# Билет 1

## 1) Функциональная схема цифровой системы связи. Основные характеристики системы связи.

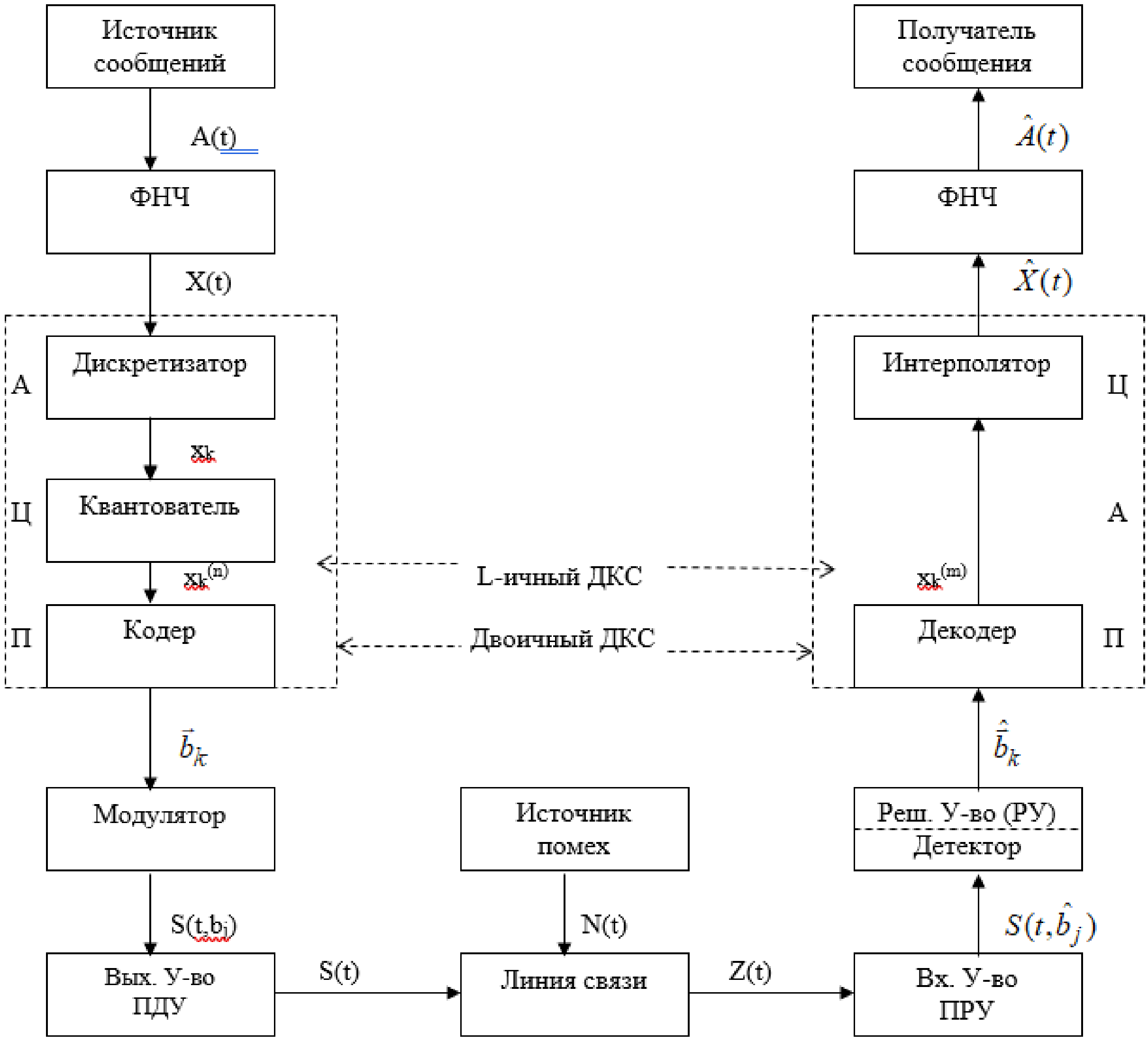



Рисунок 1. Структурная схема системы электросвязи

Назначение отдельных элементов схемы:

**Источник сообщения** – это некоторый объект или система, информацию о состояние которой необходимо передать.

**ФНЧ** – ограничивает спектр сигнала верхней частотой. Нужен, чтобы ограничить спектр частот чтобы применить теорему Котельникова(делает из аналогового - дискретный).

