

Рассмотрим пример. Пусть ДИБП имеет алфавит объемом $L=4$, $A=\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$. Символы появляются с вероятностями $p(a_1)=\frac{1}{2}, p(a_2)=\frac{1}{4}, p(a_3)=p(a_4)=\frac{1}{8}$. Предположим, что они кодируются следующим образом:

код 1: $a_1 \rightarrow 0, a_2 \rightarrow 01, a_3 \rightarrow 011, a_4 \rightarrow 111$, код 2: $a_1 \rightarrow 0, a_2 \rightarrow 10, a_3 \rightarrow 110, a_4 \rightarrow 111$

Пусть принимается последовательность 0010010111... . Тогда декодирование кода 1 дает результат: $a_1, a_2, a_1, a_2, a_1, a_4$ или a_1, a_2, a_1, a_2, a_3 . Т.е. имеем не однозначное декодирование. По коду 2: $a_1, a_1, a_2, a_1, a_2, a_4$. Здесь существует только один вариант декодирования. Ни одно кодовое слово кода 2 не является началом (**префиксом**) другого кодового слова.

В общем, **префиксное условие** кода требует, чтобы для кодового слова длины K ($b_1...b_M b_{M+1}...b_K$) не существовало других кодовых слов длины $M < K$ с элементами ($b_1...b_M$). Это свойство делает кодовые слова однозначно декодируемыми.

Критерий оптимальности однозначно декодируемых кодов переменной длины имеет вид:

$$\bar{K} = \sum_{k=1}^L n_k p(a_k) = \min, \quad (4.13)$$

где \bar{K} - среднее число бит, приходящихся на один символ источника, n_k - длина k -го кодового слова.

Теорема Шеннона кодирования ДИБП. Пусть X - ансамбль символов ДИБП с конечной энтропией $H(X)$ и выходными символами из алфавита $A=\{a_1,...,a_L\}$ с вероятностями выхода $p(a_k), k=1,2,...,L$. Тогда существует возможность создать код, который удовлетворяет префиксному условию и имеет среднюю длину \bar{K} , удовлетворяющую неравенству

$$H(X) \leq \bar{K} < H(X) + 1 \quad (4.14)$$

Алгоритм кодирования Фано.

Пример. Рассмотрим ДИБП с объемом алфавита $L=8$. Символы источника имеют вероятности выхода

$$p(a_1) = p(a_2) = \frac{1}{4}, p(a_3) = p(a_4) = \frac{1}{8}, p(a_5) = p(a_6) = p(a_7) = p(a_8) = \frac{1}{16}.$$

1) Располагаем сообщения источника в порядке не возрастания их вероятностей.