Вопрос 1

1.2. Функциональная схема цифровой системы передачи информации

Последовательность этапов обработки сигнала в типичной цифровой системе связи удобно представить с помощью функциональной схемы, приведённой на рис. 2. Верхняя часть данной схемы соответствует передающей стороне, нижняя – приёмной.

Источник и *получатель информации* могут быть цифровые, либо аналоговые.

Кодирование источника – преобразование аналогового сигнала в цифровой и удаление из сигнала избыточной информации.

Шифрование – обеспечивает конфиденциальность связи.

Канальное кодирование – методы улучшения цифровых сигналов, в результате применения которых сигналы становятся менее уязвимыми к воздействию шума, различных помех, замираний, которые приводят к появлению ошибок в передаче информации.

Импульсная модуляция – преобразование данных из двоичного представления в форму узкополосного низкочастотного сигнала (видеосигнала).

Полосовая модуляция – перенос спектра сигнала с импульсной модуляцией на высокую частоту.

Передатчик осуществляет преобразование сигнала из цифрового в аналоговый, преобразование частоты полосового сигнала до значения несущей частоты, усиление мощности сигнала и его подача в канал передачи.

Канал передачи (среда распространения сигнала) добавляет к сигналу шумы, помехи, производит частотные искажения сигнала.

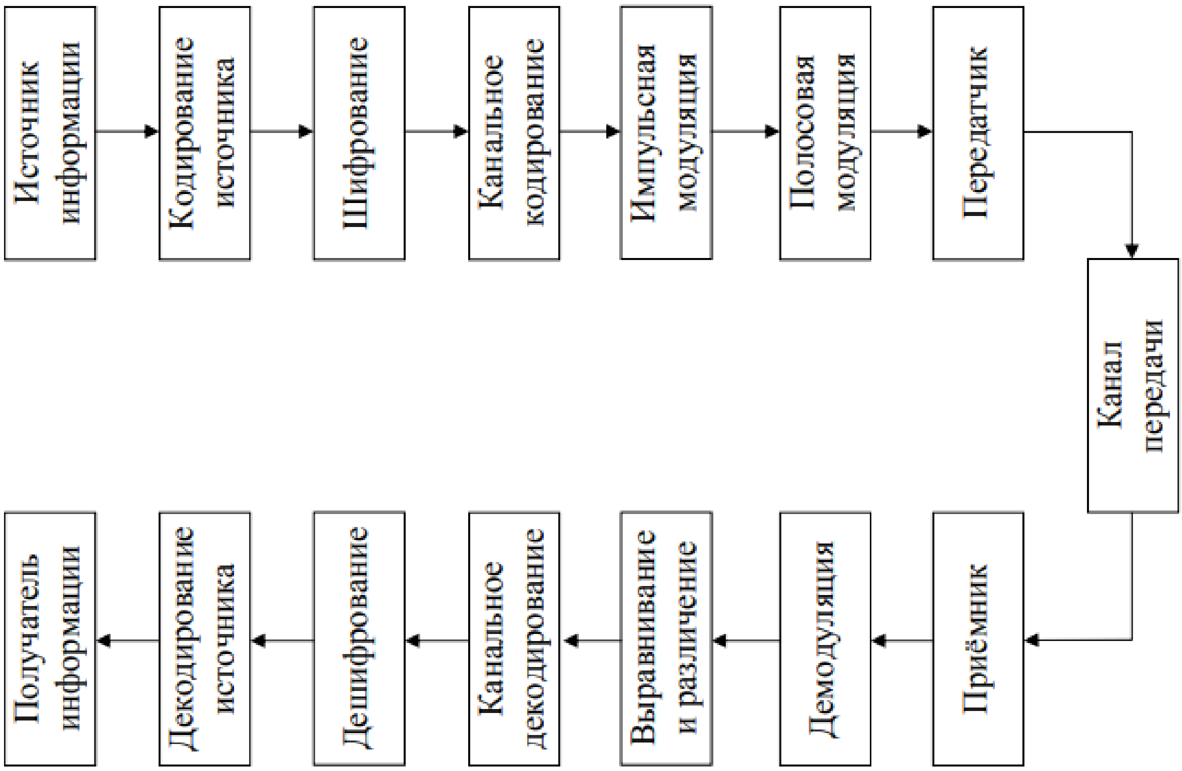


Рис. 2. Функциональная схема типичной системы цифровой связи

Приёмник – фильтрация, усиление и преобразование частоты принимаемого сигнала, преобразование сигнала из аналоговой формы в цифровую.