**Дискретизатор**– представляет отклик ФНЧ в виде последовательности отсчетов

**Отсчёт** – значение сигнала в моменты времени k* Δt.( Δt – период дескритизации $\Delta t \le \pi/\omega_в$)

**Квантователь** – преобразует отсчеты в квантовые уровни ; k=0,1,2…; , где L – число уровней квантования.

**Кодер** – кодирует квантованные уровни двоичным безызбыточным кодом, т.е. формирует последовательность комбинаций ИКМ.

На выходе **АЦП**(Аналого-цифровой преобразователь) – двоичный код

**Модулятор** – формирует сигнал, амплитуда, частота или фаза которого изменяются в соответствии с сигналом (делает из низкочастотного – высокочастотный сигнал).

**Выходное устройство ПДУ**(передающее устройство) – осуществляет фильтрацию и усиление модулированного сигнала для предотвращения внеполосных излучений и обеспечения требуемого соотношения сигнал/шум на входе приемника.

**Линия связи** – среда или технические сооружения, по которым сигнал поступает от передатчика к приемнику. В линии связи на сигнал накладывается помеха.

**Источник помех** – создает помехи в диапазоне частот от десятков килогерц до нескольких мегагерц. Влияние помех минимизируется до допустимых значений встроенными входными и выходными фильтрами, могут быть “+” аддитивными (складываются с сигналом) и
“*”мультипликативные (умножаются с сигналом)

**Входное устройство ПРУ**(приемное устройство) – осуществляет фильтрацию принятой смеси – сигнала и помехи.

**Детектор** – преобразует принятый сигнал в сигнал ИКМ(Импульсно-кодовая модуляция).

**Декодер** – преобразует кодовые комбинации в импульсы, исправляет возможные ошибки.

**Интерполятор и ФНЧ**(делает из дискретного - аналоговый) восстанавливают непрерывный сигнал из импульсов – отсчетов.

На выходе **ЦАП**(Цифро-аналоговый преобразователь) – последовательность отсчётов

**Получатель** – некоторый объект или система, которому передается информация.

## 2) Обнаружение радиосигнала со случайной начальной фазой на фоне АБГШ. Некогерентный прием.

Обнаружение радиосигнала со случайной начальной фазой на фоне АБГШ. Некогерентный прием.

АБГШ - Аддитивный белый гауссовский шум

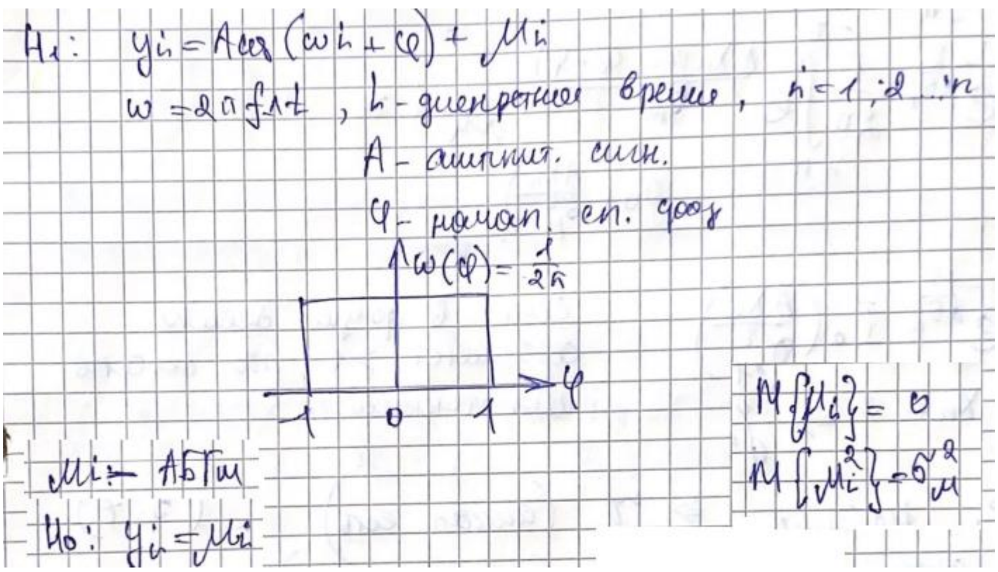
**А**ддитивный - значение величины, соответствующее целому объекту, равно сумме значений величин, соответствующих его частям

