Es. 1

Due corpi hanno temperature T_1 e T_2 e vale $T_2 > T_1$ le loro capacità termiche sono $C_1 = m_1 c_1$ e $C_2 = m_2 c_2$
Mettiamo i due corpi a contattto

1- Il processo è reversibile? No
2- Quanto vale la temperatura di equilibrio T_e assumendo che $C_2 = 2C_1$

$$T_e = \frac{C_1 T_1 + C_2 T_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 T_1 + 2 C_1 T_1}{C_1 + 2C_1} = \frac{T_1 + 2T_2}{3}$$

3- Quanto vale la variazione di entropia totale dei due corpi?

$$\Delta S^{(1)} = \int_{T_1}^{T_e} dS = \int_{T_1}^{T_e} \frac{dQ}{T} = C_1 \int_{T_1}^{T_e} \frac{dT}{T} = C_1 \ln \frac{T_e}{T_1}$$

$$\Delta S^{(2)} = C_2 \ln \frac{T_e}{T_2} = 2 C_1 \ln \frac{T_e}{T_2}$$

$$\Delta S^{(tot)} = \Delta S^{(1)} + \Delta S^{(2)}$$

4- Se non avessimo usato questi due corpi per alimentare una macchina termica reversibile quanto varrebbe T_e' e W?

Se il processo di estrazione di calore da questi due corpi e di conversione in lavoro è reversibile

$$\Delta S^{(tot)} = 0$$

$$\Delta S^{(tot)} = C_1 \ln \frac{T_e'}{T_1} + C_2 \ln \frac{T_e'}{T_2} = 0$$

$$0 = C_1 \left(\ln \frac{T_e'}{T_1} + 2 \ln \frac{T_e'}{T_2} \right)$$

$$0 = \ln \frac{T_e'}{T_1} + \ln \left(\frac{T_e'}{T_2} \right)^2 = \ln \frac{T_e' (T_e')^2}{T_1 \cdot (T_2)^2}$$

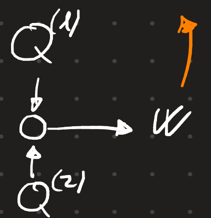
$$(T_e')^3 = T_1 (T_2)^2 \Longrightarrow T_e' = (T_1 \cdot T_2^2)^{1/3}$$

Analizziamo i calori scambiati dai due corpi

$$Q^{(1)} = C_1 (T_e' - T_1') > 0$$

$$Q^{(2)} = C_2 (T_e' - T_2') < 0$$

Questa volta abbiamo che $\underline{Q^{(1)} + Q^{(2)}} \neq 0$ è il lavoro che la macchina estrae
Infatti ora

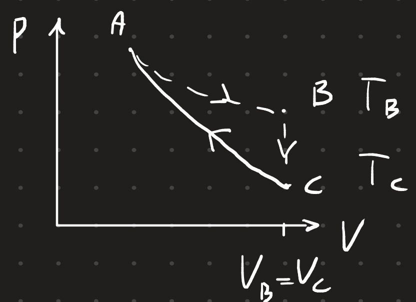


Es. 2

Un gas ideale monoatomico ($\gamma = 5/3$). Compie un ciclo di efficienza $\eta = 0,2$ così composto
- AB espansione isoterma non reversibile
- BC è una trasformazione isocora noon reversibile tra T_B=300K e T_C=200K (raffreddamento)
- CA adiabatica reversibile

1- Disegnare il ciclo sul piano di Clapeyron
2- Sapendo che in un ciclo W=200J determinare il calore assorbito in Q_{AB}
3- Determinare il numero di moli e gas contenenti nella macchina
4- Determinare la variazione di entropia lungo le 3 trasformazioni

①



②

Q_{AB} è assorbito

Q_{BC} è ceduto

$Q_{CA} = 0$

$$\eta = \frac{W}{Q_{Ass}} = \frac{W}{Q_{AB}}$$

$$Q_{AB} = \frac{W}{\eta} = \frac{200}{0,2} = 1000\ J$$

③

Osserviamo che $W_{BC} = 0$, $Q_{BC} = \Delta U_{BC} = n \underbrace{c_v}_{\frac{3}{2}R} (T_C - T_B)$

$$\Delta U_{ciclo} = 0 = Q_{ciclo} - W_{ciclo} = Q_{AB} + Q_{BC} + \underbrace{\cancel{Q_{CA}}}_{=0} - W$$

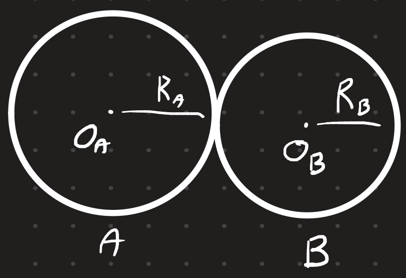
$$Q_{BC} = W - Q_{AB} = 200 - 1000 = -800\ J$$

④

$$\Delta S_{AB} = \underbrace{\cancel{n c_v \ln \frac{T_B}{T_A}}}_{=0} + n R \ln \frac{V_B}{V_A}$$

$$\Delta S_{BC} = n c_v \ln \frac{T_C}{T_B} + \underbrace{\cancel{n R \ln \frac{V_C}{V_B}}}_{=0}$$

$$\Delta S_{CA} = n c_v \ln \frac{T_A}{T_C} + n R \ln \frac{V_A}{V_C}$$



$R_A = 0,5\,m \qquad I_A = 0,5\ Kg\,m^2$

$R_B = 0,6\,m \qquad I_B = 0,68\ Kg\,m^2$

a $t_0 = 0 \qquad \omega_{A,i} = 10\ rad/s$

$$I = \frac{1}{2} m R^2 = 0,5\ Kg\,m^2$$

rot. attorno al CM — moto del CM — rot. attorno al CM

$$E_{TOT,i} = \frac{1}{2} I \omega_{A,i}^2 \qquad E_{TOT} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \omega_f^2$$

$$\cancel{\tfrac{1}{2}} I \omega_{A,i}^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}} m v^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}} I \omega_f^2 \qquad v = \omega R_A$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} R^2 \omega_{A,i}^2 = \cancel{m} v^2 + \frac{1}{2} \cancel{m} \underbrace{R^2 \omega_f^2}_{v} \qquad v^2 = \omega^2 R_A^2$$

$$\frac{1}{2} R^2 \omega_{A,i}^2 = v^2 + \frac{1}{2} v^2 \implies \frac{1}{2} R^2 \omega_{A,i}^2 = \frac{3}{2} v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{1}{3} R^2 \omega_{A,i}^2} = 2,88 \qquad \omega = 5,77$$