ЛЕКЦИЯ № 2.

2.1. Классификация электрических цепей.

Любая электрическая цепь описывается дифференциальным уравнением.

$$\alpha_0 U + \alpha_1 \frac{dU}{dt} + \alpha_2 \frac{d^2U}{dt^2} + \ldots + \alpha_n \frac{d^nU}{dt^n} = 0 \qquad \textbf{(2.1)}$$

1) Если α_k =const , то это линейная электрическая цепь (ЛЭЦ). Она состоит из линейных элементов R,L,C.

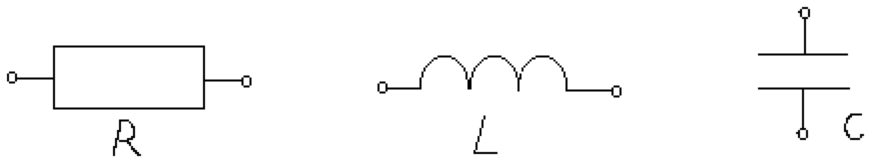


Рис.2.1

Для линейной цепи справедлив принцип суперпозиции: реакция на суммарное воздействие равна сумме реакций на каждое из воздействий в отдельности.

Например: $i = \dfrac{U}{R}$ - характеристика ЛЭЦ ; $U_{вх} = U_1 + U_2$

$$\begin{array}{l} i_1 = \dfrac{U_1}{R} \\ i_2 = \dfrac{U_2}{R} \end{array} \quad \Rightarrow \quad i_{вх} = \frac{U_{вх}}{R} = \frac{U_1 + U_2}{R} = i_1 + i_2$$

В линейной цепи невозможно появление новых частот, не содержащихся во входном воздействии.

2) Если $\alpha_k = \alpha_k(i, U)$, то цепь называется нелинейной электрической цепью (НЭЦ) и состоит из нелинейных R(i), L(i),C(u).

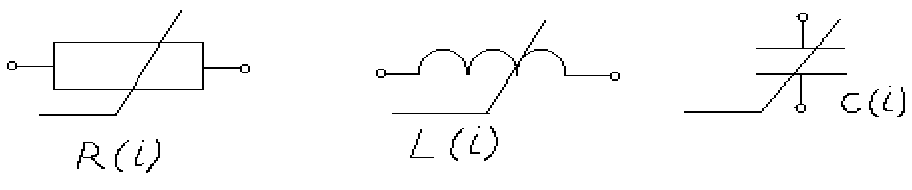


Рис.2.2

Для НЭЦ несправедлив принцип суперпозиции. Пусть НЭЦ описывается уравнением:

$$\begin{array}{l} i = a_2 U^2 \\ U_{вх} = U_1 + U_2 \\ i_1 = a_2 U_1^2 \\ i_2 = a_2 U_2^2 \end{array} \quad \Rightarrow \quad i = a_2 (U_1 + U_2)^2 \neq i_1 + i_2$$

В НЭЦ возникают новые частоты, не содержащиеся во входном воздействии.

3) Если $\alpha_k = \alpha_k(t)$, то цепь называется параметрической (ПЭЦ) и состоит из элементов, зависящих от времени :

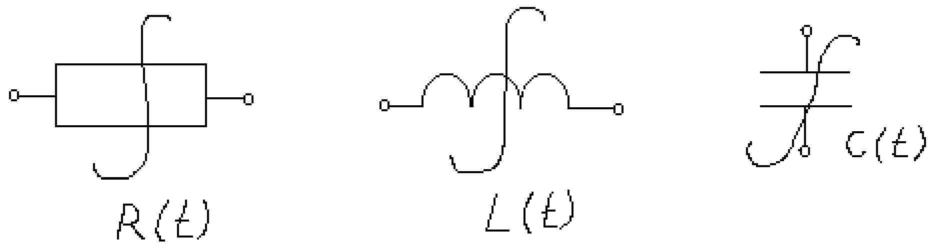


Рис.2.3

Для ПЭЦ: а) справедлив принцип суперпозиции.

б) возможно появление новых частот.

ПЭЦ конструируется на основе нелинейных элементов, на которые мы подаём напряжение, зависящее от времени.

2.2. Аппроксимация характеристик.
2.2.1. Общие положения

Аппроксимация – замена истинной сложной характеристики более простым выражением.

Аппроксимация состоит из 3-х этапов:

1) выбор аппроксимирующей функции.
2) определение коэффициента аппроксимации.
3) оценка точности аппроксимации.