**Б**елый – спектр равномерен и бесконечен

**Г**ауссовский – описывается распределением Гаусса
**Ш**ум

*2.1.5. Обнаружение радиосигнала со случайной начальной фазой на фоне АБГШ.*

Пусть по гипотезе $H_1$ на вход приемного устройства поступает аддитивная смесь сигнала и шума: $y_i = S_i + \eta_i$, где $S_i = A\cos(\omega i + \varphi)$. Здесь A – известная амплитуда, $\omega = \frac{2\pi}{T}\Delta t$, T – период сигнала, $\Delta t$ - шаг (интервал) дискретизации, $\varphi$ - начальная фаза колебания, которая является случайной величиной с равномерным распределением: $\varphi \sim R[-\pi, \pi]$, т.е. ФПВ фазы имеет вид: $w(\varphi) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}, & -\pi \le \varphi \le \pi, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$




Отношние правдоподобия:

$$\Lambda(\overrightarrow{\mathbf{y}_n},\varphi)=\frac{w(\overrightarrow{\mathbf{y}_n},\varphi\,|\,H_1)}{w(\overrightarrow{\mathbf{y}_n},\varphi\,|\,H_0)},$$

где $w(\overrightarrow{\mathbf{y}_n},\varphi\,|\,H_1)=\dfrac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\sigma_\eta\right)^n}exp\left(-\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{\left(y_i - A\cos(\omega i+\varphi)\right)^2}{2\sigma_\eta{}^2}\right),$

$$w(\overrightarrow{\mathbf{y}_n},\varphi\,|\,H_0)=\frac{1}{\left(\sqrt{2\pi}\sigma_\eta\right)^n}exp\left(-\sum_{i=1}^{n}\frac{y_i{}^2}{2\sigma_\eta{}^2}\right).$$

ВЫВОД ФОРМУЛЫ

Т.к. отношение правдоподобия зависит от фазы $\varphi$, то оно тоже является случайной величиной. Поэтому $\Lambda(\overrightarrow{\mathbf{y}_n},\varphi)$ можно усреднить по фазе $\Rightarrow$

$$\Lambda_1(\overrightarrow{\mathbf{y}_n})=\int_{-\pi}^{\pi}\Lambda(\overrightarrow{\mathbf{y}_n},\varphi)w(\varphi)\,d\varphi=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\Lambda(\overrightarrow{\mathbf{y}_n},\varphi)d\varphi.$$

Далее, приняв во внимание, что $\sum\limits_{i=1}^{n}A^2\cos(\omega_i+\varphi)=E$ - энергия сигнала и введя обозначения $X_{nc}=\sum\limits_{i=1}^{n}y_i\cos(\omega i)$, $X_{ns}=\sum\limits_{i=1}^{n}y_i\sin(\omega i)$, получим

$$\Lambda_1(\overrightarrow{\mathbf{y}_n})=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}exp\left(\frac{A(X_{nc}\cos\varphi - X_{nS}\sin\varphi)}{\sigma_\eta{}^2}-\frac{E}{2\sigma_\eta{}^2}\right)d\varphi=$$
$$=exp\left(-\frac{E}{2\sigma_\eta{}^2}\right)\cdot\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}exp\left(\frac{A(X_n\cos(\varphi+\chi))}{\sigma_\eta{}^2}\right)d\varphi,$$

где $X_n=\sqrt{X_{nc}^2+X_{nS}^2},\ \chi=arctg\left(\dfrac{X_{ns}}{X_{nc}}\right).$

Известно, что $\dfrac{1}{2\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi}exp\left(\dfrac{AX_n\cos(\varphi+\chi)}{\sigma_\eta{}^2}\right)d\varphi=I_0\left(\dfrac{AX_n}{\sigma_\eta{}^2}\right)$ - функция Бесселя нулевого порядка $\Rightarrow \Lambda_1(\overrightarrow{\mathbf{y}_n})=exp\left(-\dfrac{E}{2\sigma_\eta{}^2}\right)I_0\left(\dfrac{AX_n}{\sigma_\eta{}^2}\right).$

Конец вывода формулы

Коэффициент правдоподобия:

$$\Lambda_l\left(\overrightarrow{\mathbf{y}_n}\right) = exp\left(-\frac{E}{2\sigma_\eta^2}\right) I_0\left(\frac{AX_n}{\sigma_\eta^2}\right)$$

Т.к. функция Бесселя монотонная от $X_n$ при отношении сигнал/шум $h_{вых}>1$ $\Rightarrow$ решение можно принимать но, $\Rightarrow X_n$:

$$\text{если } X_n \geq C_\alpha \Rightarrow \gamma_1 \text{ (есть сигнал)} \tag{2.25}$$

$$\text{если } X_n < C_\alpha \Rightarrow \gamma_0 \text{ (нет сигнала)}$$

(если в функции Бесселя аргумент > 1, то бессель монотонный)

*Поиск порога $C_\alpha$.*

Порог будем искать по критерию Неймана-Пирсона:

