# БИЛЕТ 3

## Вопрос 1

1. Математические модели каналов связи.

Канал связи (К.С.) – физическая среда, которая используется для передачи сигнала от передатчика к приемнику.

Каналы связи: проводные, волоконно-оптические, беспроводные (радио) каналы, подводные акустические каналы, системы хранения информации. Так же в состав канала связи может входить часть устройств передатчика и приемника.

Рассмотрим несколько наиболее часто встречающихся моделей К.С.

I. Канал с аддитивным шумом – самая простая модель канала.

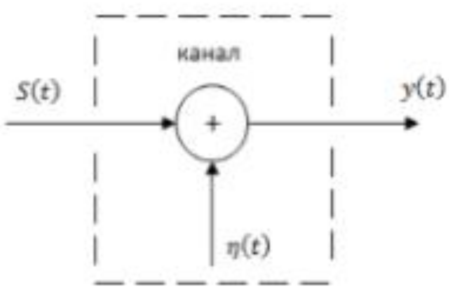



**Рисунок 1.1. Структурная схема К.С с аддитивным шумом.**

$$y(t) = S(t) + \eta(t) \tag{1.1}$$

Самой распространенной моделью аддитивного шума является гауссовский случайный процесс. Эта модель шума относится к широкому классу физических каналов, является преобладающей моделью при анализе и синтезе систем связи.

Далее перечислим случаи, в которых гауссовский процесс является адекватной моделью реальных шумов.

1) Если шум обусловлен в основном электронными компонентами и усилителями в приемнике, то его можно описать как тепловой шум. Тепловой шум – гауссовский случайный процесс с нулевым средним и энергетическим спектром:

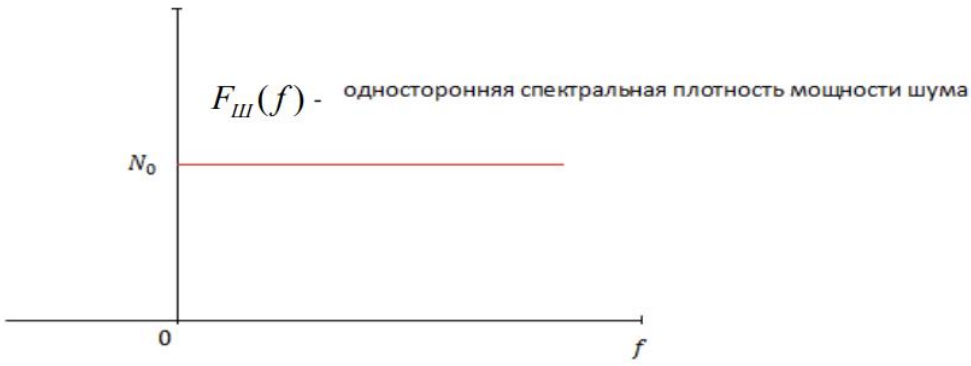
$$G_ш(f) = \frac{hf}{2\left[e^{\frac{hf}{kt}} - 1\right]},$$

где $h \cong 6.6 \cdot 10^{-34}$Дж $\cdot$ с – постоянная Планка, $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана, $T -$ температура источника шума, $f -$ частота. В диапазоне звуковых и радиочастот $hf \ll kt \Longrightarrow$

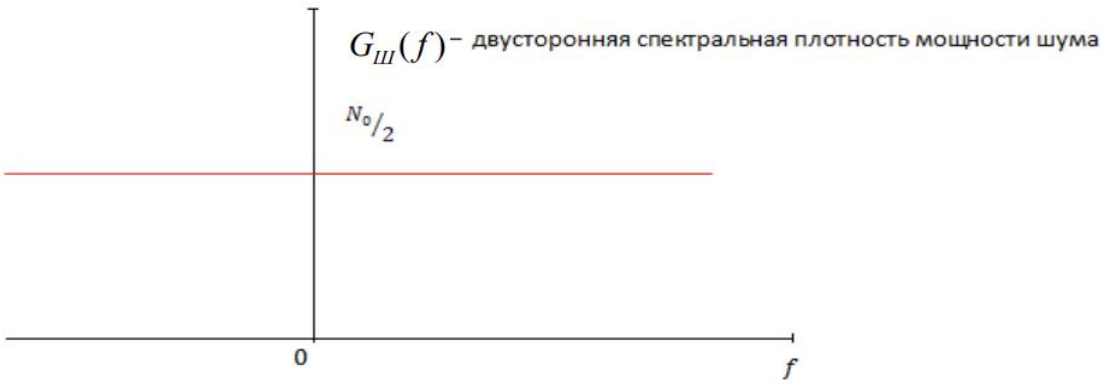
$$G_ш(f) = \frac{kT}{2} = \frac{N_0}{2} \tag{1.2}$$

