Билет №2

Вопрос 1

1. Статическая модуляционная характеристика амплитудного модулятора (СМХ)

Выбор рабочего режима.

СМХ –это зависимость амплитуды 1-ой гармоники выходного тока I_1 модулятора от напряжения смещения E при амплитуде вч несущей U_m=const и амплитуде нч модулирующего сигнала $V_m = 0$.

$I_1 = f(E)$

Необходимо получить неискаженный АМ сигнал, для этого необходимо выбрать рабочую точку.

На ВАХ участок, который характеризуется полиномом 2[ой] степени сложно, поэтому строиться СМХ.

Линейный участок на СМХ соответствует квадратичному участку на ВАХ.

3.3.1. Расчет СМХ методом угла отсечки.

1.Аппроксимируем ВАХ отрезками прямых.

$$i = \begin{cases} 0, U > E_0 \\ S(U - E_0), U \le E_0 \end{cases} \qquad S<0;$$

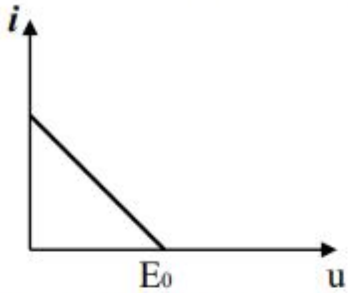


Рис.3.8.

2. Определяем пределы изменения смещения E.

$$E_0 - U_m \le E \le E_0 + U_m$$

U_m – амплитуда несущей.

3. Задаёмся напряжением смещения E'.

4. Определяем угол отсечки:

$$\cos\theta = \frac{E' - E_0}{U_m}$$

5. Определяем амплитуду первой гармоники:

$$I_1 = |SU_m\gamma_1(\theta)|$$, где $\gamma_1(\theta)$-коэффициент Берга

6. Возвращаемся в пункт 3 и т.д.

Стандартный вид СМХ показан на рис. 3.9.

Рассмотрим выбор рабочего режима по СМХ.