**оптимальным решающем правилом является сравнение с некоторым порогом выбирающимся из условия получения заданной вероятности ложной тревоги $\alpha$. При этом минимизируется вероятность пропуска сигнала $\beta$**

$$\alpha \text{ - задано} \Rightarrow \beta = \min \tag{2.26}$$

В отсутствии радиосигнала случайная величина $X_n$ характеризуется плотностью распределения Релея:

$$w(X_n \mid H_0) = \frac{X_n}{\sigma_X^2} exp\left(-\frac{X_n^2}{2\sigma_X^2}\right),$$

$\sigma_x^2 = \frac{\sigma_\eta^2 T_H}{2}$ - дисперсия, составляющих $X_{nc}, X_{ns}$, $T_H = n\Delta t$ - время

По заданной $\alpha = \int_{C_\alpha}^{\infty} w(X_n \mid H_0) dX_n$ находим $C_\alpha$:

$$\alpha = \int_C^\infty \frac{X_n}{\sigma_n^2} e^{-\frac{X_n^2}{2\sigma_x^2}} dX_n \Rightarrow C = ?$$

$$C = \sqrt{\sigma_\mu^2 T_H \ln\left(\frac{1}{\alpha}\right)}$$

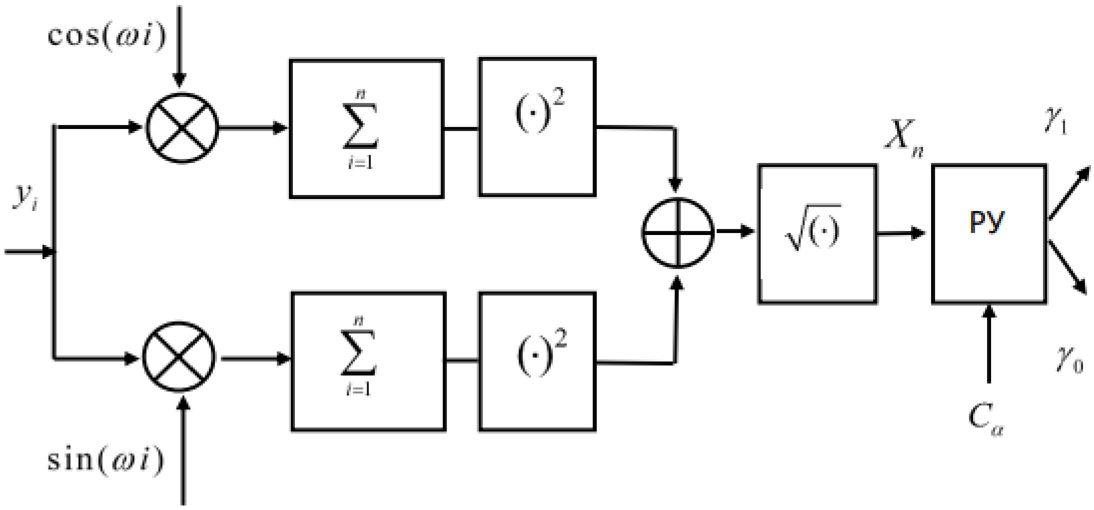
$C_\alpha = \sqrt{\sigma_\eta^2 T_H \ln\left(\frac{1}{\alpha}\right)}$, где $f_d = \frac{1}{\Delta t}$ - частота дискретизации сигнала.

Затем можно вычислить вероятность пропускания сигнала $\beta$ и вероятность обнаружения $D=1-\beta$.

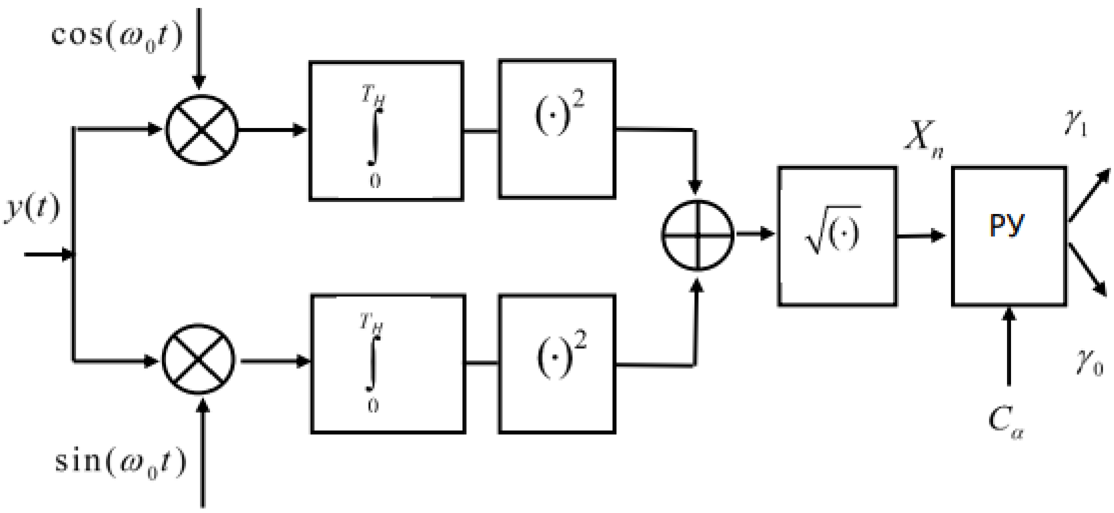
По формуле: $\beta = \int_{-\infty}^{c_\alpha} w(X_n \mid H_1)dX_n$, где