2.2.2. Аппроксимация полиномом.

В этом случае произвольная характеристика (для определенности будем рассматривать вольт-амперную характеристику ВАХ)– аппроксимируется полиномом вида:

$$i = a_0 + a_1 U + a_2 U^2 + a_3 U^3 + \dots \qquad \textbf{(2.2)}$$

При этом виде аппроксимации обычно требуют совпадения заданной и аппроксимирующей характеристик в нескольких выбранных точках (см. рис.2.4)

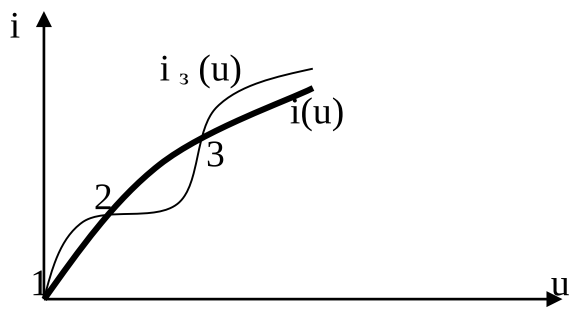


Рис.2.4

$i_з(U)$ - заданная ВАХ. $i(U)$ - аппроксимирующая ВАХ.

$i_з(U)$ и $i(U)$ должны совпадать в заданных точках (1,2 и 3).

$$\begin{aligned} &m1(i_1;U_1)\\ &m2(i_2;U_2)\\ &m3(i_3;U_3) \end{aligned} \qquad \textbf{(2.3)}$$

Составим уравнения для определения a_k.

$$\begin{cases} i_1 = a_0 + a_1U_1 + a_2U_1^2 \\ i_2 = a_0 + a_1U_2 + a_2U_2^2 \\ i_3 = a_0 + a_1U_3 + a_2U_3^2 \end{cases} \qquad \textbf{(2.4)}$$

Отсюда определяем a_0, a_1, a_2. Размерность a_k, если:

$i[мA], U[B]$, то $a_0[mA]$, $a_1[mA/B]$, $a_2[mA/B^2]$.

2.2.3. Линейно-ломаная аппроксимация.

При этом виде аппроксимации заданная характеристика $i_з(u)$ аппроксимируется отрезками прямых (рис.2.5) :

$$i = \begin{cases} S(u - E_0), u \ge E_0 \\ 0, u < E_0 \end{cases} \qquad \textbf{(2.5)}$$

$$S = tg\alpha = \frac{i_1}{u_1 - E_0}$$

$\boldsymbol{E}_0$ -напряжение отсечки

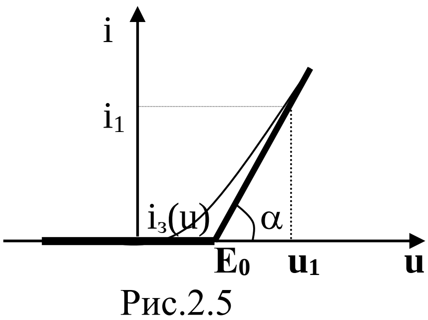


Рис.2.5

2.3. Методы расчёта спектра тока на выходе НЭЦ.

2.3.1. Метод угла отсечки.

Ток на выходе нелинейного элемента имеет вид импульсов при входном гармоническом воздействии (рис.2.6).

Углом отсечки θ называется половина части периода, выраженная в градусах, в течение которого протекает выходной ток (рис.2.7).

