1. Оптимальный прием сигналов. Согласованный фильтр

В отличие от линейных фильтров, предназначенных для оптимальной фильтрации случайных сигналов, согласованный фильтр применяется при обнаружении и различении детерминированных сигналов.

Критерий оптимальности согласованного фильтра:

$$q_{\scriptscriptstyle \rm B} = q_{\scriptscriptstyle \rm B}$$

т. е. на выходе согласованного фильтра должно реализоваться максимальное отношение сигнал/шум.

Вывод КЧХ и импульсной характеристики h(t) согласованного фильтра:

$$t \in [0;T] \xrightarrow{y(t) = s(t) + \eta(t)} \xrightarrow{K(j\omega), h(t)} \xrightarrow{y_{B}(t) = s_{B}(t) + \eta_{B}(t)}$$

Рисунок 2.2. К выводу характеристик С.Ф.

 $S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j\omega t} dt$ - спектр входного сигнала S(t) $S_{\rm R}(j\omega) = S(j\omega)K(j\omega)$ - спектр сигнала на выходе фильтра

$$S_{\rm B}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{\rm B}(j\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega) K(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

 $G_{\eta_{\rm B}}(\omega) = G_{\eta}(\omega) |K(j\omega)|^2$ — спектральная плотность мощности шума на выходе фильтра, $G_{\eta}(\omega)$ - спектральная плотность мощности шума на входе фильтра. Тогда мощность шума на выходе фильтра равна

$$\sigma_{\eta s}^{2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_{\eta}(\omega) |K(j\omega)|^{2} d\omega$$

$$q_{s} = \frac{\left|s_{s}(t_{0})\right|^{2}}{\sigma_{\eta s}^{2}} = \frac{\frac{1}{2\pi} \left|\int\limits_{-\infty}^{\infty} S(j\omega)K(j\omega)e^{j\omega t_{0}}d\omega\right|^{2}}{\int\limits_{-\infty}^{\infty} G_{\eta}(\omega)\left|K(j\omega)\right|^{2}d\omega}, \ \text{где} \quad t_{0} \ \text{- некоторый момент}$$

времени, $q_{\scriptscriptstyle \rm B}$ — отношение сигнал/шум по мощности на выходе фильтра в момент времени $t_{\rm 0.}$

Неравенство Шварца-Буняковского: