

ЛЕКЦИЯ № 1

1.1. Обобщённая структурная схема системы связи.

Система связи - это совокупность технических устройств, которые позволяют передать сообщение от источника к получателю.

Сообщения - это совокупность сведений об окружающих нас предметах, явлениях. Сообщения могут быть звуковыми (речь, музыка), световыми (изображения неподвижных и подвижных объектов), текстовыми (буквенно-цифровые сообщения).

Обобщенная структурная схема системы связи (рис.1.1) отражает наиболее типичные преобразования, которым подвергается сообщение в системе связи, она справедлива для любых видов сообщений. Рассмотрим назначение основных блоков системы связи.

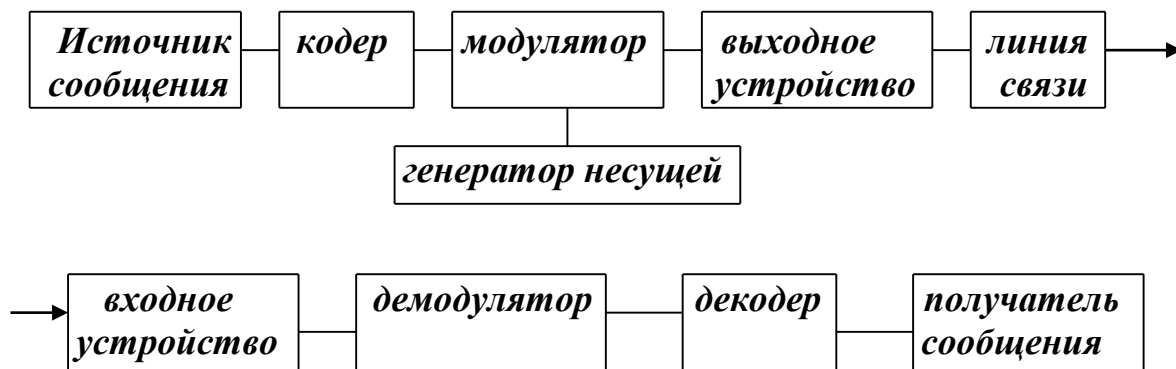


Рис.1.1

Источник информации – источник сообщения, подлежащего передаче (человек, окружающая среда и т.п.).

Сообщение - речь, музыка, текст, изображение, параметры некоторых объектов и т.п.

Кодер – а) преобразует неэлектрическое сообщение в электрический сигнал (**сигнал** - это электрическая копия сообщения).

б) преобразует аналоговый (непрерывный) сигнал в дискретный (цифровой);

в) осуществляет эффективное кодирование с целью уменьшения необходимой скорости передачи информации при заданном качестве (устранение избыточности сообщения);

г) осуществляет помехоустойчивое кодирование, позволяющее улучшить качество принимаемого сообщения.

Генератор несущий – генерирует колебания с постоянной амплитудой, частотой, фазой.

Модулятор – изменяет амплитуду, частоту или фазу переносчика в соответствии с модулирующим сигналом, поступающим от кодера.

Выходное устройство – усиливает сигнал, для обеспечения заданного

качества связи и ограничивает спектр излучаемого сигнала до полосы частот, отведённой для заданной системы связи.

Кодер, модулятор, генератор несущей и выходное устройство образуют передатчик.

Линия связи – совокупность технических устройств (кабель, двухпроводная линия, оптическая линия связи) или эфир, по которым сигнал поступает от передатчика к приёмнику. Напряжение на входе приёмника можно записать как:

$$U_{прм}(t) = K(t)U_{прд} + x(t)$$

$U_{прм}(t)$ - напряжение на входе приёмника. $K(t)$ - мультипликативная помеха (это переменный коэффициент передачи линии связи).

$U_{прд}$ - напряжение на выходе передатчика.

$x(t)$ - аддитивная помеха (тепловой шум, помеха от соседних передатчиков, помехи от различных технических устройств и т.п.).

Входное устройство - выделяет сигнал своего передатчика, отфильтровывает (не пропускает) сигналы соседних по частоте передатчиков и часть помех, усиливает сигнал.

Демодулятор – преобразует ВЧ модулированный сигнал в НЧ модулирующий (сигнал на выходе демодулятора, примерно, соответствует тому, что было на входе модулятора).

Декодер – а) принимает решение по каждой посылке (1 или 0),
б) декодирует кодовые комбинации, исправляет часть ошибок,
г) преобразует кодовые комбинации в сообщения удобные для получателя.