Демодуляция – превращение радиосигнала в низкочастотный импульсный сигнал.

Выравнивание – устранение искажений сигнала, вызванных многолучевым распространением в канале передачи.

Различение сигнала – принятие решения о цифровых значениях принятых символов сигнала. В результате этого импульсный сигнал преобразуется в поток битов.

Канальное декодирование – осуществляется исправление части ошибочно распознанных битов данных (не больше некоторого фиксированного количества).

Дешифрование – операция, обратная шифрованию.

Декодирование источника – в сигнал возвращается избыточная информация, удалённая из него в процессе кодирования источника, а также сигнал источника переводится в аналоговую форму (в случае аналогового источника информации).

Вопрос 2

Теория информации - математическая дисциплина. Предмет изучения – характеристики и передача информации. В теории информации (ТИ) рассматриваются понятия: объем данных, скорость передачи, пропускная способность канала, источник информации, энтропия источника, эффективное и помехоустойчивое кодирование.

ТИ, созданная математиком Клодом Элвудом Шенноном в 1948 г, первоначально применялась в области связи. Сейчас она применяется и в других областях, например, в вычислительной технике. На рисунке 4.1 показана упрощенная структурная схема системы передачи и приема информации.

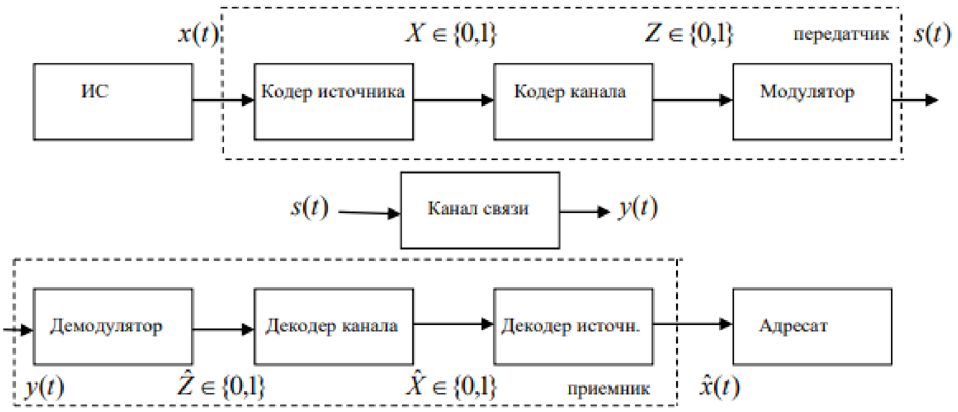


Рисунок 4.1. Обобщенная структурная схема системы передачи и приема сообщений.

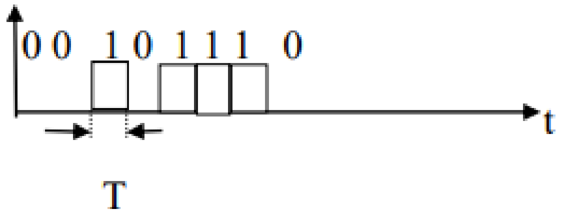
1) ИС – источник сообщений. На его выходе – аналоговый $x(t)$ или цифровой сигнал $x_i, i = 1,2,3,...$.

ИС

Дискретный источник (ДИ) Непрерывный источник (НИ)

На выходе ДИ информации – дискретные случайные последовательности сообщений (символов), на выходе НИ – непрерывный случайный процесс.

2) Кодер источника – устройство, преобразующее передаваемое сообщение в последовательность двоичных символов $X \in \{0,1\}$. Например, 00101110….. – кодовое слово длины **к** (**к** – количество символов «0» и «1» в кодовом слове).



Символы «0» и «1» называются **битом**. Т – длительность одного бита. Тогда говорят, что двоичные символы следуют со скоростью

$$R = \frac{1}{T} \quad \text{(бит/с)}$$

Кодер источника осуществляет сжатие данных с помощью **эффективного кодирования**. Цель – избавиться от избыточности, которой обладают реальные источники информации, для эффективного использования канала связи при передаче сообщений.

3) Кодер канала – устройство, преобразующее кодовые слова с выхода кодера источника в **помехоустойчивые (корректирующие) коды** Z, которые позволяют обнаруживать и исправлять ошибки в приемнике.