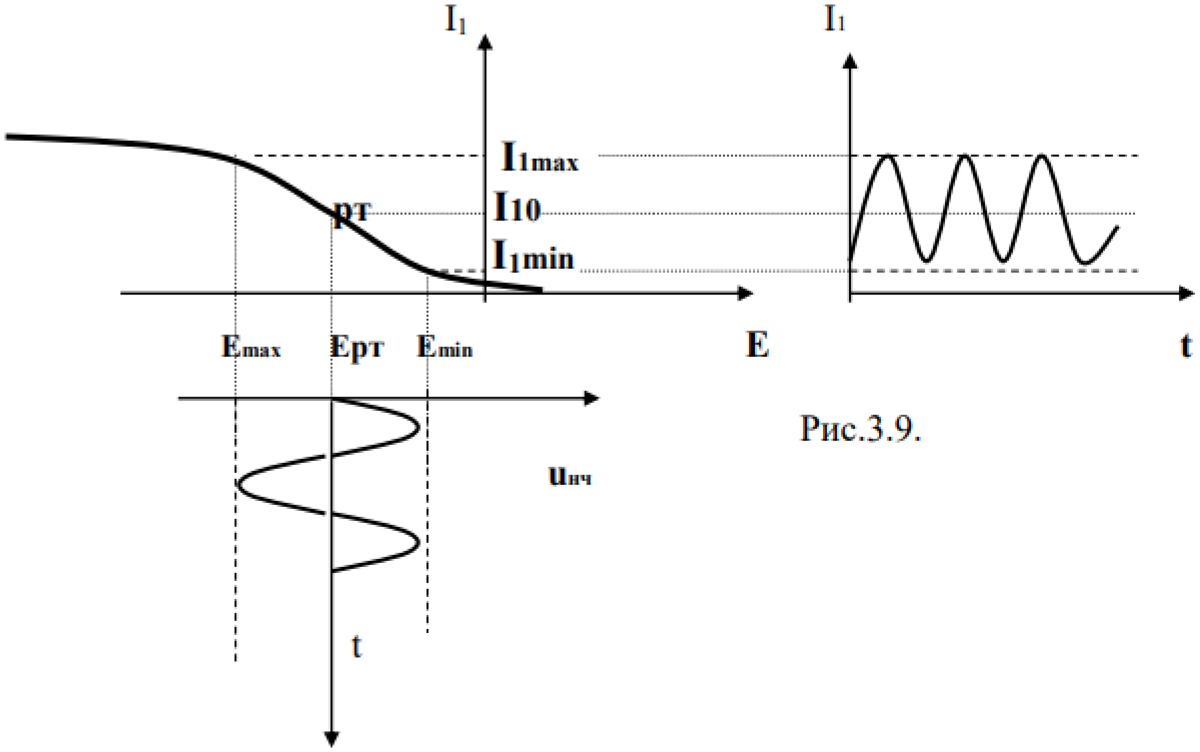


Рис.3.9.

1. Выбираем линейный участок (на глаз).
2. Определяем E_{min} , E_{max} , I_{max} , I_{min} .
3. Выбираем рабочую точку в середине линейного участка Р.Т. (I_{10};$E_{Р.Т.}$)
4. Определяем максимальную амплитуду модулирующего сигнала для неискажённой модуляции:

$$V_{max} = \frac{E_{max} - E_{min}}{2}$$

5. Определяем максимальную глубину амплитудной модуляции для неискажённых АМ:

$$M_A = \frac{I_{1max} - I_{1min}}{I_{1max} + I_{1min}}$$

Вопрос 2

2. Потенциальная помехоустойчивость некогерентного приема. Потенциальная помехоустойчивость ДАМ, ДЧМ и ДОФМ сигналов.

Существенно сократить избыточность в передаваемых сообщения позволяет помехоустойчивое кодирование. В общем плане помехоустойчивое кодирование можно понимать как такое кодирование сообщений, при котором элементы связаны определенной зависимостью, позволяющей при ее нарушении указать ошибки и восстановить информацию. Помехоустойчивые коды рассчитаны на опредеденные ошибки. Это значит, что при других ошибках они могут оказаться недостаточно эффективными.

Коэффициент избыточности определяется отношением:

$$R = \frac{n}{\mathrm{Log}_2 N},$$

2.2.8. <u>Потенциальная помехоустойчивость некогерентного приема.</u>

$$P_{ош} = P(H_1)\cdot P(\gamma_2/H_1) + P(H_2)\cdot P(\gamma_1/H_2) = 0.5\left[P(\gamma_2/H_1) + P(\gamma_1/H_2)\right] =$$
$$= P(\gamma_1/H_2) = P\{X_{n1} > X_{n2}/H_2\} = P(\gamma_2/H_1) = P\{X_{n1} < X_{n2}/H_1\}$$

Положив $y_i = A_2\cdot\cos(w_2\cdot i + \Psi_{2i} + \varphi) + \eta_i$, записываем ФПВ гауссовских случайных величин $X_{nc1}, X_{ns1}, X_{nc2}, X_{ns2}$, затем переходим к величинам X_{n1}, X_{n2}. Далее весьма громоздкие вычисления вероятности $P\{X_{n1} > X_{n2}/H_2\}$ приводят к следующему окончательному результату:

$$P_{ош} = Q\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{E}{\sigma_\eta^2}(1-\sqrt{1-\rho_S^2})}, \frac{1}{2}\sqrt{\frac{E}{\sigma_\eta^2}(1+\sqrt{1-\rho_S^2})}\right) - \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{4}\frac{E}{\sigma_\eta^2}}\cdot I_0\left(\frac{1}{4}\cdot\frac{E}{\sigma_\eta^2}\rho_S\right), \qquad (2.44)$$