Получатель сообщения - человек, компьютер или другие технические устройства.

Входное устройство, демодулятор и декодер образуют приемник.

КОДЕР + ДЕКОДЕР = КОДЕК

МОДУЛЯТОР + ДЕМОДУЛЯТОР = МОДЕМ

КОДЕР+МОДУЛЯТОР+ДЕКОДЕР+ДЕМОДУЛЯТОР=КОДЕМ

1.2. Разложение сигналов в ряд по ортогональным функциям.

1.2.1. Общие положения

Для исследования различных свойств сообщений, сигналов и помех удобно использовать разложение этих процессов в ряды.

Любой процесс (с некоторыми математическими ограничениями) можно представить в виде ряда:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k \varphi_k(t)$$

$\varphi_k(t)$ - ортогональные функции, т.е.: (1.1)

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \varphi_k(t) \varphi_n(t) dt = \begin{cases} E_k, k = n \\ 0, k \neq n \end{cases}$$

C_k - коэффициенты разложения, E_k - энергия ортогональных функций.

$$C_k = \frac{1}{E_k} \int_{-T}^T x(t) \varphi_k(t) dt$$

1.2.2. Ряд Фурье.

Если выбрать в качестве ортогональных функций:

$$\varphi_k(t) = \begin{cases} \cos k\Omega t \\ \sin k\Omega t \\ e^{jk\Omega t} \end{cases}$$

то ряд (1.1) называется рядом Фурье.

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\Omega t + b_k \sin k\Omega t) \quad (1.2)$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{C}_k e^{jk\Omega t} \quad ; \quad C_k^* = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-jk\Omega t} dt$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos k\Omega t dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin k\Omega t dt$$

$$\Omega = 2\pi / T$$

Ω - частота первой гармоники, определяемая периодом T (T - период функции $x(t)$).

Разложение сигнала в ряд Фурье называется спектром сигнала.

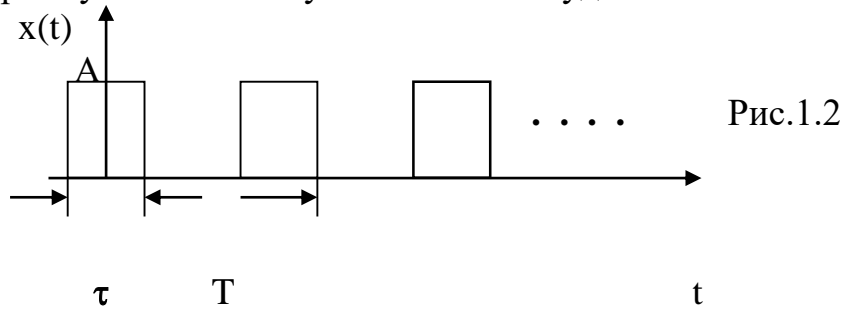
Спектр периодического сигнала – дискретный.

Спектр непрерывного сигнала – сплошной и определяется интегралом Фурье:

$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1.3)$$

Шириной спектра сигнала Π_{Σ} называется полоса частот, в пределах которой заключена основная доля энергии сигнала.

В качестве примера рассчитаем спектр периодической последовательности прямоугольных импульсов с амплитудой A :



$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} A \cos k\Omega t dt = \frac{2A}{T} \frac{\sin k\Omega t}{k\Omega} = \frac{4A}{k\Omega T} \sin \frac{k\Omega \tau}{2}$$

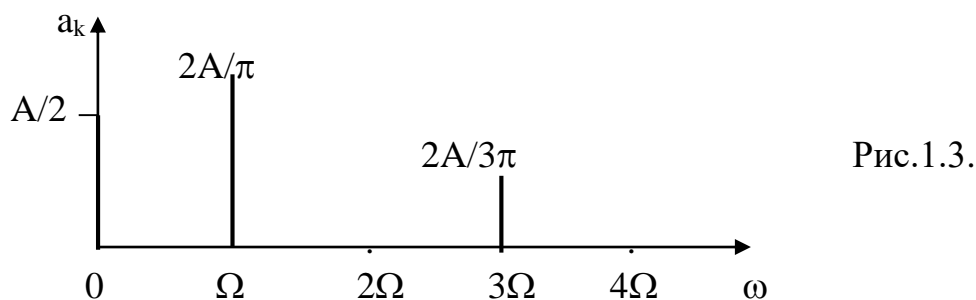
Определим коэффициенты разложения в ряд Фурье C_k :

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} A \sin k\Omega t dt = 0, \text{ т.к. подынтегральная функция - нечетная.}$$

Пусть $T = 2\tau$, тогда коэффициенты a_k равны:

$$a_0 = A, \quad a_k = 2A / k\pi (\sin k\pi/2), \text{ при } k > 0.$$

Итак, временная диаграмма периодической последовательности импульсов показана на рис.1.2. Спектр этой последовательности показан на рис.1.3.



