig polygon där arean kan bestämmas av fyra trianglar.
Använd ovanstående metod med reglebundna polygoner med fler sidor än fyra och beräkna ett mer exakt värde på π. Jämför sedan med värdet på Pi i Mathematica (se nedan med 10 siffor). Du får använda trigonometriska funktioner för att bestämma arean av trianglarna.
Rita en graf för hur min och max värdet konvergerar mot Pi som en funktion av antal sidor på polygonen.

```
N[Pi, 10]
3.141592654
```

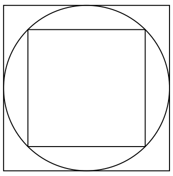
Resultat

Svar: Graf över hur min och max värdet konvergerar mot Pi som en funktion av antal sidor på polygonen:



Kod

```
Quit[]
Show[Graphics[{FaceForm[None], EdgeForm[{Black}],
   Polygon[{{-1 / Sqrt[2], -1 / Sqrt[2]}, {-1 / Sqrt[2], 1 / Sqrt[2]},
     {1 / Sqrt[2], 1 / Sqrt[2]} , {1 / Sqrt[2], -1 / Sqrt[2]}}],
   Disk[{0, 0}], Polygon[{{-1, -1}, {-1, 1}, {1, 1}, {1, -1}}]}]]
```



```
(*a är antalet sidor i kvadraten*)
```

In[∘]:=
```
g1[a_] = a * (0.5 * Tan[(2 π / a)])
```

Out[∘]= $0.5\, a\, \text{Tan}\left[\frac{2\pi}{a}\right]$

```
(*Polygonerna Pi för att beräkna vinklar i Polygonerna*)
```

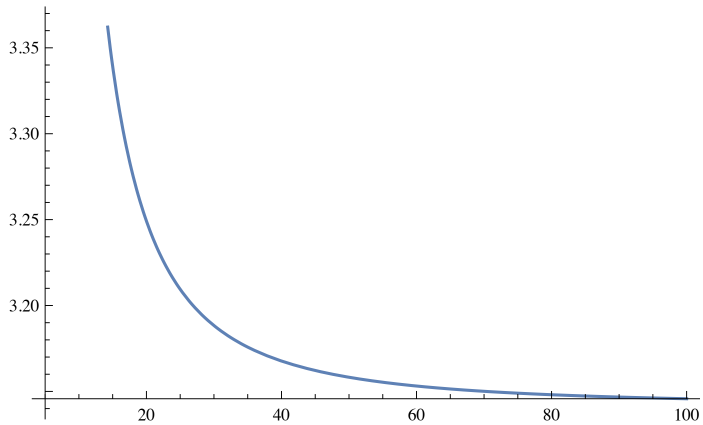
In[∘]:=
```
g1[100]
```

Out[∘]= 3.14573

```
(*Beräkning av minsta möjliga Pi*)
```

In[∘]:=
```
p1 = Plot[g1[a], {a, 5, 100}]
```

Out[∘]=




```
(*Arean av polygoner som ligger i cirkel, a antal sidor*)
```

In[∘]:=
```
g2[a_] = a * 0.5 * Sin[2 π / a]
```

Out[∘]= $0.5\, a\, \text{Sin}\left[\frac{2\pi}{a}\right]$

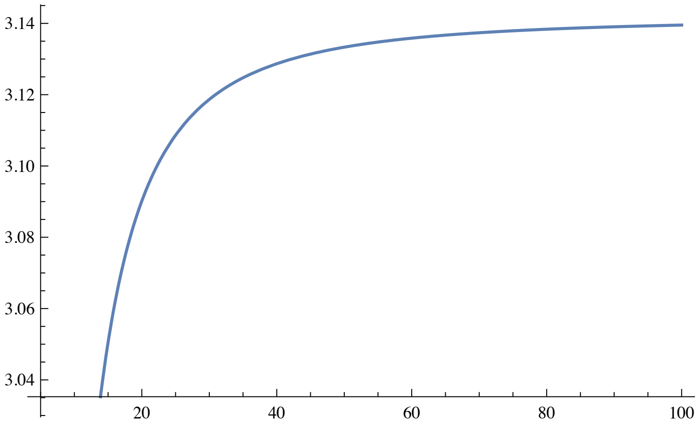
```
g2[100]
```

Out[ ]= 3.13953

```
(*Beräkning av maximala värdet för Pi*)
```

In[ ]:= `g2 = Plot[g2[a], {a, 5, 100}]`

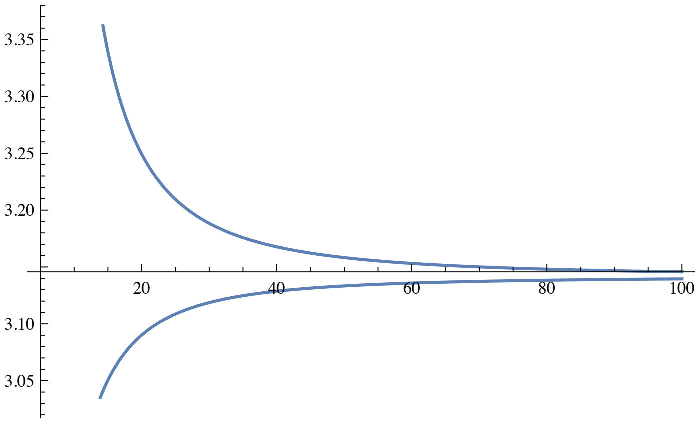
Out[ ]=




```
(*båda graferna samsatta i samma kartesiska koordinatsystem*)
```

In[ ]:= `Show [p1, p2, PlotRange → All]`

Out[ ]=



In[ ]:= `N[Pi, 10]`

Out[ ]= 3.141592654

```
(*Jag beräknar både minsta och störta värdet på Pi med trigonometriska
 funktioner. Sedan lade jag ihop graferna i ett kartesiska koordinatsystem
 och jämförde med det riktiga värdet på Pi (med 10st decimaler). Båda metoder
 närmar sig Pi när antalet polygoner i cirkeln och utanförcirkeln ökar*)
```

```
(*Jag fick hjälp av en annan grupp som hade fått hjälp av Fadil
 under en Datorlaborationsövning. framförallt med hur man skulle tolka
 frågan och vad det var man skulle beräkna och visulaisera grafiskt*)
```