Величину $N_0 = kT$ называют односторонней спектральной плотностью мощности (СПМ) белого шума. Ниже на рисунке 1.2 приведены графики

СПМ: односторонней (физического спектра) и двусторонней (математического спектра).




**а)**




**б)**

**Рисунок 1.2. Спектральная плотность мощности белого шума.**

При ширине полосы пропускания приемника $F$ мощность шума равна

$$P_{\text{ш}} = N_0 F. \qquad (1.3)$$

Усложненной моделью I является модель с затуханием сигнала $\longrightarrow y(t) = \alpha S(t) + \eta(t)$, где $\alpha -$ затухание сигнала в канале.

2) Сумма большого числа любых помех от различных источников имеет гауссовский закон распределения.

3) При прохождении помехи через узкополосную систему происходит ее нормализация.

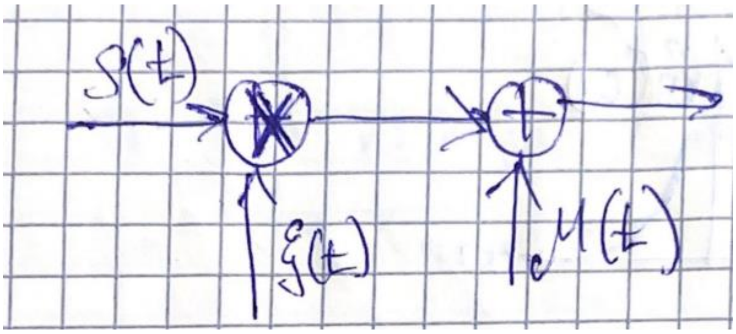
К аддитивным мешающим воздействиям также относятся импульсные помехи и помехи, сосредоточенные по спектру. Импульсные помехи (сосредоточенные по времени) – атмосферные и индустриальные помехи. Они представляют собой случайный процесс, состоящий из отдельных, редких, случайно распределенных во времени и по амплитуде импульсов. Статистические свойства таких помех описываются распределением вероятностей амплитуд импульсов и распределением временных промежутков между этими импульсами.

Сосредоточенные по спектру помехи – сигналы посторонних радиостанций, излучения генераторов высокой частоты. В общем случае это модулированное колебание, т.е. квазигармоническое колебание с изменяющимися параметрами. Ширина спектра такой помехи как правило не превышает полосы пропускания приемника.

II. Канал с аддитивным шумом и мультипликативной помехой

$$y(t) = \mu(t) \cdot S(t) + \eta(t), \qquad (1.4)$$

где $\mu(t)$ – мультипликативная помеха.




III. Линейный фильтровой канал

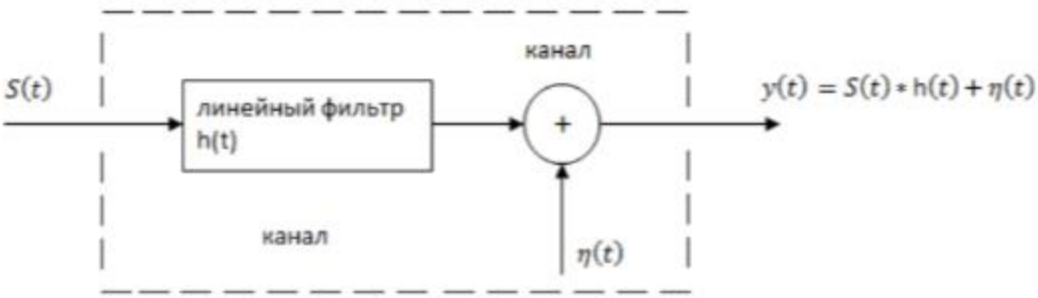



**Рисунок 1.3. Структурная схема линейного фильтрового канала с постоянными параметрами.**

$*$ – оператор свертки, т.е.