Ширина спектра сигнала равна, в данном случае, $\Pi_{\Sigma} = 2\pi/\tau$.

Спектр непериодического сигнала (спектральная плотность), как уже сказано выше, может быть получен с помощью интеграла Фурье. Для одиночного

прямоугольного импульса с амплитудой A и длительностью τ на рис.1.4

$$S(j\omega) = \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} A e^{-j\omega t} dt = A \tau \frac{\sin 0,5\omega \tau}{0,5 \omega \tau}$$

получим спектр $S(j\omega)$ на рис.1.5 :

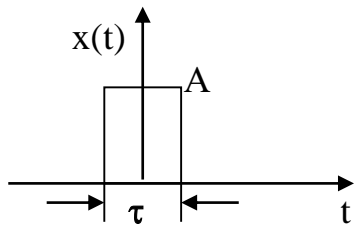


Рис.1.4.

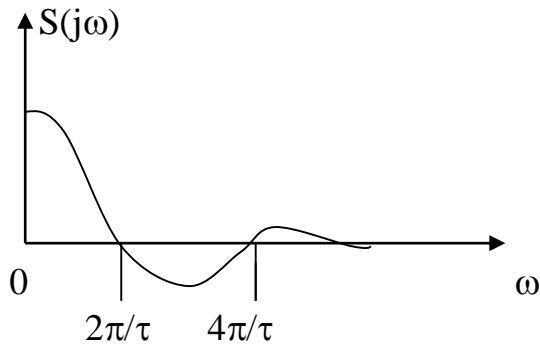


Рис.1.5.

Спектр непериодического сигнала сплошной, бесконечный, ширина спектра определяется длительностью сигнала и, ориентировочно, равна $\Pi\omega = 2\pi/\tau$.

1.3. Теорема Котельникова.

1.3.1. Разложение непрерывных сигналов в ряд Котельникова.

Телекоммуникационные сигналы делятся на непрерывные и дискретные. Непрерывные сигналы (функции) могут принимать любые, сколь угодно близкие друг к другу значения, в любые моменты времени. Примером непрерывного сигнала является гармоническое колебание.

Дискретные (цифровые) сигналы могут принимать только заранее известные значения, отличающиеся одно от другого на конечную величину, причем изменяться эти значения могут только в определенные моменты времени.

Любая непрерывная функция, спектр которой не содержит частот выше $\omega_{\text{с}}$, полностью определяется своими отсчетами, взятыми через интервал времени $\Delta t = \pi / \omega_{\text{с}}$. (Теорема Котельникова)

Временные диаграммы непрерывного сигнала $x(t)$ и дискретизированного $x_{\text{д}}(t)$ имеют вид:

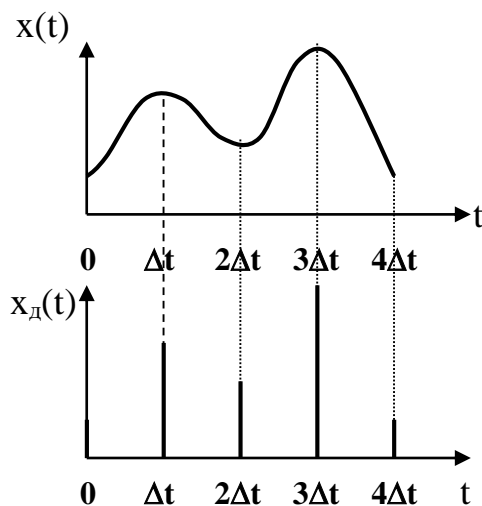


Рис. 1.6

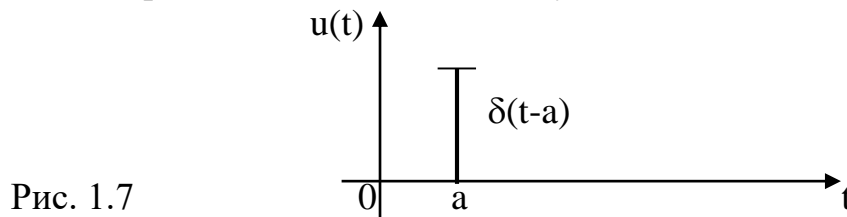
Важно, что не надо передавать непрерывно исходный сигнал $x(t)$, достаточно передавать отсчёты $x(k\Delta t)$. Это первый шаг перехода от непрерывного сигнала к цифровому. С точки зрения математики теорема Котельникова означает представление сигнала в виде ряда:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta t) \frac{\sin \omega_s(t - k\Delta t)}{\omega_s(t - k\Delta t)} \quad (1.4)$$

