Билет №11

Вопрос 1

1. Нелинейные электрические цепи (НЭЦ). Аппроксимация характеристик: полиномиальная, линейно-ломаная.

Любая электрическая цепь описывается дифференциальным уравнением.

$$\alpha_0 U + \alpha_1 \frac{dU}{dt} + \alpha_2 \frac{d^2U}{dt^2} + \ldots + \alpha_n \frac{d^nU}{dt^n} = 0 \qquad \textbf{(2.1)}$$

Если $\alpha_k = \alpha_k(i,U)$, то цепь называется нелинейной электрической цепью (НЭЦ) и состоит из нелинейных R(i), L(i),C(u).

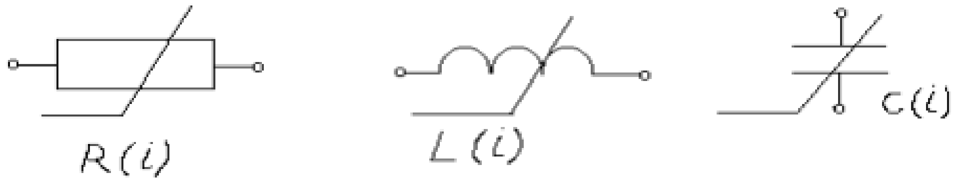


Рис.2.2

Для НЭЦ несправедлив принцип суперпозиции. Пусть НЭЦ описывается уравнением:

$$i = a_2 U^2$$

$$U_{вх} = U_1 + U_2$$

$$i_1 = a_2 U_1^2 \qquad \Rightarrow \qquad i = a_2(U_1+U_2)^2 \neq i_1 + i_2$$

$$i_2 = a_2 U_2^2$$

В НЭЦ возникают новые частоты, не содержащиеся во входном воздействии.

2.2.2. Аппроксимация полиномом.

В этом случае произвольная характеристика (для определенности будем рассматривать вольт-амперную характеристику ВАХ)– аппроксимируется полиномом вида:

$$i = a_0 + a_1 U + a_2 U^2 + a_3 U^3 + \dots \qquad \textbf{(2.2)}$$

При этом виде аппроксимации обычно требуют совпадения заданной и аппроксимирующей характеристик в нескольких выбранных точках (см. рис.2.4)

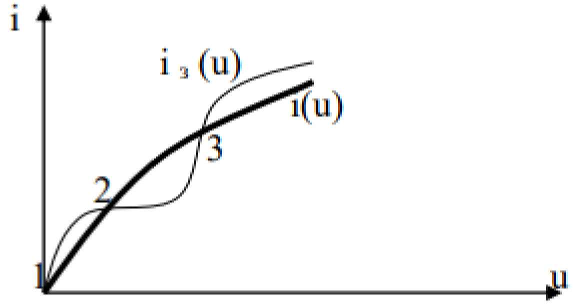


Рис.2.4

$i_з(U)$ - заданная ВАХ. $i(U)$ - аппроксимирующая ВАХ.

$i_з(U)$ и $i(U)$ должны совпадать в заданных точках (1,2 и 3).

$$\begin{gathered} m1(i_1;U_1) \\ m2(i_2;U_2) \\ m3(i_3;U_3) \end{gathered} \qquad \textbf{(2.3)}$$

Составим уравнения для определения a_k.

$$\begin{cases} i_1 = a_0 + a_1U_1 + a_2U_1^2 \\ i_2 = a_0 + a_1U_2 + a_2U_2^2 \\ i_3 = a_0 + a_1U_3 + a_2U_3^2 \end{cases} \qquad \textbf{(2.4)}$$

Отсюда определяем a_0, a_1, a_2. Размерность a_k, если: $i[мА], U[В]$, то $a_0[mA]$, $a_1[mA/B]$, $a_2[mA/B^2]$.

2.2.3. Линейно-ломаная аппроксимация.

При этом виде аппроксимации заданная характеристика $i_з(u)$ аппроксимируется отрезками прямых (рис.2.5) :

$$i = \begin{cases} S(u - E_0), u \ge E_0 \\ 0, u < E_0 \end{cases} \qquad \textbf{(2.5)}$$

$S = tg\alpha = \dfrac{i_1}{u_1 - E_0}$ – крутизна х-ки

$\boldsymbol{E_0}$ -напряжение отсечки

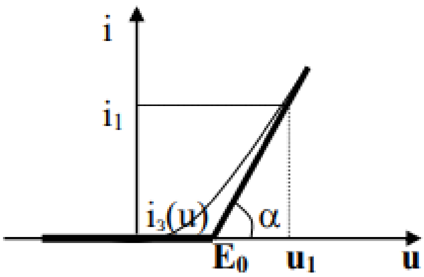


Рис.2.5

Вопрос 2

2. Эффективное кодирование. Кодирование для ДИБП. Кодовые слова фиксированной длины. Первая теорема Шеннона.

Кодирование ДИБП.