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) S(t-\tau) d\tau + \eta(t). \qquad (1.5)$$

**Свёртка**, **конволюция** — операция в функциональном анализе, которая при применении к двум функциям $f$ и $g$ возвращает третью функцию, соответствующую взаимнокорреляционной функции $f(x)$ и $g(-x)$. Операцию свёртки можно интерпретировать как «схожесть» одной функции с отражённой и сдвинутой копией другой.

IV. Линейный фильтровой канал с переменными параметрами

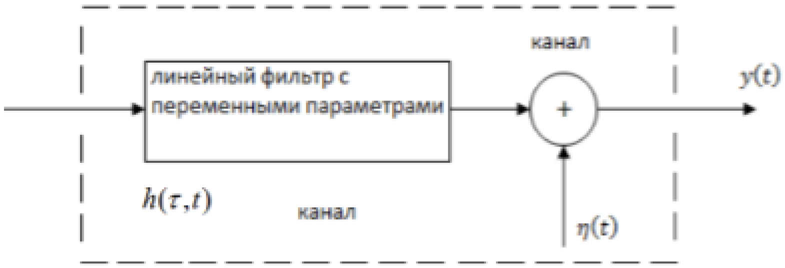



**Рисунок 1.4. Структурная схема линейного фильтрового канала с переменными параметрами.**

$$y(t) = S(t) * h(\tau,t) + \eta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau,t)\, S(t-\tau)d\tau + \eta(t) \qquad (1.6)$$

Такой моделью могут быть описаны подвижные акустические и ионосферные радиоканалы, которые возникают в условиях меняющегося во времени многолучевого распространения передаваемого сигнала.

Хорошей моделью для многолучевого распространения волн через физические каналы типа ионосферы ($f < 30$ МГц) и каналы подвижной сотовой связи является:

$$h(\tau,t) = \sum_{k=1}^{L} a_k(t)\delta(\tau - \tau_k), \qquad (1.7)$$

где $a_k(t)$ – меняющиеся во времени коэффициенты затухания для $L$ путей распространения, $\tau_k$ – соответствующие им времена задержки ⟹

после подстановки (1.7) в (1.6) получим выражение

$$y(t) = \sum_{k-1}^{L} a_k(t)S(t - \tau_k) + \eta(t) \qquad (1.8)$$

## Вопрос 2

2. Некоторые виды цифровой модуляции. Методы модуляции с памятью. Сигналы NRZI, МНФ.

### 3. Некоторые виды цифровой модуляции.

При передаче цифровой информации по каналам связи модулятор отображает информацию в форму аналоговых сигналов, которые согласованы с характеристиками канала. Отображение происходит по средством выбора блоков из $k=\log_2 M$ двоичных символов из символов информационной последовательности $\{a_n\}$ а выбора одного из $M=2^k$ детерминированных сигналов с ограниченной энергией $\{S_m(t), m=\overline{1:M}\}$.

Если отображение цифровой информации $\{a_n\}$ в сигнал так, что сигнал, передаваемый на данном интервале времени, зависит от одного или более сигналов, переданных ранее, то говорят, что модулятор имеет память.

Если отображении $\{a_n\}$ в сигналы $\{S_m(t)\}$ происходит так, что
не зависят от ранее переданных, то говорят, что модулятор не

Так же модуляторы бывают линейными и нелинейными. Лин
выполнения принципа суперпозиций (наложении) при отоб
$\{S_m(t)\}$.