Ряд Котельникова – это разложение сигнала $x(t)$ в ряд по ортогональным функциям $\varphi_k(t)$.

$$\varphi_k(t) = (\sin \omega_{ep}(t - k\Delta t)) / \omega_{ep}(t - k\Delta t) \quad (1.5)$$

Теоретически дискретизация осуществляется с помощью δ -импульсов. Временная диаграмма одиночного δ - импульса имеет вид:



$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t \neq 0 \\ \infty, & t = 0 \end{cases}$$

$$\delta(t - a) = \begin{cases} 0, & t \neq a \\ \infty, & t = a \end{cases}$$

Спектр одиночного δ - импульса получим, используя преобразование Фурье:

$$\dot{S}_{\delta}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{-j\omega t} dt = 1$$

Использовано "фильтрующее" свойство дельта-функций:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - a) f(t) dt = f(a)$$

Следовательно, спектр одиночного дельта-импульса имеет вид:

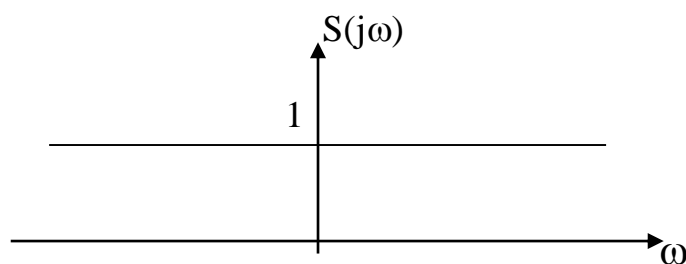


Рис. 1.8

Чтобы получить отсчёты функции $x(t)$ перемножим функцию $x(t)$ на периодическую последовательность δ - импульсов с периодом $T=\Delta t$. Временная диаграмма периодической последовательности дельта-импульсов имеет вид:

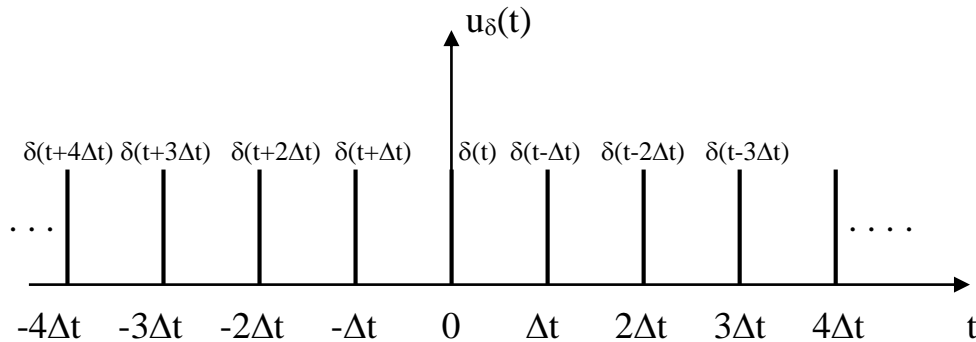


Рис.1.9

Так как сигнал периодический, то его спектр будет дискретным.

$$u_{\delta}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{jk\Omega t} = \dots + \frac{1}{\Delta t} e^{-2jk\Omega t} + \frac{1}{\Delta t} e^{-jk\Omega t} + \frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta t} e^{jk\Omega t} + \dots \quad (1.6)$$

$$C_k = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \delta(t) e^{-jk\Omega t} dt = \frac{1}{\Delta t} ; \quad \Omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\Delta t} = \frac{2\pi\omega_{\epsilon}}{\pi} = 2\omega_{\epsilon} = \omega_{\delta}$$

$T = \Delta t$; ω_{δ} - частота дискретизации.