где $\sigma_\eta^2 = \frac{N_0}{2}$ - дисперсия шума, $Q(x,y) = \int_y^\infty v\cdot e^{-\frac{v^2+x^2}{2}}\cdot I_0(vx)dv$ - табулированная функция, $\rho_S = \frac{1}{E}\sqrt{b_c^2 + b_s^2}$, $0 \le \rho_s \le 1$, $b_c = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} A_1\cdot A_2\cos[(w_2 - w_1)i + \Psi_{2i} - \Psi_{1i}]$,

$$b_s = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} A_1\cdot A_2\sin[(w_2 - w_1)i + \Psi_{2i} - \Psi_{1i}].$$

Где H – некая гипотеза, γ – решение, которое принимается

H1 и γ1 – нет ошики (сигнал есть)

H2 и γ2 – ошибка (сигнала нет)

Потенциальная помехоустойчивость некогерентного приема сигналов ДАМ, ДЧМ, ДОФМ.

1) ДАМ сигнал: из формулы (2.44) имеем

$$P_{ош} = \frac{1}{2}\left[1 + e^{-\frac{1}{2}h^2} - Q\left(\sqrt{\frac{E}{\sigma_\eta^2}}, h\right)\right],$$

где оптимальный порог h находится из уравнения $I_0\left(h\sqrt{\frac{E}{\sigma_\eta^2}}\right) = e^{\frac{1}{2}\cdot\frac{E}{\sigma_\eta^2}}$.

Существует приближенная формула для вычисления вероятности ошибки при некогерентном приеме ДАМ сигнала:

$$P_{ош} = \frac{1}{2}e^{-0.25h^2}, \qquad (2.45)$$

где $h^2 = \frac{E}{N_0}$.

2) ДЧМ сигнал: сигнал ортогоналный, поэтому $\rho_s \approx 0$ $\Rightarrow$ из (2.44):

$$P_{ош} = Q\left(0, \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2E}{\sigma_\eta^2}}\right) - \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{4}\frac{E}{\sigma_\eta^2}}.$$

Т.к. $Q\left(0, \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2E}{\sigma_\eta^2}}\right) = e^{-\frac{\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2E}{\sigma_\eta^2}}\right)^2}{2}}$, то получим следующее выражение для вероятности ошибки: $P_{ош} = e^{-\frac{\cancel{2}E}{4\sigma_\eta^2\cdot\cancel{2}}} - \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{4}\frac{E}{\sigma_\eta^2}} = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{4}\frac{E}{\sigma_\eta^2}}$. Дисперсия шума равна $\sigma_\eta^2 = \frac{N_0}{2}$, тогда

$$P_{ош} = \frac{1}{2}e^{-0.5\cdot h^2} . \qquad (2.46)$$

ДОФМ – дискретная относительная фазовая манипуляция

3) ДФМ сигнал нельзя принимать некогерентным способом , т.к. при неизвестной начальной фазе такие системы неразличимы.

4)ДОФМ – сигналы, ортогональные на интервале 2T, тогда $\rho_s = 0$ ($\rho_s = 0$, т.к. $b_c = 0$ и $b_s = 0$ => $b_c = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\cos(0) - \frac{1}{2}\sum_{i=n+1}^{2n}\cos(0) = 0$, $b_s = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sin(0) - \frac{1}{2}\sum_{i=n+1}^{2n}\sin(0) = 0$). =>

$P_{ош} = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{4}\cdot\frac{E_1}{\sigma_\eta^2}}$, где $E_1 = 2E$ => с учетом, что $\sigma_\eta^2 = \frac{N_0}{2}$

$$P_{ош} = \frac{1}{2}e^{-h^2} . \qquad (2.47)$$

Прием ДОФМ ведется на интервале 2T(2n). Для ДОФМ сигналов алгоритм (2.43) преобразуется:

$X_{nc1} = \sum_{i=1}^{n} y_i\cos(wi) + \sum_{i=n+1}^{2n} y_i\cos(w(i-n))$, $X_{ns1} = \sum_{i=1}^{n} y_i\sin(wi) + \sum_{i=n+1}^{2n} y_i\sin(w(i-n))$,

$X_{nc2} = \sum_{i=1}^{n} y_i\cos(wi) - \sum_{i=n+1}^{2n} y_i\cos(w(i-n))$, $X_{ns2} = \sum_{i=1}^{n} y_i\sin(wi) - \sum_{i=n+1}^{2n} y_i\sin(w(i-n))$.

