Билет 26

1.Обнаружение детерминированного сигнала на фоне АБГШ. Корреляционный прием

Пусть $\eta_i \sim N(0, \sigma_\eta^2)$- ГБШ. Мгновенные значения такой помехи распределены по гаусовскому закону $w_\eta(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\eta} e^{\frac{-x^2}{2\sigma_\eta^2}}$, с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_η^2. Отсчёты такой помехи независимы, спектральная плотность мощности равномерна. Тогда функция правдоподобия факторизуется:

$$w(\vec{\mathbf{y}}_{\boldsymbol{n}}|\mathrm{H}_k) = \prod_{i=1}^{n} w(y_i|\mathrm{H}_k), \ \ k=\overline{0;1}$$

Мгновенные значения входного воздействия при гипотезе H_0 распределены по закону: $w(y_i|\mathrm{H}_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\eta} e^{\frac{-y_i^2}{2\sigma_\eta^2}}$, при гипотезе H_1: $w(y_i|\mathrm{H}_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\eta} e^{\frac{-(y_i-S_i)^2}{2\sigma_\eta^2}}$ =>

$$w(\vec{\mathbf{y}}_{\boldsymbol{n}}|\mathrm{H}_0) = (\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\eta})^n \prod_{i=1}^{n} e^{\frac{-y_i^2}{2\sigma_\eta^2}} = (\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\eta})^n e^{\frac{-\sum_{i=1}^{n} y_i^2}{2\sigma_\eta^2}}$$

$$w(\vec{\mathbf{y}}_{\boldsymbol{n}}|\mathrm{H}_1) = (\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\eta})^n \prod_{i=1}^{n} e^{\frac{-(y_i-S_i)^2}{2\sigma_\eta^2}} = (\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\eta})^n e^{\frac{-\sum_{i=1}^{n}(y_i-S_i)^2}{2\sigma_\eta^2}} \Rightarrow$$

$$\Lambda(\vec{\mathbf{y}}_{\boldsymbol{n}}) = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\eta}\right)^n e^{\frac{-\sum_{i=1}^{n}(y_i-S_i)^2}{2\sigma_\eta^2}}}{\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\eta}\right)^n e^{\frac{-\sum_{i=1}^{n} y_i^2}{2\sigma_\eta^2}}} = \frac{e^{\frac{-\sum_{i=1}^{n}(y_i-S_i)^2}{2\sigma_\eta^2}}}{e^{\frac{-\sum_{i=1}^{n} y_i^2}{2\sigma_\eta^2}}} = e^{\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i^2 - y_i^2 + 2y_iS_i - S_i^2)}{2\sigma_\eta^2}} =$$

$$e^{\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_iS_i - \frac{S_i^2}{2})}{\sigma_\eta^2}} \Rightarrow \ln\Lambda(\vec{\mathbf{y}}_{\boldsymbol{n}}) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_iS_i - \frac{S_i^2}{2})}{\sigma_\eta^2} = \ln C \Rightarrow$$

$\frac{1}{\sigma_\eta^2}\sum_{i=1}^{n} y_iS_i = \ln C + \frac{1}{\sigma_\eta^2}\sum_{i=1}^{n}\frac{S_i^2}{2}$ или $\sum_{i=1}^{n} y_iS_i = \sigma_\eta^2 \ln C + \sum_{i=1}^{n}\frac{S_i^2}{2}$.

Тогда получим алгоритм обнаружения: если $\sum_{i=1}^{n} y_iS_i \geq C' \Rightarrow \gamma_1$

если $\sum_{i=1}^{n} y_iS_i < C' \Rightarrow \gamma_0$

$E = \sum_{i=1}^{n} S_i^2$ - энергия сигнала => $C' = \sigma_\eta^2 \ln C + \frac{E}{2}$