$w(X_n \mid H_1) = \frac{X_n}{\sigma_X^2} exp\left(-\frac{X_n^2 + m_c^2 + m_S^2}{2\sigma_X^2}\right) I_0\left(\frac{X_n^2\sqrt{m_c^2 + m_S^2}}{\sigma_X^2}\right)$ - плотность распределения Релея - Райса, где $m_c, m_s$ – условие мат. ожидания, составляющих: $X_{nc}, X_{ns}$: $m_c = E(X_{nc} / \varphi) = \frac{AT_H}{2}\cos\varphi$, $m_s = E(X_{ns} / \varphi) = -\frac{AT_H}{2}\sin\varphi$, E – оператор мат. ожидания.

На рисунке 2.6. показана структура обнаружителя радиосигнала со случайной начальной фазой.




**а)**



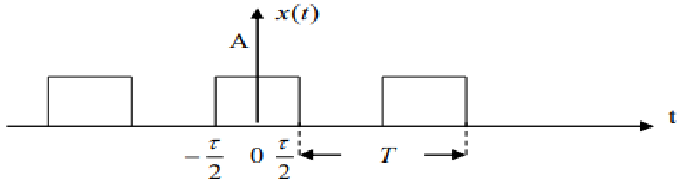

**б)** $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T}$

**Рисунок 2.6. Структурная схема алгоритма обнаружения радиосигнала со случайной начальной фазой : а –** в дискретном времени, **б** – в непрерывном времени.

Такая обработка называется **некогерентной**, т.к. начальная фаза $\varphi$ неизвестна

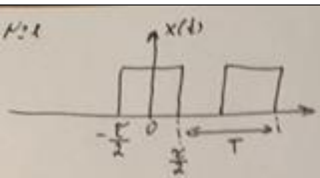
## Задача

**Задача.** Периодический сигнал описывается функцией $x(t) = x(t + nT) = A$, где T – период. Найти амплитудный и фазовый спектр сигнала.




$\tau = \frac{T}{2}$.

№1




$\tau = \frac{T}{2}$

$x(t) = x(t+nT) = A$

$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ (амплитудный спектр)

$\varphi_k = \mathrm{arctg}\left(\frac{b_k}{a_k}\right)$ (фазовый спектр)

$$a_k = \frac{2}{T}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} x(t)\cos(\Omega k t)\,dt \;;\quad b_k = \frac{2}{T}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} x(t)\sin(\Omega k t)\,dt \;;\quad \Omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$a_0 = \frac{2}{T}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} x(t)\,dt \;;\qquad x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_k \left[a_k\cos(\Omega k t) + b_k \sin(\Omega k t)\right]$$

$$a_k = \frac{2A}{T}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \cos(\Omega k t)\,dt = \frac{2A}{T}\cdot \left.\frac{\sin(\Omega k t)}{\Omega k}\right|_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} = \frac{2A}{T}\cdot 2\cdot \frac{\sin\left(\frac{\tau k \Omega}{2}\right)}{k\Omega}$$

$$a_k = \frac{4A}{T}\cdot\frac{\sin\left(\frac{\tau k\Omega}{2}\right)}{k\Omega} \;;\quad \Omega = \frac{2\pi}{T};\quad a_k = \frac{2A}{\pi k}\sin\left(\frac{\pi k}{2}\right)$$

$$b_k = \frac{2A}{T}\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \sin(\Omega k t)\,dt = \frac{2A}{T}\cdot 0 = 0$$ (интеграл нечёт. функции равен 0)

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} = \sqrt{a_k^2}$$

Фазовый спектр = 0, значит сигнал синфазный (все компоненты имеют одну и ту де фазу)