Т.к. $S_{1i} = \begin{Bmatrix}\cos(wi), 0 < i \le n \\ \cos(w(i-n)), n < i \le 2n\end{Bmatrix}$, $S_{2i} = \begin{Bmatrix}\cos(wi), 0 < i \le n \\ -\cos(w(i-n)), n < i \le 2n\end{Bmatrix}$ =>

$$X_{n1} = \sqrt{X_{nc1}{}^2 + X_{ns1}{}^2} = \Bigg[(\sum_{i=1}^{n} y_i\cos(wi))^2 + (\sum_{i=n+1}^{2n} y_i\cos(w(i-n)))^2 +$$
$$+2\cdot\sum_{i=1}^{n} y_i\cos(wi)\cdot\sum_{i=n+1}^{2n} y_i\cos(w(i-n)) + (\sum_{i=1}^{n} y_i\sin(wi))^2 +$$
$$+(\sum_{i=n+1}^{2n} y_i\sin(w(i-n)))^2 + 2\cdot\sum_{i=1}^{n} y_i\sin(wi)\cdot\sum_{i=n+1}^{2n} y_i\sin(w(i-n)) \Bigg]^{\frac{1}{2}}$$

Аналогично

$$X_{n2} = \sqrt{X_{nc2}{}^2 + X_{ns2}{}^2} = \Bigg[(\sum_{i=1}^{n} y_i\cos(wi))^2 + (\sum_{i=n+1}^{2n} y_i\cos(w(i-n)))^2 -$$
$$-2\cdot\sum_{i=1}^{n} y_i\cos(wi)\cdot\sum_{i=n+1}^{2n} y_i\cos(w(i-n)) + (\sum_{i=1}^{n} y_i\sin(wi))^2 +$$
$$+(\sum_{i=n+1}^{2n} y_i\sin(w(i-n)))^2 - 2\cdot\sum_{i=1}^{n} y_i\sin(wi)\cdot\sum_{i=n+1}^{2n} y_i\sin(w(i-n)) \Bigg]^{\frac{1}{2}}$$

Обозначим $V_{n1} = \sum_{i=1}^{n} y_i \cos(wi) \cdot \sum_{i=n+1}^{2n} y_i \cos(w(i-n)) + \sum_{i=1}^{n} y_i \sin(wi) \cdot \sum_{i=n+1}^{2n} y_i \sin(w(i-n))$,

$V_{n2} = -\sum_{i=1}^{n} y_i \cos(wi) \cdot \sum_{i=n+1}^{2n} y_i \cos(w(i-n)) - \sum_{i=1}^{n} y_i \sin(wi) \cdot \sum_{i=n+1}^{2n} y_i \sin(w(i-n))$.

Тогда $\begin{matrix} \textit{если } V_{n1} > V_{n2} => \gamma_1 \\ \textit{если } V_{n1} < V_{n2} => \gamma_2 \end{matrix}$. Так как V_{n1}, V_{n2} отличаются только знаком, то алгоритм приема можно записать в следующей форме:

$$\begin{matrix} \textit{если } V_{n1} > 0 => \gamma_1 \\ \textit{если } V_{n1} < 0 => \gamma_2 \end{matrix} \qquad (2.48)$$

На рисунке 2.16. показана структура алгоритма некогерентного приема ДОФМ сигнала.