Спектр периодической последовательности δ - импульсов в соответствии с формулой для $U(t)$ имеет следующий вид :

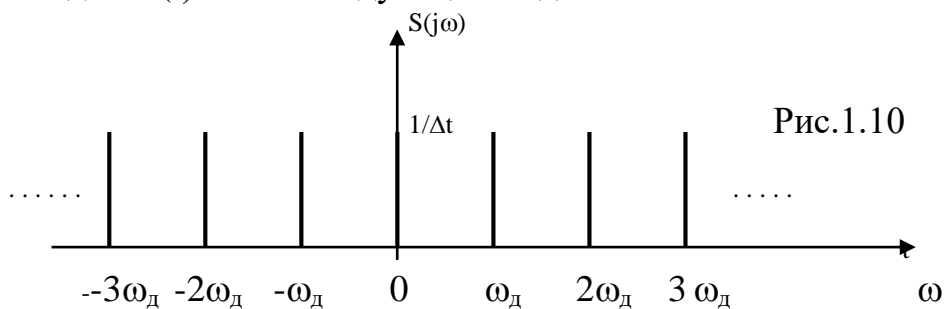


Рис.1.10

1.3.2. Спектр дискретизированного сигнала.

Рассмотрим временные диаграммы исходного и дискретизированного сигналов:

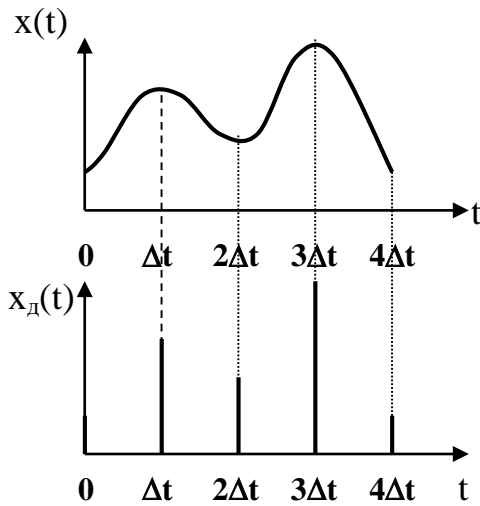


Рис. 1.11

$x_\delta(t) = x(t)U_\delta(t)$ - дискретизированный сигнал

$x(t)$ - исходный сигнал.

$U_\delta(t)$ - периодическая последовательность δ - импульсов.

Разложим периодическую последовательность δ -импульсов в ряд Фурье, как мы это делали выше:

$$U_\delta(t) = \dots + \frac{1}{\Delta t} e^{-j\omega_\delta t} + \frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta t} e^{j\omega_\delta t} + \dots$$

$$x_\delta(t) = x(t)U_\delta(t) = x(t)\left[\dots + \frac{1}{\Delta t} e^{-j\omega_\delta t} + \frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta t} e^{j\omega_\delta t} + \dots\right]$$

Найдём спектр дискретизированного сигнала.

$$\begin{aligned} \dot{S}_\delta(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} x_\delta(t) e^{-j\omega t} dt = \dots + \frac{1}{\Delta t} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j(\omega + \omega_\delta)t} dt + \frac{1}{\Delta t} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt + \\ &+ \frac{1}{\Delta t} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j(\omega - \omega_\delta)t} dt + \dots = \dots + \frac{1}{\Delta t} \dot{S}_x(\omega + \omega_\delta) + \frac{1}{\Delta t} \dot{S}_x(\omega) + \\ &+ \frac{1}{\Delta t} \dot{S}_x(\omega - \omega_\delta) + \frac{1}{\Delta t} \dot{S}_x(\omega - 2\omega_\delta) + \dots \end{aligned} \quad (1.7)$$

Т.о. мы видим, что спектр дискретизированного сигнала содержит спектр исходного сигнала $S_x(\omega)$, спектр исходного сигнала смещенный на величину частоты дискретизации вправо $S_x(\omega - \omega_\delta)$, тот же спектр смещенный на величину частоты дискретизации влево $S_x(\omega + \omega_\delta)$, тот же спектр смещенный на величину $2\omega_\delta$ и т.д.

Спектр исходного непрерывного сигнала.