4) Модулятор преобразует последовательность $Z \in \{0,1\}$ в передаваемый по каналу сигнал, соответствующий передаваемому сообщению. Некоторые виды цифровой модуляции рассмотрены в главе 3.

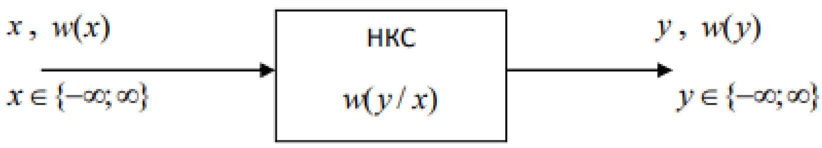
5) Канал связи – техническое устройство или физическая среда распространения сигналов. Например, провода, коаксиальный кабель, волоконно - оптический кабель (ВОК), радиоканал. В канале происходит искажение сигнала из-за помех и шумов. Модели каналов рассмотрены в главе 1.

6) Демодулятор преобразует искаженный каналом сигнал в последовательность двоичных символов, т.е. оценивает помехоустойчивый код $\hat{Z}$. Алгоритмы демодуляции (алгоритмы различения сигналов) рассмотрены в главе 2.

7) Декодер канала восстанавливает первоначальную последовательность по полученному помехоустойчивому коду, т.е. оценивает эффективный код $\hat{X}$.

8) Декодер источника – устройство, преобразующее последовательность двоичных символов $\hat{X} \in \{0,1\}$ в сообщение $\hat{x}(t)$ ($\hat{x}_i, i = 1,2,3,\dots$).

9) Адресат – лицо или устройство, которому предназначено переданное сообщение.



Наиболее важный случай - канал с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ), для которого

$$y = x + \mu, \qquad (5.8)$$

где μ - стационарный гауссовский процесс с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_μ^2.

Среднее значение взаимной информации определяется по формуле

$$I(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} w(x,y)\log_2\left(\frac{w(x,y)}{w(x)w(y)}\right)dx\,dy \qquad (5.9)$$

Скорость передачи взаимной информации R_{KC} определяется по (5.2).

Пропускная способность НКС (см.ф-лу (5.3)) :

$$C = \max_{\{w(\bullet)\}} R_{KC} \text{ (бит/отсчет с)}$$

Пропускная способность гауссовского канала связи (ГКС).

Пусть ширина полосы рабочих частот канала $F_в$: $0 \le f \le F_в$. Пропускная способность ищется следующим образом:

$$C = \frac{1}{T_H}(H_d(y) - H(y/x))_{\max},$$

где T_H - длительность реализации случайных процессов $x(t), y(t)$. Вместо одного отсчета рассмотрим выборку $\vec{y}_n = (y_1,\dots,y_n), \vec{x}_n = (x_1,\dots,x_n)$, объем выборки $n = 2F_в T_H$, т.к. $n = \frac{T_H}{\Delta t}, \Delta t = \frac{1}{2F_в} \Rightarrow n = 2F_в T_H$. Тогда

$$H_d(\vec{y}_n) = \sum_{k=1}^{n} H_d(y_k) = \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2}\log_2(2\pi e\sigma_y^2) = \frac{n}{2}\log_2(2\pi e\sigma_y^2) = \frac{2F_в T_H}{2}\log_2(2\pi e\sigma_y^2) = F_в T_H \log_2(2\pi e\sigma_y^2) = H_{d\max}(\vec{y}_n)$$

Причем, $\sigma_y^2 = \sigma_x^2 + \sigma_\mu^2$. В результате имеем $H_{\max}(\vec{y}_n) = F_в T_H \log_2(2\pi e(\sigma_x^2 + \sigma_\mu^2))$.

Далее с учетом формулы (5.8) запишем:

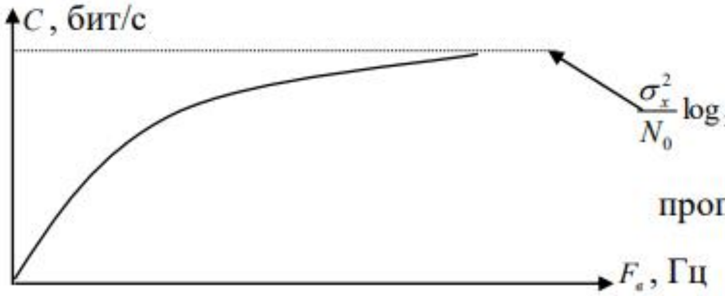
$$H(\vec{y}_n/\vec{x}_n) = H_d(\vec{y}_n - \vec{x}_n) = H_d(\vec{\mu}_n) = \sum_{k=1}^{n} H_d(\mu_k) = \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2}\log_2(2\pi e\sigma_\mu^2) = \frac{n}{2}\log_2(2\pi e\sigma_\mu^2) = F_в T_H \log_2(2\pi e\sigma_\mu^2)$$