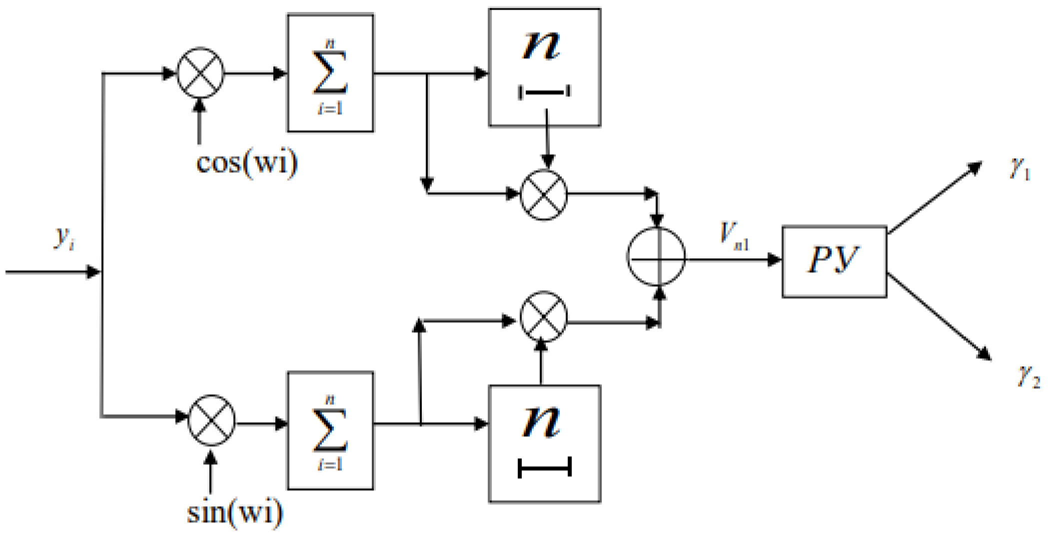
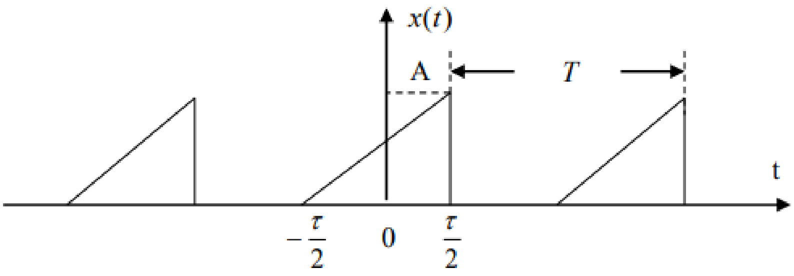


Рисунок 2.16. Структурная схема оптимального некогерентного приёма сигналов ДОФМ.

ЗАДАЧА

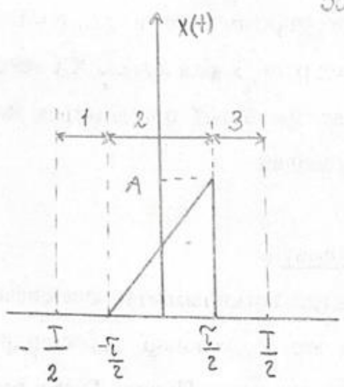
Задача. Найти амплитудный и фазовый спектр сигнала, изображенного на рисунке. T – период.



$\tau = \dfrac{T}{2}$.

Билет №2

Задача



$\tau = \dfrac{T}{2}$

Решение:

$$x(t) = \begin{cases} \dfrac{A}{\tau}\left(t + \dfrac{\tau}{2}\right) & |t| \le \dfrac{\tau}{2} \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$$

$$\dot S(j\omega) = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$\dot S(j\omega) = \frac{1}{T}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \frac{A}{\tau}\left(t + \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\omega t} dt$$

$$\dot S(j\omega) = \frac{A}{\tau T}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \left(t + \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\omega t} dt = \underbrace{\frac{A}{\tau T}\cdot\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} t e^{-j\omega t} dt}_{X} + \underbrace{\frac{A}{2T}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} e^{-j\omega t} dt}_{Y}$$

$$X = \frac{A}{\tau T}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} t e^{-j\omega t} dt = -\frac{jA\cdot\left(2\sin\left(\frac{\tau\omega}{2}\right) - \tau\omega\cos\left(\frac{\tau\omega}{2}\right)\right)}{T\tau\omega^2}$$

$$Y = \frac{A}{2T}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} e^{-j\omega t} dt = \frac{A\cdot\sin\left(\frac{\tau\omega}{2}\right)}{T\omega}$$