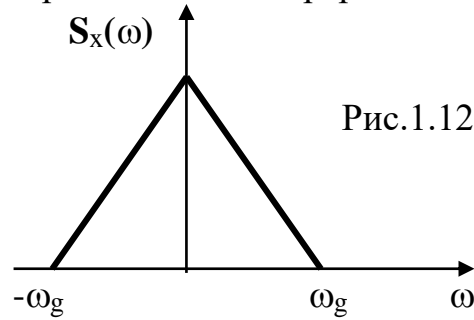


Рис.1.12

Спектр дискретизированного сигнала:

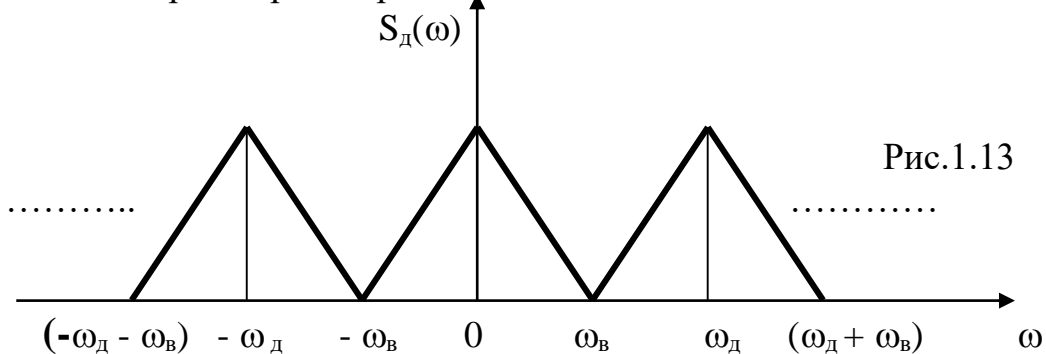


Рис.1.13

1.3.3. Спектр дискретизированного сигнала при дискретизации импульсами конечной длительности (сигнал амплитудно-импульсной модуляции или АИМ сигнал).

Очевидно, что реально мы располагаем не последовательностью дельта-импульсов, а последовательностью импульсов конечной длительности.

В результате процесса дискретизации мы получим не последовательность дельта-импульсов, амплитуда которых соответствует значению непрерывного сигнала в тактовые моменты времени, а последовательность реальных, например, прямоугольных импульсов, амплитуда которых соответствует значениям непрерывного сигнала в тактовые моменты времени.

Рассмотрим временные диаграммы :

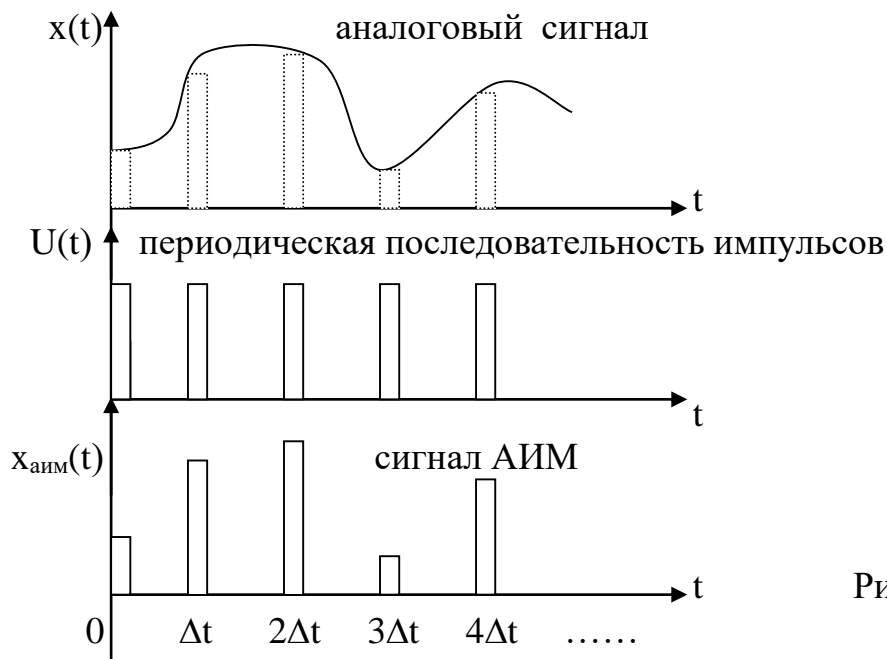


Рис. 1.14.