### *3.2. Методы модуляции с памятью.*

#### *3.2.1. Линейная модуляция с памятью.*

Ограничим рассмотрение базовыми сигналами (низкочастотными). Рассмотрим два базовых сигнала, которые представлены на рисунке 3.5.:

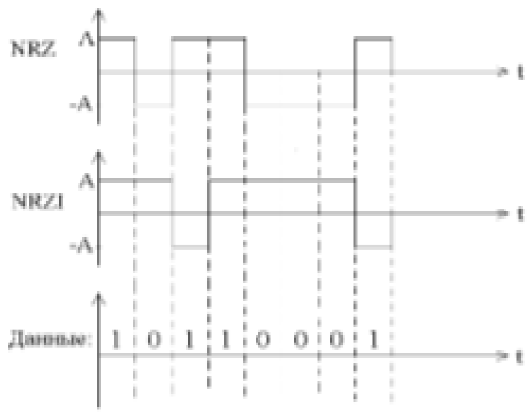



**Рисунок 3.5. Временная диаграмма базовых низкочастотных сигналов.**

Первый сигнал NRZ (двоичный сигнал без возвращения к нулевому уровню – ДБН) – простейший. NRZ отображает модуляцию без памяти. Он эквивалентен двоичной АМ или двоичной ЧМ ($\Theta_{1,2}=0;\ \pi$) в системе с модулированной несущей. Второй – NRZI отличается от NRZ тем, что переход от одного уровня амплитуды к другому имеет место только при передаче «1». Уровень амплитуды не меняется, когда передается «0». Этот тип преобразования называется дифференциальным кодированием. Операция кодирования математически записывается в следующем виде:

$$b_k = a_k \oplus b_{k-1}\ , \tag{3.9}$$

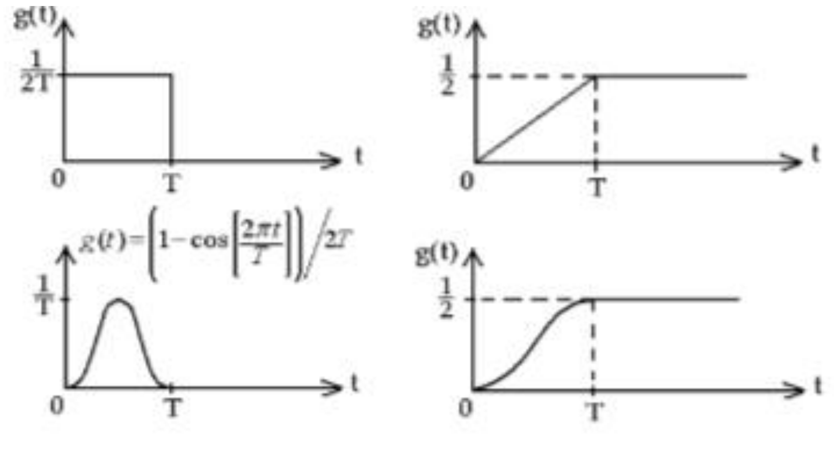
**Модуляция с непрерывной фазой (МНФ).**

$$S(t) = A\cos\left[2\pi f_c t + \Psi(t,I)\right]$$
$$\Psi(t,I) = 2\pi\sum_{l=1}^{n} I_l h_l q(t-(l-1)T) \qquad (3.10)$$
$$(n-1)T \le t \le nT$$

где $n = 1,2,....$ ,$\{I_l\}$ – последовательность информационных символов, выбранных из алфавита $\pm1,\pm3,\ldots,\pm(M-1)$, $\{h_l\}$ – последовательность индексов модуляции для всех символов, $q(t)$ – нормированная огибающая сигнала. Когда $h_l$ меняется от одного символа к другому => сигнал МНФ называется многоиндексным (*multi-h*).

$$q(t) = \int_0^t g(\tau)d\tau,$$

где $g(\tau)$ – форма импульса. Если $g(\tau)=0$ для $t>T$ => сигнал МНФ называют МНФ с полным откликом. Если $g(\tau)\neq 0$ для $t<T$ => сигнал называют МНФ с парциальным откликом. Функции *g(t), q(t)* для полного и парциального отклика показаны на рисунке 3.6.




