

 $x_{\delta}(t) = x(t)U_{\delta}(t)$ - дискретизированный сигнал

x(t) - исходный сигнал.

 $U_{\delta}(t)$ -периодическая последовательность δ - импульсов.

Разложим периодическую последовательность δ -импульсов в ряд Фурье, как мы это делали выше:

$$U_{\delta}(t) = \dots + \frac{1}{\Delta t} e^{-j\omega_{\delta}t} + \frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta t} e^{j\omega_{\delta}t} + \dots$$
$$x_{\delta}(t) = x(t)U_{\delta}(t) = x(t)[\dots + \frac{1}{\Delta t} e^{-j\omega_{\delta}t} + \frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta t} e^{j\omega_{\delta}t} + \dots]$$

Найдём спектр дискретизированного сигнала.

$$\dot{S}_{\partial}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x_{\partial}(t)e^{-j\omega t}dt = \dots + \frac{1}{\Delta t} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j(\omega+\omega_{\partial})t}dt + \frac{1}{\Delta t} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt + \frac{1}{\Delta t} \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j(\omega-\omega_{\partial})t}dt + \dots = \dots + \frac{1}{\Delta t} \dot{S}_{x}(\omega+\omega_{\partial}) + \frac{1}{\Delta t} \dot{S}_{x}(\omega) + \frac{1}{\Delta t} \dot{S}_{x}(\omega-\omega_{\partial}) + \frac{1}{\Delta t} \dot{S}_{x}(\omega-\omega_{\partial}) + \dots$$

$$(1.7)$$

Т.о. мы видим, что спектр дискретизированного сигнала содержит спектр исходного сигнала $S_x(\omega)$, спектр исходного сигнала смещенный на величину частоты дискретизации вправо $S_x(\omega - \omega_{\pi})$, тот же спектр смещенный на величину частоты дискретизации влево $S_x(\omega + \omega_{\pi})$, тот же спектр смещенный на величину $2\omega_{\pi}$ и т.д.