Тогда пропускная способность гауссовского канала связи равна

$$C=\frac{F_{в}T_{H}}{T_{H}}(\log_2(2\pi e(\sigma_x^2+\sigma_\mu^2))-\log_2(2\pi e\sigma_\mu^2))=F_{в}\log_2(\frac{\sigma_x^2+\sigma_\mu^2}{\sigma_\mu^2})=F_{в}\log_2(1+q),$$

где $q=\frac{\sigma_x^2}{\sigma_\mu^2}=\frac{\sigma_x^2}{F_{в}N_0}$ - отношение сигнал/шум, N_0 - односторонняя СПМ белого гауссовского шума.

$$C=F_{в}\log_2(1+\frac{\sigma_x^2}{F_{в}N_0}) \qquad (5.10)$$



Таким образом, пропускная способность ГКС растет с увеличением ширины полосы канала и стремится к предельному значению $\frac{\sigma_x^2}{N_0}\log_2 e$.

6.Помехоустойчивое кодирование.

Для увеличения помехоустойчивости приема (уменьшения вероятности ошибки) применяют канальное (помехоустойчивое) кодирование. Оно позволяет обнаружить и исправить ошибки в приемнике, тем самым уменьшая вероятность ошибки приема символа.

6.1. Линейные блоковые коды.

Блоковый код состоит из набора векторов фиксированной длины, которые называются **кодовыми словами**. Длина кодового слова – число элементов в векторах, обозначим ее буквой n. Элементы кодового слова выбираются из алфавита с q элементами. Если $q=2$, тогда код называют двоичным. Если $q>2$, то код недвоичный. Если же $q=2^b$, где b - целое положительное число, то каждый элемент имеет эквивалентное двоичное представление, состоящее из b битов. Т.е. недвоичный код длины N можно представить двоичным кодом длиной $n=bN$.

Кодовое слово длины n содержит $k<n$ информационных символов. Код обозначается как (n,k) - код, а отношение

$$R_c=\frac{k}{n} \qquad (6.1)$$

называется **скоростью кода**. Величина $1 - R_c$ - **избыточность**.

Блок из k информационных бит отображается в кодовое слово длины n, выбираемое из набора $M = 2^k$ кодовых слов. Каждое кодовое слово состоит из k информационных бит и $n - k$ проверочных.

Вес кода $w_i (i = 1,2,.., M)$ – число ненулевых элементов слова, является одной из важных характеристик кода. Для двоичных кодов вес - это количество единиц в кодовом слове. Каждое кодовое слово имеет свой вес. Набор всех весов кода $\{w_i\}$ образует **распределение весов кода**. Если все M кодовых слов имеют одинаковый вес, тогда код называется кодом с **постоянным весом**.

Функции кодирования и декодирования включают арифметические операции сложения и умножения, выполненные над кодовыми словами. Эти операции соответствуют соотношениям и правилам для алгебраического поля с q элементами. Если $q = 2$, то имеем символы $\{0;1\}$. В общем поле F состоит из q элементов $\{0;1;.....q - 1\}$. Операции сложения и умножения удовлетворяют следующим аксиомам.

Задача

Задача. Задана корреляционная функция стационарного случайного процесса $R(\tau) = e^{-|\tau|}$.

Найти спектральную плотность мощности $G(\omega)$ случайного процесса.

$$R(\tau) = e^{-|\tau|}$$

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \left(\int_0^{\infty} e^{-\tau(1+i\omega)} d\tau + \int_{-\infty}^{0} e^{\tau(1-i\omega)} d\tau \right) = \left(-\frac{1}{1+i\omega} e^{-\tau(1+i\omega)} \Big|_0^{\infty} + \frac{1}{1-i\omega} e^{\tau(1-i\omega)} \Big|_{-\infty}^{0} \right) = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{1+i\omega} + \frac{1}{1-i\omega} \right)$$

$$= \left(\frac{1 - \cancel{i\omega} + 1 + \cancel{i\omega}}{1 + \omega^2} \right) = \frac{1}{1 + \omega^2}$$