Функции распределения и плотности вероятности СП.

Фиксируем последовательно $i = 1,2,3,.....,n$. Тогда одномерная функция распределения СП $\zeta(t)$ определяется следующим образом $F_1(x_i, t_i) = P\{\zeta(t_i) \le x_i\}$,

двумерная - $F_2(x_i, x_j, t_i, t_j) = P\{\zeta(t_i) \le x_i, \zeta(t_j) \le x_j\}$, где x_i - пороги и т.д. В общем случае n - мерная функция распределения задается выражением:

$$F_n(x_1,...x_n, t_1,....t_n) = P\{\zeta(t_1) \le x_1,....\zeta(t_n) \le x_n\}, \tag{5.1}$$

где x_i - пороги, t_i - параметры, $P\{\bullet\}$ - совместная вероятность того, что значения СП $\zeta(t_i)$ не превысят порогов x_i. Функция распределения должна удовлетворять условиям **симметрии**: $F_n(x_1,...x_n, t_1,...t_n) = F_n(x_{k_1},...x_{k_n}, t_{k_1},...t_{k_n})$, где

$k_1,...k_n$ - целые числа от 1 до n, расположенные в произвольном порядке, и условию **согласованности**: $\lim\limits_{\substack{x_j \to \infty \\ j=k+1,....n}} F_n(x_1,...x_n, t_1,...t_n) = F_k(x_1,...x_k, t_1,....t_k)$.

Одномерная плотность распределения вероятности СП $\zeta(t)$ - $w_1(x,t) = \dfrac{dF_1(x,t)}{dx}$,

двумерная - $w_2(x_i, x_j, t_i, t_j) = \dfrac{\partial^2 F_2(x_i, x_j, t_i, t_j)}{\partial x_i \partial x_j}$ и т.д. Тогда n- мерная плотность распределения СП имеет вид:

$$w_n(x_1,....x_n, t_1,...t_n) = \frac{\partial^n F_n(x_1,....x_n, t_1,...t_n)}{\partial x_1 ....\partial x_n} \quad . \tag{5.2}$$

Условие **симметрии**: $w_n(x_1...x_n, t_1,...t_n) = w_n(x_{k_1},....x_{k_n}, t_{k_1},...,t_{k_n})$, условие **согласованности**: $w_k(x_1,...x_k, t_1,...t_k) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} ... \int\limits_{-\infty}^{\infty} w_n(x_1,...x_k, x_{k+1},...x_n, t_1,...t_k, t_{k+1},...t_n) dx_{k+1}...dx_n$.

Моментные функции случайного процесса.

1) Среднее значение СП:

$$M\{\zeta(t)\} = \int\limits_{-\infty}^{\infty} x w_1(x,t) dx = m_x(t). \tag{5.3}$$

2) Дисперсия СП:

$$M\{\zeta t) - m_x(t)\}^2 = \int\limits_{-\infty}^{\infty} (x - m_x(t))^2 w_1(x,t) dx = \sigma_x^2(t). \tag{5.4}$$