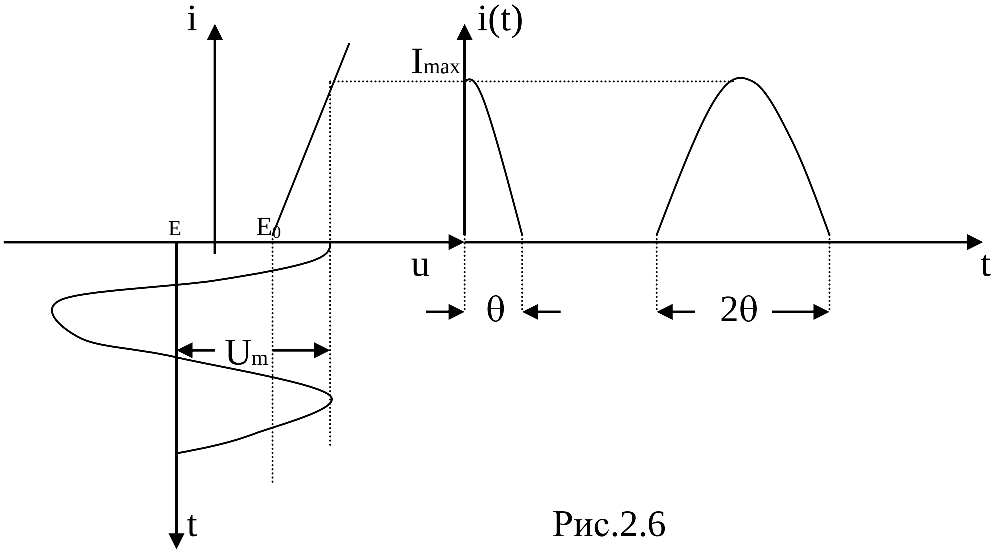


Рис.2.6

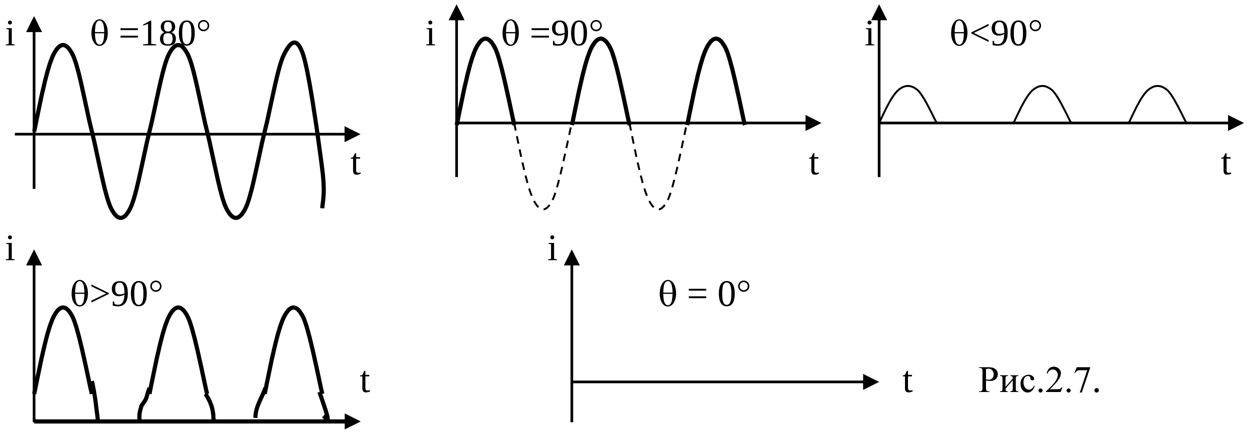


Рис.2.7.

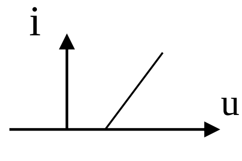
На рис. 2.6 на входе нелинейного элемента (НЭ) действует гармоническое напряжение с частотой ω_0 и амплитудой U_m. Напряжение смещения E задает рабочую точку на ВАХ. Ток на выходе НЭ имеет вид импульсов с амплитудой I_{max}. Периодическую последовательность импульсов $i_{вых}$ (t) представим рядом Фурье:

$$i_{вых}(t) = I_0 + I_1 \cos \omega_0 t + I_2 \cos 2\omega_0 t + I_3 \cos 3\omega_0 t + I_4 \cos 4\omega_0 t + ... \qquad \textbf{(2.6)}$$

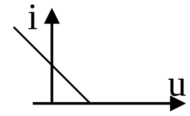
Порядок расчета амплитуд гармоник I_k методом угла отсечки следующий:

1) Определяем $I_{max} = SU_m(1 - \cos\theta)$

2) Рассчитываем: $\cos\theta = \dfrac{E_0 - E}{U_m}$ (правая ВАХ)



$\cos\theta = \dfrac{E - E_0}{U_m}$ (левая ВАХ)



3) определяем амплитуду n-ой гармоники.

$$I_n = I_{\max} \alpha_n(\theta)$$

$\alpha_n(\theta)$ - коэффициенты Берга (определяем по графикам).

Коэффициент гармоник характеризует относительный уровень нелинейных искажений гармонического сигнала и рассчитывается по формуле:

$$K_Г = \frac{\sqrt{I_2^2 + I_3^2 + I_4^2 + \ldots}}{I_1} \quad \textbf{(2.7)}$$

Спектр входного напряжения.

