где $j=\sqrt{-1}$ - мнимая единица. Условие существования спектра: $\int\limits_{-\infty}^{\infty}|x(t)|dt<\infty$. Непосредственное применение гармонического анализа для СП невозможно, т.к. $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left|x^{(k)}(t)\right|dt=\infty$ и, следовательно, амплитудный спектр такой реализации не существует (не ограничен) при любых частотах. Поэтому, для случайных процессов введена **спектральная плотность мощности (СПМ)** $G_x(\omega)$.

Рассмотрим усеченную реализацию $x_T^{(k)}(t)$ СП $\zeta(t)$:

$$x_T^{(k)}(t)=\begin{cases}x^{(k)}(t), |t|\le\frac{T}{2},\\ 0, |t|>\frac{T}{2}.\end{cases}$$

Тогда преобразование Фурье финитной (конечной) функции имеет вид:

$$S_T^{(k)}(j\omega)=\int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}x_T^{(k)}(t)e^{-j\omega t}dt.$$

Энергию рассматриваемого отрезка реализации можно вычислить с помощью равенства Парсеваля:

$$E_T^{(k)}=\int\limits_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}(x_T^{(k)}(t))^2dt=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left|S_T^{(k)}(j\omega)\right|^2d\omega.$$

Разделив эту энергию на длительность реализации T, получим среднюю мощность k - ой реализации на отрезке $[-\frac{T}{2};\frac{T}{2}]$:

$$P_T^{(k)}=\frac{E_T^{(k)}}{T}=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\left|S_T^{(k)}(j\omega)\right|^2}{T}d\omega.$$

При увеличении T энергия реализации $E_T^{(k)}$ тоже увеличивается, но величина $P_T^{(k)}$ стремится к некоторому пределу. Тогда

$$P_T^{(k)}=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\lim_{T\to\infty}\frac{\left|S_T^{(k)}(j\omega)\right|^2}{T}d\omega=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}G_x(\omega)d\omega,$$ где

$$G_x(\omega)=\lim_{T\to\infty}\frac{\left|S_T^{(k)}(j\omega)\right|^2}{T}. \tag{6.5}$$