Пусть ДИБП выдает буквы или символы каждые τ_s секунд. Каждый символ выбирается из конечного алфавита $A \in \{a_k\}, k = 1,2,..., L$ с вероятностью $p(a_k)$. Энтропия такого источника определяется по формуле (2.4) и ограничивается сверху значением, вычисляемым по (4.5), т.е. $H(X) \le \log_2(L)$. Как говорилось выше, знак «=» выполняется, если вероятности символов на выходе источника одинаковы и равны $p = \frac{1}{L}$.

1. Кодовые слова фиксированной длины.

Рассмотрим блоковое кодирование, которое состоит в сопоставлении уникального ряда из K двоичных символов, каждому символу источника. Так как существует L возможных символов ДИБП, то число двоичных символов кодера на один символ источника при уникальном кодировании определяется как $K = \begin{cases} \log_2(L), L = 2^Q \\ \lfloor \log_2(L) \rfloor + 1, L \ne 2^Q \end{cases}$, где Q - целое положительное число, $\lfloor \bullet \rfloor$ - наибольшее целое, меньшее, чем $\log_2(L)$. K - **скорость кодирования**. Поскольку $H(X) \le \log_2(L)$, то $K \ge H(X)$. **Эффективность кодирования** определяется отношением $\frac{H(x)}{K}$.

А) Если $L = 2^Q$ и символы источника равновероятны, то $K = H(X)$ и эффективность кодирования равна 1 (100%).

Б) Если $L \ne 2^Q$, но символы источника равновероятны, то K отличается от $H(X)$ самое большее на 1 бит на символ.

В) Если $\log_2(L) >> 1$, то эффективность кодирования высокая.

Г) Если L мало, тогда эффективность кода можно повысить путем кодирования блока из J символов источника за время $J\tau_s$. Для этого надо выбрать L^J уникальных кодовых слов. Используя кодовую последовательность из K_J двоичных символов, можно образовать 2^{K_J} возможных кодовых слов, причем $K_J \geq J \log_2(L)$. Следовательно, требуется минимальное целое значение для K_J:

$$K_J = \lfloor J \log_2(L) \rfloor + 1 \ .$$

Теперь среднее число символов кода на один символ источника $K = \frac{K_J}{J}$. При эффективность кодирования увеличивается в J раз: $\frac{H(X)}{K} = \frac{H(X)J}{K_J}$. Взяв J достаточно большим, можно эффективность приблизить к 1.

Такие методы кодирования не приводят к искажениям, т.к. кодирование символов источника или блоков символов в кодовые слова выполняется однозначно (уникально). Эти коды называются **бесшумными**.

Теперь рассмотрим ситуацию, когда только часть L^J блоков символов источника кодируется однозначно. Например, $2^{K_J} - 1$ наиболее вероятных J символьных блоков кодируется однозначно. Остальные $L^J - (2^{K_J} - 1)$ блоков длины J представляются одним оставшимся кодовым словом. Такая процедура кодирования вызывает ошибку декодирования каждый раз, когда источник выдает маловероятный блок. Обозначим через p_e вероятность ошибки декодирования. Шеннон в 1948 г. доказал теорему кодирования источника.

Теорема Шеннона кодирования ДИБП. Пусть X - ансамбль символов ДИБП с конечной энтропией $H(X)$. Блоки из J символов источника кодируются в двоичные кодовые слова длины K_J. Тогда для любого $\varepsilon > 0$ p_e можно сделать сколь угодно малой, если выполняется неравенство

$$K = \frac{K_J}{J} \geq H(X) + \varepsilon \qquad (4.12)$$

и J достаточно велико.

ЗАДАЧА

Задача. Стационарный случайный процесс со спектральной плотностью мощности $G(\omega) = 5\cdot10^{-3}\left[\frac{\sin(5\omega\cdot10^{-3}/2)}{5\omega\cdot10^{-3}/2}\right]^2$ проходит через ИФНЧ с частотой среза $\omega_c = 2\pi f_c, f_c = 1.5$ кГц. Найдите возможную частоту и интервал дискретизации для данного процесса после фильтрации.

Билет № 11

Задача

$G(\omega) = 5\cdot10^{-3}\left[\frac{\sin\left(\frac{5\omega\cdot10^{-3}}{2}\right)}{\frac{5\omega\cdot10^{-3}}{2}}\right]^2$ – спектральная плотность мощности

$\omega_c = 2\pi f_c$

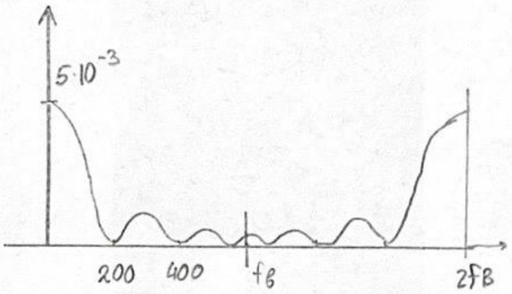
$f_c = 1,5$ кГц $= 1500$ Гц

Решение

$\frac{5\omega\cdot10^{-3}}{2} = \pi$

$\omega = 400\pi$

$f = 200$



Т.к. у нас ИФНЧ, то $f_в = f_c = 1500$ Гц

(у сигнала бесконечный спектр)

$T_д = \frac{1}{f_в} = \frac{1}{1500} \approx 0,000667$ с