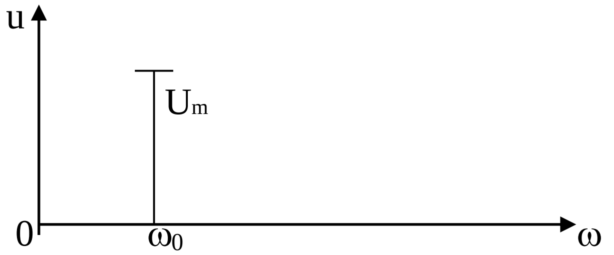


Рис.2.8

Спектр выходного тока.

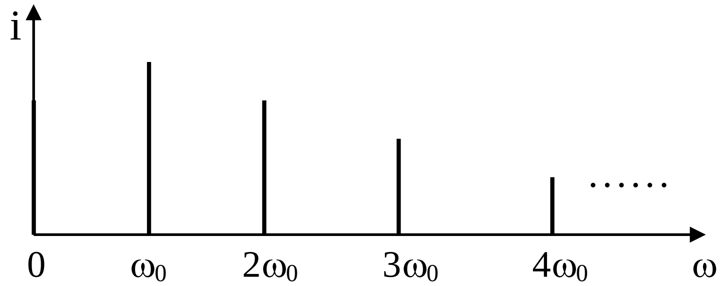


Рис.2.9.

Угол отсечки $\theta_{опт}$- называется **оптимальным**, если амплитуда n-ой гармоники будет максимальной.

Если $I_{\max}$ = const, то $\theta_{опт} = \frac{120^\circ}{n}$(например, I_3- максимальна, если $\theta_{опт} = 40^\circ$)

Если U_m= const, то $\theta_{опт} = \frac{180^\circ}{n}$ (например, I_4 - максимальна при $\theta_{опт}$=45^0)

2.3.2. Расчёт амплитуд гармоник методом кратных дуг.

Для определения амплитуд гармоник по этому методу необходимо аппроксимировать ВАХ нелинейного элемента полиномом и подставить в полином входное гармоническое напряжение:

$$i = a_0 + a_1 U + a_2 U^2 + a_3 U^3 + \ldots$$

и, в соответствии с методом кратных дуг, представить степени косинусов и синусов в виде соответствующих функций кратных аргументов:

$$U_{вх} = U_m \cos\omega_0 t$$

$$i = a_0 + a_1 U_{\max}\cos\omega_0 t + a_2 U_{\max}^2 \cos^2\omega_0 t + \ldots =$$

$$= \left| \begin{array}{l} \cos^2\omega_0 t = 0.5 + 0.5\cos 2\omega_0 t \\ \cos^3\omega_0 t = \frac{3}{4}\cos\omega_0 t + \frac{1}{4}\cos 3\omega_0 t \\ 2\cos\alpha\cos\beta = \cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta) \end{array} \right| = a_0 + a_1 U_{\max}\cos\omega_0 t +$$

$$+ \frac{a_2 U_{\max}^2}{2} + \frac{a_2 U_{\max}^2}{2}\cos 2\omega_0 t + \frac{3a_3 U_{\max}^3}{4}\cos\omega_0 t + \frac{a_3 U_{\max}^3}{4}\cos 3\omega_0 t =$$

$$= \underbrace{(a_0 + \frac{a_2 U_{\max}^2}{2})}_{I_0} + \underbrace{(a_1 U_{\max} + \frac{3}{4}a_3 U_{\max}^3)}_{I_1}\cos\omega_0 t + \underbrace{\frac{a_2 U_{\max}^2}{2}}_{I_2}\cos 2\omega_0 t +$$

$$+ \underbrace{\frac{a_3 U_{\max}^3}{4}}_{I_3}\cos 3\omega_0 t$$

Очевидно, что спектральные диаграммы входного напряжения и выходного тока будут аналогичны построенным выше на рис.2.8 и 2.9.

Рассмотрим бигармоническое воздействие.