Дальше считать лень, поэтому напишем:

$|S| = \sqrt{Re^2(S) + Im^2(S)}$ – амплитудный спектр

$\arg S = -\operatorname{arctg}\left(\dfrac{Im(S)}{Re(S)}\right)$ – фазовый спектр

Также, уточним, что спектр будет линейчатый, где $\overset{\longleftrightarrow}{\frac{1}{T}}$

Или

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_{-\tau/2}^{\tau/2} S(t)\,dt = \frac{2A}{T\tau}\int_{-\tau/2}^{\tau/2}\left(t+\frac{\tau}{2}\right) = \frac{2A}{T\tau}\int_{-\tau/2}^{\tau/2}\left(t+\frac{T}{4}\right)dt =$$

$$= \frac{2A\cdot 2}{T\cdot T}\int_{-\tau/2}^{\tau/2}\left(t+\frac{T}{4}\right)dt = \frac{4A}{T^2}\left(\frac{t^2}{2}+\frac{Tt}{4}\right)\Bigg|_{-\tau/2}^{\tau/2} =$$

$$= \frac{4A}{T^2}\left(\left(\cancel{\frac{\tau^2}{8}}+\frac{T\tau}{8}\right)-\left(\cancel{\frac{\tau^2}{8}}-\frac{T\tau}{8}\right)\right) =$$

$$= \frac{4A}{T^2}\cdot\frac{T\tau}{4} = \frac{4A\tau}{T4} = \frac{AT}{2T} = \frac{A}{2}$$

$$a_k = \frac{2}{T}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}\frac{A}{\tau}\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\cos(\Omega kt)\,dt = \frac{2}{T}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}\cos(\Omega kt)\left(\frac{At}{\tau}+\frac{A}{2}\right)dt$$

$$\cancel{\frac{2A}{T\tau}} \qquad a_k = \frac{2A}{T\tau}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} t\cos(\Omega kt)\,dt + \frac{A}{T}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}\cos(\Omega kt)\,dt =$$

$$= \frac{A}{T}\cdot\frac{2\sin\left(\frac{\tau k\Omega}{2}\right)}{k\Omega} = \boxed{\frac{A}{\pi k}\sin\left(\frac{\pi k}{2}\right)}$$

$$\Omega = \frac{2\pi}{T};\quad \tau = \frac{T}{2}$$

$$\frac{2A}{T\cdot\frac{T}{2}}\cdot\frac{-\frac{T}{2}k\frac{2\pi}{T}\cos\left(\frac{\frac{T}{2}k\cdot\frac{2\pi}{T}}{2}\right)}{k^2\frac{4\pi^2}{T^2}}$$

$$\frac{\cancel{T^2}}{\cancel{4}\pi^2}\cdot\frac{\cancel{4}A}{\cancel{T^2}}\cdot\frac{-\pi k\cos\left(\frac{\pi k}{2}\right)+2\sin\left(\frac{\pi k}{2}\right)}{k^2}$$

$$\boxed{b_k = \frac{A}{k^2\pi^2}\left(2\sin\left(\frac{\pi k}{2}\right)-\pi k\cos\left(\frac{\pi k}{2}\right)\right)}$$

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} = \sqrt{\frac{A^2}{\pi^2 k^2}\sin^2\left(\frac{\pi k}{2}\right) + \frac{A^2}{k^4\pi^4}\left(2\sin\left(\frac{\pi k}{2}\right) - \pi k\cos\left(\frac{\pi k}{2}\right)\right)^2} =$$

$$= \frac{A}{\pi k}\sqrt{\sin^2\left(\frac{\pi k}{2}\right) + \frac{\left(2\sin\left(\frac{\pi k}{2}\right) - \pi k\cos\left(\frac{\pi k}{2}\right)\right)^2}{k^2\pi^2}}$$

$\varphi_k = \operatorname{arctg}\left(\frac{b_k}{a_k}\right)$, слишком долго писать