АИМ сигнал можно записать в виде:

$$x_{\partial_{\text{АИМ}}}(t) = x(t)U(t) = x(t) \left[\dots + \frac{a_{-1}}{2} e^{-j\omega_{\partial} t} + \frac{a_0}{2} + \frac{a_1}{2} e^{-j\omega_{\partial} t} + \dots \right]$$

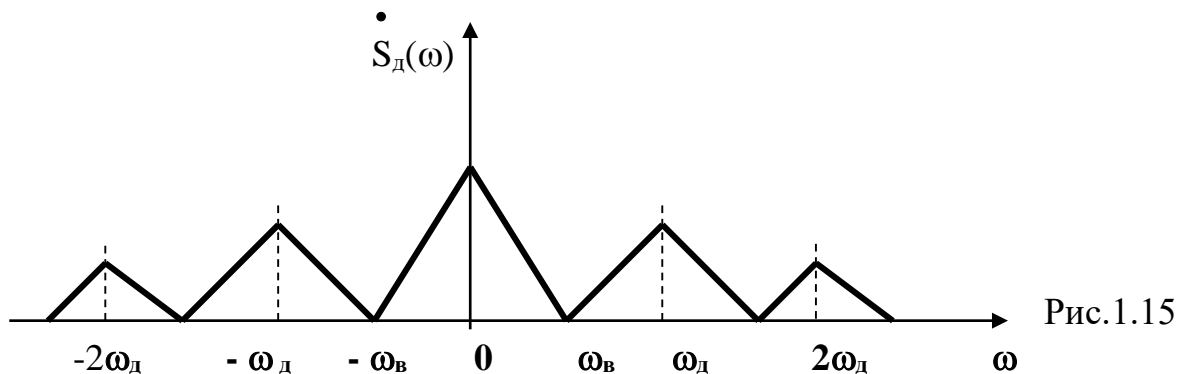
$U(t)$ -периодическая последовательность импульсов.

В квадратных скобках – ряд Фурье для последовательности импульсов конечной длительности.

Спектр АИМ сигнала, следовательно, похож на спектр дискретизированного сигнала при дискретизации дельта -импульсами, но амплитуда составляющих спектра убывает с ростом номера гармоники :

$$\begin{aligned} \dot{S}_{\partial}(\omega) = & \dots + \frac{a_{-2}}{2} \dot{S}_x(\omega + 2\omega_{\partial}) + \frac{a_{-1}}{2} \dot{S}_x(\omega + \omega_{\partial}) + \frac{a_0}{2} \dot{S}_x(\omega) + \\ & + \frac{a_1}{2} \dot{S}_x(\omega - \omega_{\partial}) + \frac{a_2}{2} \dot{S}_x(\omega - 2\omega_{\partial}) + \dots \end{aligned} \quad (1.8)$$

Спектр АИМ сигнала в соответствии с формулой (1.8) принимает вид, показанный на рис.1.15.



1.3.4. Восстановление непрерывного сигнала из отсчётов.

В линию связи передаются импульсы-отсчёты, которые поступают на вход приёмника.

Для восстановления исходного непрерывного сигнала из импульсов-отсчётов надо эти импульсы подать на вход идеального фильтра низких частот (ИФНЧ), который имеет следующие характеристики.

Амплитудно-частотная характеристика идеального ФНЧ (АЧХ ИФНЧ) имеет вид:

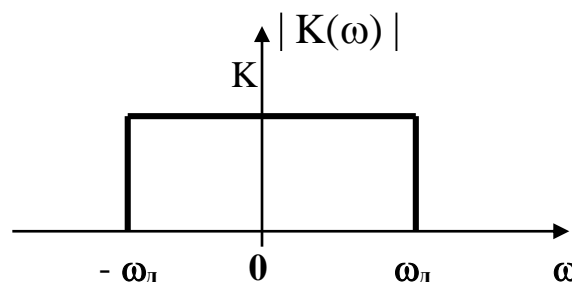


Рис.1.16

Импульсная реакция ИФНЧ, т.е. реакция на дельта-импульс имеет вид:

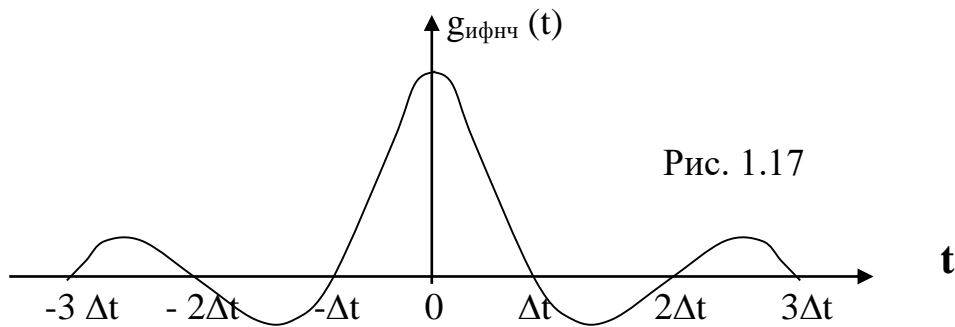


Рис. 1.17

$$g_{ИФНЧ}(t) = K \frac{\sin \omega_{\epsilon} t}{\omega_{\epsilon} t}$$

$$\omega_{\epsilon} t = k\pi$$

$$t = k \frac{\pi}{\omega_{\epsilon \text{ перх}}} = k\Delta t$$
(1.9)