В этом случае входное напряжение равно сумме двух гармонических колебаний с разными частотами ω_1 и ω_2:

$$U_{вх} = U_{\max}\cos\omega_1 t + V_{\max}\cos\omega_2 t \qquad \textbf{(2.8)}$$

Подставим $U_{вх}$ в полином:

$$i = a_0 + a_1 U + a_2 U^2 = a_0 + a_1 U_{\max}\cos\omega_1 t + a_1 V_{\max}\cos\omega_2 t +$$

$$+ a_2 (U_{\max}\cos\omega_1 t + V_{\max}\cos\omega_2 t)^2 = a_0 + a_1 U_{\max}\cos\omega_1 t + a_1 V_{\max}\cos\omega_2 t +$$

$$+ \frac{a_2 U_{\max}^2}{2} + \frac{a_2 U_{\max}^2}{2}\cos 2\omega_1 t + \frac{a_2 V_{\max}^2}{2} + \frac{a_2 V_{\max}^2}{2}\cos 2\omega_2 t +$$

$$+ a_2 U_{\max} V_{\max}\left[\cos(\omega_1+\omega_2)t + \cos(\omega_1-\omega_2)t\right]$$

В квадратных скобках стоят колебания комбинационных частот.

Общая формула для вычисления комбинационных частот:

$$n\omega_1 \pm m\omega_2 \qquad \textbf{(2.9)}$$

В соответствии с выражением для входного напряжения построим спектр:

Спектр входного напряжения.

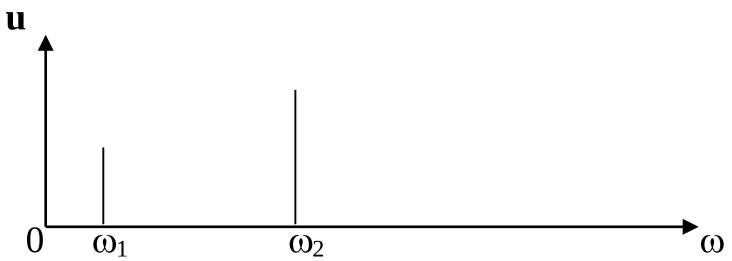


Рис.2.10.

В соответствии с полученным выражением для выходного тока построим его спектр:

Спектр выходного тока.

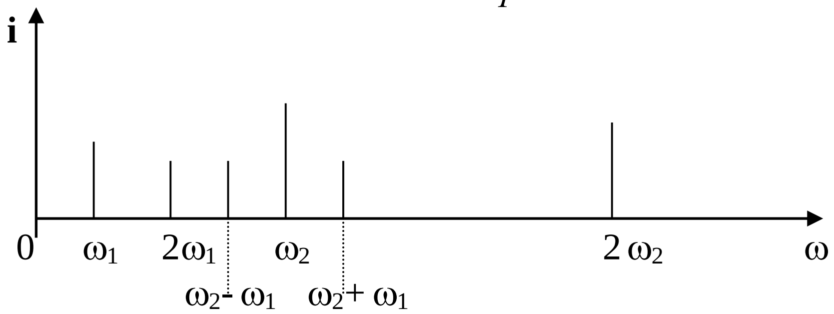


Рис.2.11.

2.3.3. Расчёт амплитуд гармоник методом 3-х и 5-и ординат.

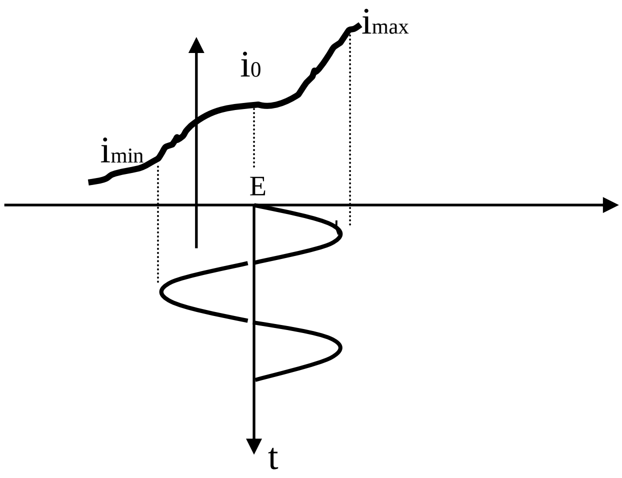


Рис.2.12.

Метод 3-х ординат.

Метод 3-х ординат позволяет определить амплитуды постоянной составляющей, первой и второй гармоник:

$$I_0 = \frac{i_{\max} + i_{\min} + 2i_0}{4}$$

$$I_1 = \frac{i_{\max} - i_{\min}}{2} \qquad \textbf{(2.10)}$$

$$I_2 = \frac{i_{\max} + i_{\min} - 2i_0}{4}$$

Метод 5-и ординат аналогичен методу 3-х ординат (Теория электрической связи. Учебник для Вузов. - М., Радио и связь, 1998, 432 с.).