Модуляция с минимальным сдвигом (ММС, MSK)

ММС – специальная форма ЧМНФ (и, следовательно, МНФ), в которой индекс модуляции $h = \frac{1}{2}$. Фаза несущей на интервале $nT \le t \le (n+1)T$ равна:

$$\Psi(t,I) = \frac{1}{2}\pi\sum_{l=1}^{n-1} I_l + \pi I_n q(t-(n-1)T) \qquad (3.11)$$

Вывод: В большинстве систем ЦС, имеющаяся в распоряжении полоса частот, ограничена. Поэтому актуальны сигналы, занимающие меньшую полосу частот. Нужная полоса частот достигается подбором $g(t)$ и вида модуляции. Также важно чтобы боковые доли спектральной плотности мощности были как можно меньше. С этой точки зрения сигнал МНФ – эффективный.

**ФМ:** Для многофазных сигналов требуемая полоса частот – полоса сигнального импульса $g(t)$. Пусть $g(t)$ – импульс длительностью $T$ => $W$ – его полоса частот, $W \approx \frac{1}{T}$, т.к. $T = \frac{K}{R} = \frac{\log_2 M}{R}$ => $W \approx \frac{R}{\log_2 M}$ => при увеличении $M$ уменьшается $W$ при $R = const$.

$\frac{R}{W}$ – частотная эффективность – отношение скорости (бытовой) к полосе. Тогда для сигналов цифровой ФМ

$$\frac{R}{W} = \log_2 M \tag{3.12}$$

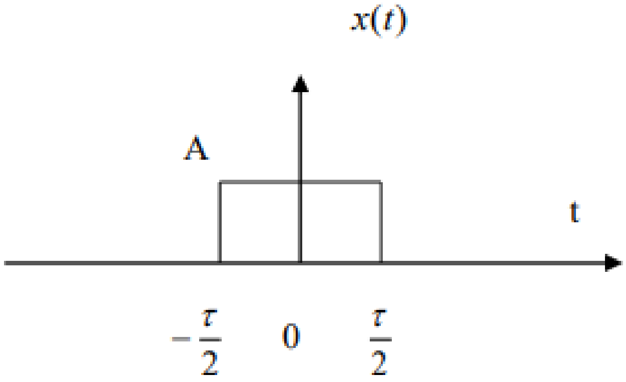
**АМ:** Частотно-эффективный метод передачи АМ сигналов – однополосная передача. => $W \approx \frac{1}{2T}$ => $W \approx \frac{R}{2\log_2 M}$ => для цифровой ФМ частотная эффективность определяется, как

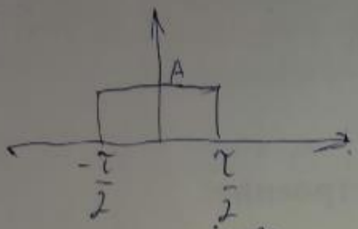
$$\frac{R}{W} = 2\log_2 M\,. \tag{3.13}$$

Таким образом, частотная эффективность АМ в 2 раза больше, чем ФМ.

**КАМ:** Т.к. в КАМ –сигнале есть две ортогональные несущие и на каждой несущей передается АМ сигнал, то $R_{KAM} = 2R_{AM}$. Но КАМ – сигнал передается двумя полосами, тогда КАМ и АМ имеют одинаковую частотную эффективность.

**Задача.** Найти амплитудный и фазовый спектр сигнала.




$$x(t) = \begin{cases} A, & |t| \le \frac{\tau}{2} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$X(j\omega) = A\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} e^{-j\omega t}\,dt = -\frac{A}{j\omega} e^{-j\omega t}\Big|_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}}$$

$$= -\frac{A}{j\omega}\left(e^{-\frac{j\omega\tau}{2}} - e^{\frac{j\omega\tau}{2}}\right) = -\frac{A}{j\omega}\left(\cancel{\cos\frac{\omega\tau}{2}} - j\sin\frac{\omega\tau}{2} - \cancel{\cos\frac{\omega\tau}{2}} - j\sin\frac{\omega\tau}{2}\right) = \frac{\cancel{j}A}{\cancel{j}\omega}\sin\frac{\omega\tau}{2}$$

$X(\omega) = \frac{A}{\omega}\sin\frac{\omega\tau}{2}$ – амплитудный спектр

$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg}\frac{Im(X(j\omega))}{Re(X(j\omega))} = 0$ – фазовый спектр