Первая формула - это выражение для импульсной реакции ИФНЧ, вторая и третья формулы определяют моменты времени, для которых $g_{ИФНЧ}(t)$ обращается в ноль.

Со спектральной точки зрения мы пропускаем дискретизированный сигнал, имеющий спектр в соответствии с рис.1.13 или 1.15, через ИФНЧ с АЧХ рис. 1.16. Очевидно, что на выходе ИФНЧ получим спектр:

$$S(\omega) = K S_{\text{д}}(\omega) = K S_{\text{x}}(\omega) / \Delta t;$$

или для АИМ сигнала получим: $S(\omega) = K S_{\text{д}}(\omega) = K a_0 S_{\text{x}}(\omega) / 2$.

Таким образом, с точностью до постоянного множителя мы получили на выходе ИФНЧ спектр исходного сигнала $x(t)$. С временной точки зрения мы получили исходный непрерывный сигнал $x(t)$.

1.3.5. Погрешности дискретизации и восстановления непрерывных сигналов.

Теорема Котельникова точно справедлива только для сигналов с финитным (конечным) спектром. На рис.1.18 показаны некоторые варианты финитных спектров:

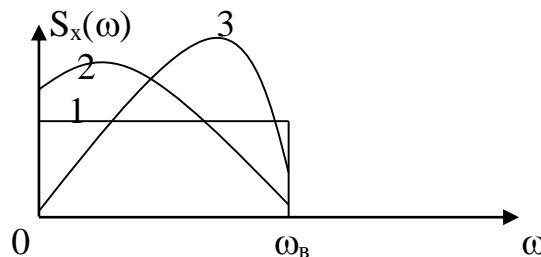


Рис.1.18.

Однако спектры реальных информационных сигналов бесконечны. В этом случае теорема Котельникова справедлива с погрешностью.

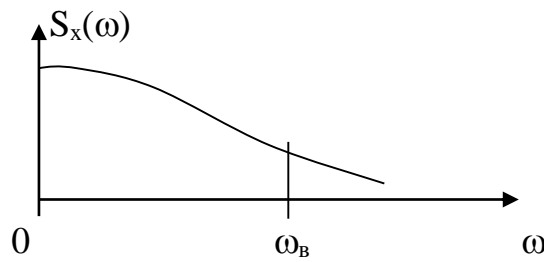


Рис.1.19.

Погрешность дискретизации определяется энергией спектральных составляющих сигнала, лежащих за пределами частоты ω_B .

$$\overline{\Delta E_o^2} = \int_{\omega_B}^{\infty} \left| \dot{S}_x(\omega) \right|^2 d\omega \quad (1.10)$$

Вторая причина возникновения погрешностей – не идеальность восстанавливающего ФНЧ.

Т.о., погрешность дискретизации и восстановления непрерывного сигнала определяется следующими причинами:

- 1) Спектры реальных сигналов не финитны.
- 2) АЧХ реальных ФНЧ неидеальны.

Например, если в качестве ФНЧ использовать RC-фильтр, то восстановленный сигнал на его выходе будет иметь вид:

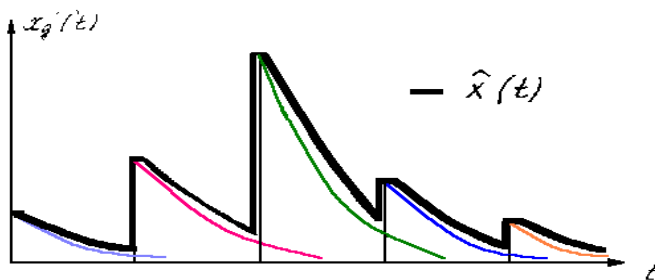


Рис.1.20.

с учетом того, что импульсная реакция RC-фильтра равна:

$$g_{RC}(t) = \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Вывод: чем выше ω_B и чем ближе характеристики ФНЧ к идеальным, тем ближе восстановленный сигнал к исходному.